

基于小波方法的平滑算法在引力透镜中的应用

杨毅彬^{1,2†} 李国亮³ Alessandro B. Romeo⁴

(1 中国科学技术大学天体物理中心 合肥 230026)

(2 中国科学院紫金山天文台 南京 210008)

(3 中国科学院上海天文台 上海 200030)

(4 Onsala Space Observatory, Chalmers University of Technology, SE-43992 Onsala, Sweden)

摘要 基于离散小波变换 (DWT) 方法, 提出了一种可用于计算三维数值模拟样本面密度的平滑算法. 为检验方法的有效性, 利用该算法研究了两组不同质量解析度的引力透镜数值模拟样本, 样本采用了暗物质晕的等温椭圆模型, 使用蒙特卡罗方法生成. 计算结果表明此算法能够在很高的精度上构建引力透镜模拟样本的面密度分布轮廓, 由面密度计算出来的透镜的临界曲线和焦散曲线也能较好地 and 理论曲线吻合, 结果是令人满意的. 同时比较了三组不同的小波基的计算结果, 包括 Daub4, Daub6 和 B-spline 3th, 给出了最优的选择. 在不损失平滑效果的同时, 此算法具有非常高的速度, 非常适合于处理以后更高精度的 N 体数值模拟.

关键词 物理数据与过程: 引力透镜; 方法: 数值

中图分类号: P 134; **文献标识码:** A

1 引言

近些年来, 随着观测手段的提高, 引力透镜已经成为了研究星系和宇宙学的重要工具. 引力透镜的优势在于我们可以通过它来直接获取宇宙中物质分布的信息. 它被广泛的应用在天文研究的很多领域之中. 引力透镜是探测宇宙中暗物质分布的重要手段^[1,2]. 可以用来测量星系及星系团的质量分布^[3,4], 以及获取宇宙大尺度结构的统计信息来限定宇宙学参数^[5,6], 它还可以用于研究等级成团理论中的子结构问题^[7-10].

宇宙中的引力透镜具有比各种理论的物质分布模型复杂得多的机制, 比如复杂的非对称性, 子结构等. 所以 N 体数值模拟是准确研究真实的引力透镜性质的最好途径. 当我们用 N 体数值模拟来研究引力透镜的时候, 被模拟的透镜是由盒子里面的离散粒子所构成的, 所对应的则是现实空间中的光滑的质量分布. 如果要研究数值模拟产生的透镜的属性, 在薄透镜近似下, 我们首先应该由模拟的三维密度场得到透镜平面上的投影面

2007-11-05 收到原稿, 2008-02-20 收到修改稿

† ybyang@mail.ustc.edu.cn

密度场, 然后才能得到诸如透镜势, 偏转角, 像的放大率等性质. 因此一个能够精确的构建透镜面密度的平滑算法在引力透镜的研究中是非常重要的.

已经有很多不同的平滑算法在引力透镜的研究中使用. 包括常见的 Cloud-in-cell(CIC) 格式^[11], Triangular shaped clouds(TSC) 格式. 还有人应用了更复杂一些的平滑算法, 例如 Gaussian 内核函数^[12,13]; Smoothed Particle Hydrodynamics(SPH) 内核函数^[14,15]. 有的平滑算法使用了固定长度的平滑尺度, 例如 CIC, TSC 或者 Gaussian 内核函数. 对于这种内核函数, 我们很容易证明先将粒子投影到透镜平面然后再平滑算出面密度(我们简称二维平滑)和先算出三维体密度场然后再沿垂直于透镜面的视线积分投影得到面密度(我们简称三维平滑)得到的结果是一样的. 因此对于固定尺度的平滑算法, 我们只需采用二维平滑算出面密度, 这样比先计算三维体密度场计算速度要快得多. 还有一些算法使用的平滑尺度不是固定的, 而是自适应的, 例如 SPH 内核函数. 在高密度区粒子分布密集, 采用较短的平滑尺度, 在低密度区则采用较长的平滑尺度. 三维平滑相比二维平滑从理论上说可以去除一些投影噪声, 不过计算量却要大得多.

离散小波变换(DWT)从上个世纪90年代起便开始应用在宇宙学的统计研究之中了^[16-19]. 小波变换的主要优点在于它可以同时得到位置空间和波数空间的统计性质. 我们将在本文提出一种新的基于 DWT 方法的平滑算法, 并将其应用于计算引力透镜的面密度.

本文的结构如下: 第二部分将介绍平滑算法和我们所使用的去噪声程序. 然后在第三部分我们将用蒙特卡罗数值模拟样本来检验算法. 最后在第四部分给出结论.

2 算法

我们把算法分为两个部分来讨论. 首先简述对三维样本进行平滑的小波算法, 然后介绍去除噪声的算法.

