GRUPPEN FÖR VÅGENERGIFORSKNING

VÅGKRAFTBOJAR

Modellförsök med energiupptagning i oregelbundna vågor i bred bassäng

av

Lars Bergdahl
Göran Olsson
Lars-Ove Sörman

Rapport GR:32

Göteborg 30 mars 1981

FÖRORD

Föreliggande rapport om bojars energiupptagning i oregelbundna vågor utgör ett led i den forskning över utvinning av vågenergi, som bedrivs vid Chalmers Tekniska Högskola i samarbete med Technocean AB. Forskningen bekostas av Nämnden för energiproduktionsforskning.

De laboratorieförsök gruppen utfört tidigare med bojar utan energiupptagning och med energiupptagning i en smal ränna finns sammanfattade i grupprapporten GR:16, 1979.

Försök med energiupptagning i bred bassäng i regelbundna vågor har redovisats i rapporten GR:24, 1980.

Under hösten 1980 har också försök med en vågkraftboj med 3 m diameter bedrivits i havet utanför Göteborg för STU och Interprojekt Service AB. Denna omvandlare arbetar efter en något annorlunda princip. Se grupprapport GR:34, 1980.

Sommaren 1981 planeras fortsatta försök i havet med denna boj och med ytterligare en typ.

Erfarenheter från laboratorie- och fältförsök med vågenergigruppens boj har således tillämpats på andra typer av energiomvandlare.

2. AVSIKTEN MED MODELLFÖRSÖKEN

Avsikten med de föreliggande modellförsöken över bojars energiupptagning vid hävning i oregelbundna vågor var dels att undersöka om energiupptagningen kan uppskattas med tillräcklig noggrannhet i frekvensplanet med hjälp av de tidigare bestämda verkningsgraderna i regelbundna vågor, dels att praktiskt optimera en boj med given diameter genom att variera dess massa och dämpning.

I rapporterna GR:11 och GR:13 har de förberedande försök som utförts utan energiupptagning avrapporterats. De försök med energiupptagaren i funktion som genomförts av Elektromaskinlära i en ränna har rapporterats i GR:14. Resultaten från energiupptagningsförsöken i rännan gäller dock på grund av väggarnas inverkan egentligen för en rad bojar som samtidigt träffas av en vågfront. Dessa tidiga försök är alla sammanfattade i GR:16, 1979.

Försök med energiupptagning i regelbundna vågor i samma 9.3 m breda bassäng som nu använts har redovisats i rapporten GR:24, 1980. Den stora bredden på bassängen jämfört med bojdiametern 0.3 m gör att försöken bör gälla bra för en ensam boj.

3. TEORETISK BAKGRUND

3.1 Några definitioner

För att underlätta förståelsen av den följande texten bör vissa grundläggande begrepp klarläggas. För fördjupade studier hänvisas dock till t.ex. Kinsman (1965).

Våghöjd H (m)

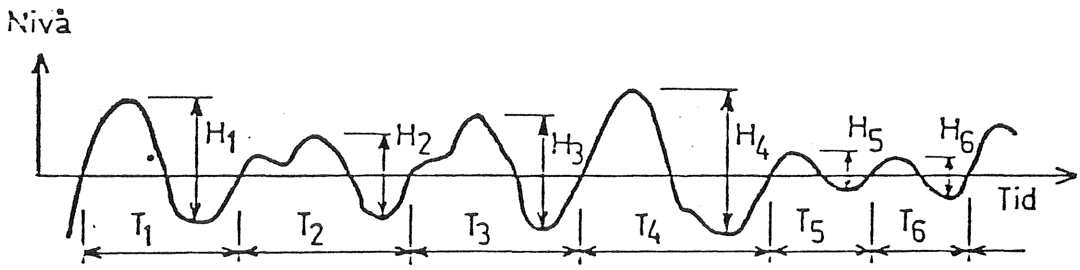
Våghöjden H är det vertikala avståndet mellan en vågtopp och efterföljande vågdal. Se figur 3.1 och 3.2.

Vågamplitud a (m)

Vågamplituden är det vertikala avståndet från vågtopp eller vågdal till medelvattenytan. För en sinusvåg är H = 2a.

Signifikant våghöjd H_s (m)

Signifikanta våghöjden är medelvärdet av de N/3 högsta våghöjderna i en lång serie om N vågor.



Figur 3.1 Punktregistrering av en vågrörelse.

Vågperiod T (s)

En vågperiod är tiden mellan två på varandra följande skärningar (nollgenomgångar) uppåt av medelvattenytan. Se figur 3.1.

Medelvågperiod T_z (s)

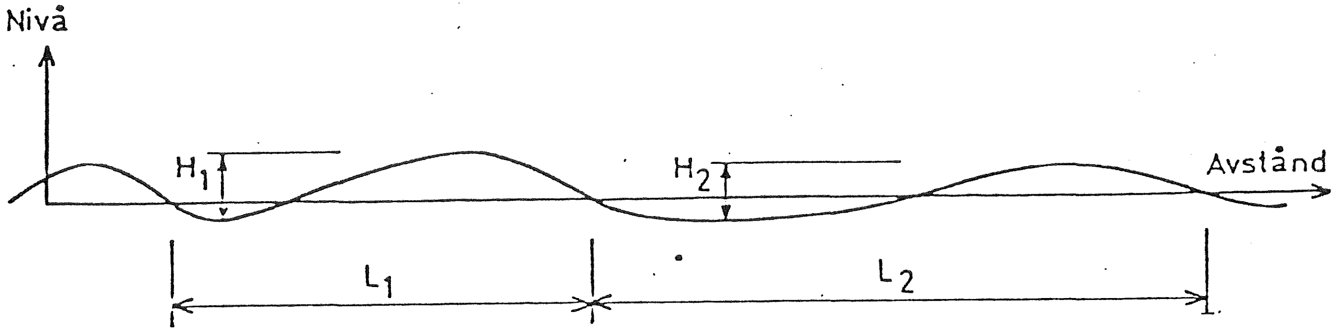
Medelvågperioden eller nollgenomgångsperioden för ett vågtåg är medelvärdet av alla vågperioder T_i i vågtåget.

<u>Frekvenser</u> f (Hz), f_z(Hz) och $\omega(s^{-1})$

Vågornas frekvens är $f = 1/T$.
Nollgenomgångsfrekvensen är $f_z = 1/T_z$
Vågornas vinkelfrekvens är $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$.

<u>Våglängd</u> L

Våglängden är det horisontella avståndet mellan två intillliggande skärningar med medelvattenytan med negativ lutning. Se figur 3.2.



Figur 3.2 Ögonblicksbild av ett vågtåg

<u>Vågenergi</u> E (J/m^2)

Vågenergin är tidsmedelvärdet av vågrörelsens energi per ytenhet av havet. För en sinusvåg gäller

$$E = \rho g\, a^2/2 \qquad \ldots(3.1)$$

<u>Vågeffekt</u> p (W/m)

Vågeffekten är för en vågrörelse med ensartad utbredningsriktning energiflödet genom en vertikal yta parallell med vågkammarna. För en sinusvåg gäller på djupt vatten

$$p = E\, L/2T = \frac{1}{4\pi}\,\frac{gE}{f} \qquad \ldots(3.2)$$

För en oregelbunden vågrörelse med olika utbredningsriktning hos vågorna kan vågeffekten definieras som energiflödet in genom manteln på en vertikal infinitesimal cylinder. Vågeffekten blir med denna definition oberoende av vågornas utbredningsriktning och kan då beräknas ur en nivåmätning i en punkt.

3.2 Energi- och effektspektrum

Ett oregelbundet vågtåg som i figur 3.2 kan beskrivas av en summa av sinusfunktioner med hjälp av fourierserieanalys. Vågens form erhålles av uttrycket

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(2\pi f_i t + \alpha_i) \qquad \ldots(3.3)$$

där ζ är vattenytans nivå
a_i vågkomponentens amplitud
f_i vågkomponentens frekvens
α_i vågkomponentens fasvinkel

Frekvenserna f_i ges av

$$f_i = i\Delta f \qquad \ldots(3.4)$$

där Δf kallas frekvensdelningen för serien.

Vågspektrum $S(f)$ (m^2/s)

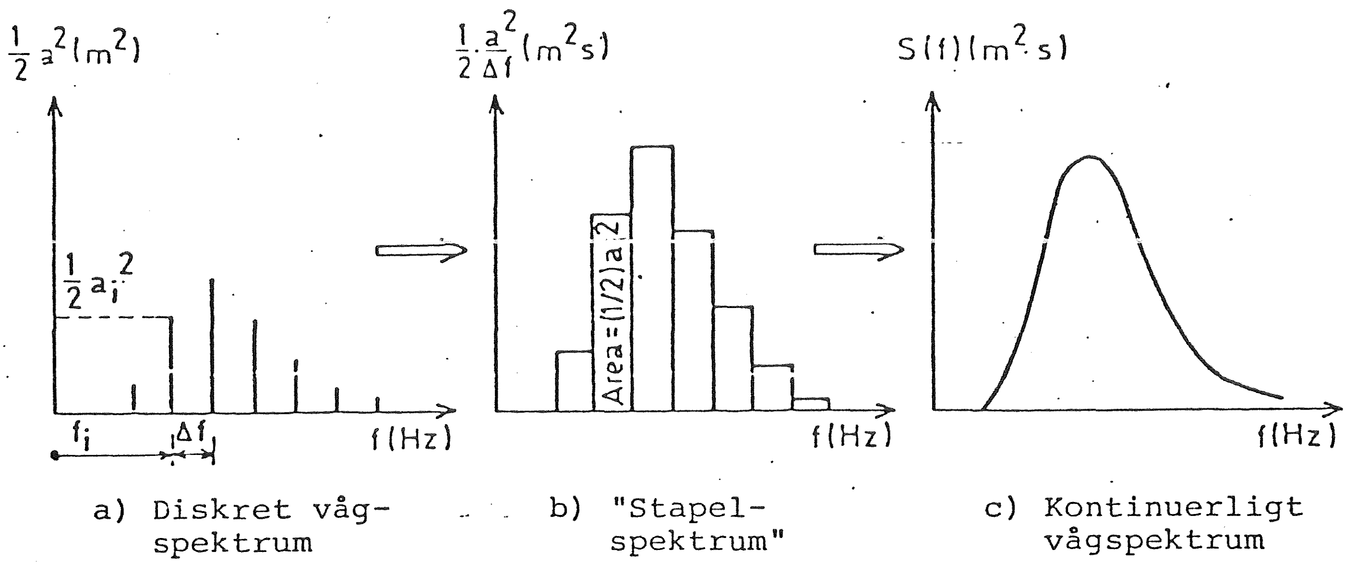
Enligt uttrycket (3.1) är energin för en sinusvåg proportionell mot kvadraten på dess amplitud men oberoende av frekvensen. Vågenergins fördelning på olika frekvensband i vågtåget 3.6 kan beskrivas med t.ex. det diskreta vågspektrumet i figur 3.3a, där varje stapel är proportionell mot respektive komponents vågenergi $a_i^2/2$.

I en naturligt oregelbunden vågrörelse kan vågenergins fördelning på olika frekvensband eller dess spektraltäthet $S(f_i)$ bättre uttryckas med ett stapelspektrum enligt figur 3.3b. Spektraltätheten blir

$$S(f_i) = \frac{1}{2} a_i^2/\Delta f \qquad \ldots(3.5)$$

Om frekvensdelningen Δf görs godtyckligt liten övergår $S(f_i)$ till ett kontinuerligt spektrum $S(f)$. Se figur 3.3c.

Vågspektrum kan bestammas genom mätning av vågtåg och fourieranalys av dessa eller genom att tillämpa standardspektrum som kan beräknas ur uppgift om vindstyrka, stryklängd och vindens varaktighet. Dessa är också empiriska men bygger på medelvärden från många vågtåg bildade under likartade förhållanden.



Figur 3.3 Illustration av begreppet vågspektrum.

Moment

För att beskriva spektrums form används så kallade moment kring origo av S(f). Det n:te momentet skrivs

$$m_n = \int_0^\infty f^n S(f) df \qquad \ldots(3.6)$$

Den totala energin i vågrörelsen kan uttryckas som

$$E = \rho g \; m_o = \rho g \int_0^\infty S(f) \; df \qquad \ldots(3.7)$$

där m_o är ytan under S(f). m_o är också vattenytans $\eta(t)$ varians.

Ju högre moment som bildas ju större vikt läggs vid energin i de höga frekvenserna. Ett sätt att beskriva spektrumbredden vore därför en kvot mellan lämpliga moment av olika ordning. Longuet-Higgins har t.ex. föreslagit en spektrumbreddsparameter

$$\varepsilon = \sqrt{1 - \frac{m_2^{\,2}}{m_o \cdot m_4}} \qquad \ldots(3.8)$$

ε kommer att vara noll för mycket smala spektrum och närma sig 1 för mycket breda.

Moment bildas vanligen för n = -1, 0, 1 och 2. Dessa kan användas som uppskattningar på olika vågegenskaper. Den tidigare definierade signifikanta våghöjden H_s kan t.ex. uppskattas av

$$H_{mo} = 4\sqrt{m_o} \qquad \ldots(3.9)$$

Nollkryssningsperioden T_z uppskattas på två olika sätt

$$T_2 = \sqrt{m_o/m_2} < T_z < m_o/m_1 = T_1 \qquad \ldots(3.10)$$

T_1 är den bästa uppskattningen (Houmb och Overik 1976).

<u>Effektspektrum</u> p(f) (Ws/m)

Vågeffekten kan på liknande sätt som vågenergin delas upp på frekvensband varvid erhålls ett effektspektrum eller vågeffektens spektraltäthet. Utgående från vågspektrum erhålles detta med (3.7) insatt i ekv. (3.2) till

$$p(f) = \frac{1}{4\pi} \rho g^2 f^{-1} S(f) \qquad \ldots(3.11)$$

Mellan den totala vågeffekten i en oregelbunden vågrörelse och effektspektrum gäller följande samband

$$p = \int_0^\infty p(f)\, df = \frac{\rho g^2}{4\pi} m_{-1} \qquad \ldots(3.12)$$

Värdet av integralen (3.12) kan överslagsmässigt anges till $0.55\ H_s^2 T_z$ (kW/m). (Se t.ex. Sverre Gran 1977).

3.3 Eftersträvat spektrum

Det finns många förslag till funktioner för vindgenererade vågspektrum, vilka alla baseras på jämförelser med uppmätta vågspektrum. De två vanligaste är Pierson-Moskowitz´ spektrum och JONSWAP-spektrumet. Båda spektrum är endimensionella spektrum där energin fördelas endast över frekvenserna. I verkligheten utbreder sig dock vågorna i alla riktningar inom 45^o på båda sidor om vindriktningen. Ändrar vinden riktning blir riktningsspridningen än större. Riktningsspridningen kan beskrivas med riktningsspektrum vilket inte tas upp i denna skrift.

JONSWAP-spektrumet beskriver vågorna under tillväxtskedet och är något mer komplicerat än P-M spektrumet. I laboratorieförsöken har ett spektrum av PM-typ eftersträvats.

Pierson-Moskowitz´ spektrum gäller för "fullt utbildad sjö" (fully arisen sea) dvs ett tillstånd där energitillförseln till vågrörelsen balanseras exakt av energiförlusterna. Då är den enda variabeln vindens hastighet. Spektrumet gäller således endast då stryklängderna är tillräckligt stora.