2.1 小波平滑算法

为了简单起见, 我们讨论一维的情况. 给定了一个密度场 $\rho(x)$ ($0 < x < L$), 我们可以对其分解^[20]为

$$\rho(x) = \sum_{l=0}^{2^J-1} \epsilon_{J,l} \phi_{J,l}(x) + \sum_{j=J}^{\infty} \sum_{l=0}^{2^j-1} \tilde{\epsilon}_{j,l} \psi_{j,l}(x), \quad (1)$$

其中 $\epsilon_{J,l}$ 为尺度函数系数(简称 SFCs), $\phi_{J,l}(x)$ 为尺度函数. $\tilde{\epsilon}_{j,l}$ 为小波函数系数(简称 WFCs), $\psi_{j,l}(x)$ 为小波函数. J 和 j 是代表尺度的正整数, 对应的尺度为 $L/2^J$ 和 $L/2^j$. l 是代表位置的整数, 对应的空间范围是 $lL/2^j < x < (l+1)L/2^j$. 尺度函数可以由尺度函数的母函数 $\phi(x)$ 给出:

$$\phi_{J,l}(x) = \left(\frac{2^J}{L}\right)^{1/2} \phi(2^J x/L - l), \quad (2)$$

$\epsilon_{J,l}$ 可由下面的公式算出:

$$\epsilon_{J,l} = \int_0^L \rho(x) \phi_{J,l}(x) dx, \quad (3)$$

给定了粒子分布后, 我们可以将其写成下面的形式:

$$\rho(x) = \sum_{i=1}^{N_g} w_i \delta^D(x - x_i), \quad (4)$$

其中 N_g 是粒子的总个数, $\{x_i\}$ 是第 i 个粒子的位置, $0 < x_i < L$, w_i 是第 i 个粒子的权重, δ^D 是 Dirac- δ 函数. 粒子可以是实际观测到的星系, 也可以是数值模拟样本中的粒子. 将式 4 代入到式 1 和式 3 后我们可以得到:

$$\rho(x) = \rho^J x + \sum_{j=J}^{\infty} \sum_{l=0}^{2^j-1} \tilde{\epsilon}_{j,l}^g \psi_{j,l}(x), \quad (5)$$

其中 ρ^J 为:

$$\rho^J(x) = \sum_{l=0}^{2^J-1} \epsilon_{J,l} \phi_{J,l}(x), \quad (6)$$

SFC 系数 $\epsilon_{J,l}$ 为

$$\epsilon_{J,l} = \sum_{i=1}^{N_g} w_i \phi_{J,l}(x_i), \quad (7)$$

ρ^J 是 $\rho(x)$ 在尺度 J 下的平滑. 当 J 比较大的时候, $\rho^J(x)$ 就成为了 $\rho(x)$ 的很好的近似. 我们还可以得到

$$\sum_{l=0}^{2^j-1} \frac{L}{2^j} \epsilon_{j,l}^g = \sum_{i=1}^{N_g} w_i. \quad (8)$$

可以看出, 第 i 个粒子分配到第 l 个格点的质量为 $(L/2^j)w_i \phi_{J,l}(x_i)$. 尺度函数系数 SFCs 实际上是密度场 $\rho(x)$ 的一种质量分配.

应用此算法来计算引力透镜的面密度时步骤如下: 我们先将透镜的所有粒子垂直投影到给定的透镜平面得到一个二维点分布, 然后通过等式 7 来计算尺度函数系数 SFCs. 得到了 SFCs 后, 我们就可以用等式 5 来算出透镜平面上任意一点的面密度了.

2.2 去噪声算法

我们知道, 2 维平滑和 3 维平滑相比要带来一些多余的投影噪声. 我们可以利用小波方法来去除这些噪声. 小波方法是非常有效的去噪声工具, 已经被广泛的应用于数字信号和图像处理等领域. 在处理透镜平面的面密度时, 我们采用了 Romeo 等^[21,22] 人发展的一套小波方法来去除多余的噪声.

应用小波方法去噪的处理过程如下: 如果需要处理的数据包含泊松噪声 (例如数值模拟数据), 那么首先要做预处理. 包含泊松噪声的数据 Y_P 可以在 Anscombe^[23] 变换下转换为只包含高斯白噪声的数据 Y_G , 其标准方差 $\sigma_G = 1$:

$$Y_G = 2 \sqrt{Y_P + \frac{3}{8}}, \quad (9)$$

然后我们对预处理后的数据作快速小波变换. 快速小波变换有一个很重要的特性: 包含噪声的数据做完小波变换后, 数据的主体信息被包含到一些大的小波系数之中, 而噪声

的信息则被包含到许多很小的小波系数之中. 如果我们能够设定一个合适的阈值, 然后将所有小于此阈值的小波系数取为零, 然后再作小波变换的反变换, 我们就可以得到新的一组数据, 这组数据基本去除了原来的噪声.