Det uttryck för spektrumet, av tre föreslagna, som ger bäst överensstämmelse med vågdata är

$$S_{PM}(f) = \frac{\alpha g^2}{(2\pi)^4} f^{-5} \exp(-0.74 (\frac{f_o}{f})^4) \qquad ...(3.13)$$

Här är
α = 0.0081
g = jordaccelerationen
f_o = $g/(2\pi\ U_{19.5})$
$U_{19.5}$ = vindhastigheten på 19.5 m höjd

3.4 Svängningsekvationen

Den matematiska modell som hittills använts vid arbetet med utvecklingen av gruppens vågenergiboj har presenterats dels i Grupprapport 16, dels utförligare i Grupprapport 10. Utgångspunkten har varit att bojen endast kan röra sig i vertikalled. Den infallande våg som sätter bojen i rörelse antas vidare vara sinusformad.

$$\zeta(t) = \zeta_o \cos \omega t \qquad ...(3.14)$$

$\zeta(t)$ vattenytans läge i vertikalled relativt medelvattennivån i en punkt i höjd med bojen
t tiden
ζ_o vågamplituden
ω vågens cirkelfrekvens $\omega = 2\pi f$

Bojens rörelse bestäms enligt teorien av en andra ordningens differentialekvation. På djupt vatten gäller

$$(m+a)\ddot{z} + (b+b_1)\dot{z} + cz = \left[(c-a\omega^2)^2 + (b\omega)^2\right]^{1/2} . e^{-kD} \zeta_o \cos(\omega t+\alpha) \qquad ...(3.15)$$

Här är

m	masströgheten hos det svängande systemet
a	den hydrodynamiska massan (medsvängande vattenmassa)
z	bojens läge i vertikalled relativt jämviktsläget
b	den hydrodynamiska dämpningen
b_1	dämpkonstant för den yttre dämpningen som gör att energi tas från vågorna
c	fjäderkonstanten för den hydrostatiskt återförande kraften
k	vågtalet $2\pi/L$
D	bojens sjunkdjup, avståndet från vattenytan till "kölen"
α	fasförskj. mellan den drivande kraften och vågrörelsen

För fjäderkonstanten c gäller att

$$c = \rho g A \qquad \ldots(3.16)$$

där

ρ = vattnets densitet

g = jordaccelerationen

A = bojens vattenlinjearea

Observera att det svängande systemet kan ha en masströghet m som är större än deplacementets massa ρV. Detta inträffar t.ex. då en roterande generator används som energiupptagare vare sig den placeras på bojen eller på bottnen under bojen.

Amplitudresponsfunktionen

Vid lösningen av differentialekvationen (3.15) antas att alla koefficienter är konstanta med avseende på tiden dvs differentialekvationen är linjär. Detta ger en lösning

$$z(t) = \zeta_o \left\{ \frac{(c-a\omega^2)^2 + (b\omega)^2}{(c-(m+a)\omega^2)^2 + (b+b_1)^2\omega^2} \right\}^{1/2} e^{-kD} \cos(\omega t+\psi)$$

$$= z_o \cos(\omega t+\psi) \qquad \ldots(3.17)$$

där ψ är fasvinkeln mellan bojens hävningsrörelse och vågrörelsen. Förhållandet $Y = z_o/\zeta_o$ kallas amplitudresponsfunktionen.

Hydrodynamisk massa och dämpning

Den hydrodynamiska massan, a, och dämpningen, b, varierar båda med

- o frekvensen hos rörelsen
- o kroppens form och deplacement
- o vattendjupet
- o avståndet till andra begränsningar i planet.

Ett sätt att beskriva frekvensberoendet finns refererat i GR:10. (Se även Havelock 1955).

Havelock definierar två variabler $\mu(\omega)$ och $\varepsilon(\omega)$ som

$$\mu(\omega) = a/(\rho V) \qquad \varepsilon(\omega) = b/(\rho V \omega) \qquad \ldots(3.18)$$

där V är deplacementets volym. Han har sedan med hjälp av potentialteori beräknat masskoefficienten $\mu(\omega)$ och dämpkoefficienten $\varepsilon(\omega)$ för en till hälften nedsänkt sfär.

Normaliserat deplacement

För uppskalnings- och jämförelseändamål uttrycks deplacementet V i våra försök med ett normaliserat deplacement V på så sätt att aktuell deplacementsvolym divideras med volymen av ett halvklot med samma radie som bojen.

$$\hat{V} = V/(2\pi r^3/3) \qquad \ldots(3.19)$$

Bojens energiupptagning

Kraften F i upphängningen antas vara proportionell mot hastigheten och då kan den momentant upptagna effekten skrivas

$$P(t) = F(t) \cdot \dot{z}(t) = b_1(\dot{z}(t)^2) \qquad \ldots(3.20)$$

I regelbundna sinusformade vågor erhålles genom insättning av $z=z_o\cos(\omega t+\psi)$ och integrering över ett jämnt antal perioder den ur vågorna upptagna medeleffekten

$$P_{med} = \frac{b_1}{2}\,\omega^2\,z_o \qquad \ldots(3.21)$$

Medeleffekten som funktion av frekvensen kan enkelt uttryckas med hjälp av amplitudresponsfunktionen $Y(\omega)$ och infallande vågamplitud ζ_o.

$$P_{med}(\omega) = \frac{b_1}{2} \zeta_o^2 \cdot \omega^2 \, Y^2(\omega) \qquad \ldots(3.22)$$

eller

$$\frac{P_{med}(\omega)}{\zeta_o^2} = \frac{b_1}{2} \omega^2 \cdot Y^2(\omega) \qquad \ldots(3.23)$$

där högerledet är oberoende av vågamplituden.

Hydrodynamisk verkningsgrad

Vid sinusformade vågor på djupt vatten bestäms medeleffekten per meter vågfront p enligt ekv. (3.2) av uttrycket

$$p = \frac{\zeta_o^2}{4} \rho g^2 \frac{1}{\omega} \qquad \ldots(3.24)$$

Utgående från detta kan man teckna ett uttryck för en vågenergiomvandlares förmåga att absorbera vågornas energi. För en boj med radien r kan denna hydrodynamiska "verkningsgrad" skrivas

$$\eta = \frac{P_{med}}{p \cdot 2r} \qquad \ldots(3.25)$$

Uttrycks verkningsgraden med hjälp av amplitudresponsfunktionen fås

$$\eta = \frac{b_1 \omega^3 Y^2(\omega)}{\rho g^2 r} \qquad \ldots(3.26)$$

För en viss boj kan man visa att verkningsgraden η har maximum med avseende på dämpningen b_1 då denna är

$$b_{10} = \varepsilon \cdot \rho V 2\pi f_o \qquad \ldots(3.27)$$

där f_o är resonansfrekvensen (Grupprapport 10, 1978).

Den tillämpade definitionen av verkningsgrad kan för vissa typer av punktformiga omvandlare ge värden över 1. Detta beror på att omvandlaren i så fall tar upp energi från en större bredd än sin egen diameter eller energi reflekterad på intilliggande omvandlare. Produkten $2r \cdot \eta$ kan uppfattas som en transferfunktion mellan vågeffekten p och den upptagna effekten P_{med}.

3.5 Energiupptagning i oregelbunden sjö

Om vi accepterar systemets linearitet så ges den av en boj med radien r vid varje frekvens upptagna medeleffekten av

$$P(f) = 2r\eta(f)p(f) = 2r \cdot \eta(f) \frac{\rho g^2}{4\pi} f^{-1} \cdot S(f) \qquad \ldots(3.28)$$

P(f) är då ett spektrum för den uttagna effekten och transferfunktionen mellan denna och vågspektrum är således

$$T^2(f) = \frac{r\rho g^2}{2\pi} \eta(f) f^{-1} = 4\pi^2 b_1 \; Y^2(2\pi f) \cdot f^2 \qquad \ldots(3.29)$$

Transferfunktionen $T^2(f)$ kan bestämmas med teoretiska eller empiriska värden på μ och ε alternativt kan $\eta(f)$ eller $T(f)$ mätas direkt genom modellförsök.

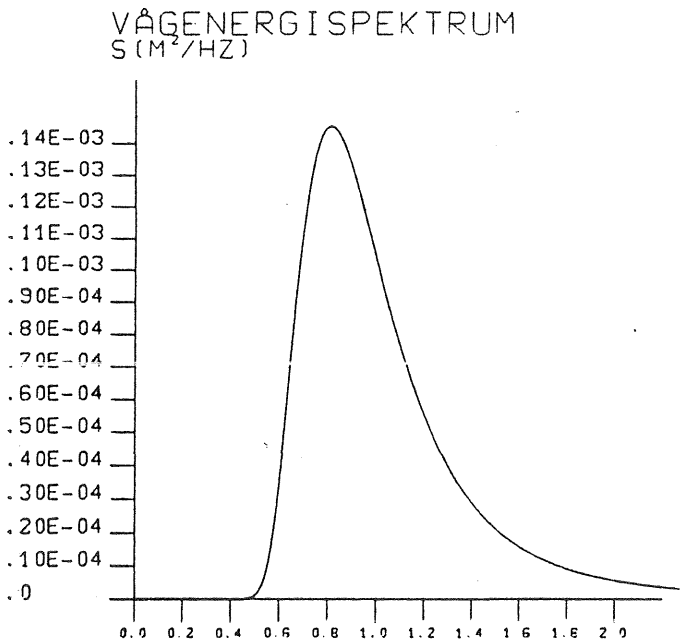
I figur 3.4 har teoretiskt vågspektrum S(f), amplitudrespons Y(f), verkningsgrad $\eta(f)$, transferfunktion $T^2(f)$ och spektrum över upptagen effekt P(f) uppritats för en boj av samma typ som testats i de föreliggande försöken. Koefficienterna för bojen är de som erhållits vid tidigare modellförsök. T_z=0.95 s, H_s=0.363 m, b_1=12.2 Ns/m m = 11.5 kg.
Den totalt upptagna effekten erhålles genom integration över alla frekvenser av uttrycket (3.28)

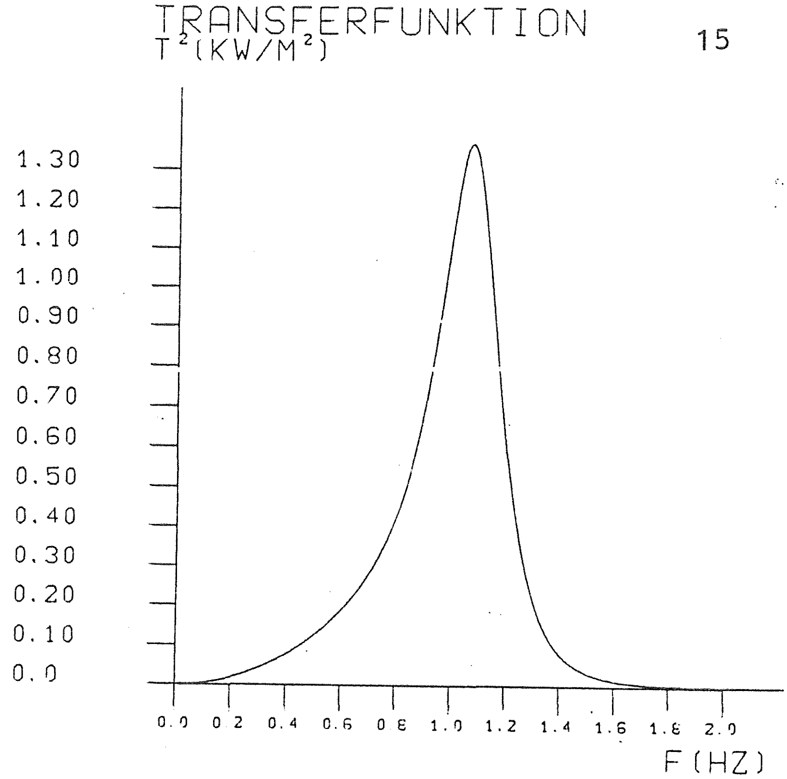
$$P_{med} = \int_0^{\infty} T^2(f) \; S(f) \; df \qquad \ldots(3.30)$$

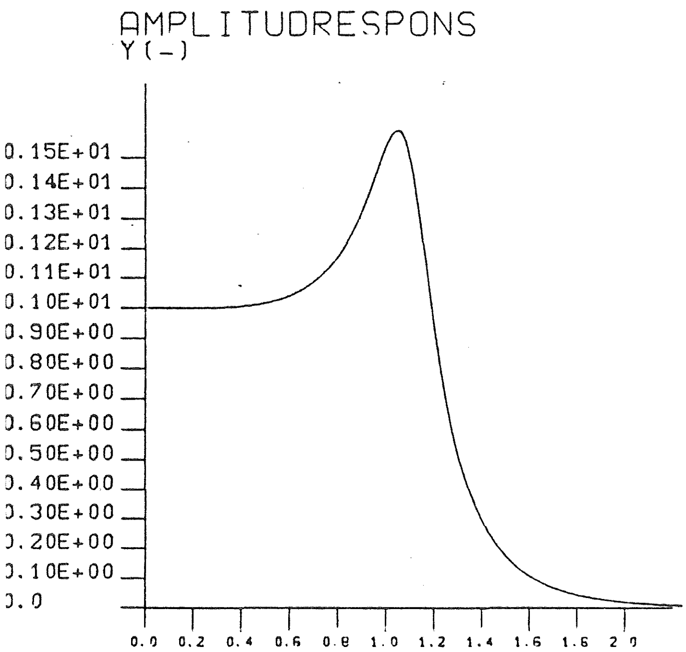
För de förhållanden som redovisas i figur 3.4 är infallande effekt per längdenhet vågfront p = 0.666 W/m och av bojen upptagen effekt P_{med} = 0.045 W. Verkningsgraden beräknad på bojens diameter blir då 23%. Jfr kapitel 8.3.

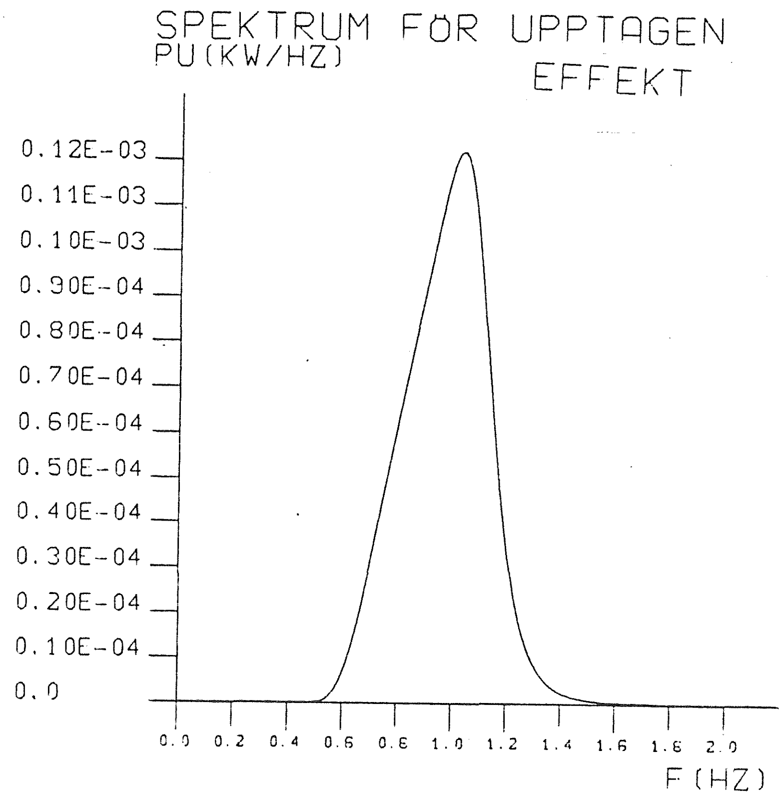
Av förskjutningen mellan kurvan S(f) och $T^2(f)$ framgår att verkningsgraden borde kunna förbättras genom att bättre anpassa bojen till vågspektrum.