因此, 在整个去噪声过程中很重要的一步就是选取一个合适的阈值来处理小波系数. 我们可以分为几种不同情况来处理.

阈值 T 正比于噪声的标准方差 σ , 比例系数 K 取决于数据的大小 N_d :

$$T = K(N_d)\sigma, \quad (10)$$

如果数据没有经过预处理, 不知道标准方差 (噪声以高斯白噪声为主), 那么可通过求部分小波系数 $D_i(N_d/2)$ 的中位数绝对偏差来估计出 σ :

$$\sigma \simeq \frac{1}{0.6745} MAD[D_i(N_d/2)], \quad (11)$$

如果噪声以泊松噪声为主, 那么经过了预处理之后其标准方差可估计为:

$$\sigma \simeq 1. \quad (12)$$

对于 $K(N_d)$, 一般有两种不同的估计方式. 第一种是:

$$K(N_d) = \sqrt{2 \ln N_d}, \quad (13)$$

这种估计方式去噪声效率较高, 但是可能会损失数据的原有信息, 因此不十分安全. 另一种估计方式为:

$$K(N_d) \simeq \begin{cases} 0 & \text{若 } N_d \leq 32 \\ 0.3936 + 0.1829 \log_2 N_d & \text{若 } N_d > 32 \end{cases}, \quad (14)$$

在处理数值模拟数据的时候, 我们通常选用后一种估计方式. 得到了阈值之后, 就可以对小波系数进行处理了, 我们可以有两种不同的处理方法. 一种是所谓的硬处理:

$$\bar{W}_i = \begin{cases} 0 & \text{若 } |W_i| \leq T \\ W_i & \text{若 } |W_i| > T \end{cases}, \quad (15)$$

其中 W_i 是小波系数, \bar{W}_i 是处理后的小波系数. 硬处理将小于阈值的小波系数取为零, 其余系数保持不变. 相对应的软处理则为:

$$\bar{W}_i = \begin{cases} 0 & \text{若 } |W_i| \leq T \\ \text{sign}(W_i)(|W_i| - T) & \text{若 } |W_i| > T \end{cases}. \quad (16)$$

软处理对于大于阈值 T 的小波系数也减去了一个 T . 对于数值模拟数据, 软处理会给去噪后数据带来一定的偏差, 所以通常选用硬处理.

处理完小波系数后, 我们对其作逆快速小波变换便得到了去除噪声后的数据. 当然如果数据原先经过了预处理, 那么此时也应该相应的作 Anscombe 反变换来恢复. 需要指出的是 Anscombe 变换会给数据带来一个偏差, 不过这个偏差可以解析的估计为:

$$\text{bias} \simeq -\frac{1}{4} \left(1 - \frac{1}{N_d}\right) \sigma^2. \quad (17)$$

所以我们只需对去除噪声后的数据整体减去这个偏差即可.

当对透镜模拟样本的粒子做完 DWT 分解后, 我们便得到了一个 SFCs 的矩阵. 我们应用本节中的小波去噪算法, 对此 SFCs 矩阵去除噪声. 因为 SFCs 矩阵包含了密度场的信息, 所以去除了 SFCs 的噪声便相当于对整个密度场去噪声. 然后用去除噪声后的 SFCs 矩阵便可以重构密度场.

3 数值检验

Kormann^[24] 和 Keeton 等^[25] 人提出的等温椭球模型是最常见的引力透镜模型. 它有解析形式的临界曲线 (critical curves) 和焦散曲线 (caustics). 我们将用它来检验平滑算法.

等温椭球的密度分布如下:

$$\rho = \frac{v_c^2}{4\pi G q_3} \frac{e}{\sin^{-1} e} \frac{1}{s^2 + x^2 + y^2 + z^2/q_3^2}, \quad (18)$$

其中 v_c 是晕的旋转速度, G 为引力常数, s 是椭球中心的核的半径, 三维椭球的 X, Y 轴是等长的, q_3 是短轴 Z 和等长轴的比值, 投影椭率为 $e = \sqrt{1 - q_3^2}$. 我们取 v_c 为 1500 km s^{-1} , $s = 20 \text{ kpc}$, and $q_3 = 0.5$.

我们用蒙特卡罗方法生成密度分布满足等式 18 的模拟样本. 取透镜所在的立方体盒子的边长为 4 Mpc . 透镜和源的红移分别取为 0.3 和 1.0, 投影方向沿长轴 Y 轴. 我们生成了两组不同质量解析度的模拟样本. 高质量解析度的样本包含 $N_p = 2 \times 10^6$ 个粒子, 每个粒子的质量为 $M_p = 4.375 \times 10^8 h^{-1} M_\odot$, 低质量解析度的样本包含 $N_p = 2 \times 10^5$ 个粒子, 每个粒子质量为 $M_p = 4.375 \times 10^9 h^{-1} M_\odot$. 哈勃常数的单位取为 $100 \text{ km s}^{-1} \text{ Mpc}^{-1}$.

我们用上节所介绍的算法来计算模拟样本的面密度 κ , 面密度的网格为 1024×1024 . 对每组样本, 我们分别使用了三组不同的小波基来计算, 包括 Daub4, Daub6 和 B-spline 3th. 然后我们用得到的面密度场来算出透镜的临界曲线和焦散曲线.

计算临界曲线和焦散曲线的步骤如下: 首先我们利用快速傅里叶变换算出密度场上各个格点的偏转势, 然后算出各个格点的放大率并得到从像平面到源平面的映射. 最后利用放大率的符号会在临界曲线两边发生变化这一判定准则来找出临界曲线及焦散曲线^[26].

图 1 是从低质量解析度样本算出的透镜面密度分布. 图上各个点表示在不同的椭圆半径间隔内的面密度平均值, 实线是根据等式 18 算出来得理论值. 相对误差画在了图的下方. 可以看出三组不同的小波基都能比较好的拟合理论曲线. 然而在距离中心比较近的区域, Daub4 小波基不能很好的重构面密度, 相对误差较大. 相反 B-spline 3th 和 Daub6 却能相对较好的重构这部分区域的面密度. 但是从整体看, B-spline 3th 小波基不如 Daub4 和 Daub6 的结果那么平滑. 因此总体来说 Daub6 小波基是最优选择. 需要指出的是这些结果都是经过小波方法去除了噪声的. 我们计算了一组没有经过小波方法去噪的面密度, 从中可以看出噪声的影响.

图 2 和图 1 的第一幅相同, 都是使用 Daub4 小波基计算的面密度, 但没有经过小波

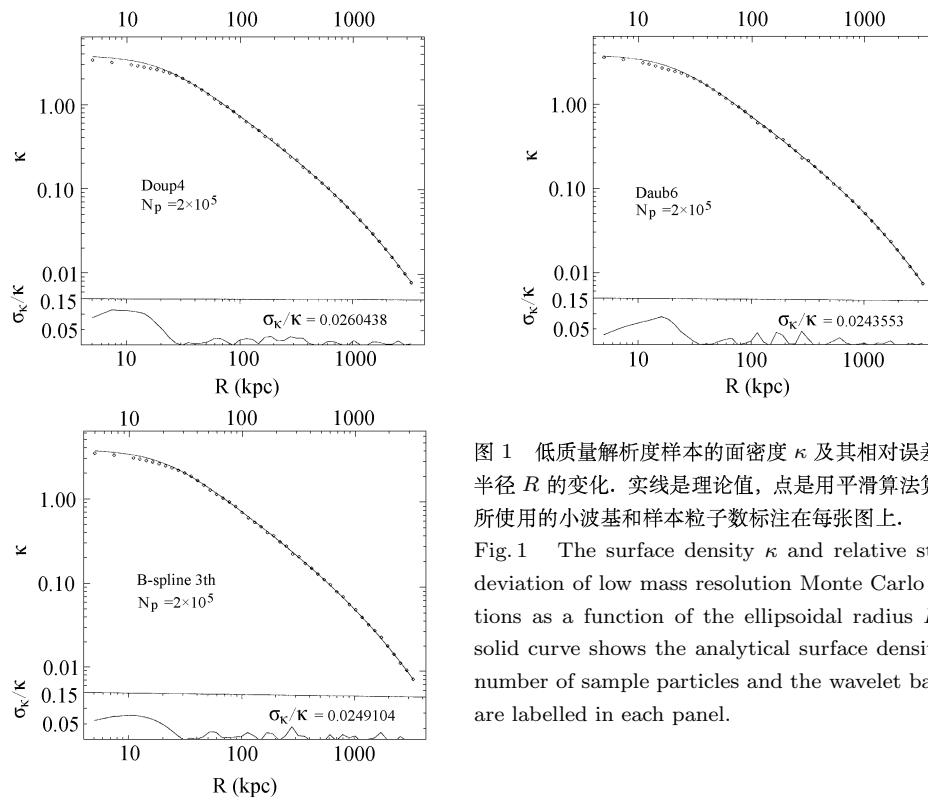


图 1 低质量解析度样本的面密度 κ 及其相对误差随椭圆半径 R 的变化. 实线是理论值, 点是用平滑算法算得的. 所使用的小波基和样本粒子数标注在每张图上.

Fig. 1 The surface density κ and relative standard deviation of low mass resolution Monte Carlo simulations as a function of the elliptical radius R . The solid curve shows the analytical surface density. The number of sample particles and the wavelet base used are labelled in each panel.