De angivna uttrycken ovan gäller endast under förutsättning att inga begränsningar i bojens förmåga att uppta höga eller låga momentana effekter finns. Detta är fallet i laboratorieförsöken. Forsberg och Kinnander (1980) redovisar ett sätt att ta hänsyn till bortfallet av höga och låga momentana effekter.









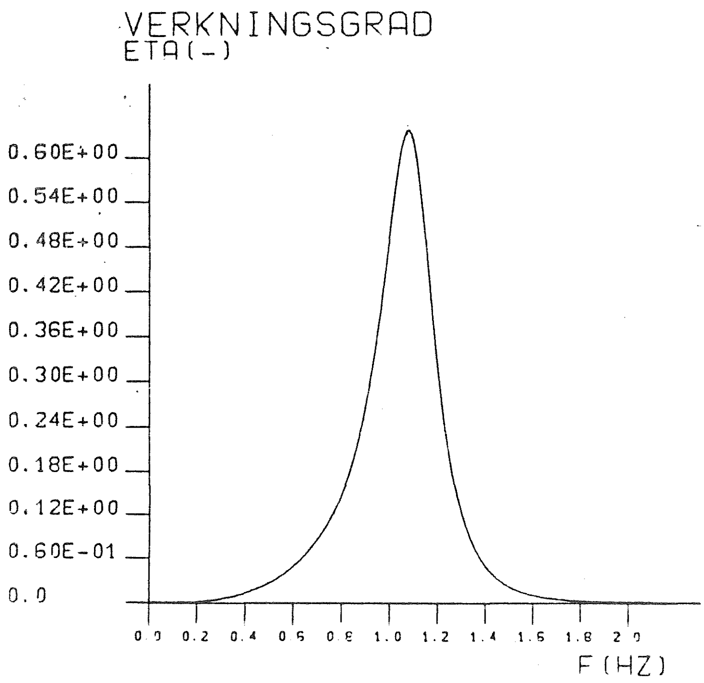
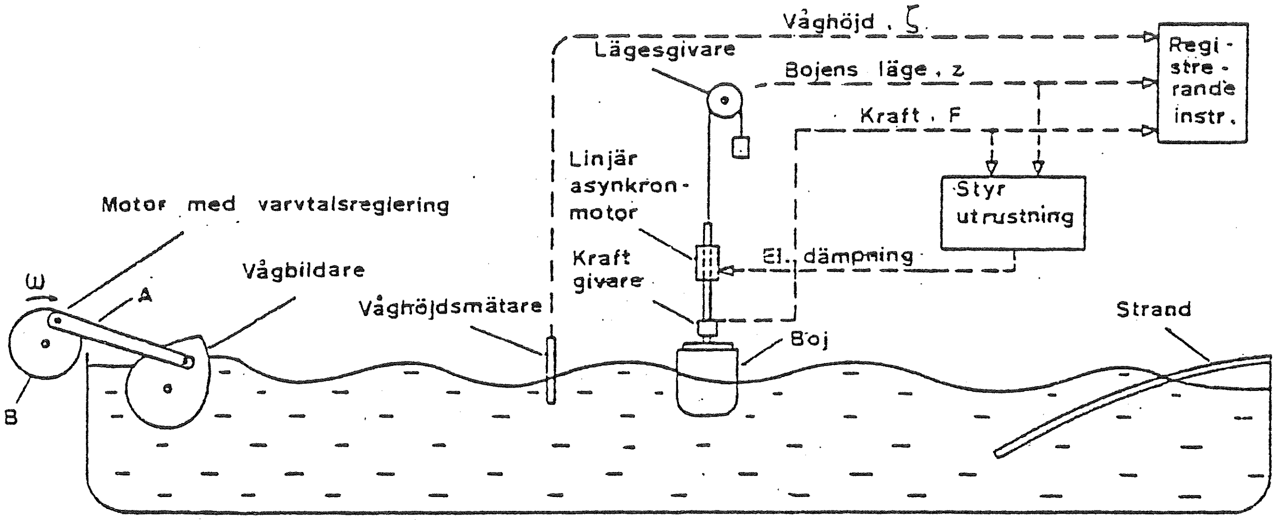


Fig. 3.4
Teoretiska kurvor för vågspektrum och energiupptagning för en boj.
$\emptyset$=0.300 m, b_1=12.2 Ns/m, PM-spektrum med H_s=0.0363 m och T_z=0.95 s
η_{max}=0.64 vid f=1.08 H_z, η_{tot}=23%.

4. FÖRSÖKSANORDNINGAR

4.1 Försöksuppställning

Försöken har utförts med en försöksuppställning enligt den schematiska bildens figur 4.1. Vågmätning har dock gjorts i bredd med bojen i skydd av en skärm för att förhindra störning av de av bojen utsända vågorna.



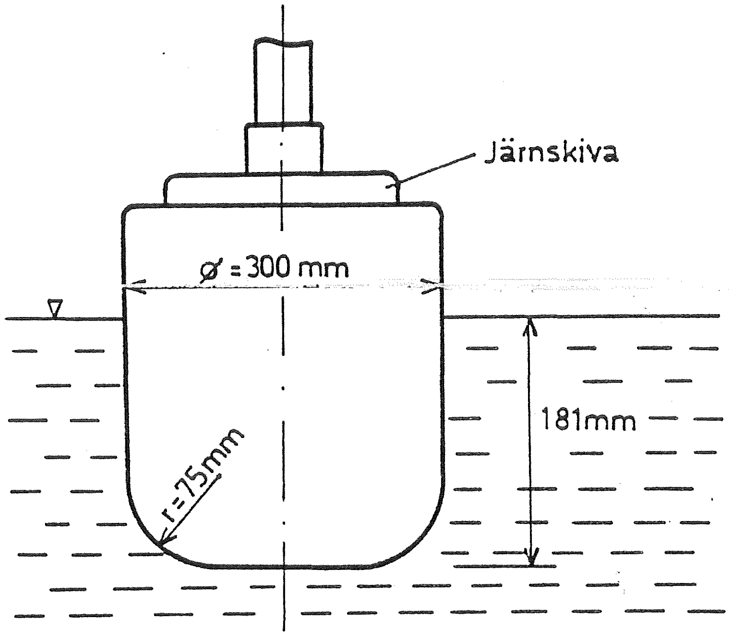
Figur 4.1 Schematisk bild av försöksuppställningen.

Vid försöken har den infallande vågen och bojens hävning registrerats för ett oregelbundet vågtåg där bojens massa och dämpning har varierats. Amplitudresponsen och energiupptagningen har beräknats automatiskt i mätdatorn efter varje försök.

4.2 Bojen

Vid försöken har en cylindrisk boj med diametern 300 mm använts. Det är samma boj som i de tidigare försöken i regelbundna vågor, GR:24.

Formen framgår av figur 4.2. För att variera massan har olika vikter placerats ovanpå bojen.



Figur 4.2 Bojens dimensioner

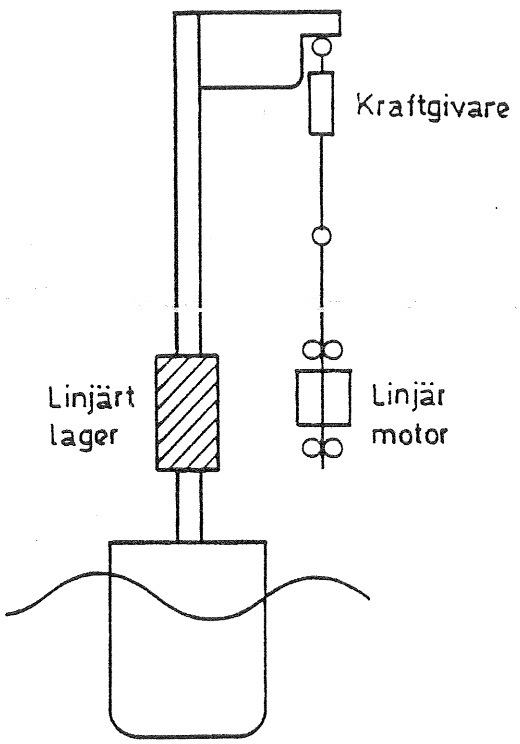
4.3 Vågbassäng och våggenerator

Försöken har utförts i den tidigare använda bassängen med måtten 18.3 x 9.3 x 0.8 m (L x B x D), (se GR:24).

I bassängens ena kortände finns en våggenerator av kiltyp. Vågbildarens kil drivs med hjälp av en servostyrd hydraulcylinder. Hydraulcylindern styrs med en elektrisk signal så att en sinusformad eller valfri rörelse erhålles. Den elektriska signalen erhölls i de föreliggande försöken från en D/A-omvandlare som matas från en remsläsare.

4.4 Upphängningsanordning

Modellbojen har provats i en frihetsgrad (hävning). Upphängningsanordningen utgjordes av det i GR:24 beskrivna linjära lagret, där de horisontella krafterna upptas av lagret och de vertikala krafterna via kulleder av den linjära motorn. Figur 4.3.



Figur 4.3 Upphängningsanordning med linjärt lager.

4.5 Den elektriska dämputrustningen

Dämputrustningen består liksom vid de tidigare försöken i regelbundna vågor av dels en linjär asynkronmotor, dels en styrenhet som har till uppgift att leverera spänning till asynkronmotorn, så att motorn bromsar bojen med en kraft F, proportionell mot bojens hastighet $\dot{z}$, dvs

$$\frac{F}{\dot{z}} = b_1$$

Den elektriska dämpkonstanten b_1 kan steglöst varieras med en potentiometer på styrenheten. Utrustningen finns närmare beskriven i GR:14.

4.6 Mätutrustning

Mätutrustningen kan indelas i fyra olika kategorier av instrument, nämligen:

- o givare
- o drivenheter till givarna
- o filterenhet
- o bordsdator

Fyra olika parametrar mättes i varje försök:

- o vattenytans avvikelse från lugnvattenytan
- o bojens avvikelse från det vertikala jämviktsläget
- o bojens hastighet
- o kraften varmed bojen dämpades

För detta ändamål fanns tre givare, eftersom hastigheten erhölls genom en analog derivering av bojavvikelsesignalen.

Beskrivning av givare, drivenheter till givarna, filterenhet och bordsdator finns i GR:24.

Av de registrerade signalerna användes bojens hastighet och kraften varmed bojen dämpades till att styra dämputrustningen, medan vattenytans avvikelse och bojens avvikelse användes till att beräkna energiupptagningen hos bojen för olika massa och dämpning enligt de samband som verifierats genom försöken i regelbundna vågor.

5. GENERERING AV VÅGOR

De oregelbundna vågorna genererades med hjälp av den servostyrda våggeneratorn. Remsläsaren till dess styrenhet matades med en binärkodad pappersremsa, som angav hydraulcylinderns rörelse.

Hydraulcylinderns eller vågbildarens rörelse avsågs ge en oregelbunden sjö med ett PM-spektrum anpassat till den använda modellbojens dimensioner.

5.1 Framtagning av PM-spektrum

Vid konstruktionen av papperstapen utgick vi från ett PM-spektrum av formen (jfr ekv. (3.13))

$$S(\omega) = \frac{4\omega_t^{\,4}}{\pi\,\omega^5} \exp\left[-\left(\frac{\omega_t}{\omega}\right)^4\right] \qquad \ldots(5.1)$$

där ω_t = vinkelfrekvensen för spektrums topp

ω = vinkelfrekvensen

Genom att det oregelbundna vågtåget antas bestå av ett diskret antal sinuskomponenter kan dessas amplitud bestämmas av ovanstående formel genom

$$a(\omega) = \sqrt{2\,S(\omega)\,\Delta\omega} \qquad \ldots(5.2)$$

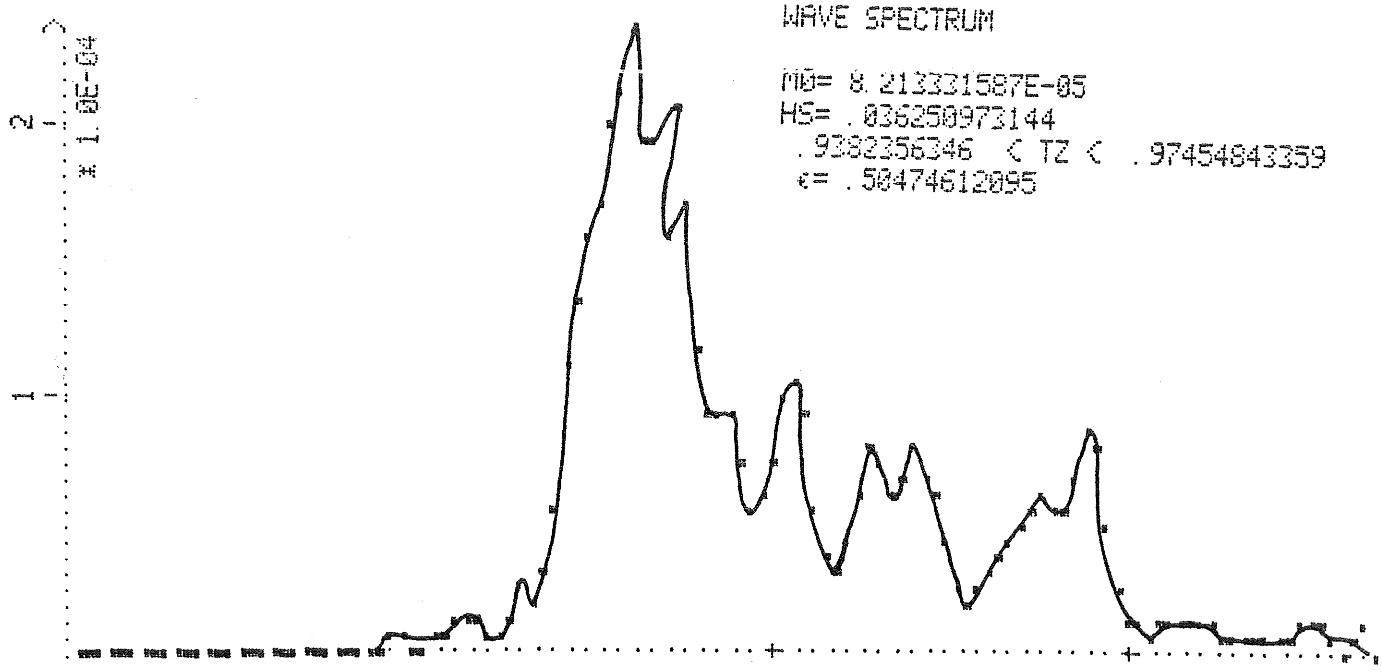
där $a(\omega)$ = amplituden för ett givet ω.

$\Delta\omega$ = skillnaden mellan två konsekutiva frekvenser

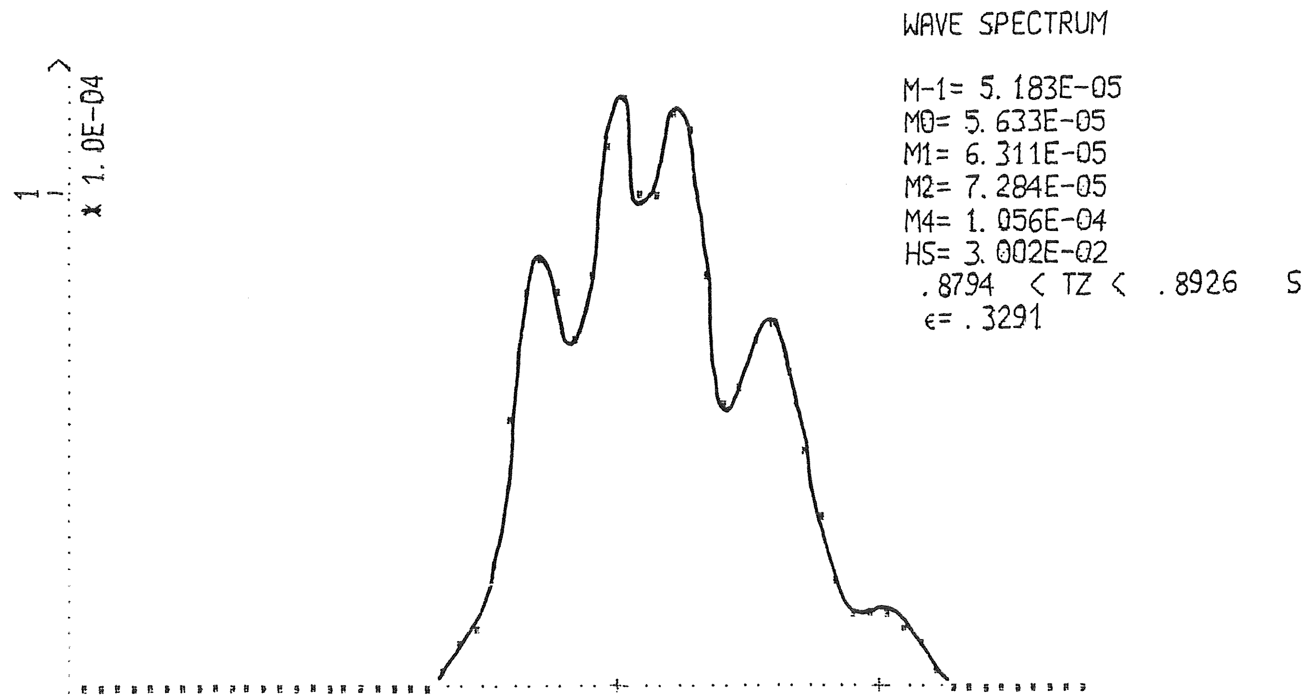
5.2 Anpassning av verkligt vågspektrum i bassängen till önskat PM-spektrum

En direkt överföring av PM-spektrumet till vågmaskinen åstadkommer vågor av en helt annan fördelning i vattnet. Detta beror på att överföringsfunktionen mellan vågmaskinens kolv och vattenytans reaktion inte är konstant utan är beroende av både frekvens och amplitud. För att få vattenytan att anta ett så korrekt utseende som möjligt måste således de amplituder som beräknats enl. ekv. (5.2) korrigeras för överföringsfunktionen mellan kolvrörelse och vattenytans rörelse.

a) Spektrum G0



b) Spektrum G4



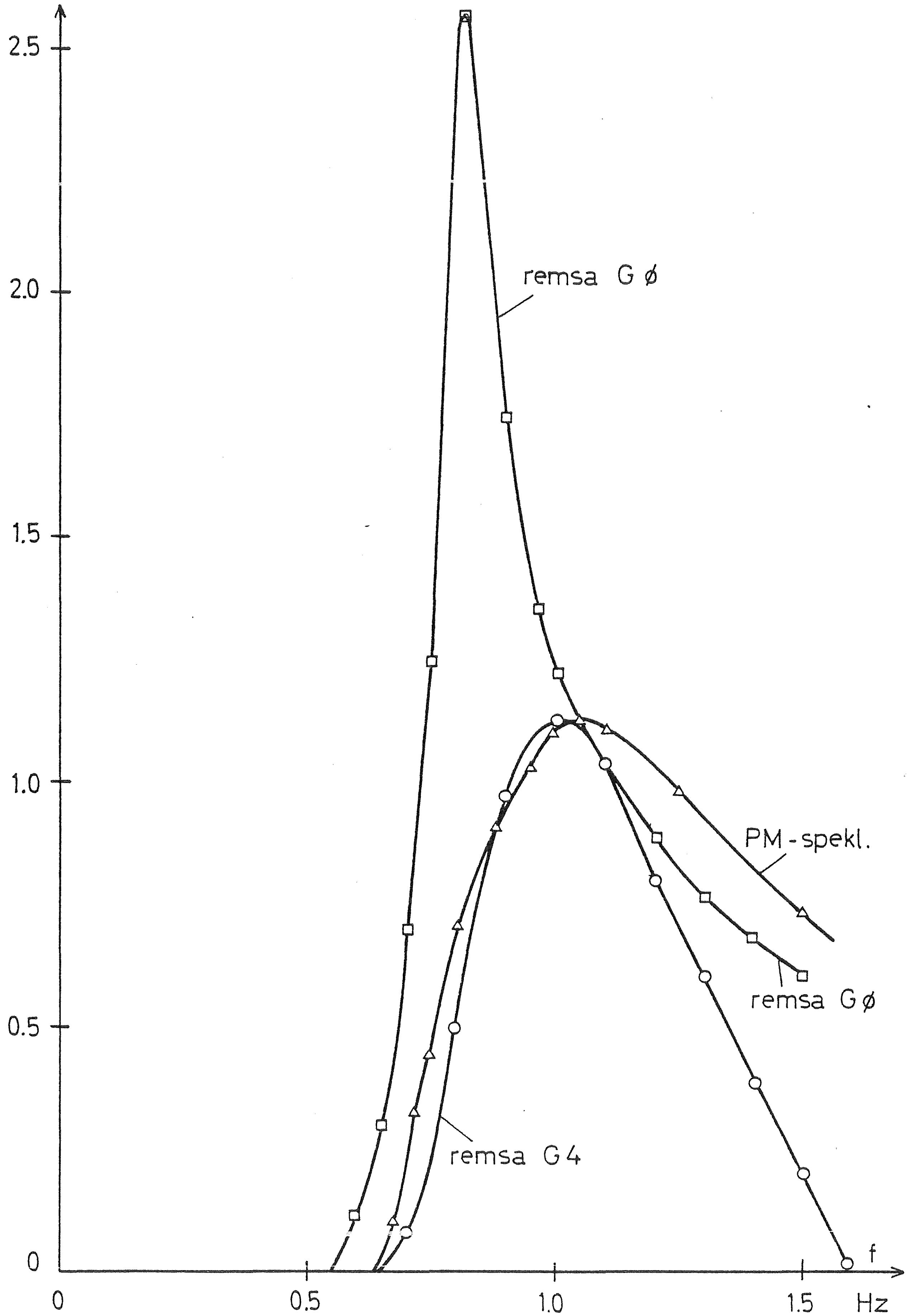
Figur 5.1 Exempel på uppmätta vågspektrum.

En enkel överföringsfunktion anpassades varefter remsa G0 tillverkades. Den tillverkade remsan åstadkom ett spektrum som var relativt dåligt anpassat till det önskade PM-spektrumet. Detta spektrum användes i en första försöksserie för att bestämma verkningsgraden som funktion av massa och dämpning.

För att tillverka en remsa som åstadkom ett vågspektrum med bättre anpassning till det önskade PM-spektrumet tillverkades en ny pappersremsa genom ett iterativt förfarande enligt följande. Först gjordes en remsa utan någon korrektion. Denna remsa fick driva våggeneratorn. Den då åstadkomna vågrörelsen registrerades och den uppkomna överföringsfunktionen bestämdes. Sedan beräknades en ny remsa med den bestämda överföringsfunktionen som korrektion.

Förfarandet upprepades så många gånger att ett godtagbart spektrum uppkom hos vattenytan. Den remsa som gav upphov till ett godtagbart spektrum benämnes remsa G4 och med hjälp av denna utfördes en andra försöksserie på den rundade modellbojen på motsvarande sätt som vid försöksserien med remsa G0.

I figur 5.1 ges exempel på uppmätta spektrum genererade med remsorna G0 respektive G4. I figur 5.2 återges dessa i en glättad form som i medeltal är väl anpassade till de mätta spektrumen.



Figur 5.2 Subjektivt glättade spektrum, som i medeltal är väl anpassade till mätt spektrum. (Godtycklig skala på y-axeln).

6. FÖRSÖKSFÖRFARANDE

Varje dags försök inleddes med kalibrering av våghöjd, läges- och kraftsignal. Därefter valdes önskad massa och dämpning på bojen. Våggeneratorns hydraulaggregat startades och samplingsintervall och samplingstid valdes i datorns mätprogram. Remsläsaren med pappersremsan startades.

Amplitud vreds sedan upp på styrenheten och när vågrörelsen och bojrörelsen bedömdes vara fullt utbildade startades mätcykeln vid ett märke på remsan.

Massan ändrades genom att ställa olika vikter på bojens översida. Dämpningen valdes och inställdes på en potentiometer på dämputrustningen utifrån ett tidigare uppmätt kalibreringsdiagram.

Mätserier

Försöksserier har som nämnts i kap.5 gjorts med två olika spektrum. Varje spektrum har testats med 3-12 olika dämpningar i intervallet 5-30 Ns/m och med 7-13 olika massor på bojen i intervallet 4-16 kg. Totalt har verkningsgraden bestämts i 118 punkter för de två spektrumen G0 och G4.

7. UTVÄRDERING

7.1 Insamling av mätdata

Vid insamling och bearbetning av mätdata har en bordsdator Compucorp 625 Mark II använts. Denna består av ett primärminne 64 kbytes, en bildskärm, en matrisskrivare, två diskettenheter för lagring av program och data, ett alfanumeriskt tangentbord och mjukvara bestående av bl.a. operativsystem, basic interpretator m.m.

För våra mätändamål har Scandiametric försett datorn med interface och programvara för mätinsamling på högst 16 kanaler med en samplingshastighet av högst 1 kanal/ms då färre än 12 kanaler används. Lägsta samplingshastighet är i programmet begränsat till 1 kanal/256 ms.

Parallellt med datainsamlingen registrerades signalerna på en skrivare, så att man skulle kunna avbryta försöket om något verkade konstigt. Varje registrering var 1.1 min lång, och intervallet mellan två mätningar valdes till 250 ms. Detta innebar att varje registrering innehöll 264 mätdata per signal. Två signaler registrerades simultant nämligen den från lägesgivaren och den från våghöjdsgivaren.

Registreringstiden 1.1 min har valts med tanke på att vågorna är genererade så att samma vågtåg återkommer med ett intervall på 32 s. Alltså upprepas tidsserierna två gånger under en registrering.

Samplingsintervallet 250 ms har valts så att antalet punkter i registreringen skall ligga strax över en heltalspotens om 2. Detta krävs nämligen av den efterföljande behandlingen. De insamlade mätvärdena lades efter varje registrering ut på en skiva och fanns där tillgängliga för vidare behandling.

7.2 Numerisk behandling av mätdata

De enligt föregående avsnitt insamlade mätvärdena behandlades i ett program, som gjorde en diskret fourier-transform på mätvärdena enligt FFT-metoden.

Då två signaler skall fouriertransformeras kan man antingen transformera var och en för sig och sedan behandla dessa vidare, eller kan man transformera båda signalerna tillsammans. Här har det senare alternativet valts eftersom det innebär en tidsbesparing med ca hälften, och tiden är en väsentlig faktor då det tar ca 35 min. för varje fouriertransformering.

De båda fouriertransformerade signalerna används sedan till att bilda amplitudresponsen. Denna är bildad som kvoten mellan bojspektrum och vågspektrum. Amplitudresponsen används sedan till att beräkna verkningsgradsspektrum och totalverkningsgrad.

7.3 Beräkningar

Alla beräkningar har utförts i frekvensplanet. Genom att fouriertransformera en signal i tidsplanet fås en representation av signalen i frekvensplanet. Jfr. kap. 3.2. Teoretiskt innehåller frekvensplansrepresentationen samma information som tidsplansrepresentationen men i praktiken går en del information förlorad eftersom man i regel kastar fasdelen och att signalen måste diskretiseras.

Fouriertransformering

Fouriertransformen definieras genom

$$\frac{1}{2\pi}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\,e^{-ikx}\,dx\; e^{ikt}\,dk = f(t) \qquad \ldots(7.1)$$

där den inre integralen kallas fouriertransformen av f(x).

Denna definition kan emellertid inte användas för beräkning i dator eftersom den gäller kontinuerliga funktioner. Man kan dessbättre definiera en diskret fouriertransform på ett liknande sätt som möjliggör behandling i dator. Denna transform definieras som

$$G\left(\frac{n}{NT}\right) = \sum_{k=0}^{N-1} g(kT)\,e^{-j2\pi nk/N} \qquad \ldots(7.2)$$

där

g = funktionen i tidsplanet

G = g:s diskreta fouriertransform

n = heltal som anger vilken punkt i frekvensled som avses

N = antalet punkter i diskreta tidsserien

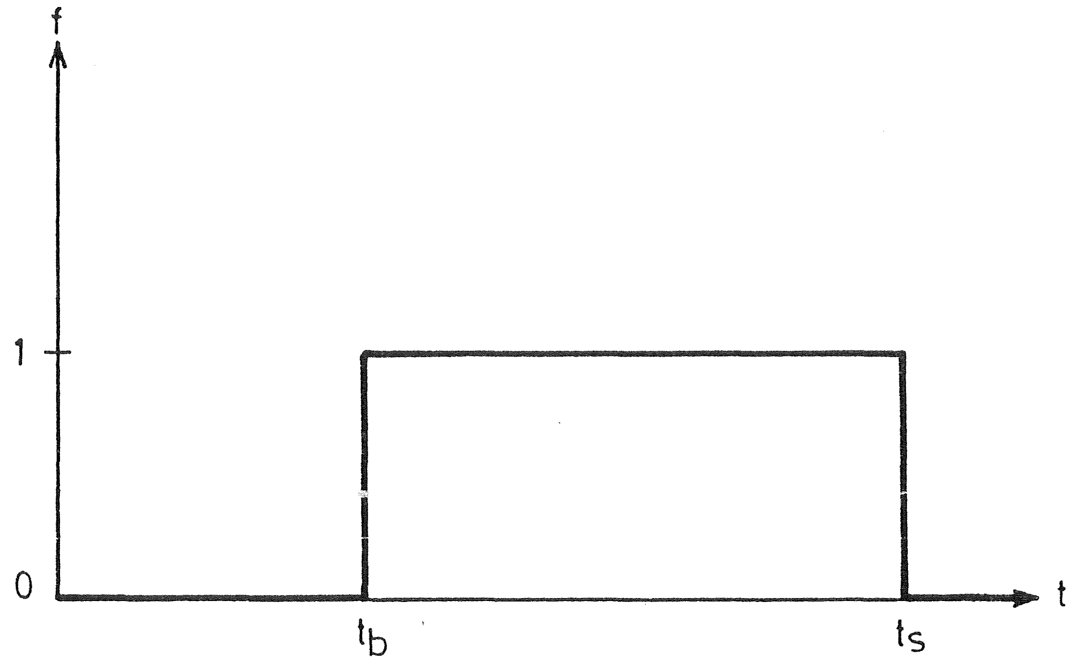
T = tidsintervallet mellan varje punkt i tidsserien

k = punkt nr i tidsserien

Genom att dessutom utnyttja symmetriegenskaper hos exponentialfunktionen fås det som vanligen kallas FFT (fast fouriertransform). Detta gör det möjligt att fouriertransformera signalerna med hjälp av en mikrodator av den typ som används i dessa beräkningar. En direkt diskret fouriertransformering är många gånger mer tidskrävande än FFT.