算法去噪声. 可以看出经过去噪声处理后, 噪声水平被去除了很多, 而且没有损失密度场的信息. 这说明我们这套小波去噪算法可以很有效的去除样本中的噪声.

图 3 是低质量解析度样本面密度算出的临界曲线和焦散曲线. 因为 Daub4 小波基不能很好的重构离中心较近区域的面密度, 算出的临界曲线和理论曲线有着较大的偏差, 临界曲线的内曲线误差尤其大一些. Daub6 和 B-spline 3th 小波基则能较好的符合理论曲线, 尤其是临界曲线的内曲线, 误差比 Daub4 要小得多.

对高质量解析度的蒙特卡罗样本, 我们也计算了其投影面密度和对应的临界曲线和焦散曲线, 结果在图 4 和图 5 中. 可以看出其投影面密度的相对误差要远远小于低质量解析度样本. 三组小波基算得的面密度相对误差值被控制在 2% 以下. 相应的临界曲线和焦散曲线结果也非常好, 三组不同的小波基算出的结果都能很好的和理论曲线符合. Daub6 小波基的结果比起另外两组小波基要略微平滑一些, 基本上和理论曲线完全吻合了.

作为对比, 我们在这里引用一组李国亮等人用 SPH3D 平滑算法算得的蒙特卡罗透镜样本的结果^[15]. 他们所使用的透镜模拟的参数和我们是一样的, 只不过粒子数略有不同, 粒子数为 1748982, 和我们所采用的高质量解析度样本的粒子数接近, 所以近似的可以做一个比较. 图 6 是他们算得的透镜面密度分布, 图 7 是所对应的临界曲线. 和我们的高质量解析度样本的结果相比, 他们的面密度误差要大不少, 而且从面密度算得的临界曲线也不如我们的结果光滑. 可见在 10^6 量级上我们的算法是有优势的.

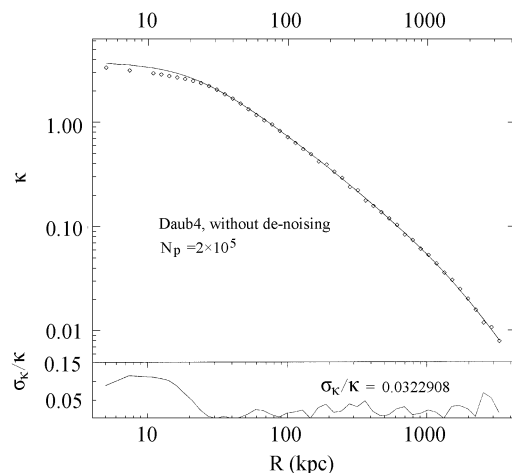


图 2 用 Daub4 小波基算得的低质量解析度样本的面密度 κ 及其相对误差随椭圆半径 R 的变化, 但没有经过去噪声处理

Fig. 2 Same as the first figure of Fig. 1, but without de-noising

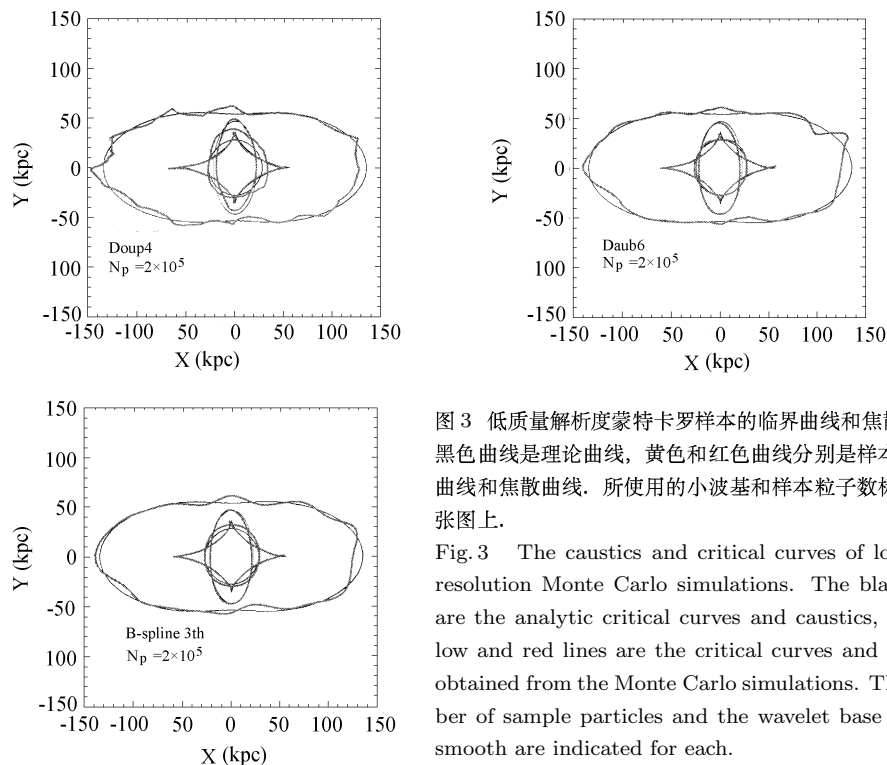


图 3 低质量解析度蒙特卡罗样本的临界曲线和焦散曲线. 黑色曲线是理论曲线, 黄色和红色曲线分别是样本的临界曲线和焦散曲线. 所使用的小波基和样本粒子数标注在每张图上.

Fig. 3 The caustics and critical curves of low mass resolution Monte Carlo simulations. The black lines are the analytic critical curves and caustics, the yellow and red lines are the critical curves and caustics obtained from the Monte Carlo simulations. The number of sample particles and the wavelet base used to smooth are indicated for each.

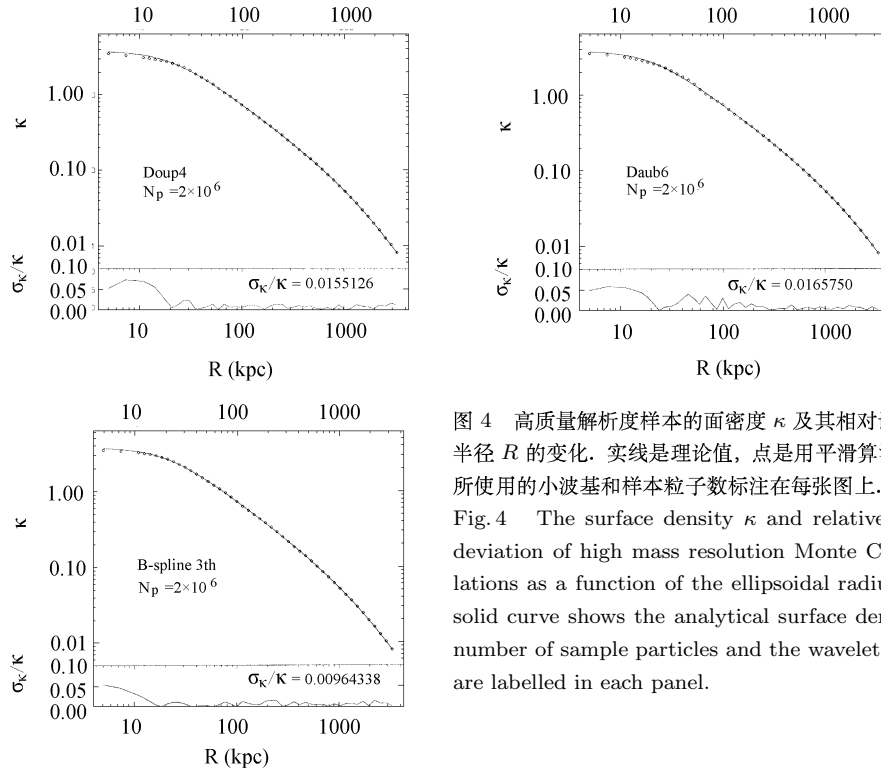


图 4 高质量解析度样本的面密度 κ 及其相对误差随椭圆半径 R 的变化. 实线是理论值, 点是用平滑算法算得的. 所使用的小波基和样本粒子数标注在每张图上.

Fig. 4 The surface density κ and relative standard deviation of high mass resolution Monte Carlo simulations as a function of the ellipsoidal radius R . The solid curve shows the analytical surface density. The number of sample particles and the wavelet base used are labelled in each panel.