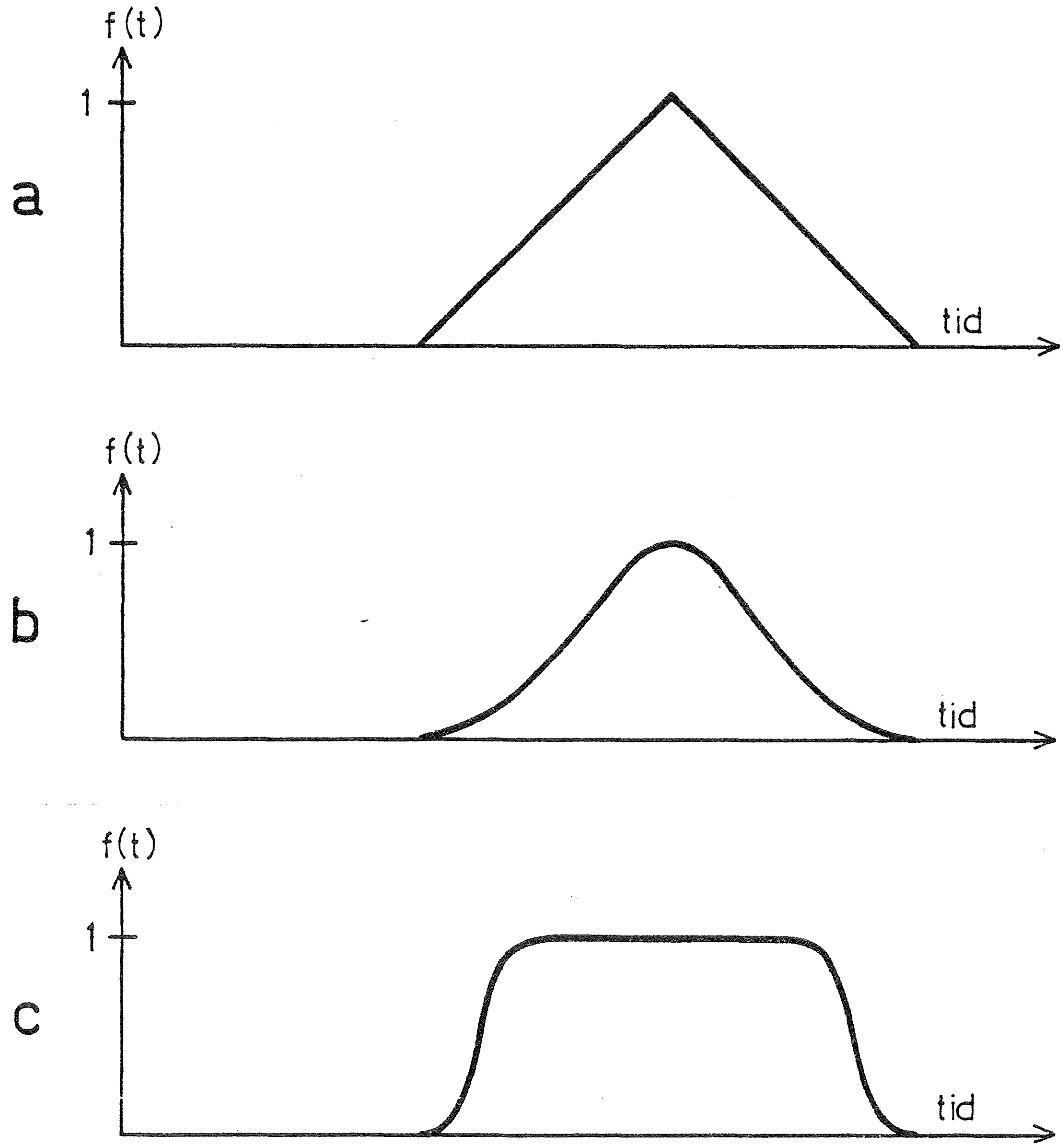
Fönsterfunktionen

Innan signalerna kan fouriertransformeras mha den ovan angivna formeln bör man på något sätt runda av "ändarna" på tidsfunktionen. Tidsfunktionen är i praktiken mycket lång. För att kunna använda den måste ett litet intervall väljas ut. Om man tvärt klipper av tidsfunktionen i början och i slutet av intervallet kan detta ses som att tidsfunktionen multipliceras med en fönsterfunktion med utseendet enligt figur 7.1.

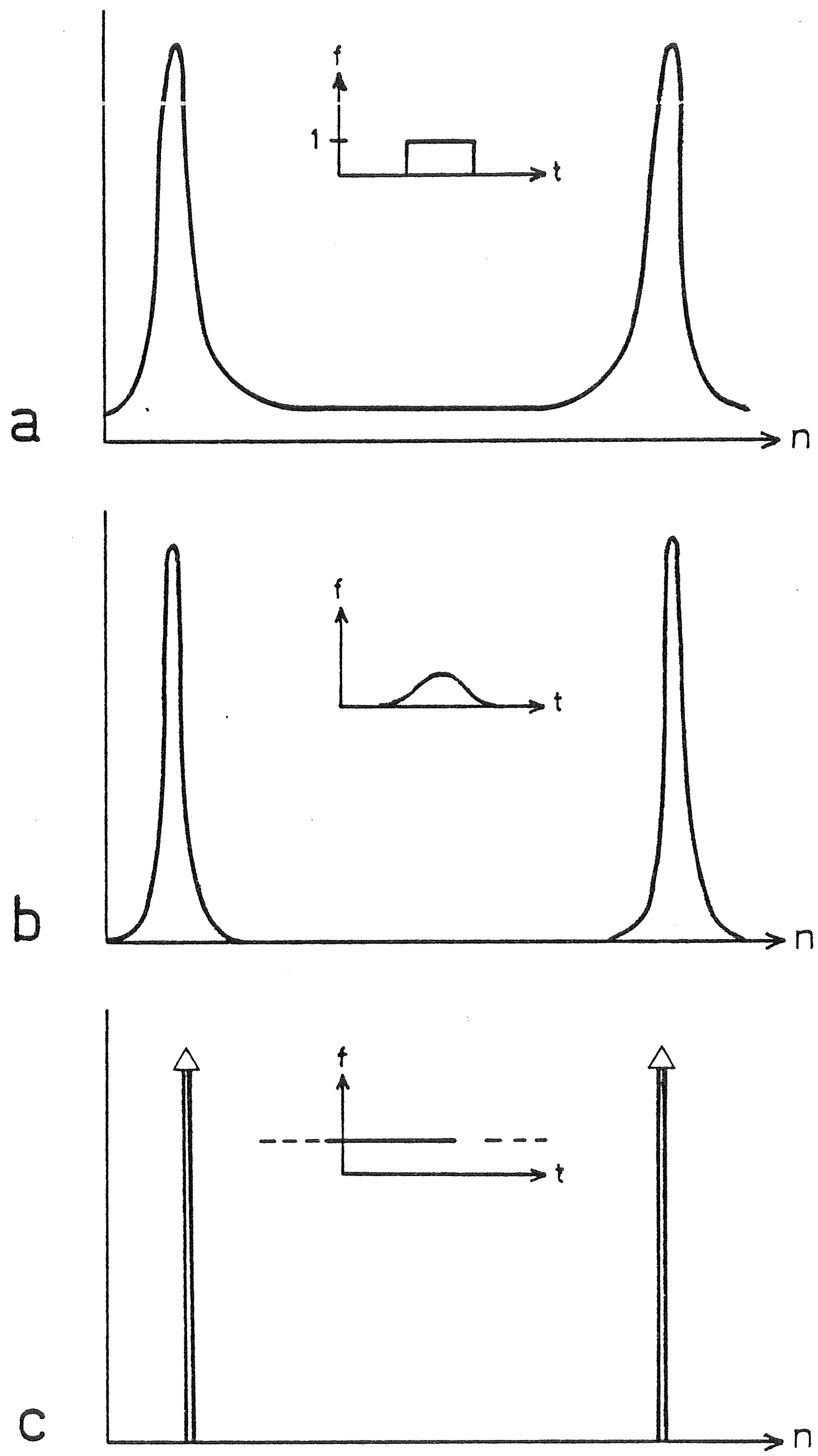


Figur 7.1 Tänkt fönsterfunktion för tvärt avklippt tidsserie.

Diskontinuiteterna i början och slutet av fönsterfunktionen ger upphov till att varje punkt som fouriertransformeras "läcker" ut litet till intilliggande punkter i frekvensplanet. Därmed fås ett fel i varje punkt i frekvensplanet. Detta fel kan emellertid minskas genom att välja bättre fönsterfunktioner, men kan ej helt elimineras. Figur 7.2 visar några fönsterfunktioner som ger ett mindre fel än det i figur 7.1.



Figur 7.2 Exempel på fönsterfunktioner som är bättre än den i figur 7.1.



Figur 7.3 Diskreta fouriertransformer av funktionen cos(kt) som funktion av den diskreta frekvensen n , där olika fönsterfunktioner använts.

Vid beräkningarna har funktionen enligt figur 7.2b använts. Den ges av

$$f(t) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2} \cos 2\pi \left(\frac{t-t_b}{t_s-t_b}\right)\right. \qquad \ldots(7.3)$$

där t_b är början av tidsregistreringen

t_s är slutet -"-

t är den aktuella tiden

I figur 7.3 a och b ses skillnaden mellan att använda fönsterfunktionen enligt figur 7.1 och figur 7.2b. Figur 7.3c ger det eftersträvade utseendet.

Amplitudrespons och verkningsgrad

Signalerna från lägesgivaren och våghöjdsgivaren fouriertransformeras enligt det beskrivna förfarandet. Med hjälp av de uträknade spektrumen bildas sedan amplitudresponsen Y (jfr ekv. (3.17)).

Amplitudresponsen ur de mätta spektrumen bildas genom

$$Y(\omega) = \frac{\widehat{X^*(\omega) \cdot Z(\omega)}}{\widehat{X^*(\omega) \cdot X(\omega)}} \qquad \ldots(7.4)$$

där X och Z är komplexa råspektrum av våg respektive läge. Taket anger glättning och * anger komplexkonjugering. Genom att använda kvoten (7.4) istället för den enklare kvoten $Y(\omega) = |\hat{Z}(\omega)/\hat{X}(\omega)|$ åstadkommes att brus som finns i den ena signalen men ej i den andra filtreras bort.

Den framtagna amplitudresponsen används sedan för att beräkna ett verkningsgradsspektrum genom formeln (3.26)

$$\eta(\omega) = b_1 \frac{\omega^3 Y^2(\omega)}{\rho g^2 r}$$

Med verkningsgradsspektrum kan sedan en totalverkningsgrad definieras som

$$\eta_{tot} = \frac{\int \eta(\omega) \frac{1}{\omega} S(\omega) d\omega}{\int \frac{1}{\omega} S(\omega) d\omega}$$

där $S(\omega)$ är vågenergispektrum.

Exempel på genomförd utvärdering

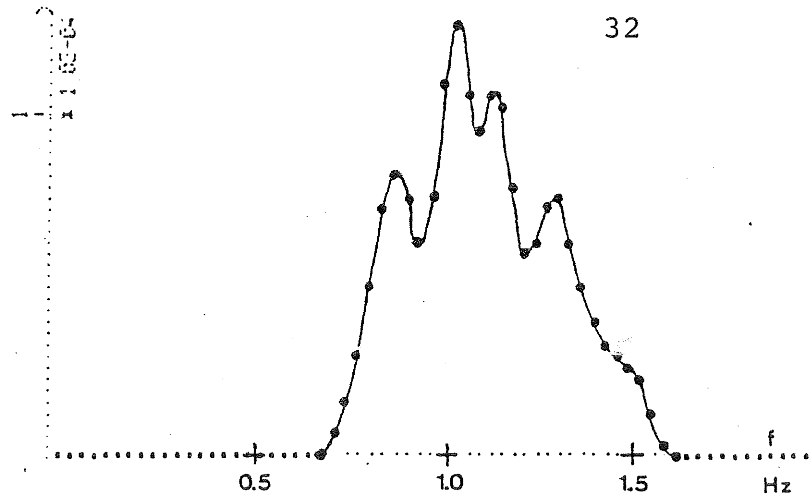
I figur 7.4 ges ett exempel på ett genomfört och automatiskt utvärderat försök. Diagrammen ger i ordning vågenergispektrum (m^2s), bojenergispektrum ($m^2 \cdot s$), amplitudrespons, verkningsgradsspektrum.

ANALYS AV ENERGIUPPTAGNING HOS BOJ I
TREDELBUNDNA VAAGOR   DAT 801029-2

KORNING REMSA 04 MASSA 10 KG
BOJBREDDEN= .3
EXT, DAEMP = 16

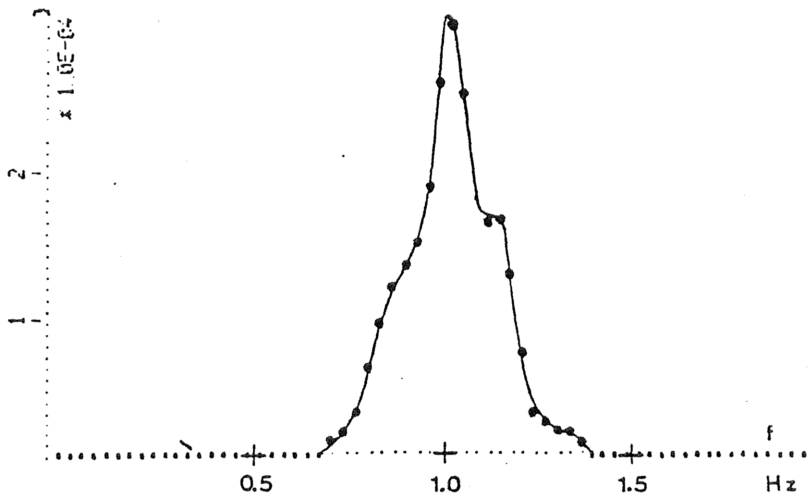
WAVE SPECTRUM

M-1= 5.160E-05
M0= 5.660E-05
M1= 6.405E-05
M2= 7.469E-05
M4= 1.106E-04
HS= 3.009E-02
.8705 < TZ < .8838 S
ε= .3296

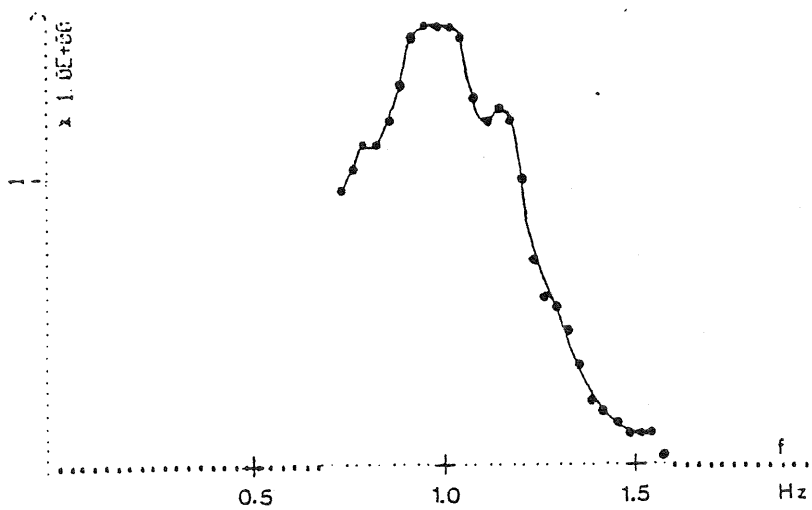


BUOY SPECTRUM

M-1= 7.476E-05
M0= 7.723E-05
M1= 8.096E-05
M2= 8.609E-05
M4= 1.015E-04
HS= 3.515E-02
.9472 < TZ < .954 S
ε= .2329



AMPLITUDE RESPONSE



EFFICIENCY

TOTAL VERKNINGSGRAD = .2708
UPPTAGEN EFFEKT = 3.210E-02

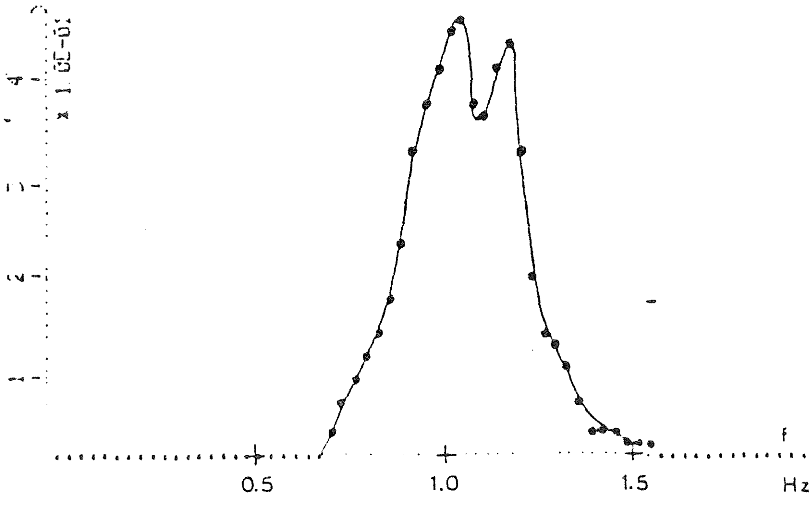


Fig. 7.4 Exempel på genomfört och automatiskt utvärderat försök.