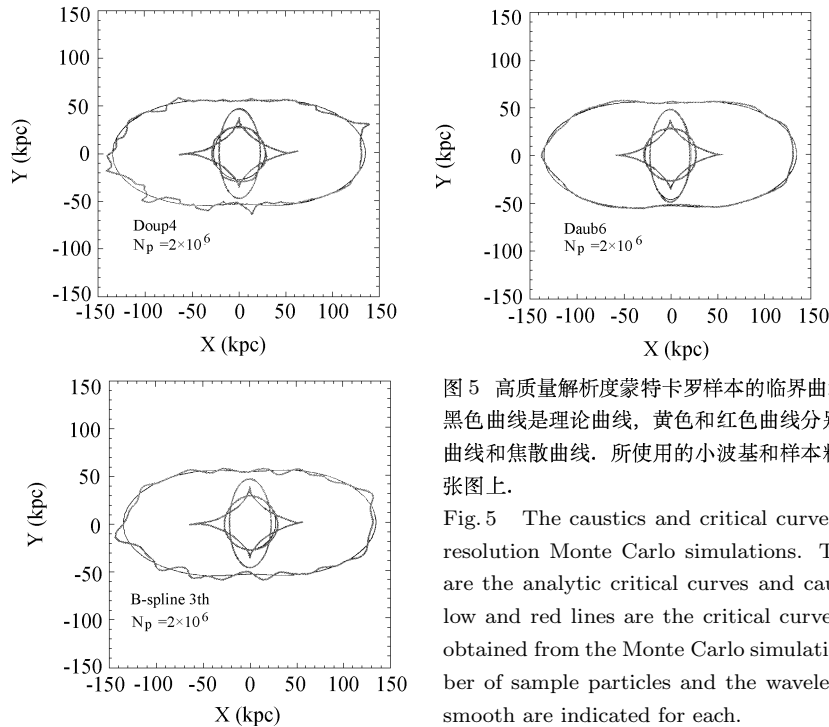


图 5 高质量解析度蒙特卡罗样本的临界曲线和焦散曲线. 黑色曲线是理论曲线, 黄色和红色曲线分别是样本的临界曲线和焦散曲线. 所使用的小波基和样本粒子数标注在每张图上.

Fig. 5 The caustics and critical curves of high mass resolution Monte Carlo simulations. The black lines are the analytic critical curves and caustics, the yellow and red lines are the critical curves and caustics obtained from the Monte Carlo simulations. The number of sample particles and the wavelet base used to smooth are indicated for each.

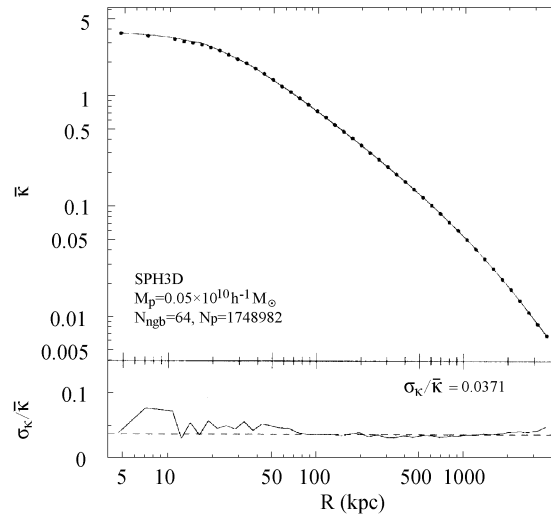


图 6 用 SPH3D 方法算得的面密度 κ 及其相对误差随椭圆半径 R 的变化^[15]. 实线是理论值, 点是用 SPH 平滑算法算得的. 样本粒子数标注在图上.

Fig. 6 The surface density κ and relative standard deviation of Monte Carlo simulations as a function of the ellipsoidal radius R . κ is computed by SPH3D method. The solid curve shows the analytical surface density.

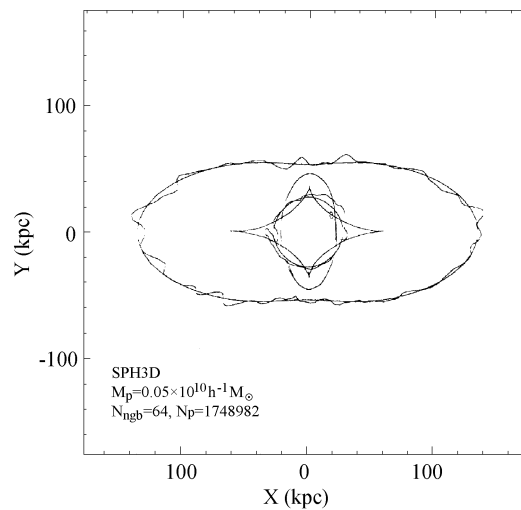


图 7 用 SPH3D 方法算得的面密度的临界曲线和焦散曲线^[15]. 蓝色和红色曲线分别是理论的临界曲线和焦散曲线. 黑色曲线是样本的临界曲线.

Fig. 7 The caustics and critical curves of κ computed by SPH3D method. The blue and red lines are the analytic critical curves and caustics, the black lines are the critical curves obtained from the Monte Carlo simulations.

总的来看, 当计算粒子数较多的透镜模拟样本时 (粒子数达到 10^5 或 10^6 量级), 我们的平滑算法能够相当好的重构透镜的面密度场. 但如果样本的粒子数比较少 (低于 10^5 量级), 算出来的面密度场还是有一定的误差. 然而随着目前计算机硬件的计算能力日益提高, 目前数值模拟研究所使用的粒子数也随之越来越大. N 体数值模拟研究引力透镜的样本粒子数普遍都在 10^5 或 10^6 量级甚至更高, 因此很适合此算法的应用.

需要指出的是用此平滑算法计算面密度的计算速度很快, 我们使用了 Intel 的 Itanium CPU 计算, 计算时间均小于 20 秒. 而李国亮等人的 SPH3D 算法则需要数分钟之久. 因此对于以后 10^8 乃至 10^9 粒子数量级的模拟, 我们的算法更具有优势.