8. FÖRSÖKSRESULTAT

8.1 Jämförelse av verkningsgraden hos boj med olika massa och dämpning som funktion av frekvensen. Spektrum G0

Jämförelsen visar som förväntat att verkningsgradskurvorna blir smalare och når högre toppvärde för ökande massa. Se fig. 8.1. Även totalverkningsgraden ökar med massan men för tyngre bojar än den redovisade 13.5 kilosbojen sjunker åter totalverkningsgraden. Toppvärdet på verkningsgraden för 13.5 kilosbojen nås vid frekvensen ≈ 1.0 Hz för 10-kilosbojen vid frekvensen ≈ 1,1 Hz och för 6.0-kilosbojen vid frekvensen 1.4 Hz.

Någon tydlig förändring av toppens läge i frekvensled kan inte konstateras för olika dämpning vilket framgår av fig. 8.2. Det som sker vid ökande dämpning är att verkningsgradskurvan flackas ut samtidigt som toppvärdet sjunker. Totalverkningsgraden ökar till ett maximum vid ca 20 Ns/m för samtliga massor för att sedan åter minska för ökande dämpning.

8.2 Jämförelse av verkningsgraden hos boj med olika massa som funktion av frekvensen vid konstant dämpning. Spektrum G4

Dämpning 5 Ns/m. Se figur 8.3a.

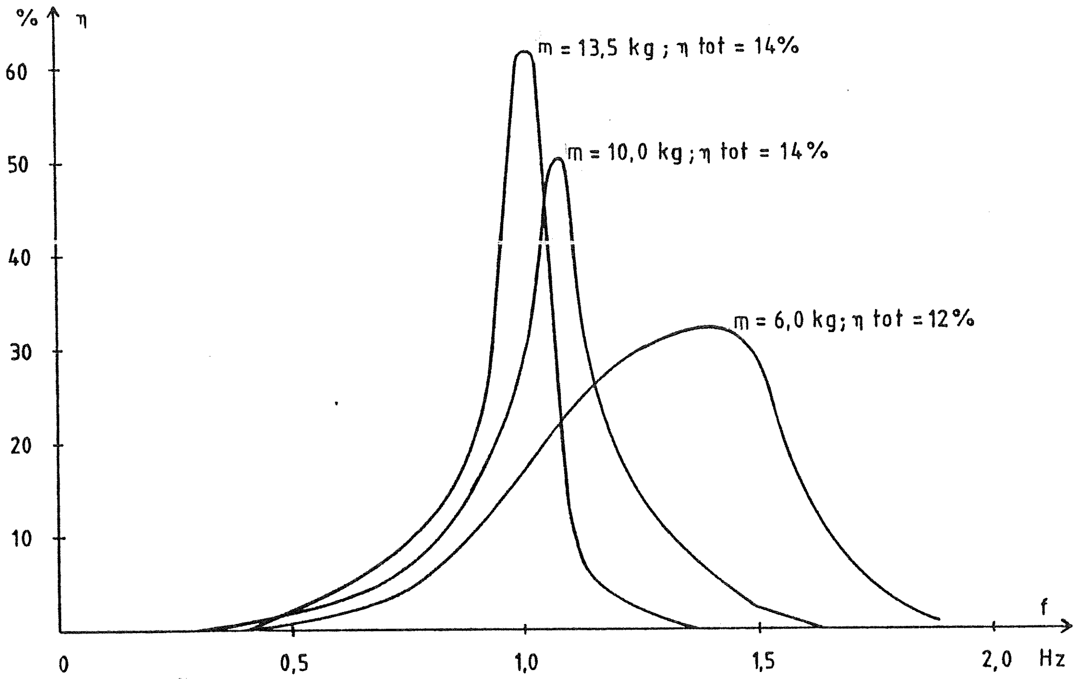
Denna låga dämpning ger som väntat en låg verkningsgrad både totalt och som toppvärde. För en vikt av 6 kg på bojen är toppvärdet vid frekvensen ≈ 1.3 Hz ca 20% och totalverkningsgraden ca 12%. Vid massan 10 kg når toppvärdet ca 35% vid frekvensen ca 1.05 Hz och totalverkningsgraden har ökat till ca 16%. Om bojens massa ökas till 14 kg sjunker toppvärdet till ca 32% samtidigt som en fortsatt förskjutning av toppens läge sker mot lägre frekvenser 0.95 Hz. Totalverkningsgraden sjunker ävenledes till ca 13%.

Dämpning 20 Ns/m. Se figur 8.3b.

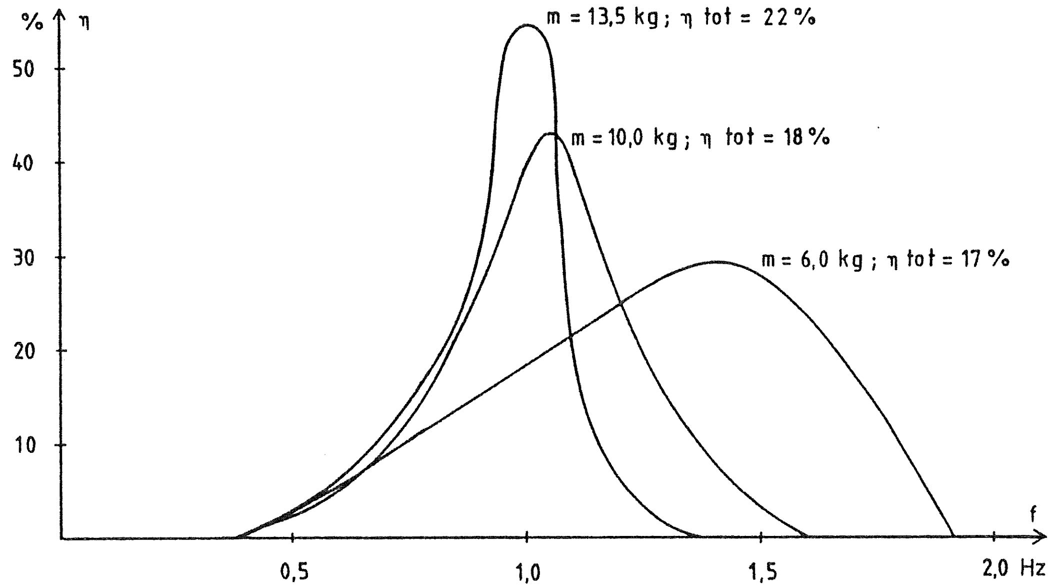
Denna dämpning är den optimala för de flesta vikterna på bojen. Endast för mycket tunga bojar (14 och 16 kg) har optimal dämpning förskjutits mot lägre dämpning (15 Ns/m) respektive för mycket lätta bojar (4 och 6 kg) där optimum förskjutits mot hårdare dämpning (25 Ns/m).

För en vikt av 6 kg fås en bred kurva med sin högsta verkningsgrad på ca 35% vid frekvensen ca 1.30 Hz. Vid massan 10 kg är total-

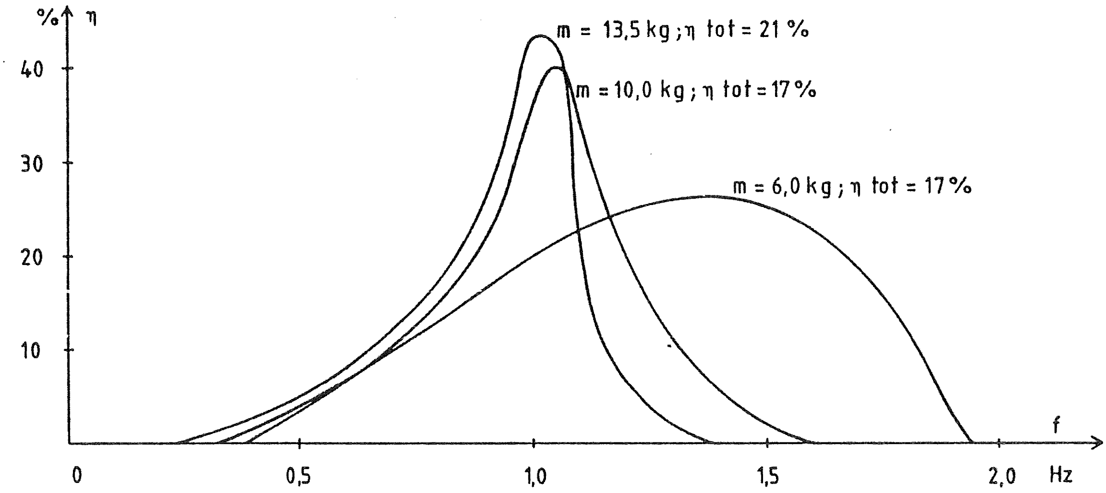
a) Dämpning b_1 = 10 Ns/m



b) Dämpning b_1 = 20 Ns/m

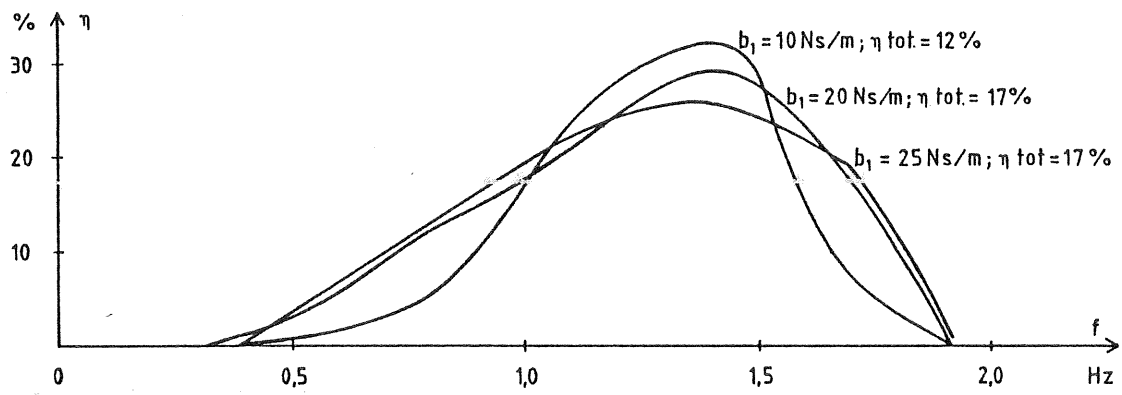


c) Dämpning b_1 = 25 Ns/m

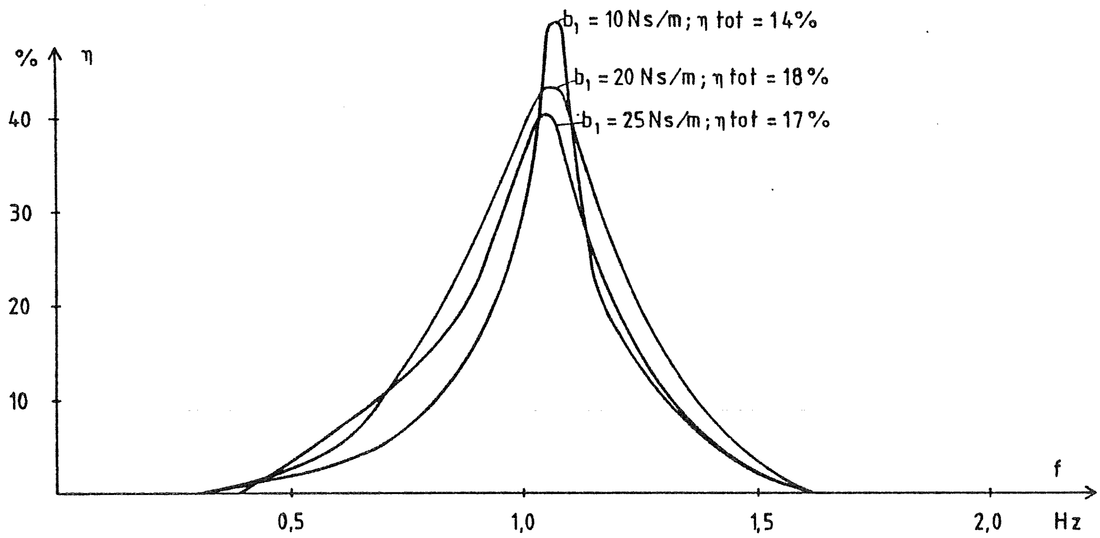


Figur 8.1 Verkningsgrad som funktion av frekvensen för olika massor och dämpning. Spektrum G0.