4 结论

本文介绍了一种使用了 DWT 多尺度分析的平滑算法, 并将其应用在引力透镜研究中. 我们使用了用蒙特卡罗方法生成的等温椭球数值模拟样本来检验此算法. 我们生成了两组不同的质量解析度的样本, 计算结果表明该算法能够非常好的构建高质量解析度透镜样本的面密度场, 算得的面密度场相对误差控制在了非常低的水平上. 同时对低质量解析度样本也能较好的重构其面密度场. 我们同时比较了三组不同的小波基的计算效果, 包括 Daub4, Daub6 和 B-spline 3th 小波基, 计算结果表明 Daub6 小波基最优, 算得的面密度相对误差最小, 根据面密度算出的临界曲线和焦散曲线也优于另外两组小波基. 作为对比, 我们引用了一组李国亮等人用 SPH3D 方法算得的蒙特卡罗透镜样本面密度结果, 他们的样本粒子数和我们的高质量解析度样本接近, 但是算得的面密度相对误差要高于我们的结果, 算得的临界曲线也不如我们的结果光滑. 结果表明粒子数在 10^6 量级时我们的平滑算法是很有优越性的.

我们将应用此算法来研究 N 体模拟产生的透镜样本的性质, 相关的工作正在准备之中.

参 考 文 献

- 1 Massey R, Rhodes J., et al. Nat, 2007, 445: 286
- 2 Massey R, Rhodes J., et al. ApJS, 2007, 172: 239
- 3 Gray E, Taylor N. et al. ApJ, 2006, 568: 141
- 4 Gavazzi R, Mellier Y. et al. A&A, 2004, 422: 407
- 5 Contaldi R, Hoekstra H, Lweis A. Phys. Rev. Lett., 2003, 90: 1308
- 6 Pedersen K, Dahle H. ApJ, 2007 667: 26
- 7 Chiba M. ApJ, 2002, 565: 17
- 8 Dalal N, Kochanek C. ApJ, 2002, 572: 25
- 9 Metcalf R, Madau P. ApJ, 2001, 563: 9
- 10 Bradac M, Schneider P., et al. A&A, 2004, 423: 797
- 11 Amara A., et al. MNRAS, 2006, 367: 1367
- 12 Bartelmann M, Huss A, Colberg J M., et al. A&A, 1998, 330: 1
- 13 Bradac M., et al. A&A, 1998, 388: 373
- 14 Li G L, Mao S, Jing Y P., et al. ApJ, 2005, 635: 795
- 15 Li G L, Mao S, Jing Y P., et al. ApJ, 2006, 652: 43

- 16 Feng L L, Deng Z G, Fang L Z. ApJ, 2000, 530: 53
- 17 Feng L L, Fang L Z. ApJ, 2000, 535: 519
- 18 Feng L L, Pando J, Fang L Z. ApJ, 2001, 555: 74
- 19 Feng L L. ApJ, 2007, 658: 25
- 20 Fang L Z, Thews R. Wavelet in Physics (World Scientific, Singapore), 1998
- 21 Romeo A B, Horellou C, Bergh J. MNRAS, 2003, 342: 337
- 22 Romeo A B, Horellou C, Bergh J. MNRAS, 2004, 354: 1208
- 23 Anscomber F. Biometrika, 1948, 35: 246
- 24 Kormann R., et al. A&A, 1994, 284: 285
- 25 Keeton C, Kochanek C. ApJ, 1998, 495: 157
- 26 Bartelmann M. astro-ph/0304162

A New Smoothing Algorithm and its Application in Gravitational Lensing

YANG Yi-bin^{1,2} LI Guo-liang³ Alessandro B. Romeo⁴

(1 *Centre for Astrophysics, University of Science and Technology of China, Hefei 230026*)

(2 *Purple Mountain Observatory, Chinese Academy of Sciences, Nanjing 210008*)

(3 *Shanghai Astronomical Observatory, Chinese Academy of Sciences, Shanghai 200030*)

(4 *Onsala Space Observatory, Chalmers University of Technology,
SE-43992 Onsala, Sweden*)

ABSTRACT We develop a new smoothing algorithm for computing surface densities from 3D numerical simulation samples. This algorithm is based on DWT (discrete wavelet transform) method. We test the algorithm by applying it to two gravitational lensing simulation samples which are generated by monte-carlo method and have different mass resolution, the results show our algorithm can successfully reconstruct the surface density of lens. We also compute the critical curves and caustics of lens samples, the results show that they can fit the theoretic curves very well. We test three different wavelet bases and compare them, including Daub4, Daub6 and B-spline 3th. Our algorithm is very fast and is suitable for high resolution N-body simulations.

Key words Physical Data and Processes: Gravitational Lensing, Methods: Numerical