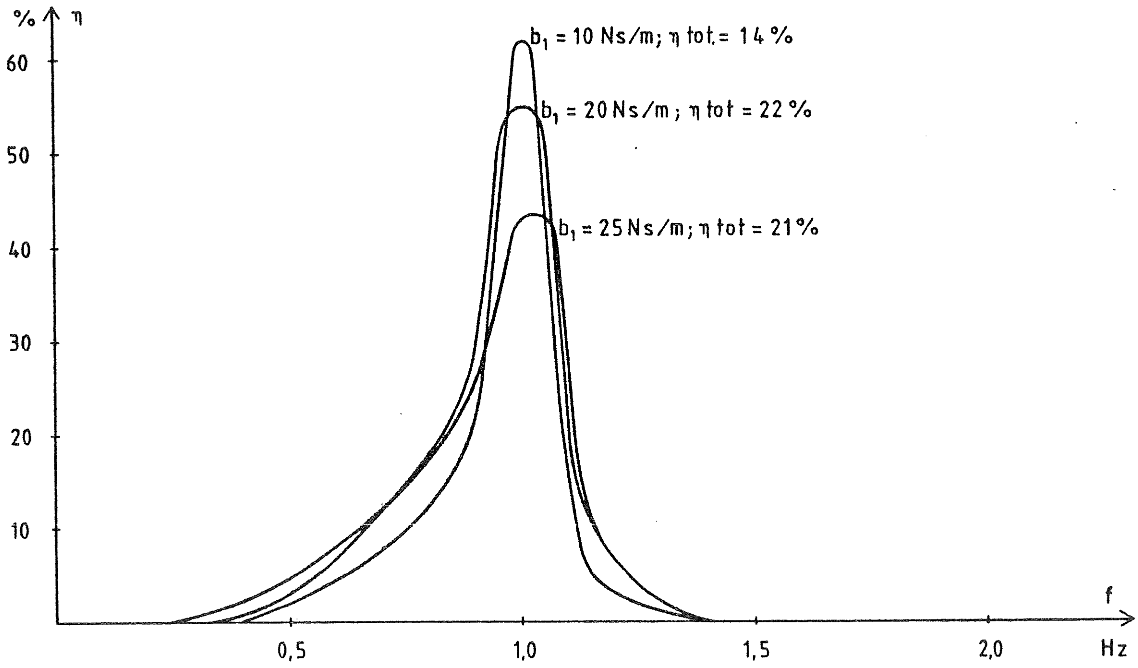
a) Massan m = 6 kg



b) Massan m = 10 kg

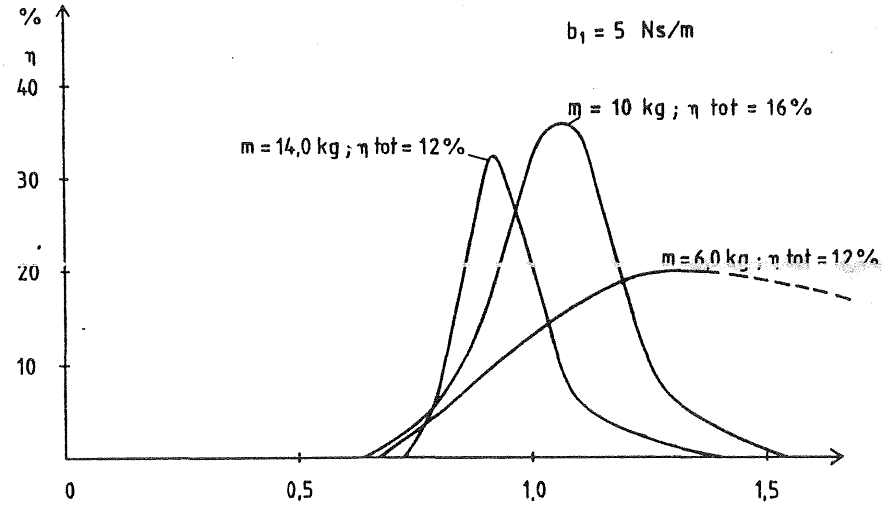


c) Massan m = 13.5 kg

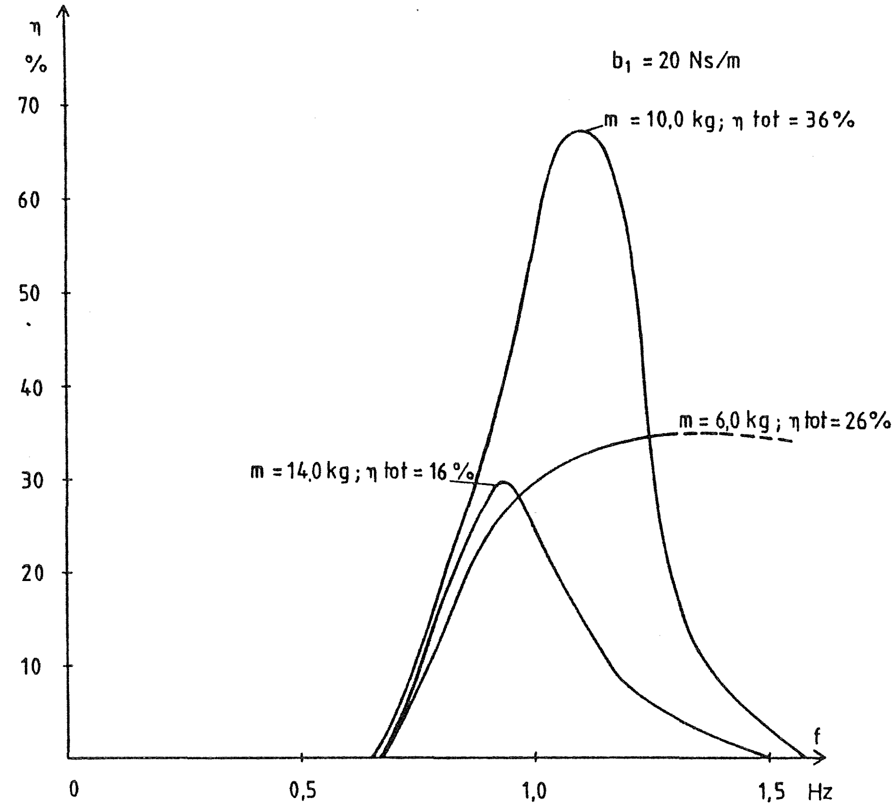


Figur 8.2 Verkningsgrad som funktion av frekvensen vid olika dämpning och massa. Spektrum G0.

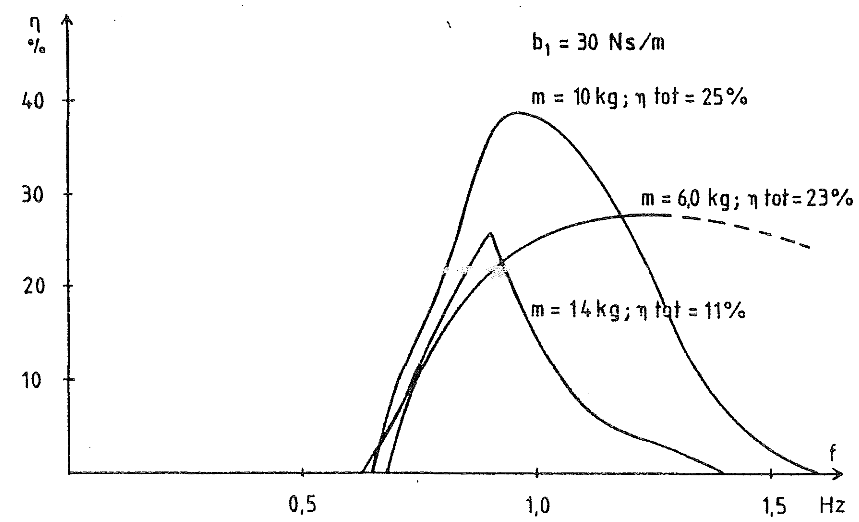
a) Dämpning b_1 = 5 Ns/m



b) Dämpning b_1 = 20 Ns/m



c) Dämpning b_1 = 30 Ns/m



Figur 8.3 Verkningsgraden som funktion av frekvensen för bojar med olika massa och dämpning. Spektrum G4.

verkningsgraden optimal för försöksserien (ca 36%) och toppen når 67% verkningsgrad vid frekvensen ca 1.1 Hz.

Vid massan 14 kg sjunker totalverkningsgraden kraftigt till ca 16% vid denna dämpning. Toppen når ca 30% vid frekvensen 0.95 Hz.

Dämpning 30 Ns/m. Se figur 8.3c

Vid denna hårda dämpning verkar en tung boj ha mycket svårt att komma i svängning i vågor som inte ligger nära resonansfrekvensen varför totalverkningsgraden blir låg, ca 11%, och toppvärdet ca 25% vid frekvensen 0.90 Hz.

För vikten 10 kg blir totalverkningsgraden alltjämt relativt god ca 25% med toppvärdet ca 38% vid frekvensen ca 1.0 Hz.

För massan 6 kg blir verkningsgradskurvan mycket flack och bred. Totalverkningsgraden blir hög (ca 23%) trots att toppvärdet som mest når ca 27% vid frekvensen 1.2 Hz. En viss osäkerhet råder beträffande totala verkningsgraden för denna låga vikt, eftersom verkningsgradskurvan inte når nollnivån för de höga frekvenserna, utan har en verkningsgrad av upp till ca 20% i det område där inga vågor av högre frekvenser finns. Om vågor av högre frekvens hade funnits i spektrum så skulle bojen ha kunnat ta upp delar av energin i dessa till skillnad från fallen med tyngre bojar, vilka når noll i verkningsgrad för frekvenser som finns representerade i spektrum.

8.3 Jämförelse av verkningsgraden hos boj med olika dämpning som funktion av frekvensen vid konstant massa. Spektrum G4.

Massa 8 kg. Se figur 8.4a.

Vid denna vikt på bojen och låg dämpning 5 Ns/m når verkningsgraden sitt toppvärde ca 30% vid frekvensen 1.18 Hz. Totalverkningsgraden är då ca 16%. Ökas dämpningen till 20 Ns/m stiger toppvärdet till ca 56% vid frekvensen 1.12 Hz. Totalverkningsgraden är då ca 33%. För ytterligare dämpning till 30 Ns/m sjunker åter toppvärdet till ca 35% vid frekvensen 0.97 Hz och totalverkningsgraden till ca 20%.

Massa 12 kg. Se figur 8.4b.

Vid låg dämpning 5 Ns/m når verkningsgraden ca 30% vid frekvensen ca 1.0 Hz och totalverkningsgraden är ca 14%. Vid dämpningen 20 Ns/m når verkningsgraden ca 58% vid frekvensen 0.95 Hz och totalverkningsgraden är ca 35%. När dämpningen ökas till 30 Ns/m sjunker verkningsgradstoppen till ca 40% vid frekvensen 0.9 Hz och totalverkningsgraden sjunker till ca 22%.

8.4 Jämförelse av resultaten från de två olika spektrum G0 och G4 samt resultaten från försöken i regelbundna vågor.

En jämförelse mellan försök med de två spektrumen G0 och G4 visar god överensstämmelse för verkningsgradskurvans läge i frekvensled. I jämförelse med de motsvarande försöken i regelbundna vågor (Grupprapport Gr:24) verkar frekvenstoppen ha förskjutits något mot lägre frekvenser. Förskjutningen i sidled är dock inte större än att den ryms inom felmarginalen med hänsyn till skillnaden i massa och anpassningen av kurvan till försökspunkterna.

För låg dämpning visar verkningsgradskurvorna god överensstämmelse såväl mellan försöken i regelbundna vågor som mellan dessa och försöken med spektrum G0 och G4. Se figur 8.5a. För något hårdare dämpning tenderar skillnaderna att bli större. Se figur 8.5b.

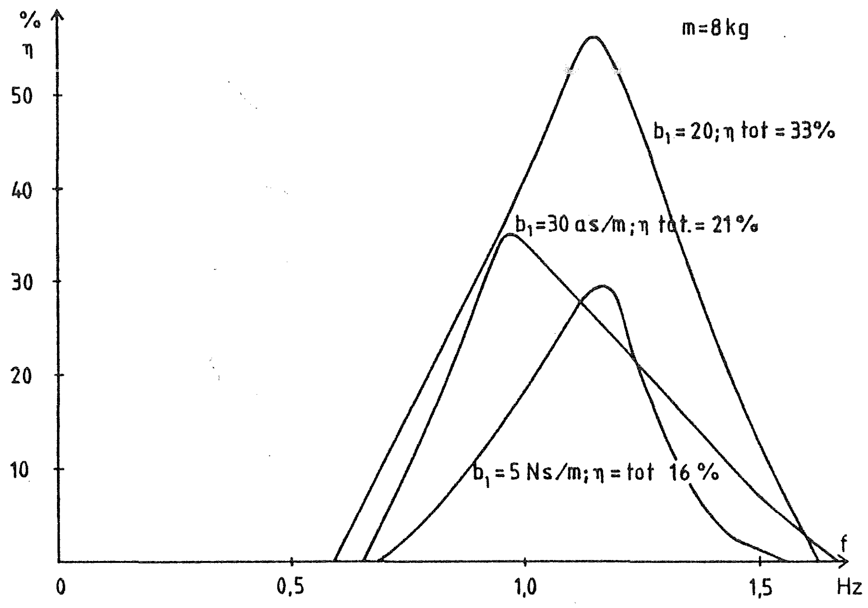
Vid optimal dämpning i de använda vågtågen (20 Ns/m) eller större dämpning är skillnaden mellan spektrum G0 och G4 påfallande. Se figur 8.6a och b. Försök i regelbundna vågor saknas för så stora dämpningar. För 20 Ns/m skiljer verkningsgradskurvorna både i bredd och höjd. För den hårda dämpningen 30 Ns/m är skillnaden i höjd inte så stor medan skillnaden i bredd är stor.

8.5 Totalverkningsgrad som funktion av massa och dämpning

Totalverkningsgraderna för bojar i försök med oregelbundna vågor är åskådliggjorda i figur 8.7 för spektrum G0 och i figur 8.8 för spektrum G4.

De använda försöken är representerade med en punkt som anger en viss kombination av massa och dämpning. I varje sådan punkt har en viss totalverkningsgrad uppmätts. I stället för att ange dessa har nivåkurvor interpolerats approximativt för några totalverkningsgrader.

a) Massan m = 8.0 kg



b) Massan m = 12.0 kg

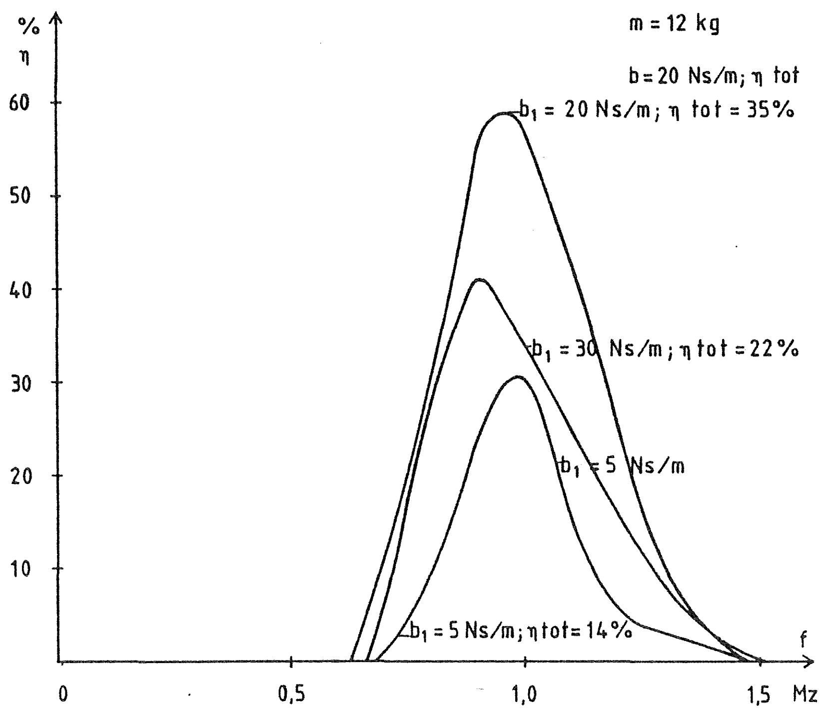
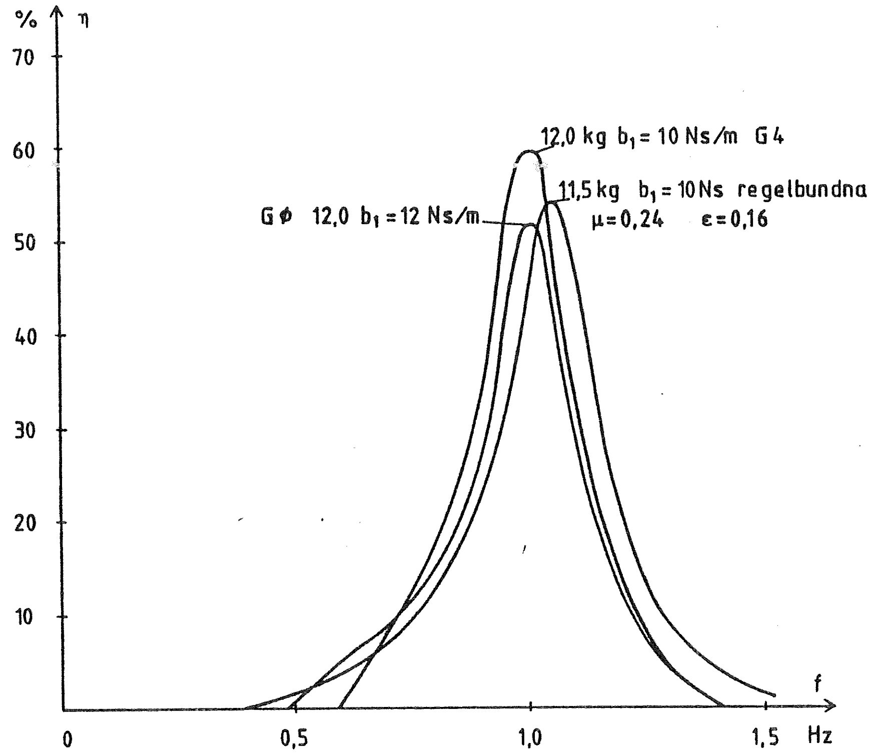
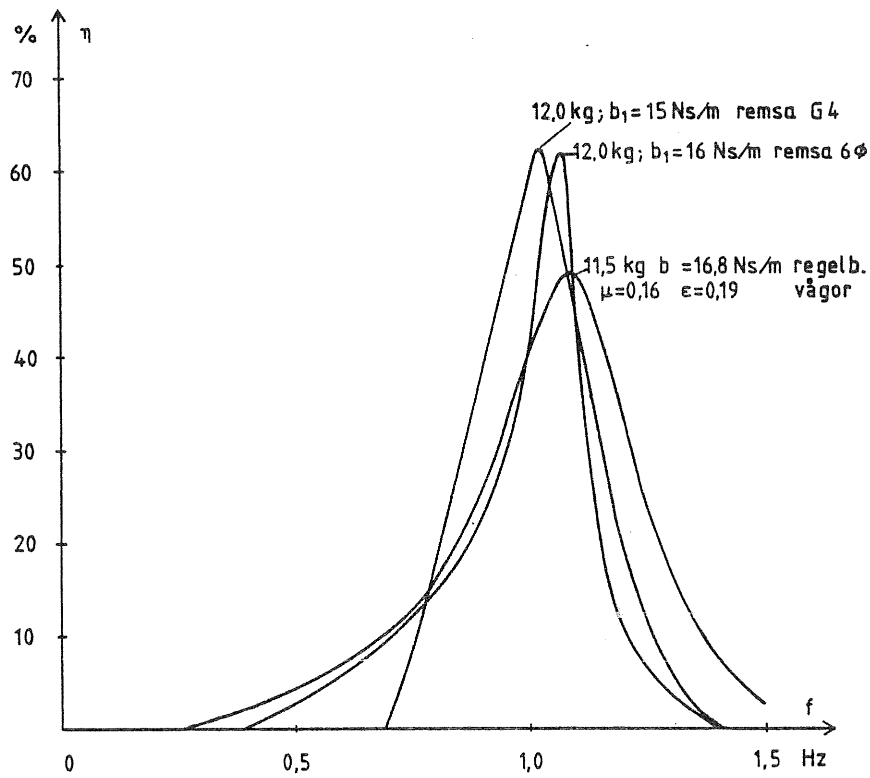


Fig. 8.4 Verkningsgraden som funktion av frekvensen för bojar med olika dämpning och massa. Spektrum G4.

a) Dämpning $b_1 \approx 10$ Ns/m

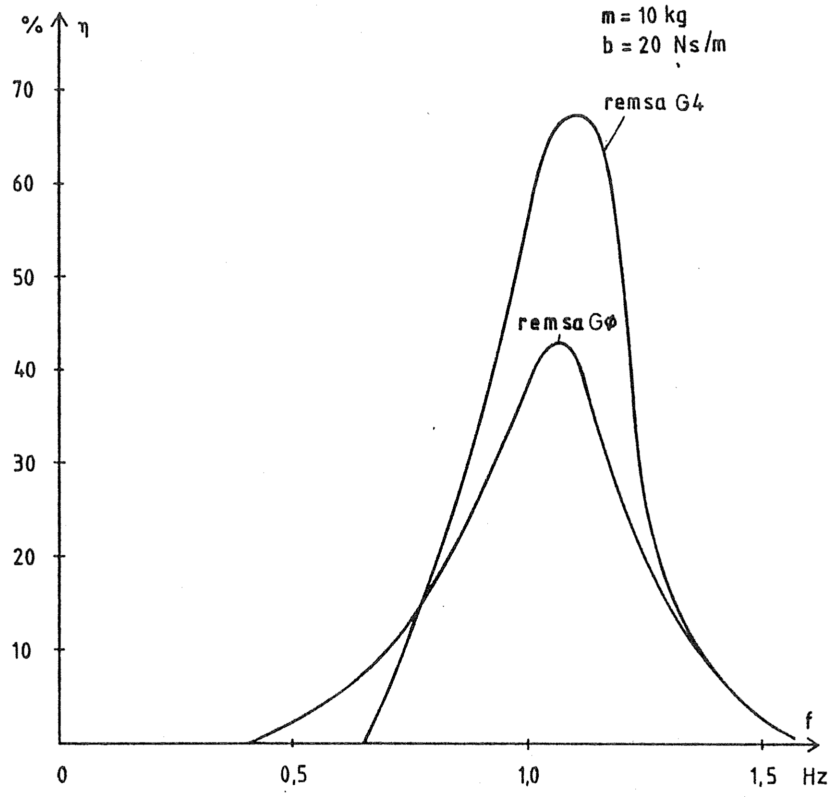


b) Dämpning $b_1 \approx 16$ Ns/m

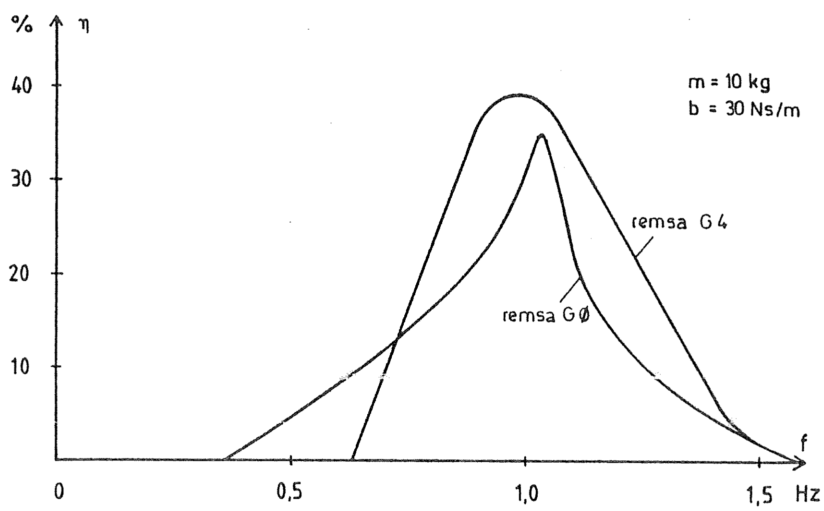


Figur 8.5 Verkningsgrad som funktion av frekvensen för ungefär samma massa och dämpning i regelbundna vågor med spektrumen G0 och G4. Massa ca 12 kg.

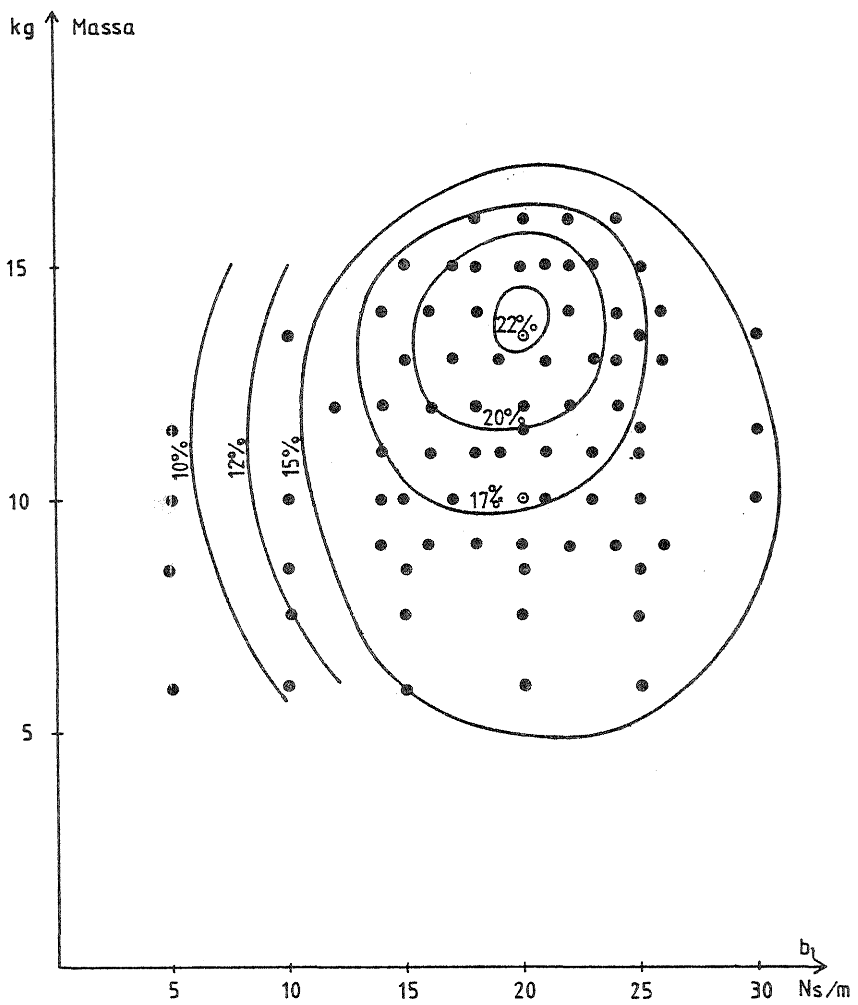
a) Dämpning h_1 = 20 Ns/m



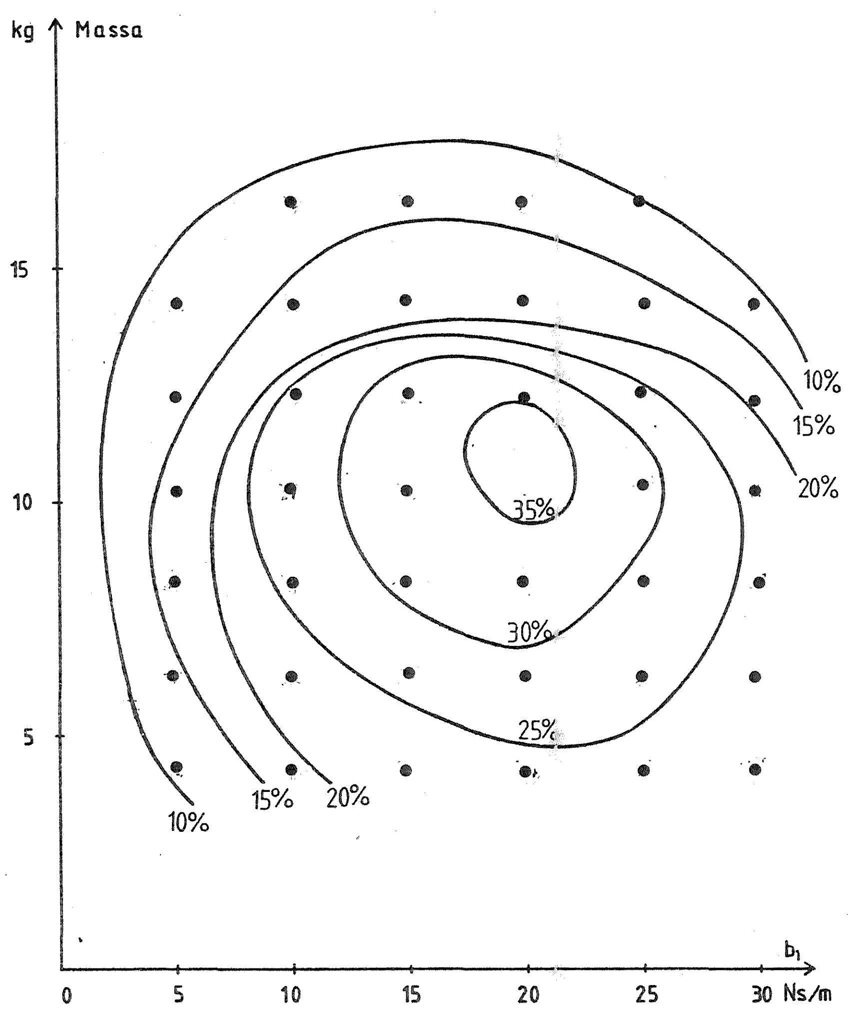
b) Dämpning b_1 = 30 Ns/m



Figur 8.6 Verkningsgrad som funktion av frekvensen för ungefär samma massa och dämpning i vågor med spektrumen G0 och G4.



Figur 8.7 Nivåkurvor för totalverkningsgraden som funktion av massa och dämpning vid spektrum G0.



Figur 8.8 Nivåkurvor för totalverkningsgraden som funktion av massa och dämpning vid spektrum G4.

Skillnaden i bojens förmåga att ta upp energi ur de två använda spektrumen beror på spektrumens form och placering på frekvensaxeln samt de begränsade möjligheterna att anpassa bojens verkningsgradskurva till de givna spektrumen genom att endast ändra massan och dämpningen. Bojens diameter har ju varit konstant.

Spektrum G0 är bredast av de två använda spektrumen med $\varepsilon = 0.5$ (se fig. 5.1 och 5.2) men innehåller ett smalt maximum inom det lägre frekvensområdet, där bojens diameter är dåligt anpassad. För att bättre kunna ta upp energi ur dessa låga frekvenser förskjuts bojens resonansfrekvens dit genom att öka dess massa. Därigenom ökar totalverkningsgraden för att enligt försöken vara bäst vid massan 14 kg och dämpningen 20 Ns/m. När massan växer ökar också bojens djupgående vilket är oförmånligt ur energiupptagningssynpunkt på grund av tryckvariationernas avtagande med djupet. Ett effektivare sätt hade varit att anpassa bojens diameter. Den stora bredden i spektrum G0 innebär att det även i det högfrekventa området finns energi som inte kan tas upp av bojen.

Placeringen av spektrum G4 i frekvensled är bättre anpassad till bojens diameter, varför totalverkningsgraden blir maximal för en lägre massa än för G0. Den bättre placeringen i frekvensled och det faktum att G4 är smalt $\varepsilon = 0.3$, gör att totalverkningsgraden blir högre, eftersom verkningsgraden härigenom är betydande inom hela vågspektrum.

Eftersom spektrum G4 är smalare än ett PM spektrum borde området för maximal totalverkningsgrad för ett PM-spektrum med samma toppfrekvens förskjutas mot lägre massa. Det är dock inte troligt att totalverkningsgraden skulle öka nämnvärt. Kostnadsmässigt är det dock fördelaktigt med mindre dimensioner hos bojen.

9. REFERENSER

Gruppraporter från Gruppen för Vågenergi
nr 5, 10, 11, 13, 14, 16, 24, 31 och 33

Brigham, E.O. (1973): The Fast Fourier Transform. Prentice Hall, Englewood, Cliffs. N.J.

Burcharth, H.F., Brorsen, M. (1978): On the design of gravity structures using wave spectra. Ålborg universitetscenter. Lab. for hydraulik og havnebygning. Bull.Nr. 13.

Byström, Clason, Linders och Sundvall (1979): Vågkraftverk för Gotland. Examensarbete vid inst. för vattenbyggnad, skeppshydromekanik och elektromaskinlära, Chalmers tekniska högskola.

Gran, Sverre (1977): Estimates of wave power at the coast of Norway.

Havelock, T. (1955): Waves Due to a Floating Sphere Making Periodic Heaving Oscillations. Proceedings of the Royal Society of London, A-231, 1-7.

Houmb, O.G., Overvik, T. (1976): Parameterization of wave spectra and long term joint distribution of wave height and period. BOSS 1976 Vol.I, Trondheim.

International Energy Agency (1977): Wave Data Workshop, Lincoln College, Oxford, Sept.1-2, 1977.

Johansson, Josefsson (1977): Datorprogram för simulering av en stokastisk process med givet spektrum. Examensarbete vid inst.f.skeppsbyggnadsteknik.

Kinsman, B. (1965): Wind Waves, their generation and propagation on the ocean surface. Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey.