

# ELTEKNIK

Institutionen för Elteknik

**Chalmers Tekniska Högskola, Göteborg**



# Innehållsförteckning

|  |    |
|--|----|
| Innehållsförteckning .....   | 3  |
| 1 Inledning.....   | 6  |
| 2 Elkraftsystemet .....  | 7  |
| 2.1 Elnätet.....   | 7  |
| 2.1.1 Elnätets historia .....                                      | 7  |
| 2.1.2 Syftet med dagens elnät .....                                | 8  |
| 2.1.3 Elnätets uppbyggnad.....                                     | 9  |
| 2.2 Grunder.....   | 14 |
| 2.2.1 Växelström och visare .....                                  | 14 |
| 2.2.2 $j\omega$ -metoden och visardiagram .....                    | 15 |
| 2.2.3 Aktiv effekt och reaktiv effekt.....                         | 18 |
| 2.2.4 Referenser och tolkning av effekter.....                     | 20 |
| 2.2.5 Användning av visardiagram .....                             | 22 |
| 2.2.5 Trefassystem .....   | 24 |
| 2.2.6 Trefaseffekt.....  | 26 |
| 2.3 Elnätets funktion och styrning.....                            | 29 |
| 2.3.1 Spänningsfall och effektförluster.....                       | 29 |
| 2.3.2 Effektöverföring på långa ledningar .....                    | 33 |
| 2.3.3 Ekvivalent modell för ett elnät .....                        | 37 |
| 2.3.4 Faskompensering .....  | 39 |
| 2.3.5 Frekvensen i ett elnät .....                                 | 44 |
| 2.3.6 Spänningen i ett elnät.....                                  | 49 |
| 2.4 Sveriges energiförsörjning och elförsörjning .....             | 51 |
| 2.4.1 Energiflödet i det svenska samhället .....                   | 51 |
| 2.4.2 Elproduktion och elkonsument i Sverige .....                 | 52 |
| 3. Komponenter i elkraftsystemet.....                              | 54 |
| 3.1 Transformatorn .....   | 54 |
| 3.1.1 Ideal transformator.....                                     | 54 |
| 3.1.2 Impedanstransformering .....                                 | 57 |
| 3.1.3 Icke ideal transformator .....                               | 60 |
| 3.1.4 Spänningsfallet och magnetiseringsströmmen.....              | 63 |
| 3.1.5 Effektförluster och verkningsgrad .....                      | 66 |
| 3.1.6 Transformatorns märkdata och parametervärden .....           | 67 |
| 3.1.7 Trefastransformatorer .....                                  | 70 |
| 3.1.8 Sparkopplad transformator .....                              | 75 |
| 3.1.9 Härledning av den sparkopplade transformatorns funktion..... | 77 |
| 3.1.10 Mättransformatorer .....                                    | 80 |
| 3.2 Parametrar för ledning och kabel.....                          | 81 |
| 3.3 Högspänd likströmsöverföring .....                             | 83 |

|   |     |
|---|-----|
| 4. Elektriska maskiner .....  | 85  |
| 4.1 Generellt om maskiner och drivsystem .....                                      | 86  |
| 4.2 Asynkronmaskinens uppbyggnad och funktionsätt.....                              | 87  |
| 4.2.1 Asynkronmaskinens mekaniska uppbyggnad .....                                  | 88  |
| 4.2.2 Roterande magnetfält som skapas av statorn .....                              | 90  |
| 4.2.3 Polpartalet och frekvensen bestämmer magnetfältets<br>rotationshastighet..... | 93  |
| 4.2.4 Inducerade rotorströmmar ger vridmoment .....                                 | 94  |
| 4.3 Elektrisk kretsmodell av asynkronmaskinen .....                                 | 96  |
| 4.3.1 Generellt kretsschema för asynkronmaskinen .....                              | 96  |
| 4.3.2 Schema för asynkronmaskin med stillastående rotor.....                        | 97  |
| 4.3.3 Eftersläpningens inverkan på stator-rotor transformeringen .....              | 98  |
| 4.3.4 Det kompletta ekvivalenta schemat .....                                       | 100 |
| 4.3.5 Momentkaraktäristiken härledd ur ekvivalenta schemat .....                    | 101 |
| 4.3.6 Märkdata .....  | 104 |
| 4.4 Direkt nätansluten drift av asynkronmaskinen .....                              | 105 |
| 4.4.1 Direktstart mot elnätet .....   | 105 |
| 4.4.2 Normaldrift .....   | 107 |
| 4.4.3 Nätpåverkan och inverkan från nätet .....                                     | 111 |
| 4.4.4 Asynkronmaskinen i generatordrift .....                                       | 115 |
| 4.5 Startmetoder för minskad nätpåverkan.....                                       | 116 |
| 4.5.1 Y $\Delta$ -start.....  | 116 |
| 4.5.2 Tyristorbaserad mjukstartare .....  | 117 |
| 4.5.3 Övriga startmetoder .....   | 118 |
| 4.6 Varvtalsreglerad drift.....   | 119 |
| 4.6.1 Matning med frekvensomriktare.....  | 119 |
| 4.6.2 Start med frekvensomriktare.....  | 126 |
| 4.6.3 Andra metoder för varvtalsreglering.....                                      | 126 |
| 4.7 Likströmsmaskinen.....  | 128 |
| 4.7.1 Separatmagnetiserad likströmsmaskin.....                                      | 130 |
| 4.7.2 Seriemagnetiserad likströmsmaskin .....                                       | 131 |
| 4.7.3 Användning av likströmsmaskiner .....   | 132 |
| 4.8 Andra typer av elektriska maskiner .....  | 132 |
| 4.8.1 Allströmsmotorn .....   | 132 |
| 4.8.2 Enfas asynkronmotorer .....   | 133 |
| 4.8.3 Synkrogeneratorn.....   | 134 |
| 5 Kraftelektronik .....   | 136 |
| 5.1 Inledning .....   | 136 |
| 5.2 Diodlikriktare .....  | 137 |
| 5.2.1 Dioden.....   | 137 |
| 5.2.2 Trefaslikriktarens funktion .....   | 138 |
| 5.2.3 Glättningsinduktansen .....   | 139 |
| 5.2.4 Fasströmmarna.....  | 143 |
| 5.2.5 Trefaslikriktarens likspänning .....  | 144 |
| 5.2.6 Enfaslikriktaren.....   | 145 |

|  |     |
|--|-----|
| 5.3 LS-omriktaren.....                               | 150 |
| 5.3.1 Transistorn .....                              | 150 |
| 5.3.2 Pulsbreddsmodulation (PWM) .....               | 151 |
| 5.3.3 Glättningskondensatorn .....                   | 152 |
| 5.3.4 LS-omriktaren som nedspänningsomriktare .....  | 154 |
| 5.3.5 LS-omriktaren som uppspänningsomriktare.....   | 155 |
| 5.3.6 4-kvadrant LS-omriktare.....                   | 160 |
| 5.4 Växelriktare .....                               | 160 |
| 5.4.1 En självkommuterad växelriktares funktion..... | 161 |
| 5.4.2 Användning av PWM omriktare.....               | 164 |
| 5.5 Övrigt.....                                      | 165 |
| <br>   |     |
| 6 Elsäkerhet .....                                   | 166 |
| 6.1 Elinstallation.....                              | 166 |
| 6.2 Säkringar.....                                   | 167 |
| 6.3 Lagar och förordningar .....                     | 168 |
| 6.4 Elolyckor och skydd .....                        | 169 |
| <br>   |     |
| 7 Register.....                                      | 172 |

## 1 Inledning

Elkraftteknik är något som alla elingenjörer kommer i kontakt med. Den handlar nämligen inte bara om att generera och distribuera el vid 50 Hz, utan den handlar om allt där el används som energibärare, till skillnad från då elen används som informationsbärare. Elkraftteknik är miljontals watt men också milliwatt. Elkraftteknik finns i kraftverk, tåg och processindustrier men också i satelliter, mobiltelefoner och pacemaker.

Els starka ställning beror på att den kan omvandlas till så många olika energiformer, i skepnad av bland annat kraft, rörelse, värme, radiovågor, mikrovågor, ljus och informationssignaler. Som energibärare har elen stora fördelar: den kan med hög säkerhet transporteras mycket långa sträckor med små förluster. Den kan till låg kostnad fördelas ut till många konsumenter. Tyvärr kan den inte lagras i stor mängd på något billigt sätt ännu vilket är en av dess få nackdelar.

Dessutom är elkraftteknik av central betydelse för styrning och reglering av i stort sett alla tekniska system och processer. Orsaken till det är att kraftelektronik gör att man kan styra elektriskt drivna system mycket snabbt och exakt jämfört med system drivna av andra energiformer. Mycket av dagens forskning inom elkraftteknik rör möjligheterna att styra tekniska system och processer med hjälp av el.

Elkrafttekniken är sedan några år tillbaka inne i en snabb utveckling. Det beror på kraftelektroniken som gör att elektriska system och komponenter kan konstrueras på helt nya sätt, med bättre prestanda, men även på allt bättre simulerings- och beräkningsmetoder och på tillgång till nya konstruktionsmaterial.

## 2 Elkraftsystemet

All el måste produceras i samma ögonblick som den konsumeras och den måste kunna fördelas till de konsumenter som för tillfället behöver den. Detta beror på att det inte finns något sätt att lagra energi i elektrisk form tillräckligt billigt. Stora elnät med många elkonsumenter är en förutsättning för att utjämna variationer i efterfrågan på el, och de ger möjlighet till att få reservkraft från andra delar av landet vid fel på ett kraftverk. Det gör även att elen kan produceras där det kan göras billigast och miljövänligast. Utan ett stort elnät skulle tillförlitligheten i elförsörjningen vara mycket lägre, priset på el skulle vara högre och möjligheterna till miljövänlig elproduktion skulle vara mindre.

I huvudsak kommer detta kapitel att behandla elnätets funktion och uppbyggnad, grunder för beräkningar på växelströmskretsar, styrning av elnät samt lite fakta om energiförsörjningen i Sverige. Grundläggande begrepp som aktiv och reaktiv effekt förklaras, enkla kretsar analyseras och metoder att styra effekt och spänning i ett elnät beskrivs.

### 2.1 Elnätet

#### 2.1.1 Elnätets historia

I elkraftens barndom, i slutet av 1800-talet, var det ofta industrier som själva skaffade sig kraftverk när de behövde elenergi. Det var logiskt att industrier som tidigare använde egna vattenhjul för att driva sina maskiner, nu själv producerade sin el med vattnet från samma damm. Elen från sådana kraftverk användes framför allt i industrin, men den distribuerades ibland även till de anställdas bostäder, som låg i närheten av fabriken. De fick tillgång till el endast då industrin inte behövde den. Den huvudsakliga användningen för elen i bostäder var för lampor.

I städerna växte det också fram små elnät. De användes till stor del för belysning, men de som hade råd kunde också köpa hushållsmaskiner som var eldrivna, såsom elspisar, strykjärn, dammsugare med mera. Med tiden växte distributionsnäten ut till att omfatta hela samhällen. Fortfarande var dock de flesta elnät relativt små och försörjdes bara av ett kraftverk. Under denna period fanns det inte någon riktig standard för hur el skulle genereras och olika nät kom att byggas med olika frekvens.

Teknik för att överföra elenergi över långa avstånd fanns inte till en början. De spänningar som man klarade av att använda var för låga för att kunna transportera el långa sträckor. Det fanns dock flera skäl till att utveckla teknik för långväga transport av elenergi. Vattenkraft finns bara att tillgå på vissa platser och vill man inte flytta all verksamhet till de platserna, så måste istället elenergin transporteras till industrin och konsumenterna.

Allt eftersom elens betydelse växte blev det allt viktigare med tillförlitlighet i leveransen av el. Genom att knyta ihop mindre elnät med varandra till allt större nät kunde många fördelar vinnas. Det är till exempel lättare att klara av fel på ett kraftverk, eller att tillgången på vatten i en kraftverksdamm var dålig, i ett större nät. Genom att koppla ihop olika typer av kraftverk så minskas risken för elbrist. Dessutom hade kraftverken tidigare behövt producera just den effekt som konsumerades lokalt. När det var en låg förbrukning användes bara en liten del av kraftverkets kapacitet vilket innebär dålig verkningsgrad, och hög kostnad. I ett större elnät kan kraftverkens belastning hållas hög och jämn, eftersom vissa kraftverk kan stängas av vid låglast. Redan 1920 kopplades Göteborgs och Stockholms elnät ihop med en ledning för 130 000 V spänning (130 kV).

Till en början var det främst i södra Sverige som vattenkraftverk byggdes. Några byggdes i norrlandsälvar, för att försörja den industri som fanns där. Dock var det först på 1950-talet man började bygga ut dessa norrlandsälvar i stor skala för att försörja även södra Sverige med el. I det skedet behövdes en stark utbyggnad av elnätet och Sveriges elkraftindustri blev en av de ledande i världen. Tekniken utvecklades och det blev allt billigare att överföra el långa sträckor. En förutsättning för denna utveckling var allt högre spänning på ledningarna. Just för att klara överföringen från Norrland till södra Sverige utvecklades 400 kV tekniken.

### **2.1.2 Syftet med dagens elnät**

Syftena med stora elnät är idag att höja tillförlitligheten i elleveransen, att kunna producera el där det är lämpligast och att kunna minska kostnaden för och miljöpåverkan av elproduktion. I elnät är det bra med en blandning av olika typer av kraftverk för att både kunna klara av snabb reglering och att samtidigt kunna producera den mesta elen till låg kostnad. Vattenkraftverk kan både producera till låg kostnad samtidigt som de kan reglera den producerade effekten snabbt, dock är ett elnät med bara vattenkraft känsligt om ett år blir mycket nederbördsfattigt. Kärnkraftverken får av säkerhetsskäl inte regleras snabbt och värmekraft används inte i Sverige för effektregering, eftersom vi har gott om vattenkraft och värmekraftverken kan inte köras optimalt om de skall användas för snabb reglering. Kärnkraft och värmekraft har också mycket långa starttider vilket gör att de bara kan användas när effektbehovet kan förutses. Därför används även gasturbinkraftverk. Gasturbiner har en låg investeringskostnad men producerar el till en hög kostnad. De har den fördelen att de kan startas och regleras mycket snabbt. Därför används de vanligen bara som reservkraft för extrema höglastsituationer och som snabb reservkraft om ett av de vanliga kraftverken måste kopplas ur på grund av akuta fel.

Stora elnät är, som vi sett ovan, bra på många sätt. Dock innebär de stora näten också tekniska utmaningar. Förlusterna i elöverföringen skall begränsas, men ett system utan förluster är samtidigt dåligt dämpat om det kommer i självsvängning. Senare i kapitlet skall vi se att långa



kraftledningar har stora likheter med fjädrar, och vid snabba effektändringar kan det uppkomma pendlingar mellan olika delar av ett elnät. På senare tid har det också visat sig att automatiska skyddsutrustningar i nätet ibland kan orsaka stora problem. Skydden gör visserligen sin uppgift, att skydda olika komponenter mot överlast, men det görs ibland på ett sätt som kan få felet att fortplanta sig till andra delar av elnätet. Om detta händer kan ett helt elnät kollapsa, på grund av bara ett mindre fel. Mycket forskning bedrivs nu på att ta fram sätt att skydda komponenter på ett intelligent sätt, som inte skall leda till problem för övriga systemet.

### **2.1.3 Elnätets uppbyggnad**

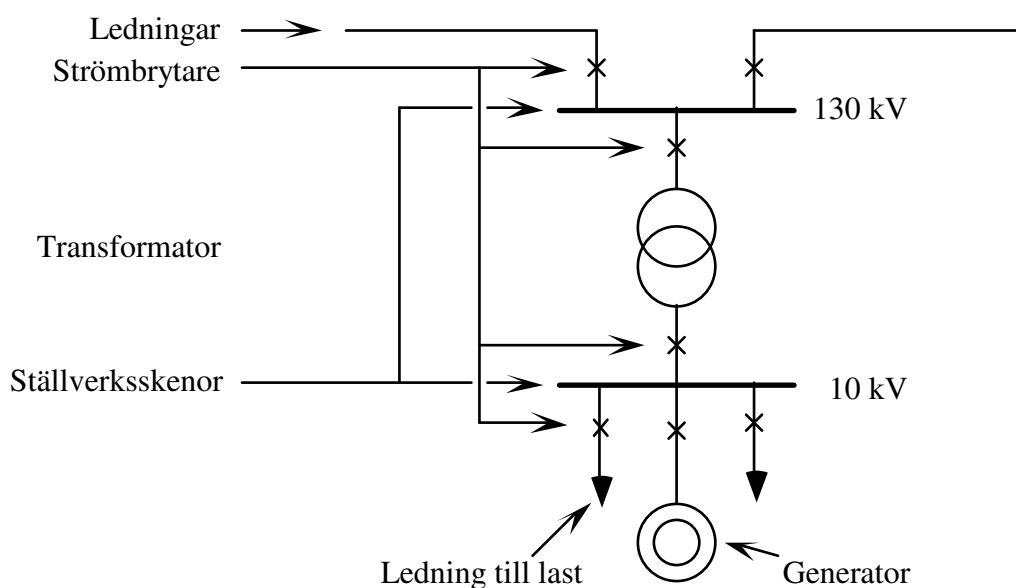
Varierande överföringsavstånd och varierande krav på överförd effekt leder till olika optimala överföringsspänningar. En viss given effekt kan överföras antingen med en viss ström vid låg spänning eller, om spänningen höjs, kan samma effekt föras över med lägre ström. Den optimala överföringsspänningen bestäms av en avvägning mellan kostnad för ledarmaterial samt resistansförluster i ledarna och kostnad för isolering och säkerhetsavstånd. Vid låg spänning blir isolatorer, brytare och ställverk billiga medan ledningarna blir tjocka och dyra eller så blir resistansförlusterna höga. Därför används låg spänning framför allt vid korta överföringsavstånd och låga effekter där ledningskostnaden inte är stor jämfört med kostnaden för ställverk m.m. i ledningens ändar. Vid högre spänning kan ledarna göras tunnare och de får lägre förluster eftersom strömmen som behövs för att föra över en viss effekt är mindre, istället blir ställverk och annan utrustning väsentligt dyrare. Därför är det framför allt vid längre överföringsavstånd och högre effekter som högspänning används, eftersom kostnaden för själva ledarna och deras resistansförluster då blir större än kostnaden för ställverken i ledningens ändar.

Elnät är nästan alltid uppbyggda med tre faser för överföring av effekten. Det betyder att man alltid har tre parallella ledningar i en kraftledning. Orsaken till att trefas används är bland annat att kostnaden för ledningarna blir lägre än med bara en fas samt att den totala summaeffekten som överförs blir helt konstant och inte varierar som effekten i en enskild fas gör (detta diskuteras vidare i avsnitt 2.2.5). I scheman över elnät används vanligen så kallade enlinjescheman. Det betyder bara en ledare ritas ut, trots att det alltid finns tre. I figur 2.1 visas de symboler som kommer att användas i scheman för elnät. Eftersom olika delar av nätet är gjorda för olika spänningar så behövs det transformatorer för att koppla ihop de olika spänningsnivåerna i elnätet. I sammankopplingspunkterna för olika ledningar i elnät har man ställverk. Ställverk består huvudsakligen av strömledande skenor som används för att elektriskt sammankoppla olika ledningar, transformatorer och annan utrustning. Varje ledning och komponent utrustas med en brytare som kan koppla bort den vid fel eller då den skall kontrolleras eller repareras. Till och med vid fel i själva ställverket skall man kunna koppla

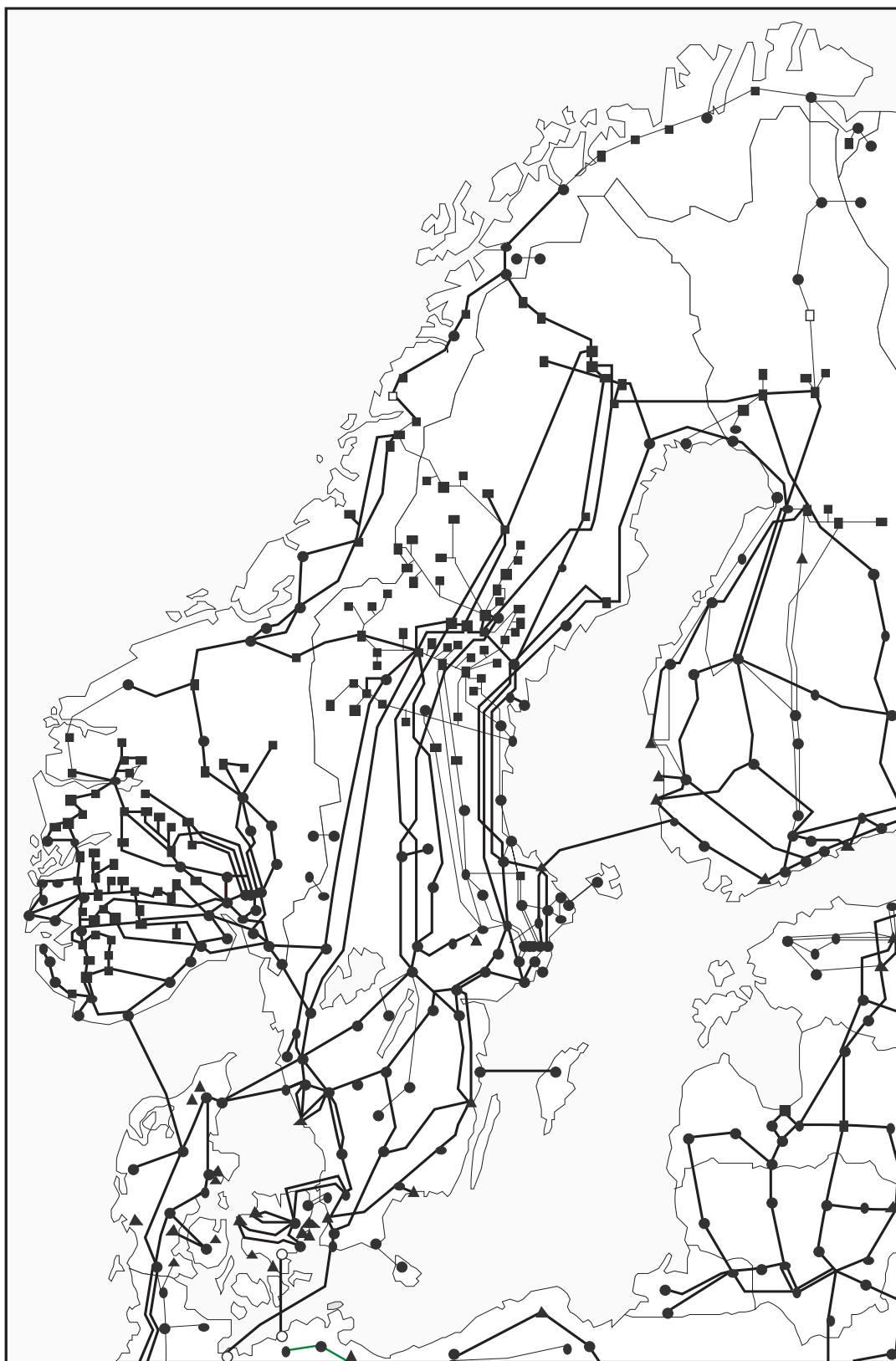
om så att alla inkopplade nätdelar skall kunna få spänning. Därför brukar dubbla skensystem användas i ställverken. I Figur 2.1 är dock bara ett skensystem utritat för varje spänningsnivå.

Figur 2.1 visar hur till exempel en knutpunkt i ett regionnät kan se ut där nedtransformering till 10 kV sker för att kunna mata det lokala distributionsnätet. 130 kV matning till stationen kan ske från två håll, för säkerhets skull, och det finns en möjlighet att bryta strömmen från båda ledningarna. Även 130 kV matningen till transformatorn kan brytas om det blir fel på den, samtidigt som effekt kan fortsätta att gå mellan de två 130 kV ledningarna. I exemplet fördelas också 10 kV spänning ut till två utgående ledningar, samtidigt som det också finns ett litet kraftverk med generator ansluten till 10 kV ställverksskenan. Även på 10 kV sidan har alla komponenter egna brytare för att kunna kopplas ur vid fel eller service arbeten.

För att transportera el långa sträckor och för att fördela om effekter vid fel på ett kraftverk så finns det ett transmissionsnät som knyter ihop alla större kraftverk och alla större regioners elnät. I Sverige är det långa avstånd mellan den stora vattenkraftproduktionen i norr och huvuddelen av belastningen i söder. Detta ställer krav på en hög spänning och idag används vanligtvis 400 kV, även om 220 kV förekommer på äldre ledningar och vid kortare avstånd i transmissionsnätet. Typisk överföringskapacitet för en 400 kV-ledning är 1000 MW. I figur 2.2 visas det nordiska transmissionsnätet. Alla större kraftverk är kopplade till transmissionsnätet.



Figur 2.1 Exempel på ett enlinjeschema och symboler som används i elnätsscheman.



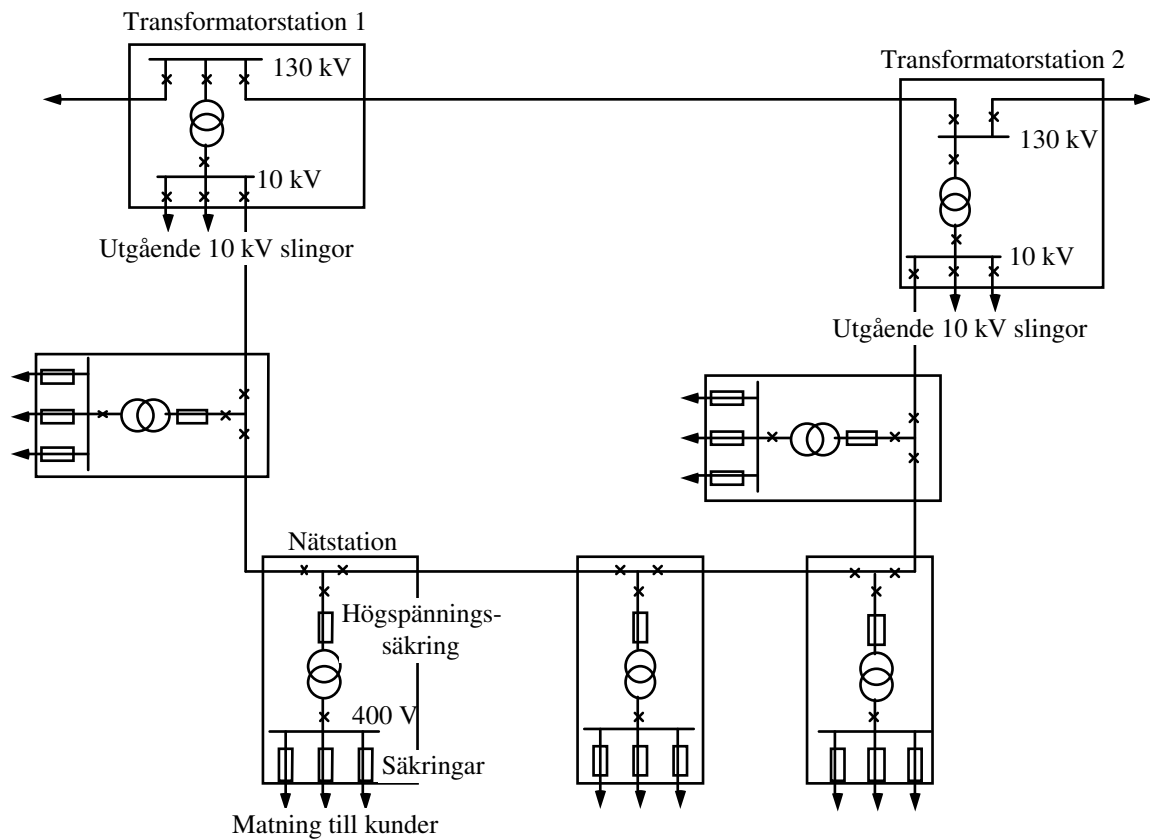
Figur 2.2 Det nordiska transmissionsnätet.

För att fördela elen inom en region finns ett regionnät eller subtransmissionsnät. För att vara säker på att alltid få effekt från transmissionsnätet så finns det normalt flera inmatningspunkter till varje regionnät. Avstånden inom en region är inte så långa, i storleksordningen 100 km, och effekterna som behöver överföras på varje ledning är inte lika höga som i transmissionsnätet. Därför använder man typiskt 130 kV spänning, men även 50 eller 70 kV används där effekterna inte är så höga. Regionnät är ofta kopplade som slutna slingor. Vid fel på en av ledningarna i slingan kan man snabbt koppla bort den felaktiga ledningsdelen och alla knutpunkter i slingan kan ändå få spänning. Vissa mindre kraftverk är kopplade direkt till regionnätet och riktigt stora industrier kan ta sin matning direkt på 130 kV-nivå.

Nästa nivå i elnätet är distributionsnätet. Detta fördelar energin över avstånd upp till i storleksordning 10 km. Effekterna på en ledning håller sig på ett par megawatt och spänningen är normalt 10 eller 20 kV. Eftersom det är relativt få konsumenter per ledning så är kraven på feltolerans inte lika stora som för de högre nivåerna i nätet. Dock används ofta slutna slingor som matas från två håll, men omkopplingar måste ske manuellt och det kan ta någon timme att koppla om vid fel på en ledning. I tätorter är distributionsnätet uppbyggt med nedgrävda jordkablar. Fel på jordkablar är relativt ovanliga och därför görs de inte alltid som slutna slingor. I figur 2.3 visas ett exempel på ett 10 kV distributionsnät där en slinga matas från två håll. Totalt finns fem nätstationer för transformering ned till 400 V anslutna till denna slinga. Notera att på höga spänningar och effekter används bara brytare för att koppla bort vid fel, medan man på låga spänningar och lägre effekter ofta använder smältsäkringar som skydd. Den mesta effekten från ett distributionsnät transformeras ned till 400 V lågspänningsfördelning, men industrier och mikrokraftverk är ofta anslutna direkt till distributionsnätet på 10 kV nivån.

Till sist har elen nått nästan ända fram till konsumenten. Spänningen 10 kV är en för hög spänning för konsumentapparater och en sista transformering görs ned till 400 V. Vid den spänningen leds elen den sista biten, vilket normalt inte är mer än en kilometer. Effekten för varje transformator från 10 kV till 400 V är typiskt på 100 till 1000 kW. I tabell 2.1 sammanfattas uppbyggnaden av elnätet

Kraven på tillförlitlighet är mycket stor i transmissionsnätet och regionnäten eftersom det är mycket allvarligt om hela landet eller en hel region drabbas av ett längre strömavbrott. Dessutom finns det stora processindustrier som drabbas av enorma kostnader om de utsätts för bara någon sekunds strömavbrott. Det kan ta dygn att starta om en process som stannat på grund av ett strömavbrott. I transmissionsnätet är fel som leder till strömavbrott extremt ovanliga. Tillförlitligheten ligger på över 99.99 %. Visserligen uppträder fel i någon komponent ibland, men med avancerad skyddsautomatik kan den felaktiga komponenten nästan alltid kopplas bort utan att någon nätdel blir spänningslös. De elavbrott som konsumenter märker av är nästan uteslutande på grund av fel i distributionsnätet.



Figur 2.3 En slinga i ett 10 kV distributionsnät och de transformatorstationer den matar.

Tabell 2.1 Elnätets uppbyggnad

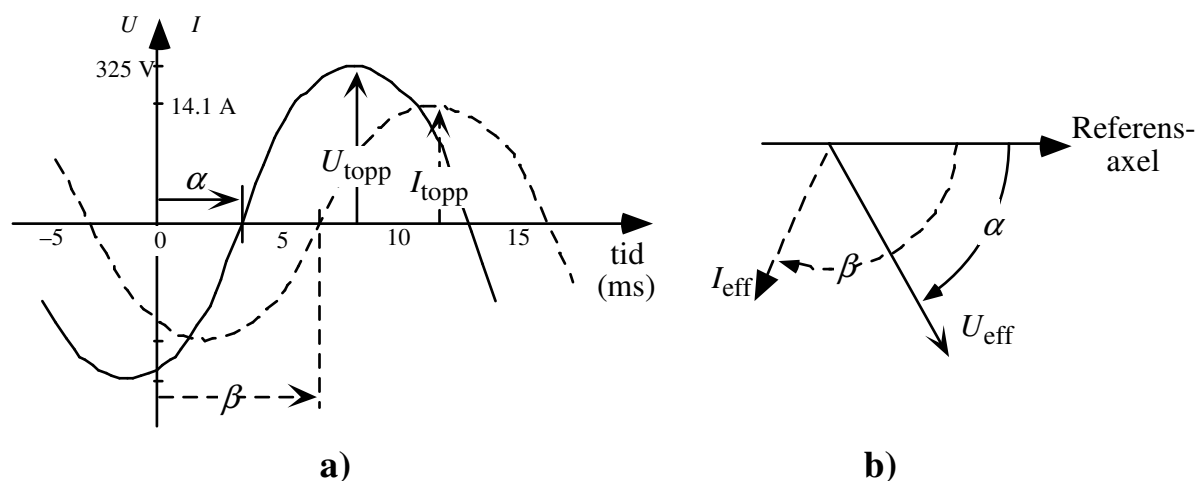
| Nivå av elnätet                     | Typisk spänning | Storleksordn. på effekt | Funktion   |
|-------------------------------------|-----------------|-------------------------|--|
| Transmissionsnät                    | 400 kV          | 1000 MW                 | Transportera el långt, fördela lasten mellan olika kraftverk   |
| Subtransmissionsnät eller regionnät | 130 kV          | 100 MW                  | Fördela el inom en region. Mycket stora industrier tar sin el från detta nät.                            |
| Distributionsnät                    | 10 kV           | 10 MW                   | Fördela inom t.ex. en tätort eller en del av den. Industrier matas oftast direkt från distributionsnätet |
| Konsumtion                          | 400 V           | 0-1 MW                  | Till alla privata hushåll och mindre konsumenter levereras elen vid 400 V                                |

## 2.2 Grunder

### 2.2.1 Växelström och visare

I elkraftsammanhang används mest växelström, när det gäller högre effekter. Det finns många orsaker till det, men några viktiga skäl är att växelström enkelt kan transformeras mellan olika spänningar, att generatorer för hög effekt bara går att konstruera för växelström samt att motorer för växelström blir mindre, billigare och mer långlivade än likströmsmotorer.

I stationärtillstånd varierar spänningar och strömmar sinusformigt i tiden. I figur 2.4a visas tidsfunktionerna för en växelspanning och en växelström. Varje sinusformig växelstorhet kan uttryckas som ett effektivvärde, som är toppvärdet dividerat med  $\sqrt{2}$ , samt en fasvinkel relativt en fast tidsreferens. Växelstorheterna kan även åskådliggöras med visare i ett visardiagram, som i figur 2.4b. Då kan man lätt åskådliggöra så väl belopp som fasvinkel, på ett tydligare sätt än vad tidsfunktionerna gör. I denna kurs använder vi oss alltid av *effektivvärdesvisare*, det vill säga att längden på visaren motsvarar effektivvärdet och inte toppvärdet på storheten. Inom elkrafttekniken anges alltid effektivvärden för växelspanningar och växelströmmar. Motivet för att använda effektivvärde är att effekter då kan beräknas genom att bara multiplicera spänning och ström, utan att man behöver använda någon skalfaktor.



Figur 2.4 a) Tidsfunktionerna för en växelspanning och en växelström samt b) deras effektivvärdesvisare.

Visare kan användas för att lösa kretstekniska problem i stationärtillstånd. För att underlätta vissa beräkningar använder man ofta komplex representation av visarna ( $j\omega$ -metoden). Man kan då lösa vissa kretsproblem med enkel komplex algebra. Dock behöver inte visarna alltid uttryckas som komplexa tal utan vissa problem löser man lättare med att beräkna visarstorheter med geometriska metoder (t.ex. Pythagoras sats).

För att beteckna tidsvarierande storheter används små bokstäver, ibland med  $t$  som en parameter, för tydlighetens skull. En sinusformig storhets effektivvärde betecknas med motsvarande stor bokstav och en komplex effektivvärdesvisare med en stor bokstav som är understruken. Anta till exempel att vi vill uttrycka spänningen och strömmen i figur 2.4 som tidsfunktioner. De blir då

$$\begin{aligned} u(t) &= U_{\text{topp}} \sin(\omega t - \alpha) \\ i(t) &= I_{\text{topp}} \sin(\omega t - \beta) \end{aligned} \quad (2.1)$$

där  $\omega$  är  $2\pi$  gånger frekvensen. Med dessa tidsfunktioner blir effektivvärdet, respektive motsvarande komplexa effektivvärdesvisare

$$\begin{aligned} U &= U_{\text{topp}}/\sqrt{2} & \underline{U} &= U \angle -\alpha \\ I &= I_{\text{topp}}/\sqrt{2} & \underline{I} &= I \angle -\beta \end{aligned} \quad (2.2)$$

Observera att i de komplexa visarna syns inte frekvensen. Det är en förutsättning, för att kunna räkna komplext på kretsarna, att alla de storheter man analyserar har samma frekvens. I figur 2.4 mäts vinklarna relativt tidsaxelns nollpunkt, men i verkligheten finns det ingen absolut tidsskala. Vinklarna för de komplexa storheterna måste därför relateras till någon referens tid (motsvarar en referensvinkel). Vanligtvis väljer man en av de intressanta storheterna som referens och mäter alla vinklar relativt den storheten. Referensstorheten kallas riktfas och dess komplexa visare får alltså fasvinkeln noll. Vid beräkningar på elnät väljs oftast nätets fasspänning som är riktfas.

### 2.2.2 $j\omega$ -metoden och visardiagram

Att lösa elektriska kretsproblem för tidsvarierande strömmar och spänningar innebär att differentialekvationer måste lösas. Induktanser och kapacitanser ökar ordningstalet på differentialekvationsproblemet. Att beräkna strömmar och spänningar i en transformator som representeras med tre induktanser innebär att lösa en tredje ordningens differentialekvation. Skall dessutom transformatorns last tas med, och det är en induktiv last som faskompenseras med en kapacitans, så är ekvationerna som skall lösas av femte ordningen!

Som tur är behöver dessa differentialekvationer normalt inte lösas på vanligt sätt. Istället använder man  $j\omega$ -metoden som, oberoende av ordningstalet på de ursprungliga differentialekvationerna, reducerar problemet till att lösa en komplex ekvation utan derivator. Vad man måste komma ihåg då är att man bara får stationärlösningen, alla transienter vid till exempel inkoppling är försummade, och det går bara att räkna på en frekvens i taget.  $j\omega$ -metoden kommer inte att gås igenom här, den har ingått i tidigare kurs. Dock är det mycket viktigt att kunna använda  $j\omega$ -metoden och den som inte är säker på detta bör lämpligen repetera det. En viss repetition fås i övningstalen i avsnitt 1 i övningshäftet.

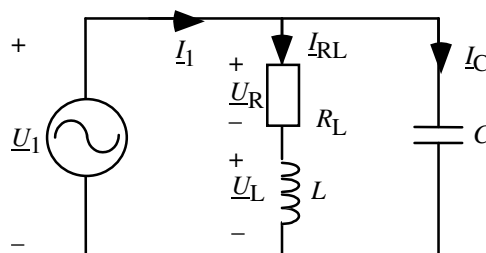
Visardiagram är nära besläktade med  $j\omega$ -metoden, så nära att visardiagrammen ibland bara ses som en illustration av de komplexa storheterna i  $j\omega$ -metoden. Dock kan man lösa problem med visardiagram och vanliga geometriska samband, utan att för den skull använda komplex räkning.

För att rita upp den visare som motsvarar en komplex  $j\omega$ -storhet kan man antingen utgå från den komplexa storheten uttryckt i polär form, det vill säga som ett effektivvärde och en vinkel. I så fall ritas visaren i visardiagrammet i den vinkel relativt x-axeln som den komplexa storheten anger, positiv vinkel innebär att visaren vrids i moturs riktning från x-axeln. Längden på visaren är den komplexa storhetens belopp, det vill säga den verkliga elektriska storhetens effektivvärde. Man kan också först omvandla den komplexa storheten till real och imaginärdel. Realdelen är då visarens komponent i x-led och imaginärdelen är komponenten i y-led.

Visardiagram och  $j\omega$ -metoden är så smidiga modeller för att representera förlopp i växelströmskretsar att man mycket sällan behöver fundera över hur spänningar och strömmar verkligen ser ut som tidsfunktioner. Kom bara i håg, att när det inte räcker med stationära lösningar måste helt andra beräkningsmetoder användas. Metoder som kräver bättre förståelse för kretsarnas funktion och fordrar mer komplicerade lösningsmetoder.

### Exempel: Visardiagram

I kretsen nedan har matande spänning  $\underline{U}_1$  ett effektivvärde på 10 V och frekvensen är 50 Hz. Impedanserna har värdena  $R_L = 1 \Omega$ ,  $L = 1 \text{ mH}$  och  $C = 200 \mu\text{F}$



- Visa i ett visardiagram hur strömmen  $\underline{I}_1$  kan konstrueras fram.
- Visa i ett visardiagram hur spänningen  $\underline{U}_L$  kan konstrueras fram.

### Lösning:

Spänningen från spänningskällan väljs till riktfas och blir då alltså

$$\underline{U}_1 = 10 \text{ V} \angle 0^\circ$$

- Strömmen  $\underline{I}_1$  fås genom att summera strömmarna i den övre knutpunkten i schemat. Kirchoffs lag säger att summan av strömmarna in till en knutpunkt skall vara noll, alltså gäller

$$\underline{I}_1 - \underline{I}_{RL} - \underline{I}_C = 0 \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_1 = \underline{I}_{RL} + \underline{I}_C$$

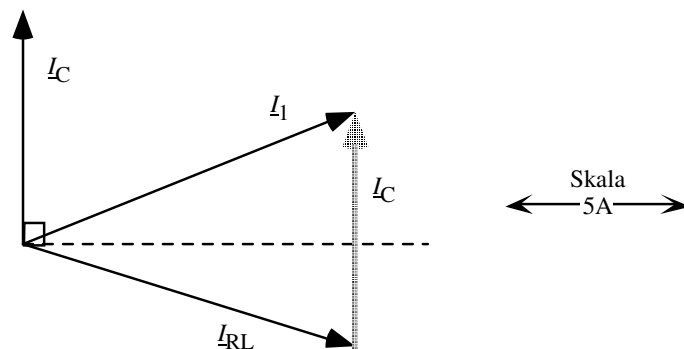
Strömmarna  $\underline{I}_{RL}$  och  $\underline{I}_C$  kan beräknas med ohms lag som



$$I_{RL} = \frac{U_1}{R_L + j\omega L} = \frac{10V \angle 0^\circ}{1\Omega + j 2\pi 50 \frac{1}{s} 0,001 \frac{Vs}{A}} = 9,54A \angle -17,4^\circ$$

$$I_C = \frac{U_1}{1/j\omega C} = \frac{10V \angle 0^\circ}{1/(j 2\pi 50 \frac{1}{s} 0,0002 \frac{As}{V})} = 6,28A \angle 90^\circ$$

Strömmen  $I_1$  kan i ett visardiagram fås fram genom att visarna  $I_{RL}$  och  $I_C$  summeras geometriskt som i figuren nedan. Notera att i ett visardiagram utgår alla visare från origo, som de svarta visarna gör. När man skall summera visare så läggs de dock istället som en kedja, där visarna utgår från den punkt där föregående visare slutade. Nedan har den gråa visaren  $I_C$  parallellförskjutits för att visa vad summan av  $I_{RL}$  och  $I_C$  blir. Att summan av flera visare skall vara noll, innebär att de skall bilda en sluten kedja när de summeras.



(Strömvisaren för  $I_1$  blir om man beräknar den  $9,75 A \angle 21^\circ$  vilket stämmer bra med visardiagrammet)

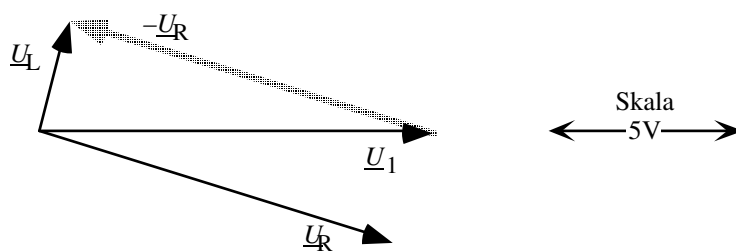
b) Spänningen  $U_L$  fås genom att summera spänningarna runt en slinga i schemat. Kirchoffs lag säger att summan av spänningarna då skall vara noll.

$$U_1 - (I_{RL} R_L) - U_L = 0 \quad \Rightarrow \quad U_L = U_1 - I_{RL} R_L$$

Spänningen  $U_1$  är känd och  $U_R$  kan beräknas med ohms lag som

$$U_R = R_L I_{RL} = 1\Omega \cdot 9,54 A \angle -17,4^\circ = 9,54 V \angle -17,4^\circ$$

Spänningen  $U_L$  kan i ett visardiagram alltså fås fram genom att visaren  $U_R$  subtraheras från visaren  $U_1$  som i figuren nedan.



(Spänningsvisaren för  $U_L$  blir om man beräknar den  $3,0 V \angle 73^\circ$  vilket stämmer bra med visardiagrammet)

### Kommentar:

Notera att man lätt lurar sig om man bara tittar på kretsens schema och på beloppen på de spänningar som skall summeras. I exemplet ovan så subtraherades en spänning på  $9,54 V$  från en på  $10 V$  och differensen blev  $3 V$ ! Detta förklaras naturligtvis av skillnaden i fasvinkel mellan de olika spänningarna, något som man ser enkelt först när man ritat upp ett visardiagram.

### 2.2.3 Aktiv effekt och reaktiv effekt

I ett visst tidsögonblick är effekten som flyter förbi en viss punkt i en enfaskrets spänningen gånger strömmen. Eftersom spänningen och strömmen varierar sinusformigt i tiden och har effektivvärdena  $U$  och  $I$  blir effekten som funktion av tiden

$$p(t) = u(t) i(t) = \sqrt{2} U \sin(\omega t - \alpha) \sqrt{2} I \sin(\omega t - \beta) \quad (2.1)$$

Ekvation (2.1) kommer, efter några trigonometriska förenklingar, att bli

$$p(t) = U I \cos(\varphi) + U I \cos(2\omega t - \varphi) \quad (2.2)$$

$$\text{där } \varphi = \beta - \alpha$$

Vinkeln  $\varphi$  kallas fasförskjutningen och definieras som hur mycket efter spänningsvisaren som strömvisaren ligger. Vinkeln  $\varphi$  är alltså positiv när strömmen ligger efter spänningen. I en enfas växelströmskrets, som är i stationärtillstånd, så varierar alltså momentaneffekten med frekvensen  $2\omega$ , och effekten byter till och med tecken om  $\cos(\varphi) < 1$ . När vi diskuterar effekt vill vi ju normalt inte veta effektens tidsfunktion, utan hur mycket energi som flyter genom till exempel en ledning. Därför definierar vi den aktiva effekten i en växelströmskrets som medelvärdet av momentaneffekten. Ur ekvation (2.2) ser vi att aktiva effekten blir

$$P = U I \cos \varphi \quad (2.3)$$

Som vi såg tidigare så finns det en del av effekten som ger en tidsvariation men som inte bidrar till att påverka den aktiva effekten, för dess medelvärde över en period är noll. Genom att ta bort den del av strömmen som motsvarade den aktiva effekten, det vill säga den komponent som ligger i fas med spänningen, så fås den strömkomponent som används för att definiera en reaktiv effekt. Effektivvärdet på denna strömkomponent visar sig bli  $I \sin(\varphi)$  och den så kallade reaktiva effekten kan alltså definieras som

$$Q = U I \sin \varphi \quad (2.4)$$

Genom att den aktiva och den reaktiva komponenten av strömmen är  $90^\circ$  fasvridna så kommer de att vara helt oberoende av varandra, matematiskt uttryckt är de ortogonala. Det innebär att deras värden kan ändras helt oberoende av varandra.

Begreppet reaktiv effekt har införts för att det är mycket användbart i elkraftsammanhang. Mängden förbrukad reaktiv effekt ger till exempel ett mått på hur stora kondensatorer man behöver vid faskompensering. Den överförda reaktiva effekten är mycket viktig för spänningsfallet i induktiva nät. Det är också lätt att i passiva kretsar separera aktiv

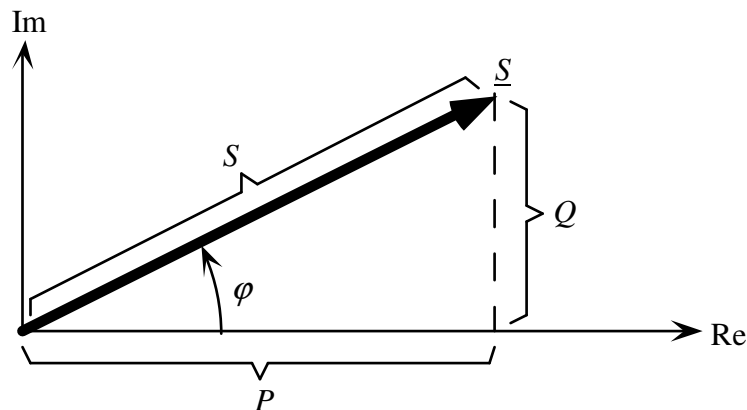
effektförbrukning, som bara kan uppkomma i resistanser, från reaktiv effektförbrukning som bara uppkommer i reaktanser.

I elkraftsammanhang användes också begreppet skenbar effekt för produkten av spänningens och strömmens effektivvärden

$$S = UI \quad (2.5)$$

Den skenbara effekten är viktig för att den avgör hur mycket till exempel en ledning eller en transformator belastas. Det är för många elektriska komponenter inte den aktiva effekten som avgör om de är överlastade eller inte, utan den skenbara effekten. Detta beror på att de oftast tål en viss spänning och en viss ström, oberoende av fasvinkeln mellan spänningen och strömmen.

Eftersom den reaktiva strömmen är  $90^\circ$  fasförskjuten relativt den aktiva strömmen, kan man åskådliggöra sambandet mellan aktiv, reaktiv och skenbar effekt med en rätvinklig triangel. I figur 2.5 visas detta samband. Notera att vinkeln mellan aktiv och skenbar effekt är samma som fasvridningen mellan fasspänning och fasström, dock ritas  $S$  som liggande vinkeln  $\varphi$  före  $P$  när strömmen ligger vinkeln  $\varphi$  efter spänningen.



Figur 2.5 Samband mellan aktiv, reaktiv, skenbar effekt och komplex skenbar effekt.

I matematisk form kan förhållandet mellan effekternas belopp skrivas som

$$S^2 = P^2 + Q^2 \quad (2.6)$$

Vid beräkningar med  $j\omega$ -metoden så används komplexa storheter för ström och spänning. Det visar sig då vara enkelt att räkna ut både aktiv, reaktiv och skenbar effekt direkt ur komplex ström  $\underline{I}$  och komplex spänning  $\underline{U}$ . Den komplexa skenbara effekten  $\underline{S}$  definieras som

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* \quad (2.7)$$

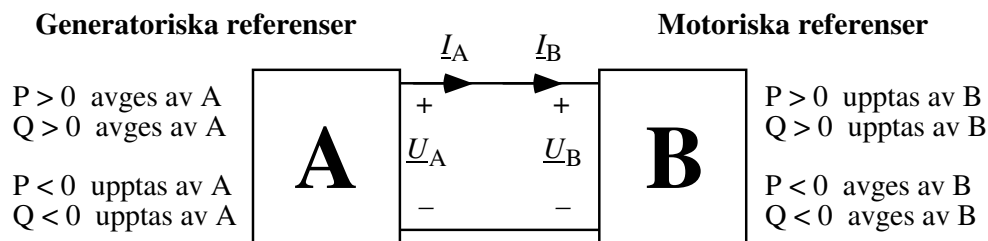
Observera att det är strömmens konjugat  $\underline{I}^*$  som skall användas, det vill säga den komplexa strömmen med bytt tecken på argumentet. Beloppet av den komplexa skenbara effekten är den verkliga skenbara effekten, samtidigt som dess realdel är den aktiva effekten och dess imaginärdel den reaktiv effekten

$$\underline{S} = P + j Q \quad (2.8)$$

På grund av att ingen energi kan försvinna eller uppstå, så måste summan av alla momentaneffekter in till en knutpunkt vara noll i varje tidsögonblick, på samma sätt som summan av strömmar in till en knutpunkt måste vara noll. Eftersom den aktiva effekten och den reaktiva effekten är oberoende av varandra, leder detta till att summan av alla aktiva effekter in till en knutpunkt måste vara noll. Samtidigt måste även summan av alla reaktiva effekter in till knutpunkten vara noll. Detta förhållande, att aktiv och reaktiv effekt i vissa sammanhang kan behandlas som två helt oberoende storheter, har gjort att begreppet reaktiv effekt är mycket användbart för att förklara vissa elkrafttekniska fenomen.

#### 2.2.4 Referenser och tolkning av effekter

Effekten i en krets räknas alltid ut med ekvation (2.3) och (2.4) eller med ekvation (2.7) dock beror det på hur spänningen och strömmen anges hur man skall tolka tecknet på den erhållna aktiva och reaktiva effekten. I Figur 2.6 visas ett system där man vill räkna ut effekten som flyter mellan de två tvåpolerna A och B. Tvåpol A har generatoriska referenser, det vill säga att strömmen flyter ut vid plustecknet för spänningen, medan tvåpol B har motoriska referenser och strömmen går in vid plustecknet för spänningen. För att kunna uttrycka klart hur effekter flyter så används, i denna kurs, termerna avge effekt respektive uppta effekt. Det går också bra att använda förbruka istället för uppta och producera istället för avge. Dessa termer anger en entydig riktning oberoende av hur referenserna sätts. Notera dock att man måste alltid ange vilken komponent eller tvåpol som avger eller upptar effekten. Om man till exempel säger att "Tvåpol B avger aktiv effekt" så menas att energi flyter ut ur tvåpol B och in i tvåpol A, oavsett vad för referenser man har valt.



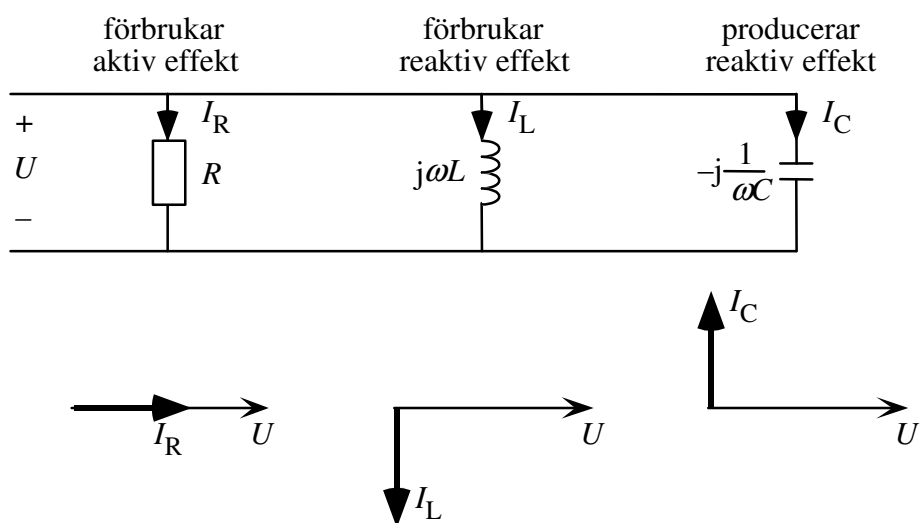
Figur 2.6 Effektflöde mellan två tvåpoler med olika referensriktningar.

De komplexa effekterna  $\underline{S}_A$  och  $\underline{S}_B$  för tvåpolerna kommer att bli de samma eftersom strömmarna  $\underline{I}_A$  och  $\underline{I}_B$  är samma ström, och spänningarna  $\underline{U}_A$  och  $\underline{U}_B$  är samma spänning. Att effekten kan vara lika för båda tvåpolerna beror på att effekten tolkas olika beroende på om en tvåpol har motoriska eller generatoriska referenser. Om en tvåpol har motoriska referenser så tolkas positiv effekt såsom upptagen/förbrukad effekt medan negativ effekt då avges/produceras av tvåpolen. För en tvåpol med generatoriska referenser är det naturligtvis tvärt om. Positiv effekt tolkas som att tvåpolen avger/producerar effekt medan negativ effekt då upptas/förbrukas av tvåpolen. Det är ganska lätt att komma ihåg detta om man tänker sig att det naturliga för generatorer är att avge/producera elektrisk effekt medan motorer är gjorda för att uppta/förbruka elektrisk effekt. Tolkningen av reaktiv effekt görs på samma sätt som för aktiv effekt.

Om de komplexa skenbara effekterna i figur 2.6 är  $\underline{S}_A = \underline{S}_B = (100 - j 50)$  VA skall detta alltså tolkas som att den aktiva effekten 100 W avges av tvåpol A och upptas av B, medan den reaktiva effekten 50 VAR upptas av A och avges av B.

Det kan verka konstigt att man kan tala om att avge eller uppta reaktiv effekt, för reaktiv effekt var ju bara en växlande effekt som inte leder till någon energitransport. Det är dock mycket enkelt att lösa många problem om man tänker sig att reaktiv effekt har en riktning, för då kan reaktiv effekt behandlas på exakt samma sätt som aktiv effekt. I många lägen är det mycket lättare att lösa problem genom att räkna med aktiv och reaktiv effekt istället för att räkna med strömmar och fasvinklar.

En passiv komponent kan alltid bara ha en viss verklig effektförbrukning. Oavsett hur de matas kommer en resistans alltid att uppta/förbruka aktiv effekt, en induktans upptar/förbrukar alltid reaktiv effekt och en kondensator avger/producerar alltid reaktiv effekt. I Figur 2.7 visas hur den komplexa strömmen blir om man antar motoriska referenser för komponenterna samt har matande spänning som riktfas.



(OBS! Dessa visardiagram gäller bara då komponenterna har motoriska referenser!)

Figur 2.7 Ström och spänning för olika komponenter.

### 2.2.5 Användning av visardiagram

Visardiagram är ett redskap som används framför allt för att det åskådliggör hur spänningar och strömmar beror på varandra. Egentligen finns all informationen om kretsens uppförande i dess kretsekvationer, men just inverkan av fasvinklarna för olika strömmar och spänningar är ofta svårt att få grepp om. Därför är det oftast i visardiagrammen som man lättast ser hur en obekant storhet kan beräknas.

När man använder visare måste man först välja en vinkelreferens, som i elkraftsammanhang kallas riktfas. Att man använder en storhet som vinkelreferens innebär att man ger dess visare fasvinkeln  $0^\circ$ , och sedan anges alla fasvinklar i förhållande till riktfasen. Man kan naturligtvis bara välja en riktfas i varje krets man räknar på. Riktfasen kan väljas helt fritt, men beräkningarna kan ofta göras lättare om man väljer en lämplig riktfas. Ett vanligt val är den matande spänningen till kretsen.

Observera att visardiagrammen normalt inte används för att få fram värden på storheterna, även om ett skalentligt visardiagram kan användas för att mäta fram en storhet med linjal. Istället brukar man bara se till att vinkelskillnader och beloppsskillnader mellan storheter syns tydligt, så att man kan ställa upp ekvationerna som sedan används för att numeriskt räkna ut den sökta storheten. Med det sättet att använda visardiagrammen brukar det vara klokt att överdriva till exempel spänningsfall i en krets så att det framgår tydligt i visardiagrammet vad spänningsfallet åstadkommer i kretsen. Man har sällan beloppsriktiga visardiagram, medan vinklarna helst skall vara någorlunda riktiga. Om beloppen inte är skalentliga kan inte alla vinklar vara det, så någonstans får man fel även i vinklarnas storlek. Det viktigaste för att kunna lösa problem med hjälp av visardiagram brukar vara att få rätt tecken på vinklarna när man ritar diagrammet, annars blir det svårare att ställa upp ekvationerna rätt.

Ett typiskt fall då man använder visardiagram är när en okänd spänning i en slutna slinga skall beräknas. Man kan då rita upp ett visardiagram där alla de olika kända delspänningarna i slingan summeras och där denna summa då är lika med den okända spänningen. På samma sätt kan man räkna ut en okänd ström som går ut från en knutpunkt genom att summera alla övriga kända strömmarna som går in till den knutpunkten.

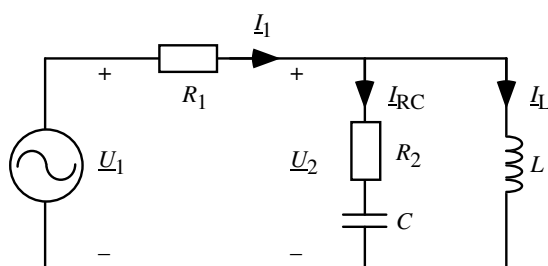
#### **Exempel: j $\omega$ -metoden, visardiagram**

En last består av ett motstånd på  $20 \Omega$  seriekopplat med en kondensator på  $1000 \mu\text{F}$  och över den seriekopplingen är en spole på  $100 \text{ mH}$  parallellkopplad. Lasten matas från en effasspänning på  $230 \text{ V}$  och  $50 \text{ Hz}$ , via en ledning som har en serieresistans på  $0.2 \Omega$ . Ledningen har försumbar induktans och kapacitans.

- Beräkna effektivvärdet på spänningen över lasten?
- Beräkna strömmarna till de två parallellkopplade lastimpedanserna.
- Rita ett visardiagram över strömmen på ledningen och strömmarna till lastimpedanserna.
- Rita upp ett visardiagram över spänningarna före och efter ledningen, strömmen på ledningen samt spänningsfallet.

**Lösning:**

den beskrivna kretsen ritas upp:



- a) Spänningen över lasten kan till exempel räknas ut som spänningen  $\underline{U}_1$  spänningsdelad över lastimpedans och ledningsimpedans.

$$U_2 = U_1 \frac{Z_{tot}}{Z_{tot} + R_1} \quad \text{där } Z_{tot} \text{ är lastens totala impedans och den blir}$$

$$Z_{tot} = \frac{(R_2 - jX_C)jX_L}{R_2 - jX_C + jX_L} = \frac{636.3\Omega^2 \angle 81.0^\circ}{34.60\Omega \angle 54.7^\circ} = 18.39 \Omega \angle 26.27^\circ$$

där kondensatorns reaktans och spolens reaktans är

$$X_C = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{2\pi \cdot 50 \text{ rad/s} \cdot 1000 \cdot 10^{-6} \text{ F}} = 3,18 \Omega$$

$$X_L = \omega L = 2\pi \cdot 50 \text{ rad/s} \cdot 0.100 \text{ H} = 31,42 \Omega$$

Effektivvärdet på spänningen  $U_2$  blir då

$$U_2 = U_1 \left| \frac{18.39\Omega \angle 26.27^\circ}{18.39\Omega \angle 26.27^\circ + 0.2\Omega \angle 0^\circ} \right| = 230 \text{ V} \cdot 0.990 = \mathbf{227.8 \text{ V}}$$

- b) Ansätt  $\underline{U}_2$  som riktfas,  $\underline{U}_2 = 227.8 \text{ V} \angle 0^\circ$ . Då blir strömmarna genom lasten

$$I_{RC} = \frac{\underline{U}_2}{R_2 - jX_C} = \frac{227.8 \text{ V} \angle 0^\circ}{(20 - j3.18)\Omega} = \mathbf{11.25 \text{ A} \angle 9.0^\circ}$$

$$I_L = \frac{\underline{U}_2}{j\omega L} = \frac{227.8 \text{ V} \angle 0^\circ}{j31.42\Omega} = \mathbf{7.25 \text{ A} \angle -90^\circ}$$

- c) Visardiagrammet ritas med  $\underline{U}_2$  som riktfas, se nedan. Strömmen från nätet måste vara lika med summan av de två strömmarna i lasten

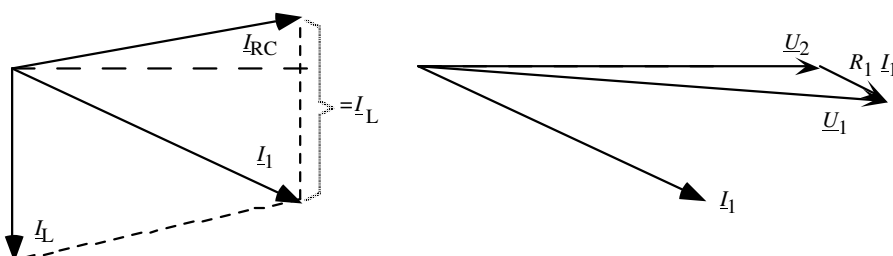
$$I_1 = I_L + I_{RC} = (11.11 \text{ A} + j 1.76 \text{ A} - j 7.25 \text{ A}) = \mathbf{12.39 \text{ A} \angle -26.3^\circ}$$

- d) Spänningen  $\underline{U}_1$  fås genom att lägga till spänningsfallet över  $R_1$  till spänningen  $U_2$  (Beloppet på  $\underline{U}_1$  var visserligen redan givet i uppgiften, men vinkeln behöver räknas fram)

$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + R_1 I_1 = 227.8 \text{ V} \angle 0^\circ + 0.2 \Omega \cdot 12.39 \text{ A} \angle -26.3^\circ = \mathbf{230.0 \text{ V} \angle -0.3^\circ}$$

Visaren för spänningsfallet över  $R_1$  kommer att ligga i samma fasläge som strömmen på ledningen.

I visardiagrammet nedan har spänningsfallet över  $R_1$  överdrivits för att man skall se skillnaden mellan  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$  tydligt

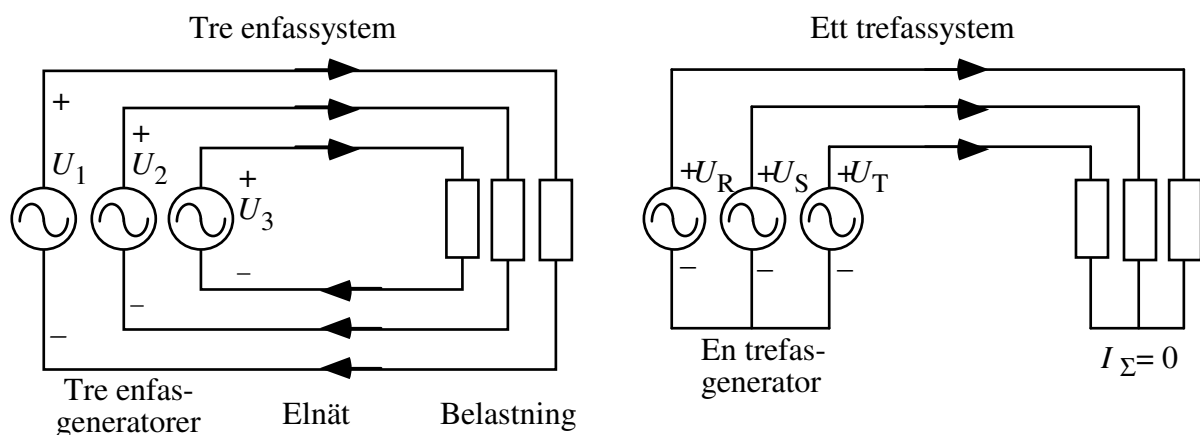


## 2.2.5 Trefassystem

I tidigare kurser i elkretsteori så har trefassystemet introducerats kortfattat. Här följer en viss repetition men också en utvidgning av beskrivningen av trefassystemet. Orsakerna för att använda trefassystem är flera. Genom att använda tre fasförskjutna faser blir summan av ögonblickseffekterna konstant i tiden, det vill säga att generatorers och belastningars effekt inte varierar i tiden, som den gör i ett enfassystem. Dessutom så kan ett trefassystem utnyttja ledningarna effektivare än ett enfassystem, så att en högre effekt kan överföras med en viss begränsad tvärsnittsarea på ledarna.

Ett trefassystem kan byggas upp av tre enfassystem, som här representeras av tre ideala spänningskällor. Genom att fasförskjuta spänningarna i de tre faserna en tredjedels period uppnår man några speciella fördelar jämfört med tre oberoende enfassystem. Om belastningen nu är symmetrisk, det vill säga impedansen i alla faserna lika, så kommer de tre fasströmmarna att bli lika stora men fasförskjutna en tredjedels period. Om de tre strömmarna har lika stort effektivvärde och är fasförskjutna just  $120^\circ$  så är deras summa noll i varje tidsögonblick! I figur 2.8 jämförs tre enfassystem med ett symmetriskt trefassystem. Vid symmetrisk belastning behövs inte någon återledare för de tre fasledarna, eftersom strömsumman blir noll i punkten där faserna kopplas ihop. I det symmetriska trefassystemet går det alltså att föra över samma effekt som med tre enfassystem, fast med bara 3 stycken ledare istället för 6 stycken.

En annan intressant egenskap hos trefassystemet är att det går att få ut två olika spänningar, beroende på hur lasten kopplas. Antingen kan lasten kopplas mellan två faser, och får då en så kallad huvudspänning, eller så kan den kopplas mellan fas och nollpunkten, och spänningen blir då lägre, = en fasspänning.

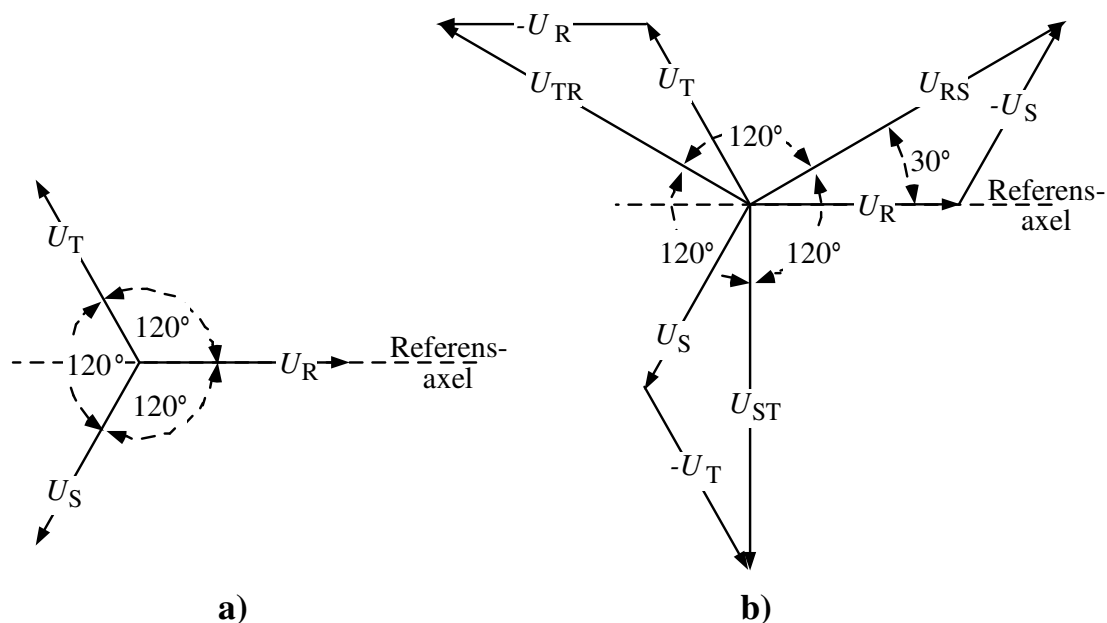


Figur 2.8 Jämförelse av tre oberoende enfassystem med ett symmetriskt trefassystem.

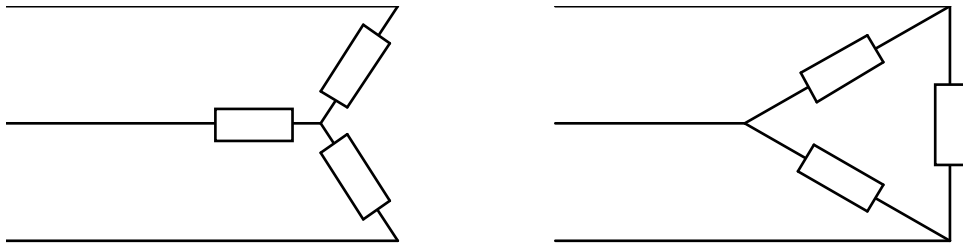


Spänningen i ett trefassystem anges alltid som en huvudspänningen, om inte annat sägs. I figur 2.9a är ett visardiagram uppritat med de tre fasspänningarna i ett trefassystem. Spänningsvisarna för huvudspänningarna kan konstrueras fram ur visardiagrammet för fasspänningarna, eftersom de är skillnaden mellan två fasspänningar. Det går lätt att med geometri visa att effektivvärdet på huvudspänningarna i ett symmetriskt trefassystem, där fasspänningarna är fasförskjutna  $120^\circ$ , blir  $\sqrt{3}$  gånger större än effektivvärdet på fasspänningarna. I figur 2.9b är huvudspänningarna konstruerade genom att ta skillnaden mellan de olika fasspänningarnas visare. Då framgår det att huvudspänningarna inte bara är längre än fasspänningarna. De är också fasvridna  $30$  grader jämfört med motsvarande fasspänningar. Denna fasvridning behöver oftast inte tas hänsyn till, eftersom en enskild last inte bryr sig om fasläget på trefassystemet. I vissa fall, som när trefastransformatorer skall parallellkopplas, är det dock mycket viktigt att känna till att det finns en fasvridning mellan fasspänning och huvudspänning, för om två transformatorer med olika fasvridning (fast samman spänningsomsättning) parallellkopplas kommer det att bli nästan lika illa som att skapa kortslutning på transformatorernas nedspänningssida.

I ett trefassystem består laster ofta av tre lika impedanser. För sådana laster finns det två olika kopplingsätt att välja på. Ett sätt är att koppla impedanserna mellan var sin fas och nollan. Man får då en Y-kopplad last. Det andra sättet är att impedanserna kopplas mellan var sina två faser. Då blir lasten  $\Delta$ -kopplad. Namnen Y- respektive  $\Delta$ -koppling är lätta att förstå om man ritat scheman över lasterna som i figur 2.10. Beroende på hur en viss uppsättning impedanser kopplas kommer de att dra olika mycket ström och effekt från nätet. Vid  $\Delta$ -koppling blir spänningen över den enskilda impedansen större än vid Y-koppling och därmed ger  $\Delta$ -koppling högre strömmar och effekter.



Figur 2.9 Trefassystem: a) fasspänningar och b) motsvarande huvudspänningar.



Figur 2.10 Y- och  $\Delta$ -kopplade impedanser.

Genom att välja impedanserna tre gånger större vid  $\Delta$ -koppling än vid en Y-koppling så kommer de två sätten att koppla lasten att vara helt ekvivalent, sett från elnätets sida. Elnätet är alltså okänsligt för om man väljer att koppla i Y eller  $\Delta$ , bara impedanserna räknas om för respektive sätt att koppla.

Beräkningar på symmetriska trefassystem görs normalt i en ekvivalent Y-fas. Det vill säga att oavsett hur till exempel generatorns lindningar eller lastens impedanser är kopplade i verkligheten, görs beräkningarna på en krets där alla komponenter antas vara Y-kopplade. Om impedanserna var kopplade i  $\Delta$ , räknas ekvivalenta Y-impedanser fram, och om spänningskällorna var kopplade i  $\Delta$ , räknas ekvivalenta fasspänningskällor fram

$$Z_{Yekv} = \frac{1}{3} Z_{\Delta} \quad (2.9)$$

$$U_{Yekv} = \frac{1}{\sqrt{3}} U_{\Delta} \quad (2.10)$$

Beräkningarna görs sedan bara på en fas och efter att beräkningarna på kretsen är klara, kan till exempel sökta huvudspänningar och trefaseffekter räknas ut från de erhållna fasspänningarna och faseffekterna.

### 2.2.6 Trefaseffekt

Trefaseffekt kan mätas och beräknas på lite olika sätt. Om nollan finns med och belastningen inte är symmetrisk så mäts lämpligen alla de tre enfaseffekterna och summeras för att få trefaseffekten

$$P = U_1 I_1 \cos(\varphi_1) + U_2 I_2 \cos(\varphi_2) + U_3 I_3 \cos(\varphi_3) \quad (2.11a)$$

Det går naturligtvis också att räkna ut den totala komplexa trefaseffekten som

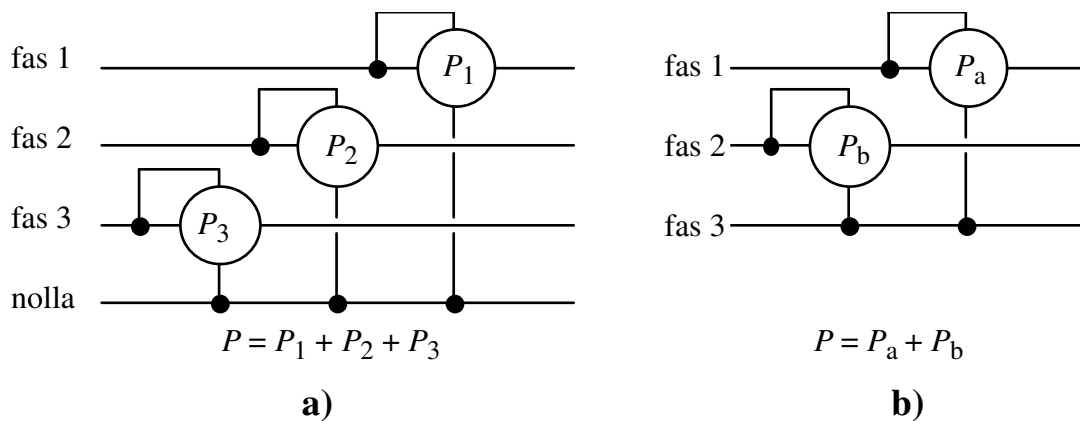
$$\underline{S} = \underline{U}_1 \underline{I}_1^* + \underline{U}_2 \underline{I}_2^* + \underline{U}_3 \underline{I}_3^* \quad (2.11b)$$

Denna metod kallas trefaswattmetermetoden när den används vid mätning av effekt, och motsvarande sätt att koppla in wattmetrarna visas i figur 2.11a. Om trefasnätet är symmetriskt lastat räcker det naturligtvis att bara ta tre gånger effekten i en fas

$$P = 3 U_f I_f \cos(\varphi) \quad (2.12)$$

där  $U_f$  är fasspänningen,  $I_f$  fasströmmen och  $\varphi$  fasvinkeln dem emellan.

Om det inte finns någon nolla på trefasnätet, kan trefaseffekten mätas med bara två wattmetrar. Trefassystemet kan då ses som två hopkopplade enfassystem och effekten kan mätas enligt figur 2.11b. Totaleffekten är helt enkelt summan av de två mätta effekterna. Observera att effekterna  $P_a$  och  $P_b$  inte behöver vara lika stora, även om trefassystemet är symmetriskt belastat. Beroende på effektfaktorn hos strömmarna så blir de två effekterna olika stora. De kan till och med ha olika tecken, som måste tas hänsyn till när man summerar fram totaleffekten. Detta sätt att mäta trefaseffekt kallas tvåwattmetermetoden. Naturligtvis kan man räkna ut den komplexa effekten på motsvarande sätt, men det används nästan aldrig eftersom man väldigt sällan brukar ha räknat fram de komplexa huvudspänningarna.



Figur 2.11 Mätning av trefaseffekt med a) trewattmetermetoden och b) tvåwattmetermetoden.

Ofta används formeln

$$P = \sqrt{3} U I_f \cos(\varphi) \quad (2.13)$$

för att räkna ut trefaseffekten i ett symmetriskt trefassystem. Se dock upp med vilka värden du sätter in i denna formeln. Formeln är härledd ur (2.12) genom att fasspänningens effektivvärde har bytts mot huvudspänningens effektivvärde dividerat med  $\sqrt{3}$ , men observera att fasvinkeln  $\varphi$  fortfarande skall vara vinkeln mellan fasspänning och fasström! Vid beräkningar med komplexa storheter får man absolut inte beräkna den komplexa trefaseffekten som  $\sqrt{3}$  gånger komplexa huvudspänningen gånger komplexa fasströmmens konjugat, för vinkeln mellan dessa komplexa storheter är inte  $\varphi$ . Istället måste den komplexa skenbara effekten i en fas räknas ut och multipliceras med tre.

Ofta är man mer intresserad av att mäta energiförbrukning än att mäta effekt. Speciellt är ju detta fallet när man skall betala för den elenergi man förbrukat. Den mätningen gör man på samma sätt som man mäter effekter, bara med den skillnaden att mätarna är av en konstruktion som integrerar den mätta ögonblickseffekten för att få fram total energi.

### Exempel: Trefas, ekvivalent Y-fas, effekter

En last, bestående av tre lika impedanser på  $(100+j30)\Omega$  kopplade i  $\Delta$ , ansluts till ett trefasnät med huvudspänningen 400 V.

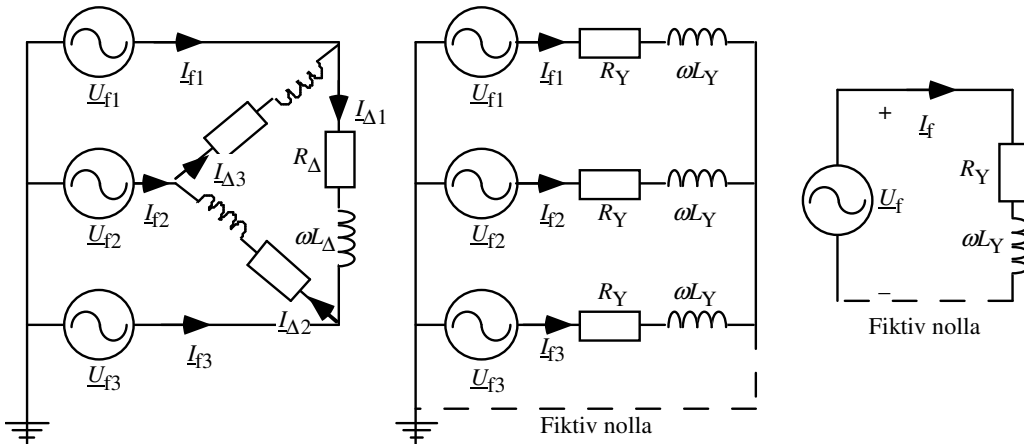
- Beräkna vilken ström som dras från nätets tre faser. (Effektivvärdena)
- Vilken aktiv och reaktiv effekt drar lasten från nätet?
- Hur stor ström går det i de verkliga lastimpedanserna?

### Lösning:

Kretsen ser i verkligheten ut som i det vänstra schemat nedan. För att kunna omvandla kretsen till en ekvivalent Y-fas måste lasten först  $\Delta$ -Y-omvandlas. De ekvivalent Y-impedanserna blir då

$$R_Y = R_{\Delta}/3 = 33,3 \Omega \quad \text{samnt} \quad \omega L_Y = \omega L_{\Delta}/3 = 10 \Omega$$

Nu får man kretsen i mitten i figuren. Notera att denna krets kan, om man inför den nollledare som finns streckad i kretsen, ses som tre identiska men oberoende faser. Strömmar, spänningar och effekter kommer att vara lika i faserna, så när som på att strömmarna och spänningarna är fäsförskjutna  $120^\circ$  mellan de olika faserna. Eftersom de tre kretsarna är lika och oberoende räcker det att beräkningarna görs i en fas, representerad av det högra schemat i figuren.



- Spänningskällan i den ekvivalenta Y-fasen skall vara nätets fasspänning, den väljs här också till att vara riktfas

$$\underline{U}_f = \frac{400V}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ$$

Fasströmmen som dras från nätet blir

$$\underline{I}_f = \frac{\underline{U}_f}{R_Y + j\omega L_Y} = \frac{231 \angle 0^\circ V}{(33,3 + j10)\Omega} = 6,64 \angle -16,7^\circ A$$

Effektivvärdet på strömmen är det samma i alla tre faserna, alltså **6,64 A**.

- Komplexa skenbara effekten kan beräknas ur fasspänning och fasström:

$$S_{trefas} = 3 \underline{U}_{fas} \underline{I}_{fas}^* = 4600 \angle 16,7^\circ VA = 4400 W + j1300 VAR$$

Med de valda referensriktningarna på fasspänning och fasström så har lasten motoriska referenser och eftersom både P och Q var positiva **förbrukar** lasten alltså både **4400 W** aktiv effekt och **1300 VAR** reaktiv effekt.

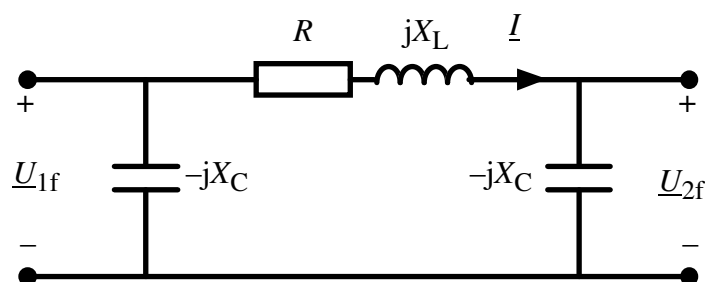
c) Strömmen genom de verkliga lastimpedanserna finns inte med i den ekvivalenta Y-fasen. Istället måste den beräknas ur fasströmmen som ju är den samma i den verkliga (vänstra) kretsen och den ekvivalenta Y-fasen (högra kretsen). Vi kan alltså utgå från att vi känner  $I_{f1}$  i den verkliga kretsen. Det finns flera olika sätt att beräkna  $I_{\Delta 1}$  ur  $I_{f1}$ . Här utnyttjar vi att effekten i en ekvivalent Y-fas är en tredjedel av den totala effekten, vilket naturligtvis måste vara lika med effekten i en av de tre  $\Delta$ -kopplade impedanserna. Eftersom spänningen över  $\Delta$ -impedansen är  $\sqrt{3}$  gånger högre än fasspänningen så måste strömmen  $I_{\Delta 1}$  vara  $\sqrt{3}$  gånger mindre än fasströmmen. Alltså lika med **3,8 A**  
 (Att det är rimligt att strömmen blir lägre ser man t.ex. i schemat till höger där det syns att strömmen från fas 1 delas upp till både  $I_{\Delta 1}$  och  $I_{\Delta 3}$  )

## 2.3 Elnätets funktion och styrning

### 2.3.1 Spänningsfall och effektförluster

I ett elnät eftersträvas en så jämn spänning som möjligt. Dock kommer strömmarna som uppkommer när nätet belastas att ge upphov till spänningsfall. Spänningsfallet kommer sig av att alla nätets komponenter har viss impedans. I kapitel 3 förklaras mer utförligt hur det kommer sig att ledningar har resistans, induktans och viss kapacitans. Här nöjer vi oss med att konstatera att en ledning kan representeras med schemat i figur 2.12.

I de flesta fallen kan ledningars shuntkapacitans försummas och en ledningen kan anses ha en serieresistans och serieinduktans. Även transformatorer kommer ur spänningsfallshänseende att ha en serieresistans och en serieinduktans. Därför kan spänningsfallet i en ledning eller transformator beräknas ur schemat i figur 2.13a. Index k på serieresistansen och seriereaktansen kommer sig av att dessa kallas kortslutningsresistans respektive kortslutningsreaktans. Namnen beror på att de är dessa parametrar som bestämmer kortslutningsströmmen i ett system. Till exempel i transformatorer mäter man också upp värdena på kortslutningsimpedanserna genom att göra en mätning vid kortslutning, dock vid sänkt spänning för att inte få farligt höga strömmar.



Figur 2.12 Ett schema för en ekvivalent Y-fas för en ledning.

Ur kretsschemat i figur 2.13 kan följande komplexa ekvation för spänningen i slingan ställas upp

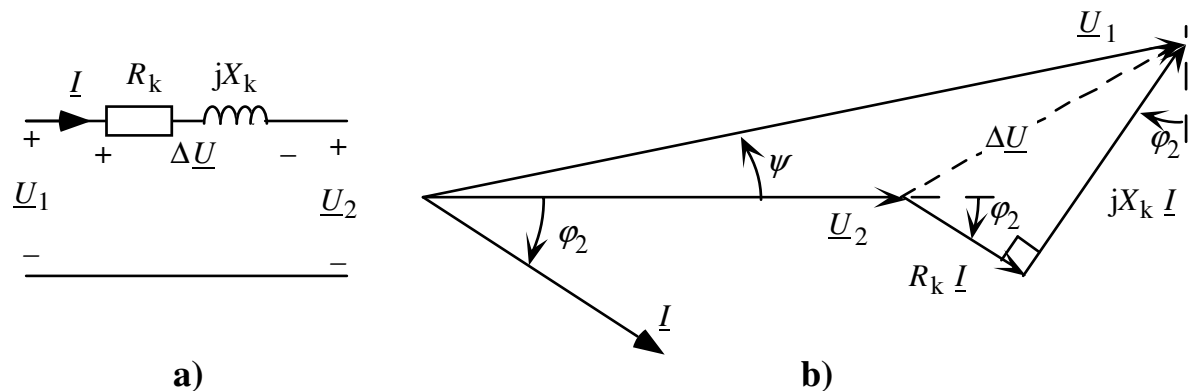
$$\underline{U}_1 = \underline{U}_2 + R_k \underline{I} + j X_k \underline{I} \quad (2.14)$$

Där spänningsfallet kan uttryckas som den komplexa spänningen

$$\Delta \underline{U} = R_k \underline{I} + j X_k \underline{I} \quad (2.15)$$

Visardiagrammet som motsvarar ekvation 2.14 visas i figur 2.13b. Det har antagits att ledningen överför både aktiv och reaktiv effekt till en last på sidan med index 2. Därför ligger strömmen  $\underline{I}$  en liten vinkel efter spänningen  $\underline{U}_2$ .

Det framgår av ekvation (2.15) att spänningsfallets belopp beror på beloppet på belastningsströmmen  $\underline{I}$  eftersom spänningen  $\Delta \underline{U}$  är proportionell mot  $\underline{I}$ . Men när det gäller skillnaden i belopp mellan  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$  så är fasvinkeln  $\varphi_2$  också mycket viktig, eftersom den avgör vilket fasläge spänningsfallet  $\Delta \underline{U}$  har. Om  $\Delta \underline{U}$  ligger vinkelrätt mot  $\underline{U}_2$  så kommer skillnaden i belopp mellan  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$  att vara liten, även om beloppet på  $\Delta \underline{U}$  är stort. Om  $\Delta \underline{U}$  ligger längs med  $\underline{U}_2$  kommer det att ge en stor amplitudskillnad mellan  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$ .

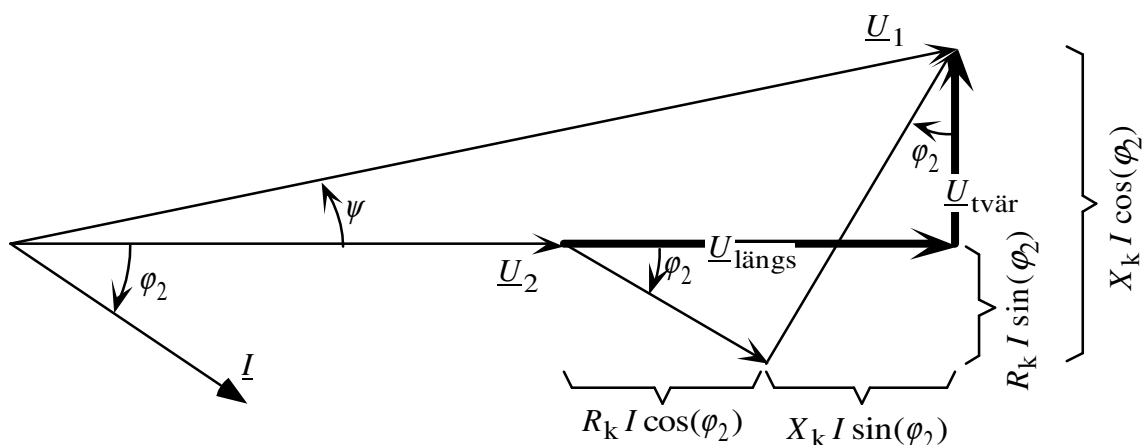


Figur 2.13 Visardiagram över spänningsfall i en krets med serieresistans och seriereaktans.

Just fenomenet att spänningsfallsvisaren  $\Delta \underline{U}$  påverkar amplitudskillnaden eller vinkelskillnaden olika mycket beroende på vilken vinkel den ligger i har lett till att man ofta väljer att dela upp spänningsfallet i två komponenter. Man brukar kalla dem längsspänningsfall och tvärspänningsfall. Längsspänningsfallet är den komponent som spänningsfallsvisaren har i spänningen  $\underline{U}_2$ 's riktning. Tvärspänningsfallet är då naturligtvis den vinkelräta komponenten. I Figur 2.14 nedan visas hur spänningsfallet kan delas upp i längs och tvärspänningsfall. Man kan också i figuren se att spänningsfallen kan uttryckas

$$U_{\text{längs}} = R_k I \cos(\varphi_2) + X_k I \sin(\varphi_2) \quad (2.16a)$$

$$U_{\text{tvär}} = X_k I \cos(\varphi_2) - R_k I \sin(\varphi_2) \quad (2.16b)$$



Figur 2.14 Längs- och tvärspänningsfall.

Om spänningsfallet är litet i förhållande till matande spänning visar det sig att amplitudskillnaden mellan spänningsvisarna  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$  påverkas mycket av längsspänningsfallet, medan tvärspänningsfallet knappt påverkar amplitudskillnaden alls. På samma gång visar det sig att tvärspänningsfallet har stark inverkan på vinkelskillnaden mellan spänningsvisarna  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$  medan längsspänningsfallet bara har mycket liten inverkan på den vinkeln.

Ofta är det bara av intresse att veta skillnaden i amplitud mellan spänningarna  $\underline{U}_1$  och  $\underline{U}_2$ . Om spänningsfallet är litet gäller approximativt att

$$|\underline{U}_1| - |\underline{U}_2| \approx |\underline{U}_{\text{längs}}| = R_k I \cos(\varphi_2) + X_k I \sin(\varphi_2) \quad (2.17)$$

Strömkomponenten  $I \cos(\varphi_2)$  är den aktiva delen av strömmen och komponenten  $I \sin(\varphi_2)$  den reaktiva; jämför med ekvation (2.3) och (2.4). Det visar sig alltså i ekvation (2.17) att spänningsfallet orsakat av resistansen framför allt bestäms av den överförda aktiva effekten och spänningsfallet orsakat av reaktansen framför allt av den överförda reaktiva effekten.

Observera att det finns inte någon entydig definition som säger huruvida det är  $\underline{U}_1$  eller  $\underline{U}_2$  som skall användas som referens för att dela upp spänningsfallet i längs- och tvärspänningsfall. I de fall man använder den förenklade ekvationen för amplitudskillnaden (2.17) skall spänningsfallen inte vara stora jämfört med matande spänning i kretsen, och i så fall kommer resultatet bli i stort sett det samma oberoende av vilken spänningsvisare som man använder som referens för längsspänningsfall.

I den analyserade kretsen kommer det att uppkomma effektförluster på grund av spänningsfallet. Den aktiva effekten ut från kretsen på sidan "2" kommer att vara lite mindre

än den aktiva effekten som matas in på sidan "1". Skillnaden i aktiv effekt, före och efter kretsen uppkommer bara på grund av aktiva effektförluster i  $R_k$

$$P_1 - P_2 = R_k I^2 \quad (2.18)$$

Dessutom kommer även den reaktiva effekten före och efter kretsen att skilja sig åt, på grund av de reaktiva effektförlusterna i reaktansen

$$Q_1 - Q_2 = X_k I^2 \quad (2.19)$$

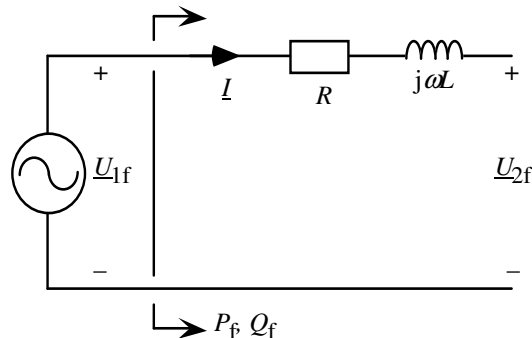
### Exempel: Spänningsfall, effekt, trefas

En trefas 10 kV ledning har serieresistansen 1  $\Omega$ , serieinduktansen 10 mH och försumbar shuntkapacitans. Ledningens ena ände (inmatningspunkten) är ansluten till 10 kV huvudspänning och i den änden upptas en aktiv effekt på 300 kW och en reaktiv effekt på 150 kVAr av ledningen. (Nätfrekvensen är 50 Hz).

- Vad är strömmen på ledningen?
- Vad är då spänningen i andra änden?

### Lösning:

En ekvivalent Y-fas-krets kan ritas upp enligt beskrivningen i uppgiften. Kretsen representerar en fas och spänningar i den är fasspänningar samt effekterna i kretsen gäller också bara för en fas.



$$R = 1 \Omega \quad \text{och} \quad \omega L = 2 \pi 50 \text{ rad/s} \cdot 0.01 \text{ H} = 3.14 \Omega$$

Spänningen som anges är, som alltid, en huvudspänning. Motsvarande fasspänning  $\underline{U}_{1f}$  skall beräknas.

$$\underline{U}_{1f} \text{ väljs även som riktfas, } \underline{U}_{1f} = \frac{10\,000 \text{ V}}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ = 5774 \text{ V} \angle 0^\circ.$$

Hur referensriktningen för strömmar och spänningar väljs är godtyckligt. Här anses det naturligt att ha generatoriska referenser på spänningskällan som representerar elnätet.

a) Med de referenser som valts så har ledningen motoriska referenser i den ände där den matas från nätet (spänningskällan). Eftersom ledningen upptar både aktiv och reaktiv effekt kommer både  $P$  och  $Q$  att vara positiva

$$\underline{S} = P + j Q = (300 + j 150) \text{ kVA} = 335.4 \text{ kVA} \angle 26.6^\circ$$

Den komplexa skenbara effekten för hela trefasledningen kan även uttryckas som

$$\underline{S} = 3 \underline{U}_{1f} I^*$$

Ur detta uttryck kan den komplexa strömmen beräknas



$$\underline{I} = \left( \frac{S}{3 \underline{U}_{1f}} \right)^* = 19.36 \text{ A} \angle -26.6^\circ$$

b) Ur kretsschemat ovan kan man ställa upp följande ekvation för spänningarna i slingan

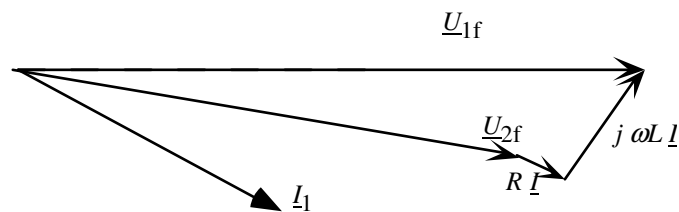
$$\begin{aligned} \underline{U}_{2f} &= \underline{U}_{1f} - R \underline{I} - j \omega L \underline{I} = \underline{U}_{1f} - \underline{I} (R + j \omega L) = \\ &= 5774 \text{ V} \angle 0^\circ + 19.36 \text{ A} \angle -26.6^\circ (1 + j 3.14) \Omega = \\ &= ((5774 - 44.5) + j(0 - 45.8)) \text{ V} = 5729 \text{ V} \angle -0.5^\circ \end{aligned}$$

Spänningen på en trefasledning anges som huvudspänning, alltså blir beloppet på spänningen i ledningens andra ände

$$U_2 = \sqrt{3} U_{2f} = 9923 \text{ V}$$

### Kommentar:

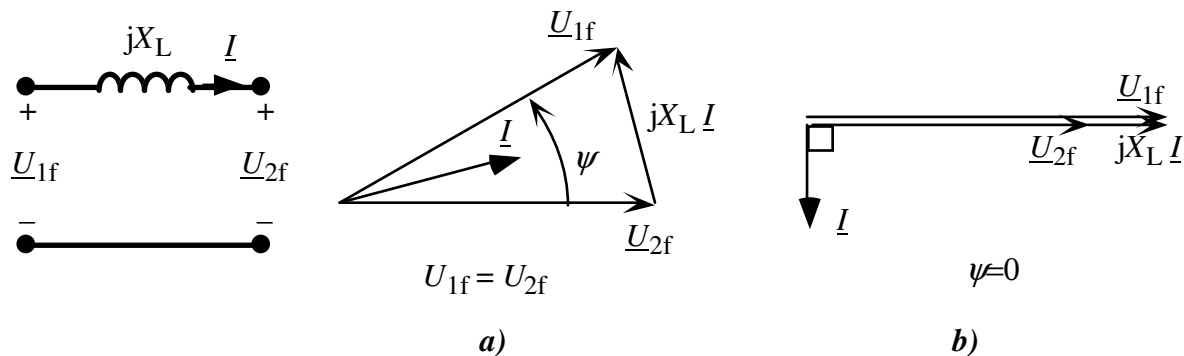
För att kontrollera rimligheten i svaret kan man rita upp följande visardiagram. Man ser i diagrammet att beloppet på spänningen  $\underline{U}_{2f}$  skall vara lägre än för  $\underline{U}_{1f}$  och den skall ha en negativ vinkel.



### 2.3.2 Effektöverföring på långa ledningar

För långa högspänningsledningar är serieresistansens inverkan liten, beroende på att man vid konstruktionen måste ha så stort ledartvärsnitt att förlusterna inte blir för höga. Långa luftledningar i transmissionsnätet kan alltså ses framför allt som en serieinduktans. Genom att konstruera visardiagram för spänningen före och efter ledningen samt för spänningsfallet så kan några viktiga fenomen på induktiva ledningar visas. I figur 2.15 visas ett kretsschema och visardiagram för en induktiv ledning vid två speciella driftsfall.

I första fallet, figur 2.15a, visas hur strömmen på ledningen blir om amplituderna är lika på spänningarna före och efter ledningen, men det är en vinkelskillnad  $\psi$  mellan dem. Vinkeln kallas ofta överföringsvinkeln. I detta fall gör spänningen över induktansen att strömvisaren måste hamna mitt mellan spänningsvisarna. Om man räknar ut den reaktiva effekten före och efter ledningen visar det sig att det matas in lika mycket reaktiv effekt från båda håll. Ledningen kräver reaktiv effekt eftersom det går ström genom dess induktans, men ingen reaktiv effekt förs över från ena sidan av ledningen till andra sidan. En aktiv effekt överförs dock på ledningen i detta fall. Eftersom ledningens resistans är noll kommer den aktiva effekten som tas ut på ena sidan vara exakt lika stor som den som matas in på andra sidan.



Figur 2.15 Effektöverföring på induktiv ledning: a) överföring av enbart aktiv effekt och b) överföring av enbart reaktiv effekt.

I det andra fallet, figur 2.15b, visas hur strömmen på ledningen blir om amplituden på spänningarna före och efter ledningen är olika, men spänningarna ligger i samma fasläge, det vill säga överföringsvinkeln  $\psi = 0$ . Nu hamnar ledningens ström vinkelrätt mot spänningarna, alltså överförs ingen aktiv effekt. Däremot förs det över reaktiv effekt från ena till andra sidan.

Det krävs alltså en vinkelskillnad för att överföra aktiv effekt och en amplitudskillnad för att överföra reaktiv effekt, då ledningen är induktiv. Eftersom några större amplitudskillnader inte accepteras i elnät så kan reaktiv effekt inte överföras några längre sträckor. (Även med lite resistans och kapacitans gäller dessa samband approximativt).

Man kan visa att för en rent induktiv refasledning så är överförd aktiv effekt

$$P = 3 \frac{U_{1f} U_{2f}}{X_L} \sin(\psi) \quad (2.20)$$

Den överförda effekten ökar alltså när överföringsvinkeln ökar från noll. Dock finns det en gräns för hur mycket effekt som kan föras över. Om spänningarna på båda sidor av ledningen är konstanta nås maximal överförd effekt när överföringsvinkeln är  $90^\circ$

$$P_{\max} = 3 \frac{U_{1f} U_{2f}}{X_L} \quad (2.21)$$

Detta visar att serieinduktansen ( $X_L = \omega L$ ) på en ledning begränsar dess överföringsförmåga. Ett effektivt sätt att öka den effekt som kan föras över är att höja spänningen, vilket är ett av huvudskälen till att långa överföringsledningar byggs för höga spänningar. (Även sänkt frekvens skulle öka den maximala överförbara effekten.) Observera dock att ibland påverkas spänningen i ena änden av ledningen av vilken ström som flyter på ledningen, i så fall kan maximal överförd effekt vara vid en annan vinkel än  $90^\circ$ .

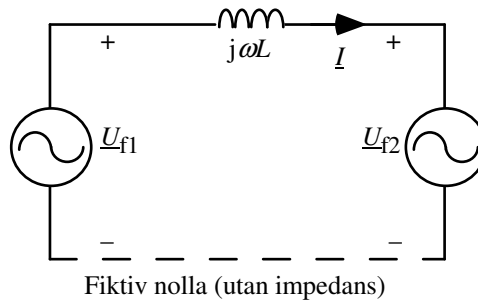
### Exempel: Långa induktiva ledningar

En 400 kV ledning har en serieinduktans på 0.5 H per fas och serieresistansen får försummas. Ledningen sitter i det svenska transmissionsnätet. Spänningen på båda sidor om ledningen är 400 kV och strömmen på ledningen är 600 A.

- Hur stor aktiv effekt överförs på ledningen? (Det går inte att bestämma åt vilket håll med de givna uppgifterna.)
- Hur stor reaktiv effekt förbrukar ledningen i detta fall?  
Spänningsamplituden i den ände som den aktiva effekten överförs **från** bibehålls på 400 kV. Samma aktiva effekt som ovan skall överföras, men utan att det matas in (eller tas ut) någon reaktiv effekt till ledningen i den ände som mottar den aktiva effekten.
- Vad blir spänningen i mottagarändan och hur hög blir då strömmen på ledningen? (Det finns två lösningar, varav en i verkligheten ger för låg mottagarspänning och inte är en stabil driftspunkt eftersom strömmen då är högre än den ström som ger maximal överförd effekt.)
- Vad blir överföringsvinkeln för ledningen?

### Lösning:

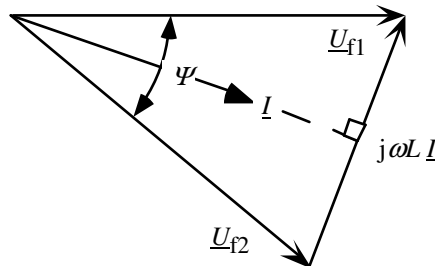
Kretsen kan, för uppgift a) och b), ritas upp som



$$\text{Där } U_{1f} = U_{2f} = \frac{400 \text{ kV}}{\sqrt{3}}, \quad I = 600 \text{ A} \quad \text{och} \quad \omega L = 157,1 \text{ } \Omega$$

Summan av spänningarna runt slingan är noll, alltså  $\underline{U}_{1f} = j\omega L \underline{I} + \underline{U}_{2f}$

Spänningen  $\underline{U}_{f1}$  väljs som riktfas och visardiagrammet som motsvarar spänningsekvationen ovan ritas upp. Spänningarna före och efter ledningen har samma effektivvärde och då kan nedanstående visardiagram ritas upp. Notera dock att det finns två lösningar, en med spänningen  $\underline{U}_{f2}$  efter  $\underline{U}_{f1}$  och en där  $\underline{U}_{f2}$  är före. Skillnaden mellan dem är att den aktiva effekten har olika tecken.



$$\text{I visardiagrammet ser man att } \frac{I \omega L / 2}{U_{f1}} = \sin\left(\frac{\Psi}{2}\right) \Rightarrow \Psi = 23,55^\circ$$

Symmetrin i visardiagrammet gör att strömmen kommer att ligga mitt i mellan spänningsvisarna, alltså  $\underline{I} = I \angle^{-\Psi/2} = 600 \angle -11,8^\circ \text{ A}$

Eftersom det inte finns någon resistans på ledningen är inmatad aktiv effekt lika med överförd aktiv effekt. Den överförda aktiva effekten fås alltså ur

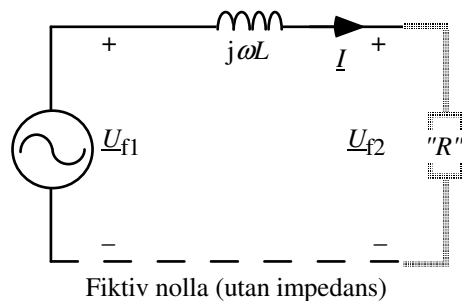
$$\underline{S} = 3 \underline{U}_{f1} \underline{I}^* = 3 \frac{400}{\sqrt{3}} \angle 0^\circ \text{ kV } 600 \angle +11,8^\circ \text{ A} = (407 + j85) \text{ MVA}$$

Ledningen över för **407 MW** aktiv effekt.

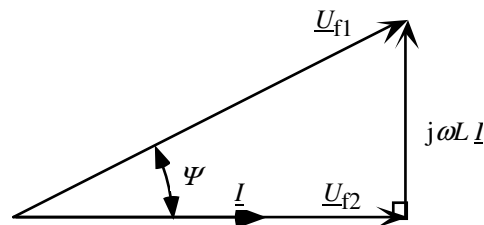
b) Den reaktiva effektförbrukningen fås ur

$Q_{ledning} = 3 \omega L I^2 = 170 \text{ MVar}$ , Ledningen förbrukar alltså **170 MVar** reaktiv effekt när det går 600 A ström på den.

c) Spänningen i laständen av ledningen är nu inte längre känd. Istället vet vi att ingen reaktiv effekt tas ut i laständen, vilket innebär att lasten motsvarar en resistans. Därför har vi nu schemat nedan att utgå från. Vi vet även att effektförbrukningen i lasten är 407 MW.



För att rita upp visardiagrammet väljer vi  $\underline{U}_{f2}$  som riktfas.  $\underline{I}$  kommer att ligga i fas med  $\underline{U}_{f2}$  och vi kan då summera spänningsfallet  $j\omega L \underline{I}$  till  $\underline{U}_{f2}$  för att få fram visaren  $\underline{U}_{f1}$ .



Beloppet på  $\underline{U}_{f1}$  är känt men både  $\underline{U}_{f2}$  och  $\underline{I}$  är obekanta. Dock är  $\underline{U}_{f2}$  och  $\underline{I}$  inte oberoende av varandra. Utan t.ex. strömmen kan uttryckas som en funktion av spänningen eftersom den aktiva effekten är känd. Genom att ställa upp ekvationen för hur de tre sidorna i triangeln i visardiagrammet beror på varandra får man så en ekvation som bara har  $\underline{U}_{f2}$  som obekant.

$$\left. \begin{aligned} U_{f2} I &= \frac{P}{3} & \Rightarrow & I = \frac{P}{3 U_{f2}} \\ \text{Pythagorassats} & \Rightarrow (U_{f1})^2 = (\omega L I)^2 + (U_{f2})^2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow (U_{f1})^2 = \left( \frac{\omega L P}{3 U_{f2}} \right)^2 + (U_{f2})^2$$

$$\Rightarrow (U_{f2})^4 - (U_{f1})^2 (U_{f2})^2 + \left( \frac{\omega L P}{3} \right)^2 = 0$$

Visserligen blir denna ekvation en fjärdegradsekvation i  $\underline{U}_{f2}$ , men den visar sig enkel att lösa som en andragradsekvation i  $\underline{U}_{f2}^2$ !

$$(U_{f2})^2 = + \frac{(U_{f1})^2}{2} \pm \sqrt{\frac{(U_{f1})^4}{4} - \left(\frac{\omega L P}{3}\right)^2} = \begin{cases} 42,7 \cdot 10^9 \text{ V}^2 \\ 10,6 \cdot 10^9 \text{ V}^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow U_{f2} = \begin{cases} 206,7 \text{ kV} \\ 103,1 \text{ kV} \end{cases} \Rightarrow U_2 = \begin{cases} 358 \text{ kV} \\ 179 \text{ kV} \end{cases}$$

$$I = \frac{P}{3 U_{f2}} = \begin{cases} 656 \text{ A} \\ 1316 \text{ A} \end{cases}$$

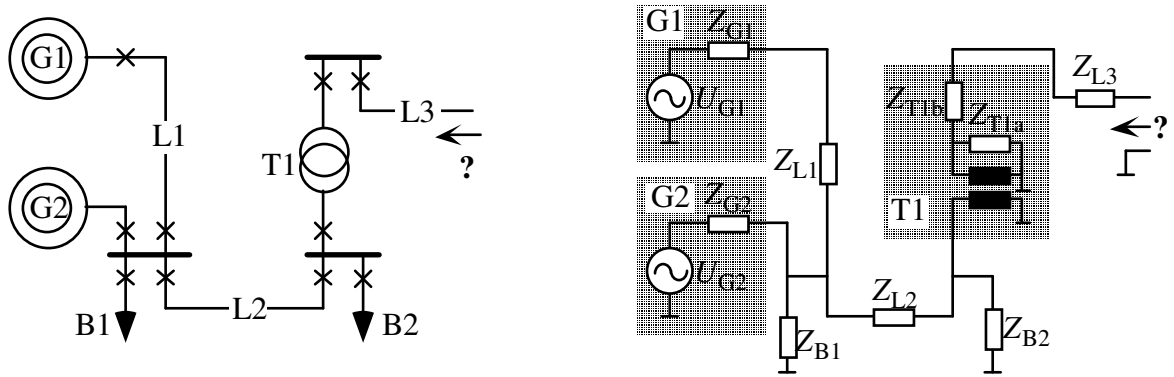
179 kV är en orimligt låg spänning då ledningen matas med 400 kV i andra änden, **358 kV** är alltså spänningen i laständen och strömmen på ledningen **656 A**.

d) I visardiagrammet syns att  $\frac{U_{f2}}{U_{f1}} = \cos(\Psi) \Rightarrow \Psi = 26,5^\circ$

### 2.3.3 Ekvivalent modell för ett elnät

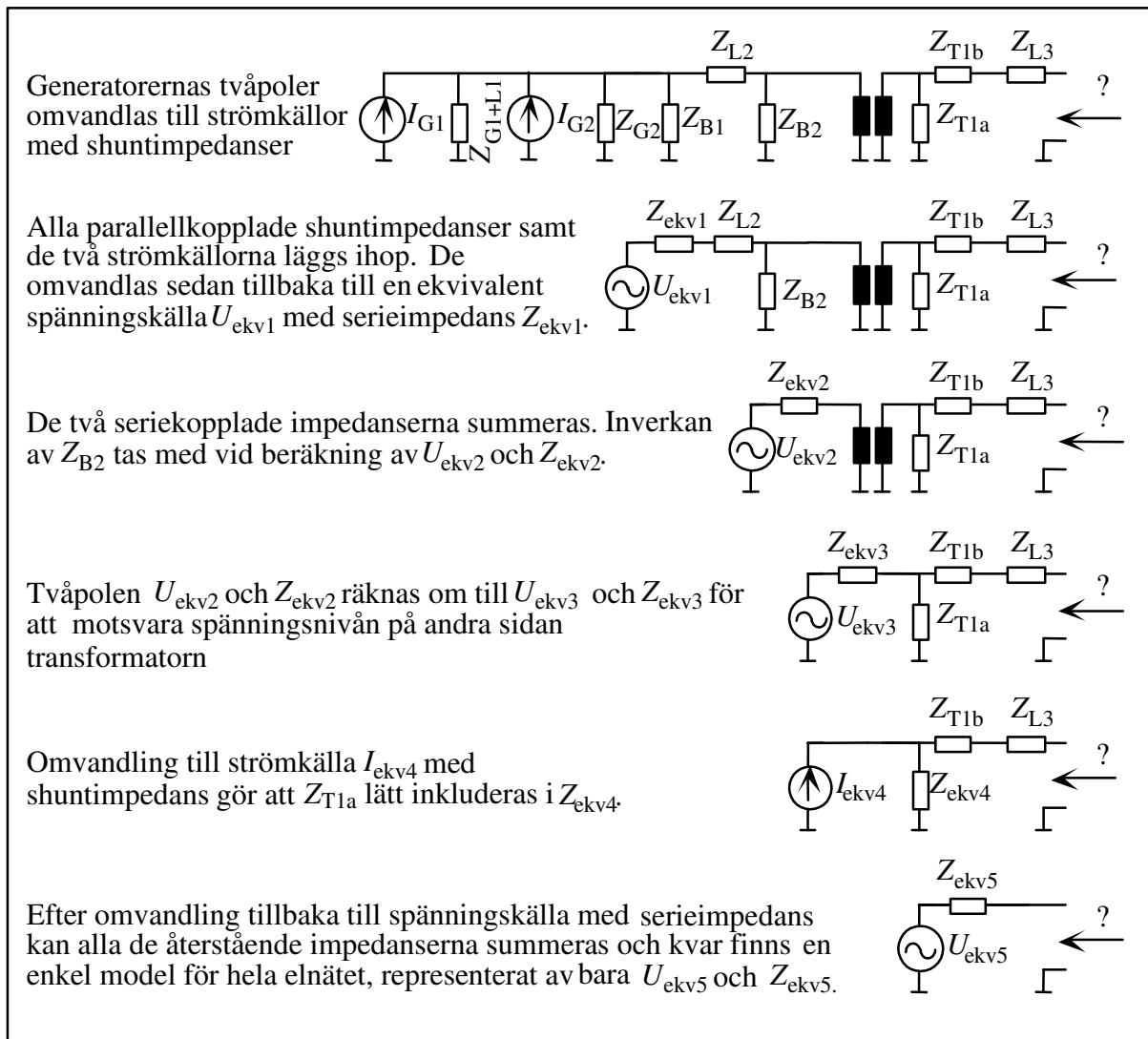
Hittills har vi bara studerat enkla system med en ledning i kretsen. I ett verkligt elnät har man naturligtvis aldrig fall med bara en ledning mellan kraftverk och last. Tvärt om, så har vi tidigare sagt att man alltid vill ha elnäten kopplade så att alla kraftverk i ett land, parallellt, försörjer alla konsumenter med den effekt de behöver. Eftersom alla delar av ett elnät har inverkan på varandra så skall man, för att räkna helt korrekt, ta med alla kraftverk, alla ledningar och alla anslutna apparater i hela nätet vid beräkning av vad som händer med till exempel spänningen i mitt vägguttag när jag kopplar till en apparat. Detta går av praktiska skäl inte att göra och som tur är finns det många förenklingar att ta till. I själva verket kan man nästan alltid förenkla problemet så att man är tillbaka till ett lika enkelt system som för en enda ledning, trots att man tar hänsyn till hela elnätet!

För att enkelt kunna beräkna hur elnätet uppför sig i en bestämd punkt förenklar vi nätet till att kunna representeras av bara en tvåpol med en källa och en impedans. I figur 2.16 visas ett exempel på ett litet elnät med två generatorer, två laster, tre ledningar och en transformator, vars uppförande sett från punkten markerad med ett frågetecken skall beskrivas. Nätet är ritat först som ett enlinjeschema, sedan som ett kretsschema representerande en av faserna. Observera att alla komponenterna i nätet då representeras av modeller med impedanser och källor samt en ideal transformator. För att härleda en ekvivalent nätmodell utgår man ifrån kretsschemat och förenklar det stegvis. I figur 2.17 visas hur man steg för steg kan förenkla nätets kretsschema tills man bara har en tvåpol kvar för att representera hela nätet, sett från vår anslutningspunkt. Genom successiva tvåpolsomvandlingar, seriekopplingar, parallellkopplingar och kretsomvandlingar kan hela nätet reduceras till en enda tvåpol. Transformatorn kan också uteslutas genom att alla spänningar och impedanser räknas om till att gälla på den sida om transformatorn som man vill analysera. Dessutom tas transformatorns egna impedanser med. Exakt hur detta görs finns beskrivet i kapitel 3.



(Symbolen  $\perp$  betyder anslutning till nolledaren, som inte är utträd.)

Figur 2.16 Exempel på ett litet elnät och en enfas kretsmodell av det.



Figur 2.17 Stegvis beräkning av en ekvivalent kretsmodell för nätet i Figur 2.16.

Observera att detta är helt korrekta förenklingar och inga approximationer har gjorts här. Den ekvivalenta modellen representerar alltså nätet lika exakt som det ursprungliga kretsschemat. Dock gäller den bara för uppförandet i en punkt i nätet när alla andra saker i nätet är konstanta. Om man vill veta vad som händer i andra delar av nätet, måste man ta fram andra ekvivalenta modeller för dem.

Parametrarna i en sådan här modell som representerar elnätets är dock inte helt konstanta. Om ledningar någonstans i nätet kopplas bort kommer de ekvivalenta kortslutningsimpedanserna att öka något. Även ändringar i laster i andra delar av nätet påverkar såväl ekvivalent tomgångsspänning som ekvivalent kortslutningsimpedans. Naturligtvis kommer även spänningsreglering i olika delar av nätet att påverka ekvivalenta tomgångsspänningen. Variationerna kommer dock normalt inte vara speciellt stora om det inte sker ändringar i nätet nära den punkt man analyserar. Bland annat beror det på att spänningsregleringen håller spänningen konstant i alla större knutpunkter i nätet, vilket gör att det bara är spänningsfall den sista biten från en reglerad punkt i nätet ut till lasten som påverkar den ekvivalenta tomgångsspänningen.

Eftersom hela elnät normalt är oändligt mer komplexa än i detta exempel så inses snart att en fullständig analys blir praktiskt ogenomförbart. Istället för att ta med allt görs då ingenjörsmässiga förenklingar. Man utgår vanligtvis från närmsta punkt i nätet där man redan tidigare räknat ut en ekvivalent tvåpol, eller där nätet är så starkt (relativt den analyserade lasten) att det kan ses som bara en fast spänningskälla, utan någon serieimpedans. Sedan tar man hänsyn till andra laster hopklumpade, och inte en och en. Då mer exakta beräkningar måste göras får man använda ett kretsanalysprogram, istället för att härleda fram parametrarna genom kretsomvandlingar.

Ett viktigt resultat av att man kan representera en godtycklig punkt i ett elnät med en tvåpol, är att det går relativt lätt att beräkna hur spänningen varierar med lasten även i komplicerade nät. Det är även lätt att beräkna den ström man får vid kortslutning med mera.

### **2.3.4 Faskompensering**

Som vi sett tidigare, i avsnitt 2.3.2, kan inte reaktiv effekt överföras några längre sträckor i elnät, eftersom det leder till stora spänningsfall. Eftersom många typer av laster kräver reaktiv effekt och induktansen hos ledningarna i nätet också förbrukar reaktiv effekt, måste reaktiv effekt kunna produceras ute i nätet, även där det inte finns några kraftverk. Reaktiv effekt kan produceras av synkrongeneratorer, men även av kondensatorer och av kraftelektroniska omriktare. Det billigaste sättet att producera reaktiv effekt ute i nätet är med kondensatorer. Att förse en last eller en del av nätet med reaktiv effekt kallas att faskompensera, eftersom man minskar fäsförskjutningen mellan ström och spänning. Det finns framför allt två olika

tillfällen då man faskompenserar. Dels så faskompenserar direkt vid laster, för att konsumenten skall slippa betala för reaktiv effekt och för att minimera strömmen som dras från nätet, dels används faskompensering för att styra spänningen i elnätet.

När man faskompenserar laster skall lasten normalt inte påverkas i sin funktion av faskompenseringen, därför parallellkopplas oftast kondensatorerna med lasten, så kallad shuntkompensering. På det sättet påverkas inte direkt spänningen över lasten eller strömmen genom lasten utan faskompenseringen producerar bara en del av den ström lasten drar och minskar på så sätt strömmen som dras från nätet (viss indirekt påverkan på lasten kan dock finnas om nätspänningen ändrar sig på grund av faskompenseringen). I figur 2.18 visas hur en last faskompenserar med en kondensator parallellt med lastimpedansen. Lasten drar strömmen  $I_L$ , som ligger vinkeln  $\varphi_L$  efter fasspänningen. Kondensatorn drar i sin tur en ström  $I_C$  som ligger  $90^\circ$  före fasspänningen. Strömmen  $I_f$  som dras från nätet blir summan av kondensatorströmmen och lastströmmen. I visardiagrammet syns att nätströmmens belopp är mindre än lastströmmens belopp och att nätströmmen också har en mindre fasvinkel relativt nätspänningen. Eftersom kondensatorströmmen är vinkelrätt mot nätspänningen så påverkar den inte den aktiva effekten. Den aktiva effekten måste ju naturligtvis fortfarande tas från elnätet.

Det är ofta lätt att räkna på faskompensering om man tittar på flödena av reaktiv och aktiv effekt. Summan av de reaktiva effekterna i knutpunkten i figur 2.18 måste vara noll, alltså gäller

$$Q_f = Q_L - Q_C \quad (2.22)$$

eftersom kondensatorn avger reaktiv effekt och lasten upptar reaktiv effekt. Även för den aktiva effekten gäller att summan i knutpunkten är noll, men då kondensatorn inte kan producera aktiv effekt så gäller

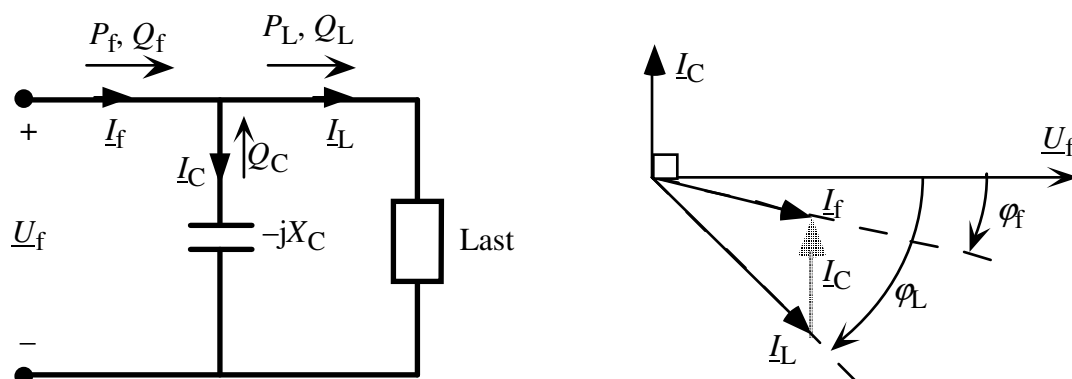
$$P_f = P_L \quad (2.23)$$

Därför måste den aktiva strömkomponenten på nätet alltså vara lika med den aktiva strömkomponenten lasten drar

$$I_f \cos(\varphi_f) = I_L \cos(\varphi_L) \quad (2.23)$$

Eftersom den reaktiva effekten som dras från nätet minskas, blir dock beloppet på nätströmmen lägre än beloppet på lastströmmen. Det är bara laster som är mer eller mindre induktiva som faskompenserar med kondensatorer.

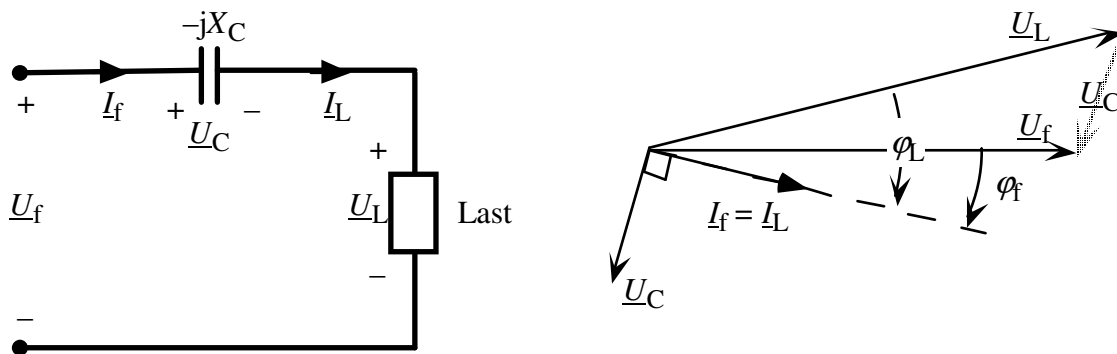




Figur 2.18 Faskompensering av en last (shuntkompensering).

För en last som är induktiv, vilket laster ofta är, kommer faskompenseringen att minska strömmen som dras från nätet när man kompenserar med en kondensator som producerar lite reaktiv effekt. Ju mer reaktiv effekt kondensatorn producerar, desto mer reaktiv effekt kompenseras bort och desto mindre blir strömmen som dras från nätet ( $\varphi_f$  minskar). Om kondensatorn väljs så att den producerar precis lika mycket reaktiv effekt som lasten förbrukar kommer nätströmmen att ligga i fas med nätspänningen ( $\varphi_f=0$ ) och vi har uppnått det minsta möjliga värdet på nätströmmen. Storleken på strömmen från nätet bestäms då bara av den aktiva effekten som lasten drar, eftersom hela den reaktiva effekten är bortkompenserad. Om kondensatorn väljs större än för fullständig kompensering så producerar de mer reaktiv effekt än lasten drar. Då blir lasten överkompenserad och strömmen på nätet blir större än vid fullständig kompensering, på grund av att nätströmmen då kommer att ligga en liten vinkel före nätspänningen ( $\varphi_f > 0$ ). Detta beror på att kondensatorerna producerar så mycket reaktiv effekt att nätet inte längre avger reaktiv effekt till lasten utan nu flyter det reaktiv effekt från faskompenseringen och ut på elnätet.

Det går även att kompensera den reaktiva effekten genom att seriekoppla en kondensator med lasten, men det är oftast inte lämpligt. I figur 2.19 visas ett exempel på hur en seriekompensering kan göras. Kondensatorns kapacitans har där valts så att den inte kompenserar helt fullt för den reaktiva effekten. I detta fall ser man att det går exakt samma ström från nätet som till lasten. Orsaken att effektfaktorn höjs är att spänningsfallet som blir över kondensatorn, när lastens ström går genom den, fasvrider nätspänningen så att den får en mindre vinkel relativt lastströmmen än vad lastspänningen har. Notera att den spänning som kompenseringskondensatorn summerar till nätspänningen även leder till att spänningen över den ursprungliga lasten blir högre än nätspänningen. Eftersom de flest laster bara är gjorda för just en bestämd spänning så kan de komma att fungera dåligt eller gå sönder om seriekompensering leder till stora spänningsändringar över lasten. Därför används oftast inte seriekompensering för vanliga laster.



Figur 2.19 Seriekompensering av en last.

I elnätet kan man faskompensera på precis samma sätt som vid laster. Skillnaden är att man ofta har faskompensering som kopplas i och ur beroende på nätspänningen. Man använder även faskompensering som kan styras kontinuerligt med hjälp av kraftelektronik. I elnätet förekommer också seriekompensering, det vill säga att man kopplar kondensatorer i serie med faserna i en ledning. På så sätt kan man kompensera bort en stor del av ledningens induktans och höja den effekt som kan föras över på ledningen.

Det vanliga förhållandet är att apparater eller delar av elnät är induktiva och att det leder till en låg effektfaktor. Mycket sällan har man skäl att faskompensera kapacitiva system. Där det förekommer kan man dock faskompensera, fast då med induktanser, och på motsvarande sätt som ovan reducera eller helt eliminera den reaktiva strömmen.

### Exempel: Trefas, spänningsfall, faskompensering

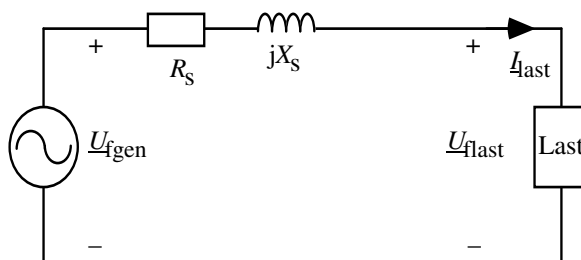
En trefasgenerator med spänningsreglering kan representeras av tre Y-kopplade 50 Hz, 230 V spänningskällor. Generatoren matar en last via en ledning som har en serieresistans på 1  $\Omega$  och en serieinduktans med reaktansen 1  $\Omega$ . Lasten drar en ström på 10 A med en effektfaktor på 0,8. Såväl aktiv som reaktiv effekt förbrukas av lasten.

- Rita ett ekvivalent schema för en fas samt ett visardiagram över spänningen vid generatoren, spänningen vid lasten, spänningsfallet och strömmen på ledningen.
- Vad är huvudspänningen vid generatoren och vid lasten?
- Hur stor aktiv och reaktiv effekt upptar lasten från ledningen?

Lasten skall faskompenseras så att den inte drar någon reaktiv effekt från ledningen. Anta att lasten förbrukar 10 A vid  $\cos(\varphi)=0.8$  oberoende av lastspänningen.

- Rita ett schema över hur kretsen ser ut med faskompenseringen.
- Rita visardiagram för den faskompenserade kretsen, med samma storheter som i deluppgift a samt lastströmmen och strömmen i faskompenseringsutrustningen.
- Vad är nu strömmen på ledningen och spänningen över lasten?

**Lösning:** Kretsschemat för en ekvivalent Y-fas är enligt beskrivningen:



a) Kända storheter:

$U_{fgen} = 230 \text{ V}$ ,  $R_s = 1 \Omega$ ,  $X_s = 1 \Omega$ ,  $I_{last} = 10 \text{ A}$ ,  $\cos(\varphi_{last})=0.8$ ,  $P$  och  $Q$  upptas av lasten

Lastspänningen väljs som riktfas,  $\underline{U}_{flast} = U_{flast} \angle 0^\circ \Rightarrow I_{last} = 10 \text{ A} \angle -\varphi_{last}$  (OBS! Att positiv fasförskjutning per definition innebär att strömvisaren ligger efter spänningvisaren.)

Vad är vinkeln  $\varphi$ ?

1)  $\cos(\varphi_{last})=0.8 \Rightarrow \varphi_{last} = \pm 36.9^\circ$

2) Motoriska referenser + "P och Q upptas av lasten"  $\Rightarrow P > 0$  och  $Q > 0$

$$\underline{S}_{last} = 3 \underline{U}_{flast} \underline{I}_{last}^* = 3 U_{flast} I_{last} \angle (0^\circ - (-\varphi_{last})) = 3 U_{flast} I_{last} \angle \varphi_{last}$$

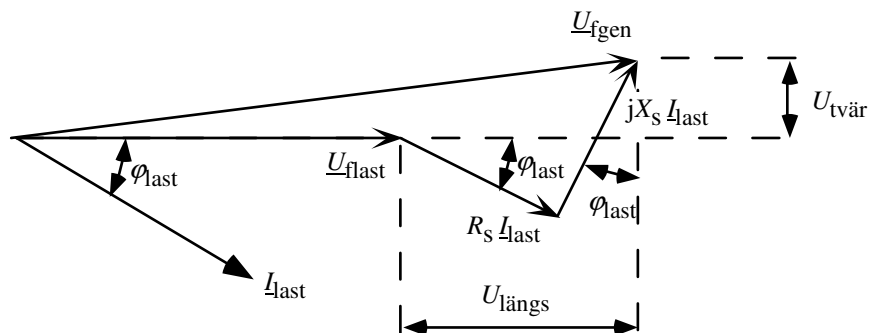
för att  $P > 0$  och  $Q > 0$  måste  $\varphi_{last}$  vara mellan 0 och  $90^\circ$

$\Rightarrow \varphi_{last} = +36.9^\circ$

$\underline{I}_{last} = 10 \text{ A} \angle -36.9^\circ$

Visardiagrammet för spänningarna kan nu konstrueras ur spänningsekvationen för slingan:

$$\underline{U}_{fgen} = \underline{U}_{flast} + R_s \underline{I}_{last} + jX_s \underline{I}_{last}$$



b) För att beräkna spänningens amplitud vid lasten används Pythagoras sats för en triangel med generatorspänningen som hypotenusan:

$$U_{fgen}^2 = (U_{flast} + U_{längs})^2 + U_{tvär}^2$$

där

$$U_{längs} = R_s I_{last} \cos(\varphi_{last}) + X_s I_{last} \sin(\varphi_{last}) = 14 \text{ V}$$

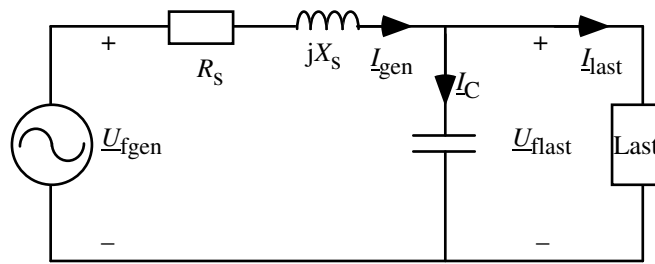
$$U_{tvär} = X_s I_{last} \cos(\varphi_{last}) - R_s I_{last} \sin(\varphi_{last}) = 2 \text{ V}$$

$$U_{flast} = \sqrt{U_{fgen}^2 - U_{tvär}^2} - U_{längs} = \sqrt{(230 \text{ V})^2 - (2 \text{ V})^2} - 14 \text{ V} = 216,0 \text{ V (fasspänning)}$$

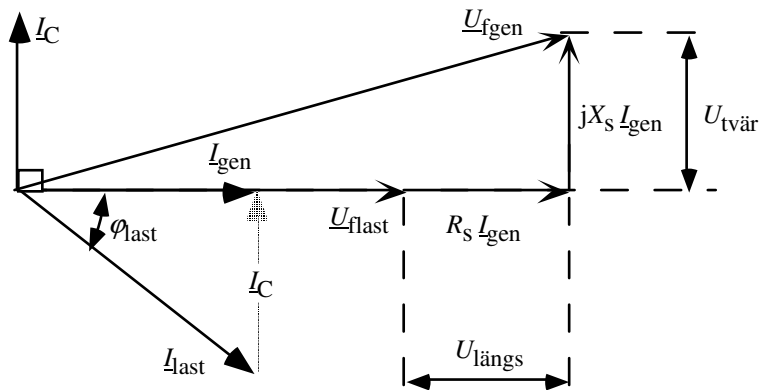
Huvudspänningen över lasten blir alltså **374 V**.

c)  $\underline{S}_{last} = 3 \underline{U}_{flast} \underline{I}_{last}^* = 3 \cdot 216 \text{ V} \angle 0^\circ \cdot 10 \text{ A} \angle -(-36.9^\circ) = (5195 + j3872) \text{ VA}$   
 $P = 5,2 \text{ kW}$  och  $Q = 3,9 \text{ kVAr}$  upptas av lasten

d)



e)



f)  $I_{gen} = I_{last} \cos(\varphi_{last}) = 8 \text{ A}$

$$U_{flast} = \sqrt{U_{fgen}^2 - U_{tvär}^2} - U_{längs} = \sqrt{(230 \text{ V})^2 - (8 \text{ V})^2} - 8 \text{ V} = 221,9 \text{ V}$$

där  $U_{längs} = R_s I_{gen}$        $U_{tvär} = X_s I_{gen}$

Huvudspänningen över lasten blir alltså **384 V**.

### Kommentarer:

När lasten faskompenserats minskar spänningsfallet från 26 V till ca 16 V. Minskningen beror på att strömmen på ledningen minskar, men också på att strömmens fasvinkel ändrats. Att det blir ett så stort spänningsfall som 16 V, trots att ingen reaktiv effekt dras från ledningen beror på att ledningen har relativt hög resistans. I det andra visardiagrammet ser man att det är spänningsfallet över resistansen som orsakar nästan hela amplitudskillnaden mellan lastspänning och generatorspänning. Spänningsfallet över induktansen blir här ett tvärsäningsfall och ger i stort sett bara en vinkelskillnad mellan spänningarna. Trots att lasten med faskompensering inte drar någon reaktiv effekt från ledningen så dras det en reaktiv effekt från generatorm, vilket kan ses på vinkelskillnaden mellan generatorström och generatorspänning. Det beror på att ledningen drar en viss reaktiv effekt när det går ström på den.

## 2.3.5 Frekvensen i ett elnät

Hittills så har vi diskuterat lite om vad som avgör spänningens amplitud i ett elnät. För elanvändaren är även frekvensen på spänningen viktig. Bland annat växelströmsmotorers varvtal beror på frekvensen, och därför måste frekvensen vara någorlunda rätt om kylskåp,

fläktar och pumpar skall fungera på rätt sätt. Frekvensen är dock oftast mycket mindre viktig att kunna räkna på, för i ett stort elnät är de normala frekvensvariationerna mycket små. Dessutom är den inverkan en enskild last kan ha på frekvensen försumbara. För att förstå hur ett elnät styrs och vilka problem man kan få med frekvenshållningen är det dock bra att känna till de fysikaliska och elektriska fenomen som avgör elnätets frekvensbeteende.

### 2.3.5.1 Mekanismer som bestämmer frekvensen

Nästan all elenergi produceras med synkrogeneratorer och det avgör hur elnätets frekvens uppför sig. I en synkrogenerator så är frekvensen på de genererade spänningarna direkt proportionell mot varvtalet på generatoren. Om frekvensen på nätet ändras så måste därför varvtalet på alla anslutna generatorer också ändras. En variant av Newtons andra lag kan användas för att analysera hastigheten på en roterande generator. På samma sätt som en obalans i krafter på en kropp leder till att den accelererar, och ändrar hastighet, så leder obalans i vridmoment på ett roterande system till att det ändrar varvtal.

I kapitel 4, om elektrisk maskiner, diskuteras hur en generator omvandlar mekanisk energi till elektrisk. På generatoraxeln skall mekanisk energi tillföras. Det sker genom att till exempel en ångturbin, eller någon annan kraftkälla, driver generatoraxeln med vridmoment  $T_{mek}$ . Tecknet på vridmomentet är sådant att det vill öka varvtalet på generatoren. Den elektriska kretsen, som generatoren är kopplad till, belastar generatoren med strömmar som, tillsammans med magnetfältet i generatoren, också ger upphov till ett vridmoment  $T_{el}$ . Det vridmomentet får ett tecken som gör att det vill bromsa generatoraxeln. För att inte generatorns axel skall ändra varvtal måste det råda balans mellan drivande mekaniskt moment och bromsande elektriskt moment. Mer matematiskt kan man ställa upp en jämviktsekvation för vridmomenten

$$T_{mek} - T_{el} = J \frac{d\omega}{dt} \quad (2.a)$$

där  $\omega$  är generatorvarvtalet i rad/s och  $J$  är systemets tröghetsmoment. Tröghetsmomentet är summan av den drivande turbinens, axelns och generatorrotorns tröghetsmoment. Vridmoment i ett roterande system är lika med det tillförda effekten dividerat med varvtalet. Eftersom den elektriska frekvensen är proportionell mot generatorvarvtalet kan ekvation (2.a) då uttryckas som

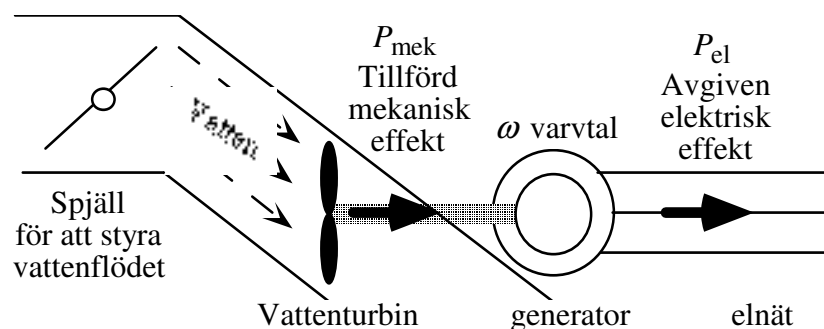
$$\frac{P_{mek} - P_{el}}{\omega} = k \frac{df}{dt} \quad (2.b)$$

där  $k$  är en konstant och  $\omega$  är generatorns varvtal uttryckt i rad per sekund. Man ser att tillförd mekanisk effekt från kraftverkets turbin måste vara lika med den effekt elnätet drar från generatoren, för att nätfrekvensen inte skall ändras. Den effekt som förbrukas på elnätet tas

alltid från generatoren, oavsett om turbinen tillför tillräckligt med effekt eller inte. Om för lite mekanisk effekt tillförs, tas skillnaden ur den lagrade kinetiska energi, som finns i de roterande delarna, och varvtalet sjunker. Det är också möjligt att det matas in mer mekanisk effekt än vad elnätet tar ut och då kommer överskottet att lagras som kinetisk energi genom att varvtalet ökar. Notera att det finns ingen direkt mekanism som garanterar att jämvikt inträder, utan det krävs ett regelsystem för den tillförda mekaniska effekten.

### 2.3.5.2 Styrning av frekvensen i ett elnät

För att styra frekvensen så styr man den aktiva effekt som tillförs till generatorerna i kraftverken så att den är lika med den förbrukade elektriska effekten. I figur 2.19 visas en principbild av effektförlödet i ett vattenkraftverk. För att styra den tillförda mekaniska effekten i vattenkraftverk styr man hur mycket vatten som släpps fram till turbinerna och i t.ex. kolkraftverk styrs hur mycket ånga som släpps fram till ångturbinen. Genom att låta kraftverkens regulatorer öka producerad effekt då nätfrekvensen sjunker och sänka den när frekvensen ökar, kan man automatiskt reglera nätfrekvensen.



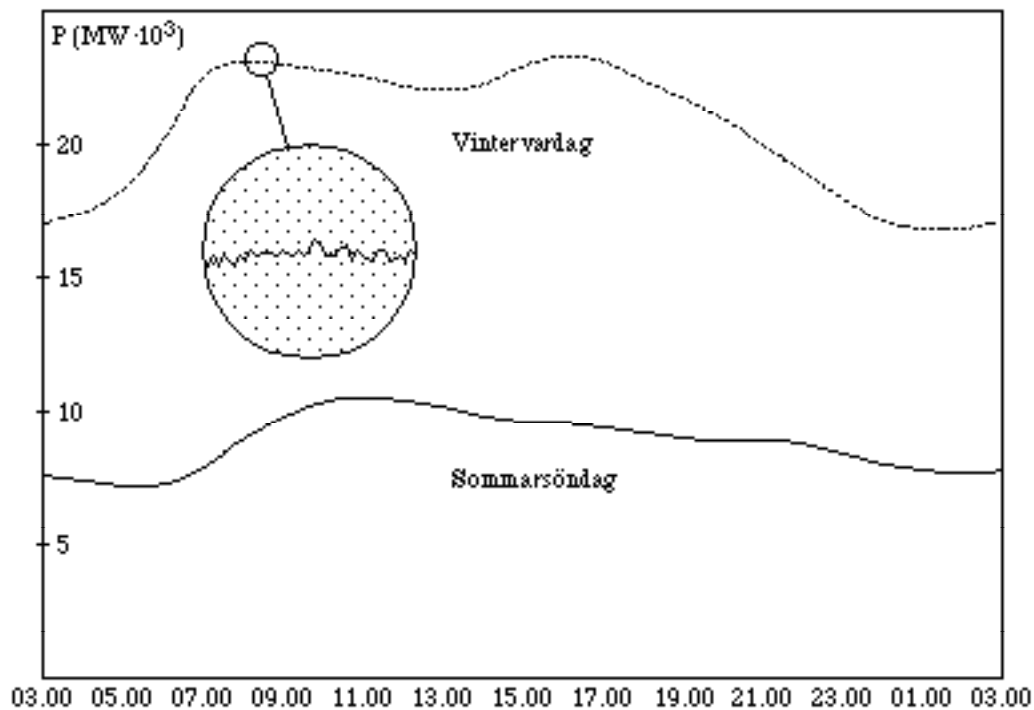
Figur 2.19 Ett vattenkraftverk som modell för hur kraftverk fungerar.

Ett elnät måste hela tiden styras och övervakas för att det trots varierande laster skall hålla rätt frekvens. All styrning och reglering sker i huvudsak automatiskt, men övervakas av operatörer som bara ingriper om större fel uppkommer.

Frekvensen är lika i hela elnätet, bortsett från eventuella transienta frekvenspendlingar, och genom att se till att summan av alla kraftverks produktion är exakt lika med konsumtionen i varje ögonblick, så kan frekvensen hållas konstant. Eftersom det är en relativt enkel sak att balansera frekvensen så behöver inte alla kraftverk delta i regleringen. De kraftverk som av tekniska eller ekonomiska skäl inte är så lämpade att snabbt reglera effekten låter man gå med konstant produktion under långa tider. Detta gäller ofta kärnkraftverk och kolkraftverk. Istället använder man i Sverige framför allt vattenkraftverk för att reglera frekvensen. Frekvensen hålls mycket stabil och avviker bara i extremfall mer än 0.1 Hz från 50 Hz. Medelfrekvensen i nätet hålls mycket exakt, mätt över ett dygn, vilket kan utnyttjas i klockor och timers som styrs av nätfrekvensen. Kortvarigt sker dock små avvikelser i frekvensen.

Genom att elmarknaden avreglerats har mycket av den tidigare centrala produktionsstyrningen och optimeringen upphört. Istället låter man handeln på kraftbörsen avgöra vad som är den mest ekonomiskt optimala produktionen. Det finns dock en övervakning och planering som skall säkerställa att det aldrig blir obalans i produktionen. Övervakning är också nödvändig för att säkerställa att nätet inte kollapsar vid fel, utan att tillräcklig reservkraft alltid finns tillgänglig. Styrningen av transmissionsnätet i Sverige sköts av Svenska kraftnät som även optimerar hur effektflödena fördelas på olika ledningar för att minimera förluster och maximera säkerhetsmarginalerna.

I figur 2.20 visas hur den aktiva effekten kan variera under ett höglastdygn (vinter och vardag) och ett låglastdygn (sommar och söndag). De snabba effektvariationerna, som också visas i figur 2.20, beror på snabba belastningsförändringar.



Figur 2.20 Lasteffektens tidsvariation i det svenska kraftnätet.

### 2.3.5.3 Effektpendlingar i elnät

Att generatorer och motorer har en upplagrad kinetisk energi som ändras när frekvensen ändras leder tillsammans med nätets induktiva ledningar att effekt- och frekvenspendlingar kan uppstå mellan olika delar av nätet. Pendlingarna kan startas av en snabb laständring i en del av nätet, t.ex. att ett kraftverk måste nödstoppas. Om pendlingarnas amplitud inte dämpas effektivt kan de leda till att skyddsreläer kopplar bort kraftverk och att nätet då kollapsar. Utan att vara direkt mekaniskt kopplade till varandra kommer tröghetsmomenten i de elektriska maskinerna som är kopplade till ett elnät ändå att påverka varandra, eftersom de är elektriskt

sammankopplade. Pendlingar beror på att maskiner och generatorer anslutna till nätet kommer att uppföra sig ungefär som om de satt mekaniskt ihopkopplade med en fjädrande axel.

Vi har tidigare sett att impedanserna på ledningarna i ett elnät leder till vinkelskillnader mellan spänningen på var sida om ledningen. För induktiva ledningar så måste vinkeln öka ju högre effekt som skall överföras. När vi tittar på spänningsvisare med  $j\omega$ -metoden skall vi komma ihåg att de härleds genom att man ser spänningarna som roterande visare vilka roterar med den elektrisk frekvensen. Denna rotation motsvarar varvtalet på generatoren som genererar spänningen. I  $j\omega$ -metoden antas alla visare rotera lika snabbt och vi tar bort rotationen ur beräkningarna och bryr oss bara om inbördes vinkelskillnader. Om vi dock backar här, och tar med visarnas rotation, inses att en ändring i inbördes vinkel bara uppstår om rotationshastigheten (frekvensen) skiljer sig åt mellan visarna. För att öka överföringsvinkeln  $\Psi$  måste frekvensen  $f_1$  (på ena sidan en ledning) vara högre än  $f_2$  (på andra sidan) under en viss tid. När vinkeln hittat rätt värde skall frekvenserna åter bli lika om den nya överföringsvinkeln skall hållas konstant.

Nu innebär dock frekvensändringar att den roterande energin i anslutna maskiner påverkas. Därför kommer frekvensskillnader att innebära att den energi som finns upplagrad i tröghetsmomenten i systemet omfördelas.

Anta att vi har en ledning med kraftverk i båda ändarna som var för sig håller spänningsamplituden i sin ända av ledningen konstant. På sidan 1 antas nätet vara mycket stort, vilket motsvarar att tröghetsmomentet där är approximativt oändligt stort. Därmed är frekvensen på den sidan konstant 50 Hz. I utgångsläget har vi systemet lastat så att en liten aktiv effekt flyter från sidan 1 till 2. Helt plötsligt kopplas en stor last till på sidan 2. Kraftverket där går redan på fullast och kan inte öka sin effektproduktion. Eftersom lasten tar ut mer effekt än vad som tillförs via ledningen och kraftverk 2, så kommer skillnaden att tas från den kinetiska energin i generatoren och alla motorer på sidan 2. Det leder till att frekvensen där sjunker och vinkeln mellan  $U_1$  och  $U_2$  börjar öka. När vinkeln ökar kommer allt mer effekt att föras över från sidan 1 till 2 och effektunderskottet där minskar. När överföringsvinkeln ökat tillräckligt mycket överförs så mycket effekt som lasten på sidan 2 kräver. Då råder tillfälligt effektjämvikt, och frekvensen  $f_2$  slutar sjunka. Men eftersom frekvensen  $f_2$  nu är för låg, då det har tagits kinetisk energi ur generatoren och motorerna på sidan 2, så avstannar inte ändringen i överföringsvinkeln. Överföringsvinkeln fortsätter att öka, vilket leder till att mer aktiv effekt förs över till sidan 2 än vad som förbrukas där. Överskottet kommer då att öka frekvensen  $f_2$  och överföringsvinkeln kommer att öka allt långsammare. Efter ett tag med hög överföringsvinkel kommer frekvensen  $f_2$  att vara 50 Hz. Tyvärr är inte heller detta ett stabilt jämviktsläge, för nu har vi en för hög överföringsvinkel. Den höga överföringsvinkeln gör att frekvensen  $f_2$  fortsätter att öka och blir högre än 50 Hz.



Då kommer överföringsvinkeln att minska och systemet svänger tillbaka. På detta vis kan frekvenser och överförd effekt pendla mot varandra utan att någonsin hitta ett stabilt jämviktsläge. När överföringsvinkeln är rätt, är frekvenserna fel och vice versa.

Denna typ av svängning uppkommer egentligen vid alla laständringar, men det finns oftast laster i elsystemet vars uppförande dämpar svängningen. Endast vid stora och snabba ändringar brukar svängningarna leda till problem. Om man har otur kan svängningarna också förvärras av reglersystem i kraftverken. Lösningen på problemet är att flera kraftverk utrustats med speciella regulatorer som skall verka dämpande på frekvenspendlingar. Det är dock ett svårt problem att dimensionera dessa regulatorer eftersom det finns så många olika sätt som ett elnät kan komma i svängning. I det svenska elnätet är det bland annat svängningar mellan syd- och Nordsverige som kan ge problem eller svängningar mellan Stockholms- och Osloområdet.

### **2.3.6 Spänningen i ett elnät**

Förutom att styra produktionen av aktiv effekt för att hålla frekvensen måste spänningarna i olika delar av nätet regleras genom produktion av reaktiv effekt. Den reaktiva effekten kan produceras av lokala kraftverk, som oberoende av den aktiva effekt de producerar, kan styra produktionen av reaktiv effekt med generatorernas magnetisering. Om det inte finns någon generator som kan producera reaktiv effekt så låter man kondensatorer göra det jobbet istället.

Spänningen till konsument vill man hålla inom några procent av nominellt värde. Normerna godkänner avvikelser för spänningen på 400 V nivån inom -10% till +6% från nominellt värde, men i Sverige brukar variationerna vara mycket mindre. Dessutom skall snabba spänningsändringar större än 3% inte vara normalt förekommande.

Spänningen i ett elnät styrs först och främst av spänningsregleringen i de generatorer som matar nätet. Genom att ändra magnetfältet i generatorerna kan spänningen ändras oberoende av hur den aktiva effekten styrs (inom vissa gränser). Eftersom spänningsfall uppträder över lastade ledningar så kan generatorerna bara styra spänningen i just den punkt de är anslutna. Man kan påverka spänningsfallen i en ledning dels genom att ändra den aktiva effekten som överförs och dels genom den reaktiva effekten som överförs. Eftersom den aktiva effekten alltid skall balansera elkonsumtionen så kan den inte användas för spänningsstyrning. Kvar finns då bara alternativet att styra spänningen genom att ändra flödena av reaktiv effekt i nätet. Generellt kan man säga att det måste produceras reaktiv effekt i varje större knutpunkt i nätet för att hålla spänningen lika över allt. Genom lokal produktion av reaktiv effekt ser man till att det inte behövs föras över reaktiv effekt på ledningarna utan de reaktiva förluster som varje ledning har täcks genom inmatning från båda dess ändar.

Producerar man för lite reaktiv effekt i en punkt, kommer spänningen där att sjunka, så att den reaktiva effekten kan flöda in via de ledningar som leder till den aktuella knutpunkten. Produceras för mycket reaktiv effekt så höjs spänningen lokalt. Även i de fall generatorer styr spänningen så sker det genom att magnetiseringen av generatören påverkar den mängd reaktiv effekt de producerar.

Där så är möjligt används generatorer för att producera reaktiv effekt. De har fördelen av att kunna styra produktionen snabbt och noggrant. Det är dock inte alla knutpunkter i nätet som har kraftverk anslutna till sig. I avsaknad av generatorer kan man använda kondensatorer för att producera reaktiv effekt. De är billiga men nackdelen är att de inte kan styras, annat än genom att koppla i fler eller färre kondensatorer. Eftersom deras inkoppling leder till störningar på nätet kan de inte kopplas om allt för ofta. Ett mer sofistikerat sätt att producera reaktiv effekt är med kraftelektronik. Antingen styr man in och urkopplingar av kondensatorer och induktanser på ett snabbt och störningsfritt sätt, eller så använder man en trefas transistoromriktare för att producera valfri spänning direkt. Med en sådan omriktare kan man inte bara producera reaktiv effekt utan det går även att filtrera bort övertoner i spänningarna på nätet.

Det finns även en viss naturlig produktion av reaktiv effekt i nätet, genom den shuntkapacitans som ledningar och kablar har. Belastade luftledningars reaktiva effektkonsumtion är normalt inte högre än deras produktion, men är de olastade kan de bidra med en väsentlig produktion av reaktiv effekt. Kablar producerar reaktiv effekt, men de är inte så vanliga och används oftast bara kortare sträckor inom tätorter. I vissa fall är produktionen av reaktiv effekt så hög att det har varit nödvändigt att koppla in induktanser för att förbruka reaktiva effekt och på så sätt hindra spänningen från att bli för hög.

Mellan olika nivåer i elnätet sitter alltid transformatorer. En transformators spänningsomsättning beror på antalet lindningsvarv. Genom att göra transformatorer där lindningskopplare kan ändra antalet varv på ena lindningen, så fås varierande spänningsomsättning. Spänningen kan då variera på ena sidan transformatorn och ändå hålls spänningen på andra sidan nästan konstant. För att kunna reglera spänningen utan allt för stora steg så används ofta 0.7% steg i spänningsomsättningen. Totalt brukar man kunna ändra omsättningen inom 5-10% av nominellt värde.

## 2.4 Sveriges energiförsörjning och elförsörjning

### 2.4.1 Energiflödet i det svenska samhället

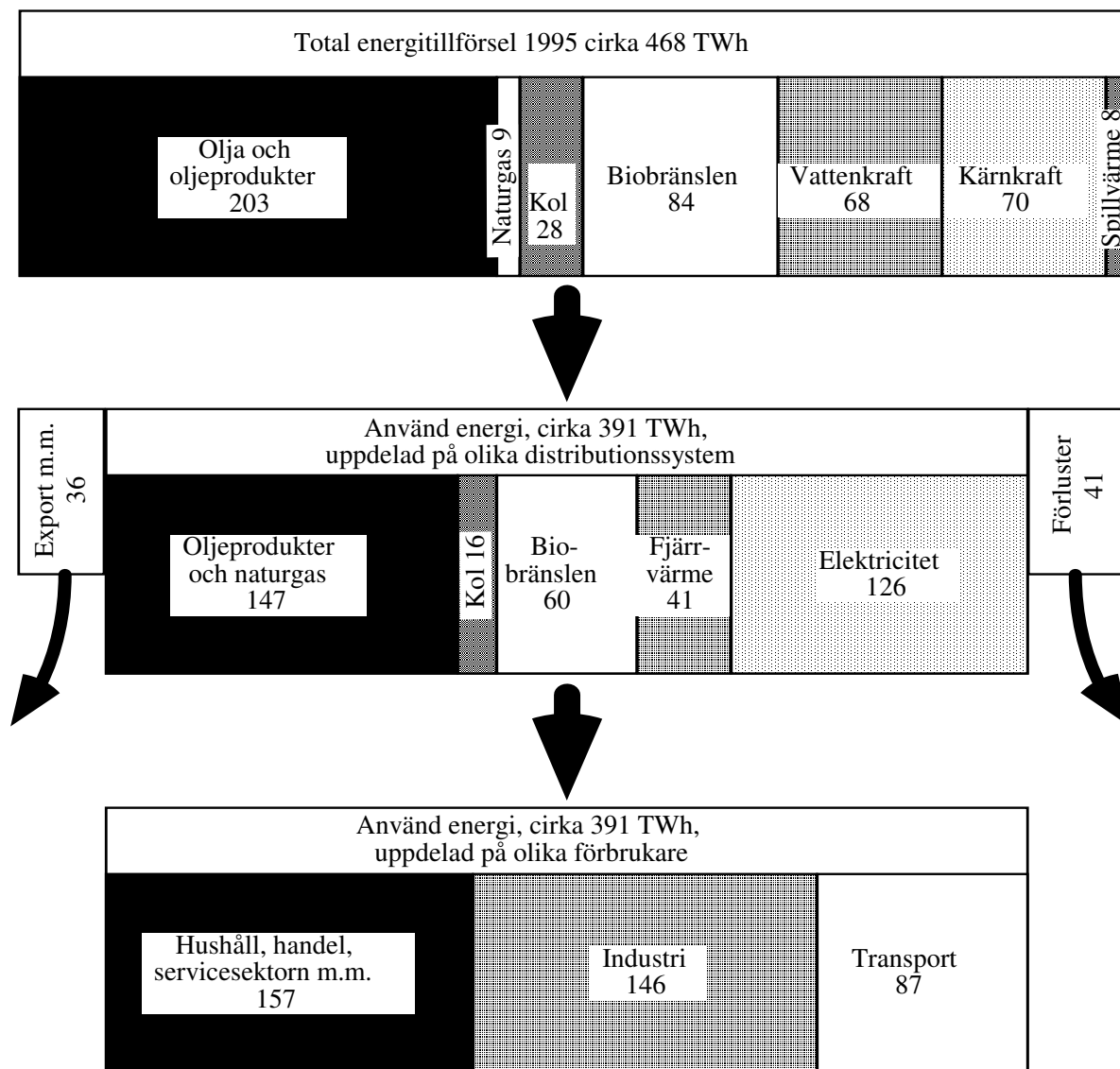
I praktiken vill man beskriva energiflödena kvantitativt. Man kan uttrycka elenergi i MWh, olja i ton eller  $m^3$  etc., vilket dock medför den nackdelen, att man inte direkt kan summera olika energiflöden för att få ett totalt energiflöde. Ett annat sätt är att genomgående använda de olika storheternas termiska energiinnehåll, det vill säga den energimängd i Joule (J), som man får vid fullständig omvandling till värmeenergi. I nedanstående tabell anges ungefärliga värden på det specifika energiinnehållet i några viktigare bränslen uttryckt i Gigajoule/ton (för gaser Gigajoule/1000  $m^3$ ).

Energiflödet i Sverige visas schematiskt i Figur 2.21, där enheten Terawattimmar (TWh) har använts. (Tera =  $10^{12}$ )

Vid studier av energiflöden skiljer man ibland mellan energiråvaror (primärenergi) och energibärare. Med energiråvaror menar man t ex bränslen utvunna direkt ur naturen och som kräver en viss omvandlingsprocess för att kunna användas, medan energibärare är sådan energi, som kan distribueras och slutanvändas. I sin slutliga form utgörs energin mestadels av mekaniskt arbete, ljus eller värme. Energiråvaror och energibärare kan betraktas som hjälpformer för lagring och distribution av energi.

Av energibalansen i Figur 2.21 framgår att den totala energiomsättningen år 1995 var 468 TWh, varav 41 TWh eller 8,8 % utgjordes av förluster. Elkonsumtionen var 126 TWh, motsvarande en tredjedel av den totala energikonsumtionen. Elenergiförlusterna utgjorde 8 TWh, eller 6% av den totalt omsatta elenergin.

## Energiflödet i Sverige 1995 i TWh



Figur 2.21 Sveriges energibalans 1995.

Överst: Energitillförsel uppdelad på olika energikällor.

Mitten: Använd energi uppdelad på olika distributionssätt

Nederst: Använd energi uppdelad på olika förbrukare

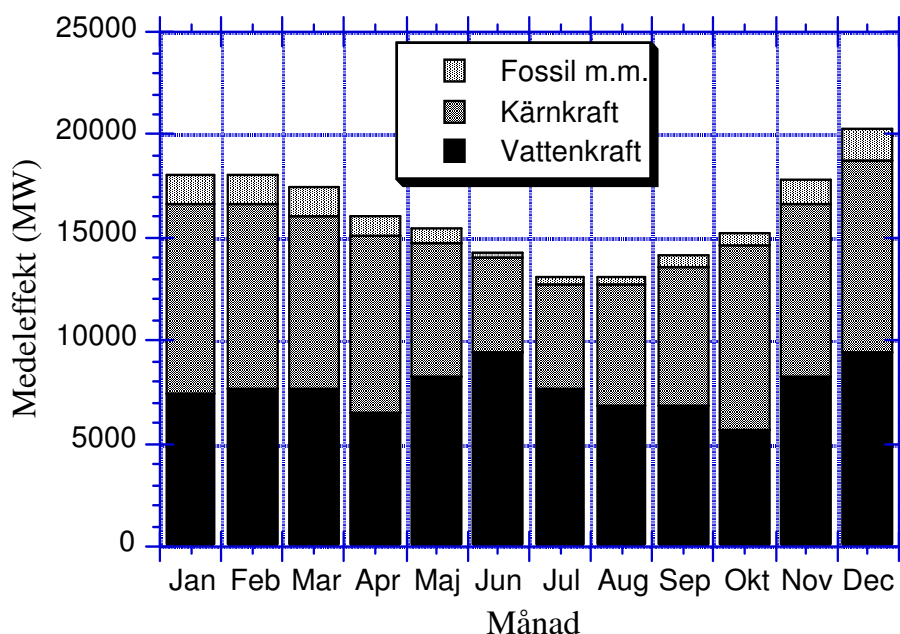
### 2.4.2 Elproduktion och elkonsument i Sverige

Den elenergi, som under en viss tidsrymd förbrukas av användarna, måste jämte förlusterna i överföringssystemet alstras samtidigt i kraftverken. Någon möjlighet att lagra elenergi i de kvantiteter det här är fråga om finns ännu inte.

Tabell 2.2 Energiinnehåll i olika ämnen.

|                    |       |                |         |
|--------------------|-------|----------------|---------|
| Kol                | 25-30 | Stadsgas       | 17      |
| Råolja             | 42    | Naturgas       | 34      |
| Tunn eldningsolja  | 43    | Torv           | 10      |
| Tjock eldningsolja | 41    | Ved, bark m.m. | 10-20   |
| Motorbensin        | 43    | Naturligt uran | 400 000 |

Figur 2.22 visar hur produktion av elenergi i Sverige varierade under år 1995. Sveriges nettoimport och nettoexport av elenergi är liten och därför följer produktion och konsumtion varandra ganska väl. Produktionen är uppdelad på vattenkraft, kärnkraft och värmekraft. Som framgår av figuren är elproduktionen från värmekraftverk förhållandevis liten. Tabell 2.3 visar hur elförbrukningen har förändrats under den senaste trettioårsperioden.



Figur 2.22 Elproduktion under 1995 (Medeleffekt under olika månader).

Tabell 2.3 Årliga elförbrukningen för olika förbrukargrupper för några olika år (TWh/år).

| År   | Industri | Bostäder, service, samfärdsel<br>(exkl. elvärme) | Elvärme | Avkopplingsbara<br>elpannor |
|------|----------|--|---------|-----------------------------|
| 1965 | 25       | 14   | 1       | 3                           |
| 1975 | 38       | 26   | 8       | 0                           |
| 1985 | 46       | 35   | 28      | 4                           |
| 1995 | 51       | 46   | 30      | 5                           |

(Data till figurer och tabeller i detta avsnitt är hämtade från Svenska Kraftverksföreningens verksamhetsberättelse för år 1995.)

### 3. Komponenter i elkraftsystemet

I detta kapitel kommer vi att titta närmare på några viktiga komponenter i ett elkraftnät. Transformatorns funktion och kablar och ledningars egenskaper kommer att förklaras. Som exempel på en viktig tillämpning på kraftelektronik i ett elkraftnät kommer elöverföring med högspänd likström (HVDC) också att beskrivas kortfattat.

Det finns även flera andra komponenter att nämna, men som vi inte kommer att beröra närmare i denna kurs. Vid höga strömmar och spänningar är i stort sett alla komponenter mycket tekniskt sofistikerade. Några viktiga komponenter är bland annat styrbar faskompensering, övertonsfilter, överspänningsskydd och brytare. Dessutom krävs avancerade övervaknings- och skyddssystem för att kunna hålla den 100%-iga tillgänglighet som krävs av ett eltransmissionssystem.

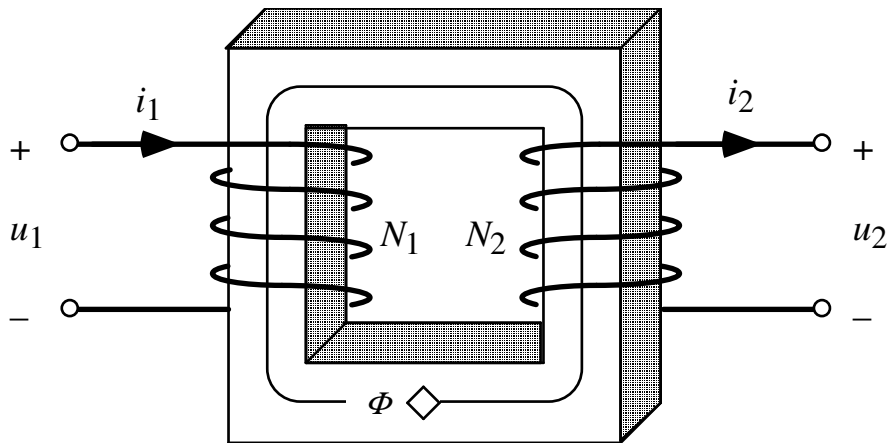
#### 3.1 Transformatorn

Transformatorn kopplar ihop kretsar med olika spänningsnivå, vanligtvis utan att de får galvanisk kontakt. Den innebär ett enkelt och billigt sätt att anpassa spänningsnivån så att den passar till olika syften, utan att man får några större förluster i omvandlingen. Av ekonomiska skäl används hög spänning för långa överföringar och lägre spänning för att distribuera el inom en tätort med små avstånd. Dessutom måste spänningen även transformeras ned alldeles nära förbrukarna, för att få en spänning som är lämplig för normala konsumentapparater. Alltså transformeras elenergin flera gånger på sin väg från kraftverk till konsument. Inne i apparater som stereo eller dator finns ofta ytterligare en transformering. Utan transformatorer skulle ett stort elnät i praktiken vara omöjligt. Att transformatorn bara fungerar med växelspanningar var ett viktigt skäl för att välja växelspanning istället för likspänning i elkraftens barndom.

##### 3.1.1 Ideal transformator

Att förstå hur en transformator fungerar och vad den används till görs lättast genom att studera en ideal transformator. En ideal transformator har en verklig transformators funktion men inte dess lastberoende spänningsfall, dess förluster och dess behov av magnetiseringsström. Den ideala transformatorns funktion är viktig att lära sig eftersom en verklig transformator modelleras som en ideal transformator plus ett ekvivalent schema som representerar de ickeideala fenomenen. Dessutom är det i många fall en mycket bra approximation att anta att transformatorer är ideala.

Funktionen hos en ideal transformator kan förklaras utifrån figur 3.2, som visar en förenklad principbild av en transformator. Transformatorn består av normalt två lindningar som inte är galvaniskt kopplade till varandra. De ligger dock runt en gemensam järnkärna som gör att de är magnetiskt kopplade. Lindningarna har olika antal varv,  $N_1$  och  $N_2$ .



Figur 3.2 En schematisk bild över en enfastransformator.

I en ideal transformator så har lindningarna inte någon resistans. Det kan då verka som om strömmen i lindningen skulle bli oändlig så fort man ansluter en spänning, men på grund av att ström i en lindning skapar ett magnetfält så kommer det att induceras en spänning i lindningen, som visar sig motverka strömmen. Magnetfältet kommer att bli just så stort som behövs för att strömmen inte skall bli oändlig, det vill säga att den inducerade spänningen från magnetfältet kommer att bli exakt lika stor som den pålagda spänningen. Den inducerade spänningen, i lindning 1, av ett magnetiskt flöde  $\Phi$  blir

$$u_1 = N_1 \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.1)$$

Det är dock inte nödvändigt att anse att flödet skapar den inducerade spänningen, det går lika bra att anse att det är den pålagda spänningen som skapar det magnetiska flödet. Genom att integrera ekvation (3.1) framgår att den pålagda spänning  $u_1$  måste skapa ett magnetiskt flöde

$$\Phi = \int \frac{u_1}{N_1} dt \quad (3.2)$$

I en ideal transformator så antas det magnetiska motståndet i järnkärnan vara noll, det vill säga att permeabiliteten är oändlig. Eftersom luft har ett motstånd mot magnetiskt flöde, medan ett flöde i den ideala järnkärnan inte möter något motstånd, så kommer hela det magnetiska flödet alstrat av lindning 1 att följa järnkärnan, utan att något läcker ut. Därför kommer flödet genom lindning 2 att vara exakt lika stort som flödet genom lindning 1. Följaktligen måste det induceras en spänning i lindning två som är

$$u_2 = N_2 \frac{d\Phi}{dt} \quad (3.3)$$

Om ekvation (3.3) kombineras med ekvation (3.1) fås en ekvation för hur spänningen  $u_2$  beror på den pålagda spänningen  $u_1$

$$u_2 = \frac{N_2}{N_1} u_1 \quad (3.4)$$

Denna ekvation säger att spänningen på lindning 2 blir en exakt kopia av den spänningen som ligger över lindning 1. Ekvationen gäller i varje ögonblick, oberoende av hur spänningskurvformen ser ut. Dock får spänningen inte innehålla någon likspänningskomponent eftersom det magnetiska flödet då går mot oändligheten.

Hur stor blir då strömmen i lindningarna? Eftersom järnkärnan har oändlig relativ permeabilitet så kommer det inte att krävas någon magnetiseringsström för att skapa det magnetiska flödet. Så även om det i verkligheten alltid är en ström som skapar ett magnetfält, så kan det i en idealiserad värld finnas ett magnetfält, utan att det behövs någon magnetiseringsström. Detta gäller dock bara om det inte finns något magnetiskt motstånd i den magnetiska kretsen. Om det magnetiska motståndet är noll kommer det magnetiska flödet inte att innehålla någon energi och därför behövs det ingen ström för att bygga upp det.

Att det inte behövs någon magnetiseringsström betyder till och med att det inte får finnas någon magnetiseringsström i den magnetiska kretsen. Om det fanns en magnetiserande ström, skulle den ge ett oändligt magnetiskt flöde, och vi vet redan att flödet måste bestämmas av pålagd spänning. Eftersom det inte får finnas någon magnetiseringsström så måste den totala strömmen som går genom transformatorns kärna vara exakt noll. Man kan ur figur 3.2 se att strömmen  $i_1$  går  $N_1$  gånger och strömmen  $i_2$  går  $N_2$  gånger genom kärnan, fast åt motsatt håll, alltså gäller det att

$$N_1 i_1 - N_2 i_2 = 0 \quad (3.5)$$

Denna ekvation säger att strömmen på ena sidan av transformatorn måste anta ett värde som gör att den exakt balanserar ut den magnetomotoriska kraft, mmk, som strömmen i den andra lindningen ger. Genom att omforma ekvation (3.5) fås

$$i_2 = \frac{N_1}{N_2} i_1 \quad (3.6)$$

Precis som för spänningarna så gäller det alltså att strömmen på ena sidan i varje tidsögonblick är en exakt, men skalad, kopia av strömmen på andra sidan. Detta gäller oavsett kurvform på strömmen.

En ideal transformators funktion beskrivs ur elektrisk synvinkel fullständigt av bara två ekvationer, spänningsekvationen (3.4) och strömekvationen (3.6). Dess funktion är att ändra



storleken på spänning och ström och det gör den genom att kopiera ström och spänning från ena sidan till andra sidan, med en viss omsättning. Eftersom en ideal transformator inte har några förluster så måste effekten vara exakt lika på båda sidorna. Följaktligen måste strömomsättningen vara inversen av spänningsomsättningen. Att momentaneffekten måste vara lika på båda sidor om transformatorn leder det också till att både aktiv och reaktiv effekt måste vara lika på båda sidorna.

### 3.1.2 Impedanstransformering

När en ideal transformator kopplas mellan två elektriska kretsar påverkar kretsarna varandra. För att förenkla beräkningar kan en ekvivalent krets användas, som uppför sig på samma sätt som kretsen med transformatorn, fast vissa av strömmarna, spänningarna och impedanserna har räknats om för att transformatorn inte skall behöva inkluderas i beräkningen. Det kallas att man transformerar över en del av kretsen från ena sidan av transformatorn till andra sidan, så att kretsarna kan kopplas ihop direkt, utan transformatorn. När denna typ av beräkningar skall göras väljs en av transformatorns sidor att utföra alla beräkningar på. Det vill säga, andra sidans spänningar, strömmar och impedanser räknas om så att de gäller på den valda sidan, med hjälp av ström-, spännings- och impedansomsättningar. I figur 3.3 så visas ett exempel på hur en krets med en transformator görs om till en ekvivalent krets utan transformatorn, men med övertransformerade storheter istället. För att skilja verkliga och övertransformerade värden åt, brukar de övertransformerade värdena ofta markeras med ett prim. Värden på strömmar, spänningar och impedanser på den sidan som beräkningen inte gjordes på, måste de räknas fram efter att kretsekvationerna har lösts.

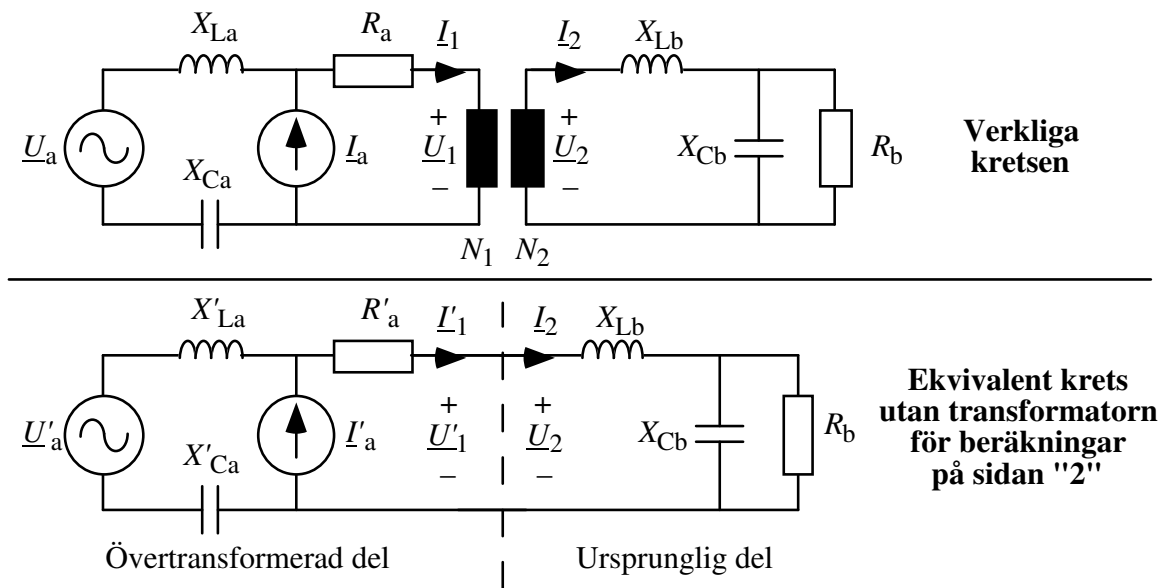
Transformeringen av strömmar, spänningar och impedanser skall ju göras så att kretsen uppför sig på samma sätt som om transformatorn är med i kretsen. Därför måste alla spänningarna och strömmarna på sidan 1 av transformatorn räknas om på det sätt som spännings- och strömomsättningsekvationerna föreskriver

$$\underline{U}' = \frac{N_2}{N_1} \underline{U} \quad (3.7)$$

$$\underline{I}' = \frac{N_1}{N_2} \underline{I} \quad (3.8)$$

För att kretsekvationerna skall gå att använda även på transformerade kretsar så måste ohms lag gälla även för de övertransformerade storheterna. Då måste en övertransformerad impedans bli

$$\underline{Z}' = \frac{U'}{I'} \quad (3.9)$$



Figur 3.3 Exempel på hur en krets kan transformeras över till andra sidan av en ideal transformator.

Genom att sätta in ekvation (3.7) och (3.8) i (3.9) så visar det sig att impedanser måste transformeras med kvadraten på transformatorns omsättning

$$\underline{Z}' = \left(\frac{N_2}{N_1}\right)^2 \underline{Z} \quad (3.10)$$

Ekvation (3.7) till (3.10) gäller för att räkna om värden från sidan 1 av transformatorn. Om värden på sidan 2 skall räknas om så skall  $N_1$  och  $N_2$  byta plats i alla ekvationer.

Genom att transformera över storheterna och koppla ihop kretsarna på båda sidor av transformatorn direkt, kommer den ekvivalenta kretsen automatiskt uppfylla spännings- och strömeckvationerna för den ideala transformatorn. I den ekvivalenta kretsen gäller ju

$$\underline{I}'_1 = \underline{I}_2 \quad (3.11)$$

$$\underline{U}'_1 = \underline{U}_2 \quad (3.12)$$

men eftersom

$$\underline{I}'_1 = \frac{N_1}{N_2} \underline{I}_1 \quad (3.13)$$

$$\underline{U}'_1 = \frac{N_2}{N_1} \underline{U}_1 \quad (3.14)$$

så har man indirekt sett till att

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad (3.15)$$

$$U_1 = \frac{N_1}{N_2} U_2 \quad (3.16)$$

och därmed automatiskt uppfyllt transformator ekvationerna, utan att behöva räkna med transformatorn!

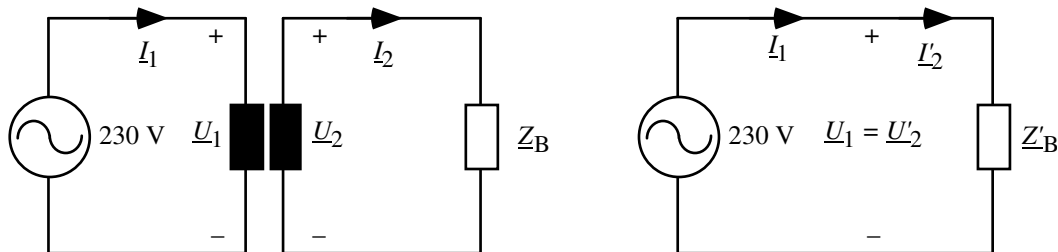
### Exempel: ideal enfastransformator, impedanstransformering

En ideal enfastransformator har omsättningen 230/110 V. Den ansluts till 230 V på uppspänningssidan och belastas på nedspänningssidan med en impedans på  $(17+j8) \Omega$ .

- Vad blir strömmen och komplexa skenbara effekten på uppspänningssidan?
- Vad blir strömmen, spänningen och den komplexa skenbara effekten på nedspänningssidan?

#### Lösning:

Kretsen ser ut som i det vänstra schemat nedan. För att slippa räkna med transformatorn transformeras lastimpedansen över till 230 volts sidan. Schemat ser då ut som till höger nedan.



$$\frac{N_1}{N_2} = \frac{230 \text{ V}}{110 \text{ V}} = 2.09 \quad Z'_B = (17 + j 8) \Omega$$

- Spänningen från nätet används som riktfas,  $U_1 = 230 \text{ V} \angle 0^\circ$ .

Storheterna från nedspänningssidan transformeras med följande omsättningar

$$U'_2 = \frac{N_1}{N_2} U_2 \quad I'_2 = \frac{N_2}{N_1} I_2 \quad Z'_B = \left(\frac{N_1}{N_2}\right)^2 Z_B = (74.3 + j 35.0) \Omega$$

Strömmen och den komplexa skenbara effekten på uppspänningssidan blir

$$I_1 = \frac{U_1}{Z'_B} = \frac{230 \text{ V} \angle 0^\circ}{82.14 \angle 25.2^\circ} = 2.80 \text{ A} \angle -25.2^\circ$$

$$S_1 = U_1 I_1^* = 644 \text{ VA} \angle 25.2^\circ$$

- Strömmen och spänningen på nedspänningssidan får man helt enkelt genom att transformera över strömmen  $I'_2$  och spänningen  $U'_2$

$$I_2 = \frac{N_1}{N_2} I'_2 = 5.85 \text{ A} \angle -25.2^\circ \quad U_2 = \frac{N_2}{N_1} U'_2 = 110 \text{ V} \angle 0^\circ$$

$$S_2 = U_2 I_2^* = 644 \text{ VA } \angle 25.2^\circ = S_1$$

**Kommentar:**

Effekten kan inte ändras av en ideal transformator. Om spänningen sänks måste därför strömmen höjas. Fasvinkel på ström och spänning ändras inte heller av en ideal transformator.

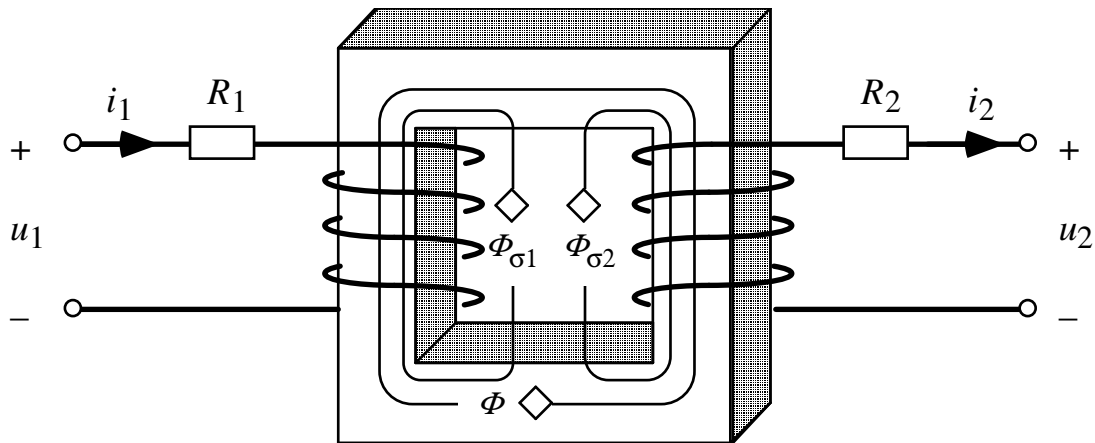
### 3.1.3 Icke ideal transformator

I härledningen av hur en ideal transformator fungerar så gjorde vi två idealiserande antaganden. Dels att lindningarna saknade resistans, dels att den magnetiska kretsen saknade magnetiskt motstånd.

Att lindningarna har resistans kommer helt enkelt att åstadkomma ett spänningsfall och motsvarande effektförluster när det går ström i lindningarna. Resistansen är visserligen spridd över hela lindningen, men det går beräkningsmässigt bra att anta att resistansen är en yttre resistans som är seriekopplad med transformatorlindningen.

Att den magnetiska kretsen har ett magnetiskt motstånd skapar dels behov av en magnetiseringsström, dels så gör det att en del av magnetfältet kommer att läcka ut ur järnkärnan. I figur 3.4 så visas en principbild för en ickeideal transformator med lindningsresistanserna lagda som serieresistanser för vardera lindning och läckflödena  $\Phi_{\sigma 1}$  och  $\Phi_{\sigma 2}$  är symboliskt inritade. Läckflöde är ett magnetiskt flöde som skapas av strömmarna i en lindning men som inte följer järnkärnan, och därmed inte går genom den andra lindningen. På grund av att det finns ett magnetiskt motstånd i järnkärnan kommer en liten del av det magnetiska flödet att gå genom luften. Luft har visserligen ett stort magnetiskt motstånd, låg permeabilitet, men i gengäld är vägen genom luften närmre än vägen genom järnkärnan.

Eftersom läckflödet inte går genom den andra lindningen så bidrar det inte till den övertransformerade spänningen. Dock bidrar det till den inducerade spänningen i den lindning som alstrar det, och kommer därför att yttra sig som om det satt induktanser i serie med transformatorlindningarna. Dessa induktanser kallas läckinduktanser och ger alltså ett induktivt spänningsfall när det går en ström genom lindningarna. Eftersom en transformator normalt bara används vid en frekvens brukar reaktansvärdena  $X_{\sigma 1}$  och  $X_{\sigma 2}$  anges istället för induktansvärdena.



Figur 3.4 Principskiss över transformator med resistans och läckflöden

Den andra konsekvensen av att magnetkärnan har ett magnetiskt motstånd är att den behöver en magnetiseringsström för att bygga upp magnetfältet. Denna ström kommer att vara proportionell mot den inducerade spänning eftersom flödet är proportionellt mot spänningen. Magnetiseringsinduktansen kommer därför att yttra sig som en shuntreaktans  $X_m$  över transformatorns klämmor. Järnkärnor har dessutom förluster som beror på magnetisk hysteres och på att det bildas virvelströmmar i kärnan när flödet är ett växelflöde. Dessa förluster är approximativt proportionella mot flödet i kvadrat. Därför kan de representeras med en shuntresistans  $R_{Fe}$ , parallellt med magnetiseringsinduktansen.

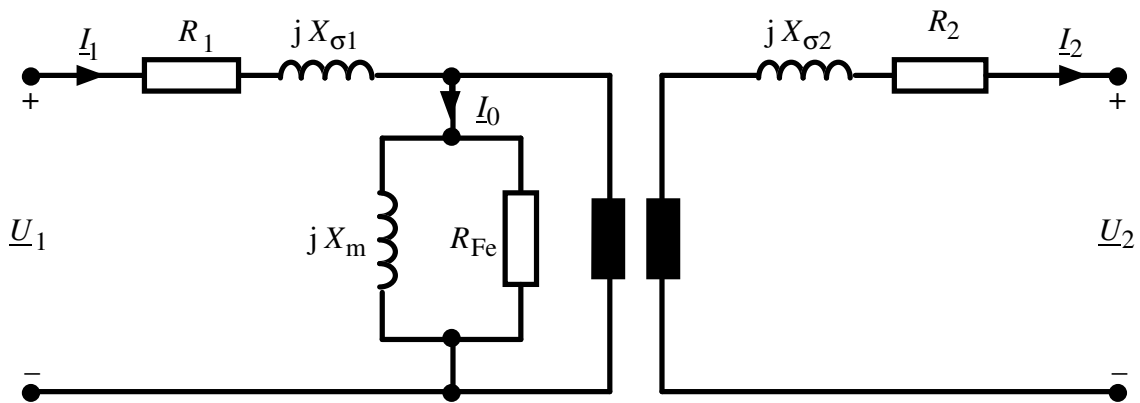
På vilken sida om transformatorn skall det anses att magnetiseringsinduktansen och järnförlustresistansen skall ligga? Eftersom alla de ickeideala fenomenen nu har representerats, med ett yttre ekvivalent schema, är den kvarvarande transformatorn att betrakta som ideal. Alltså spelar det ingen roll på vilken sida om transformatorn man tänker sig att  $X_m$  och  $R_{Fe}$  ligger. Deras värde påverkas av vilken sida de antas ligga på, men kretsen ger samma resultat oavsett vilket sida de ligger på. I figur 3.5 så visas en modell av transformatorn där den representeras av en ideal transformator samt en yttre krets som representerar de ickeideala fenomenen. Strömmen  $I_0$  kallas tomgångsström, och är den ström transformatorn behöver för att skapa magnetfältet och för att övervinna järnförlusterna oavsett om transformatorn är belastad eller inte.

För att förenkla beräkningarna så transformeras alla impedanserna normalt över till ena sidan av den ideala transformatorn, godtyckligt vilken sida. Om man gör det, fås det kompletta ekvivalenta schemat för transformatorn, se figur 3.6.

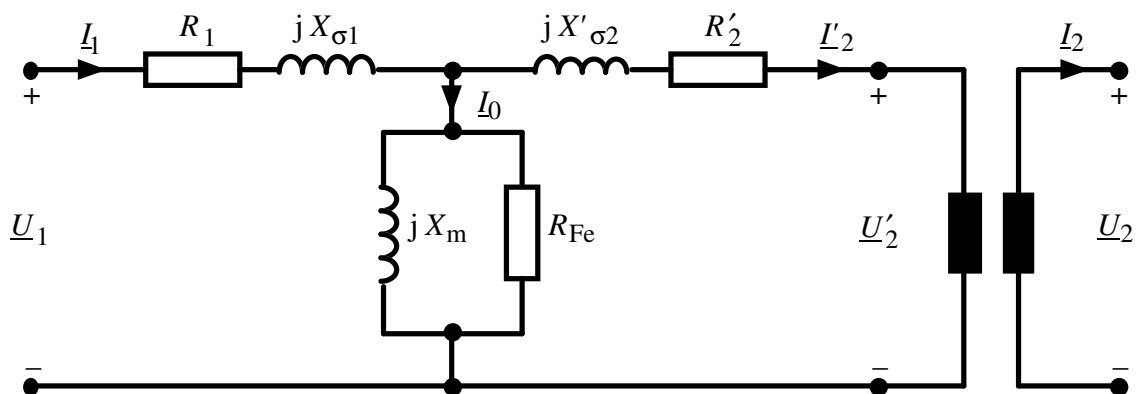
Det ekvivalenta schemat för transformatorn får förenklas genom att magnetiseringsreaktansen och magnetiseringsresistans läggs först, eller sist, i schemat och lindningsresistanserna samt läckreaktanserna slås ihop till en kortslutningsresistans  $R_k$  respektive en kortslutningsreaktans  $X_k$ , se figur 3.7. Detta kan motiveras med att den magnetiseringsström som transformatorn

drar är så liten att den inte bidrar mer än försumbart lite till spänningsfallet i  $R_1$  och  $X_{\sigma 1}$ . Samtidigt betyder det också att spänningsfallet, som lastströmmen ger i  $R_1$  och  $X_{\sigma 1}$ , inte anses påverka magnetiseringsströmmen. Genom att titta på impedansvärdena för de olika parametrarna i en riktig transformator, kan det visas att denna approximation leder till mycket små fel, som kan accepteras i alla normala fall. Beroende på vad det är som skall beräknas med det ekvivalenta schemat kan det vara lättare att ha magnetiseringsimpedanserna före eller efter  $R_k$  och  $X_k$ . Båda varianterna innebär ett lika litet fel och därför så kan man själv välja hur schemat skall anses se ut.

I det förenklade schemat syns att även om transformatorn är obelastad, det vill säga sekundärkretsen öppen, så kommer den att dra en viss ström och effekt, på grund av magnetiseringsimpedanserna. Strömmen kallas för tomgångsström och förlusterna för tomgångsförluster. Denna ström är i verkligheten liten och försummas ibland.



Figur 3.5 Transformator med magnetiseringsinduktans och magnetiseringsresistans



$R_1$  är resistans i lindning 1

$R'_2$  är övertransformerad resistans i lindning 2

$X_{\sigma 1}$  är läckreaktans i lindning 1

$X'_{\sigma 2}$  är övertransformerad läckreaktans i lindning 2

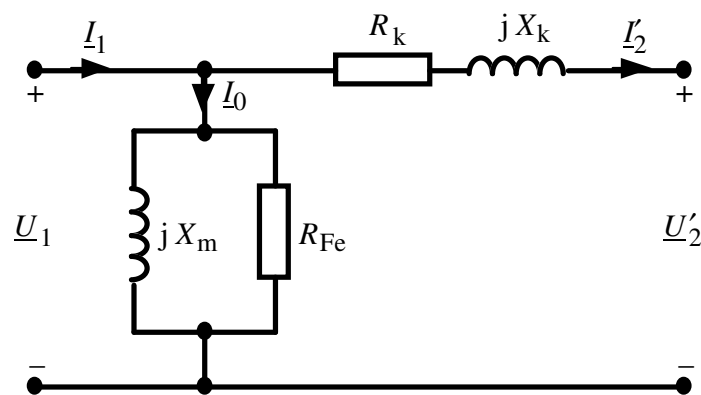
$X_m$  är magnetiseringsreaktansen

$R_{Fe}$  representerar järnförluster.

Figur 3.6 Transformatorns fullständiga ekvivalenta schema.

När transformatorn belastas går det ström genom lindningsresistansen  $R_k$  och läckreaktansen  $X_k$ . Strömmen kommer att orsaka spänningsfall som gör att inspänning  $U_1$  och utspänning  $U'_2$  inte blir riktigt lika. Förutom att spänningen ut från transformatorn blir lastberoende så kommer det också att finnas förluster i lindningsresistanserna som också varierar med hur stor lastströmmen är.

Vi kan sammanfatta teorin om transformatorn med att den kan representeras av en ideal transformator och ett ekvivalent schema som tar med att utspänningen är belastningsberoende, att transformatorn behöver magnetiseringsström och att det finns förluster i transformatorn. Den ideala transformeringen kan valfritt läggas antingen före eller efter det ekvivalenta schemat, men värdet på parametrarna i det ekvivalenta schemat beror på vilken sida man lägger den.

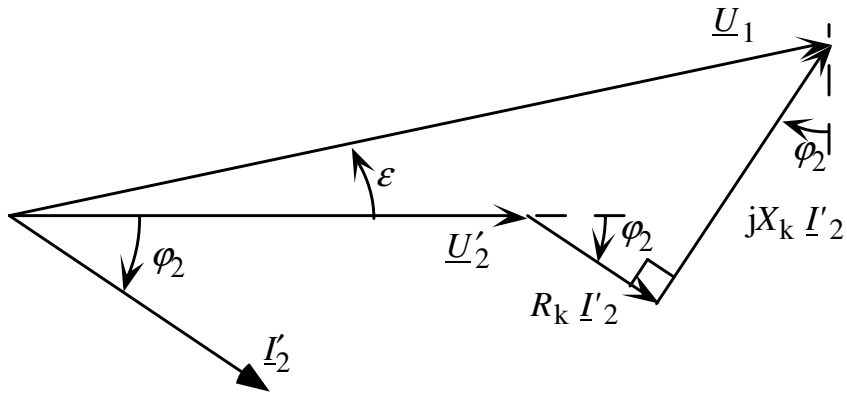


Figur 3.7 Förenklat ekvivalent schema för transformatorn.

### 3.1.4 Spänningsfallet och magnetiseringsströmmen

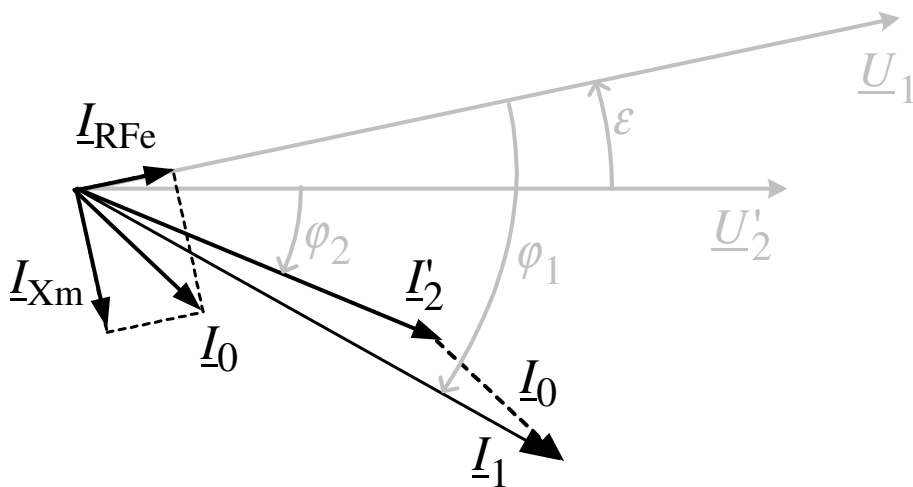
Spänningsfallet i en transformator beror på såväl belastningsströmmens belopp som dess fasvinkel. Ur det förenklade ekvivalenta schemat i figur 3.7 så kan visardiagrammet i figur 3.8 konstrueras. Spänningsfallet består av två delar, ett resistivt spänningsfall och ett induktivt spänningsfall. Vilken storlek och vilket fasläge spänningsfallen har beror på lastströmmens amplitud och dess fasläge. Det resistiva spänningsfallet kommer att ligga i fas med lastströmmen och det induktiva kommer att ligga 90 grader före, med de referenser som finns i schemat i figur 3.7. Notera att tomgångsströmmen inte påverkar spänningsfallet eftersom vi anser  $R_{Fe}$  och  $X_m$  ligga vid  $U_1$ .

Normalt är man mest intresserad av skillnaden i belopp mellan inspänningen  $U_1$  och utspänningen från det ekvivalenta schemat  $U'_2$ . Eftersom inspänningen är just den spänning man får ut från det ekvivalenta schemat i tomgång så motsvarar skillnaden mellan dessa spänningar just det spänningsfall man får när transformatorn lastas, från att ha varit olastad. Fasvridningen  $\varepsilon$  mellan spänningen  $U_1$  och  $U'_2$  är liten och får försummas när man bara är intresserad av hur mycket spänningens belopp sjunker vid belastning. Naturligtvis kan man lika gärna utföra räkningarna på transformatorns andra sida och spänningsfallet är då skillnaden mellan  $U'_1$  och  $U_2$ .



Figur 3.8 Visardiagram över spänningsfallet i en transformator.

Förutom att transformatorn orsakar ett visst spänningsfall när den lastas så kommer den också att i sig själv dra en tomgångsström  $I_0$  från det matande elnätet och som läggs till den ström  $I'_2$  som går genom transformatorn till lasten. Tomgångsströmmen är för krafttransformatorer mycket liten jämfört med den ström som går genom transformatorn vid normal last. Typiskt kan tomgångsströmmen för krafttransformatorer hålla sig på någon procent av fullastströmmen. Därför försummas ofta tomgångsströmmen när man räknar. Om man vill ha med aktiva effektförluster som transformatorn har och den reaktiva effekt som transformatorn själv förbrukar så är dock magnetiseringsströmmen viktig. I figur 3.9 finns ett visardiagram över strömmarna i transformatorn vid induktiv last ( $I'_2$  ligger efter  $U'_2$ ). Tomgångsströmmens storlek är överdriven, men det framgår att tomgångsströmmen är i huvudsak induktiv, det vill säga nästan  $90^\circ$  efter  $U_1$ . Tomgångsströmmen  $I_0$  gör att transformatorn drar en lite högre ström  $I_1$  än vad lasten förbrukar,  $I'_2$ .



Figur 3.9 Visardiagram över strömmarna i en transformator vid induktiv last.



### Exempel: Enfastransformator, ekvivalenta schemat

En enfas 400/230V transformator har en kortslutningsresistans på  $1 \Omega$ , kortslutningsreaktans på  $3 \Omega$ , magnetiseringsinduktans på  $250 \Omega$  och magnetiseringsresistans på  $400 \Omega$ . Alla dessa värden är hänfödda till nedspänningssidan. Transformatorn ansluts till 400 V och belastas på nedspänningssidan med en resistans på  $25 \Omega$ .

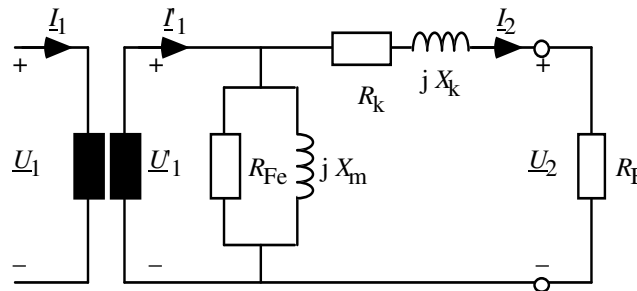
a) Vad blir strömmens belopp och transformatorns klämspänning på nedspänningssidan?

Belastningen på nedspänningssidan tas bort.

b) Vad blir då strömmen på uppspänningssidan?

### Lösning:

Transformatorn och lasten kan representeras med kretsen nedan. Eftersom alla parametervärden var givna för nedspänningssidan så läggs den ideala transformatorn först i schemat och alla kretsberäkningar utförs på nedspänningskretsen.



Givna värden:  $R_k = 1 \Omega$   $X_k = 3 \Omega$   $R_{Fe} = 400 \Omega$   $X_m = 250 \Omega$   $R_B = 25 \Omega$   $U_1 = 400 \text{ V}$

$$\frac{N_2}{N_1} = \frac{230 \text{ V}}{400 \text{ V}} = 0.575$$

a) När  $U_1$  är 400 V blir  $U'_1 = \frac{N_2}{N_1} U_1 = 230 \text{ V}$

Välj  $U'_1$  som riktfas, alltså blir  $U'_1 = 230 \text{ V} \angle 0^\circ$

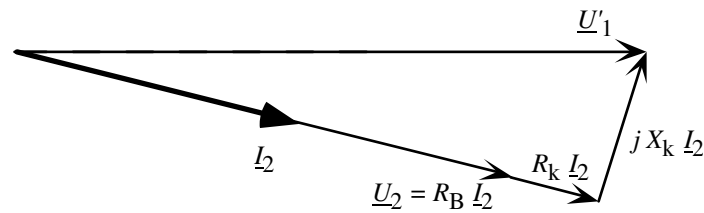
Strömmen genom lasten kan fås genom att dividera spänningen  $U'_1$  med lastresistansen plus transformatorns kortslutningsimpedans

$$I_2 = \frac{U'_1}{R_k + jX_k + R_B} = 8.79 \text{ A} \angle -6.6^\circ \quad \text{vilket ger } I_2 = \mathbf{8.79 \text{ A}}$$

Klämspänningen på nedspänningssidan kan beräknas som

$$U_2 = R_B I_2 = 219.7 \text{ V} \angle -6.6^\circ \quad \text{vilket ger klämspänningen } U_2 = \mathbf{219.7 \text{ V}}$$

För att åskådliggöra spänningsfallet kan visardiagrammet ritas upp.



b) När lasten tas bort blir  $I_2 = 0$ , och strömmen som går på uppspänningssidan blir bara tomgångsströmmen genom  $X_m$  och  $R_{Fe}$ . Först beräknas tomgångsströmmen hänförd till nedspänningssidan

$$I'_1 = \frac{U'_1}{R_{Fe}} + \frac{U'_1}{jX_m} = 0.575 \text{ A} \angle 0^\circ + 0.92 \text{ A} \angle -90^\circ = 1.08 \text{ A} \angle -58.0^\circ$$

Omräknad till uppspänningssidan blir strömmen som transformatorn drar i tomgång

$$I_1 = \frac{N_2}{N_1} I'_1 = 0.624 \text{ A}$$

### 3.1.5 Effektförluster och verkningsgrad

Spänningsfallet och magnetiseringsströmmen som transformatorn har gör att den förbrukar aktiv och reaktiv effekt. Man säger att transformatorn ger effektförluster eftersom detta är effekter som elnätet måste försörja transformatorn med, men som inte kommer lasten tillgodo.

De aktiva effektförlusterna i en transformator består av två delar. Ena delen är förluster när järnkärnan magnetiseras  $P_{Fe}$  som kallas tomgångsförluster eller järnförluster och kan beräknas som

$$P_{Fe} = \frac{(U_1)^2}{R_{Fe}} \quad (3.17)$$

Andra delen är förluster på grund av strömmen genom lindningsresistanserna och den kallas belastningsförluster eller kopparförluster och de kan beräknas som

$$P_{Cu} = R_k (I_2)^2 \quad (3.18)$$

Verkningsgraden kan uttryckas som

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{Fe} + P_{Cu}} \quad (3.19)$$

Tomgångsförlusterna är konstanta, så länge transformatorn är kopplad till en konstant spänning, vilket är det normala eftersom spänningsvariationerna i ett elnät ofta håller sig inom

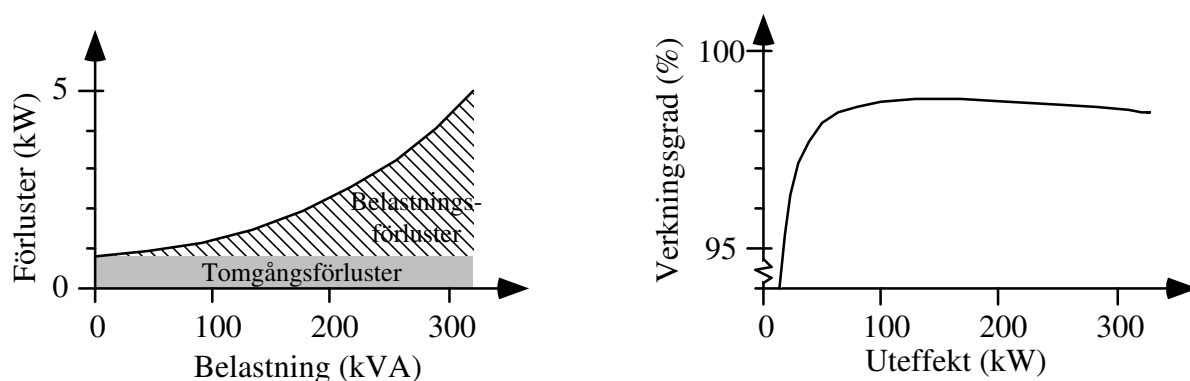
några enstaka procent av nominell spänning. Belastningsförlusterna ökar med kvadraten av lastströmmen. I figur 3.9 så visas transformatorförlusterna som funktion av belastningen. Dessutom visas verkningsgraden då effektfaktorn på lasten är 1. Detta är transformatorns maximala verkningsgrad, vid lägre effektfaktor kommer verkningsgraden att bli lägre eftersom uteffekten  $P_2$  då blir lägre för en viss given ström.

Förutom att förbruka aktiv effekt så förbrukar transformatorn även reaktiv effekt. Den reaktiva effektförbrukningen beror på transformatorns reaktanser. För det första finns en reaktiv effektförbrukning som beror på magnetiseringsströmmens reaktiva del och den kan beräknas som

$$Q_m = \frac{(U_1)^2}{X_m} \quad (3.20)$$

För det andra finns en reaktiv effektförbrukning som beror på att läckinduktanserna drar reaktiv effekt när det går ström genom dem. Denna reaktiva effekten kan beräknas som

$$Q_\sigma = X_k (I_2)^2 \quad (3.21)$$



Figur 3.10 Förlusterna i en 315 kVA transformator som funktion av lastens skenbara effekt samt verkningsgraden för samma transformator, vid  $\cos(\varphi)=1$ .

### 3.1.6 Transformatorns märkdata och parametervärden

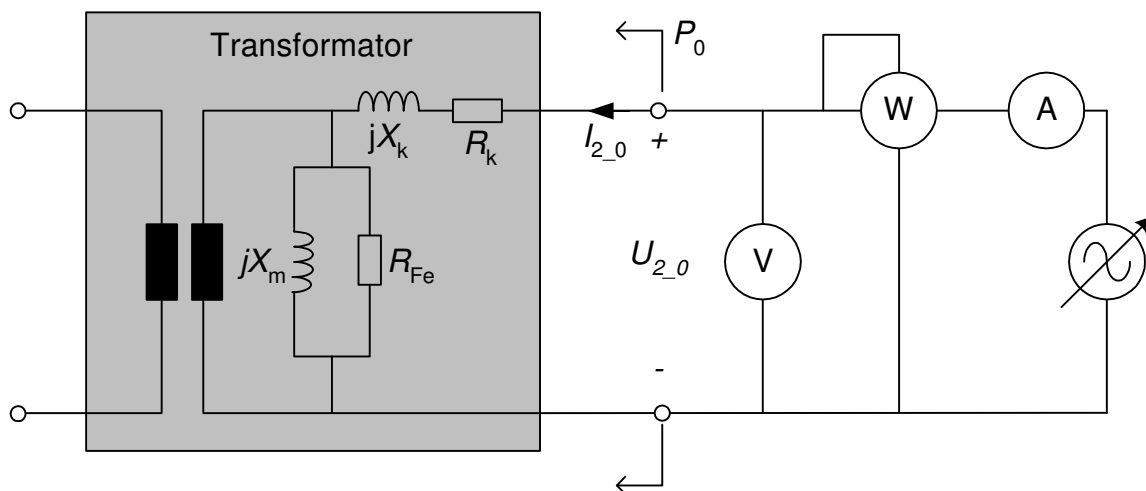
Spänningen över en transformatorlindning skall begränsas till att vara maximalt en angiven märkspänning, för att isolationen skall hålla hela den beräknade livslängden och för att den magnetiska flödestätheten i järnkärnan inte skall bli för hög.

På grund av resistansförlusterna i transformatorlindningarna så måste även strömmen i lindningarna begränsas. Därför finns en märkström för transformatorn, som inte får överskridas, för att kopparförlusterna inte skall bli så höga att lindningen överhettas, med isolationsskador som följd. Det är dock inte alltid märkströmmen är direkt angiven, istället anges ofta bara märkeffekten. Märkeffekten är den maximala skenbara effekt transformatorn

kan överföra vid märkspänningen. Rent konstruktionsmässigt så är det visserligen strömmen som är den verkliga begränsningen, inte den skenbara effekten, men ändå är det vanligast att man anger just märkeffekten, eftersom den direkt talar om hur stor transformatorn är. Ur märkeffekten och märkspänningen kan märkströmmen alltid räknas ut.

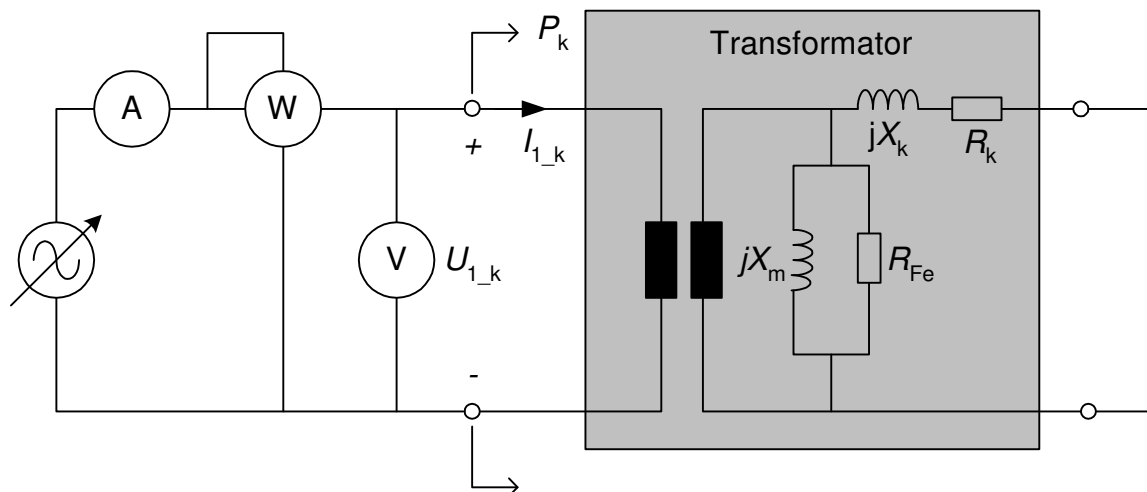
Naturligtvis har transformatorn två märkspänningar och två märkströmmar, en för varje lindning. Dock måste de skilja sig åt med just transformatorns omsättning; de är alltså inte oberoende av varandra.

Parametrarna i transformatorns ekvivalenta schema kan bestämmas med hjälp av mätningar på transformatorn. Det är två olika komplexa impedanser som skall bestämmas,  $R_k$  i serie med  $jX_k$  samt  $R_{Fe}$  parallellt med  $jX_m$ , och därför behöver mätningar göras vid två olika driftpunkter. För att underlätta beräkningen av parametrarna gör man normalt ett tomgångsprov samt ett kortslutningsprov. I figurerna 3.11 a/b visas hur de två proven görs.



Figur 3.11a Tomgångsprov för uppmätning av  $X_m$  och  $R_{Fe}$ , här gjort från nedspänningssidan. Vanligtvis justeras spänningsskällan tills  $U_{2_0} = U_{2N}$

Vid tomgångsprovet ansluts transformatorns ena sida till en spänningsskällan, vanligtvis märkspänning, medan andra sidans anslutningar lämnas oanslutna. För att göra det lätt att beräkna värden försummas  $R_k$  och  $X_k$  eftersom de är mycket mindre än  $X_m$  och  $R_{Fe}$ . Ur den mätta tomgångsströmmen  $I_{2_0}$  och tomgångseffekten  $P_0$  och med den inställda spänningen  $U_{2_0}$  kan  $X_m$  och  $R_{Fe}$  beräknas. För högspänningstransformatörer är det oftast lämpligast att göra tomgångsprovet från nedspänningssidan, det vill säga att låta uppspänningssidan vara öppen och mata nedspänningssidan med märkspänning. Orsaken till det är att det både är enklare och säkrare att utföra mätningen vid en låg spänning, noggrannheten i mätinstrument för låga spänningar är dessutom ofta högre än för mätinstrument för höga spänningar.



Figur 3.11b Kortslutningsprov för uppmätning av  $R_k$  och  $X_k$ , här gjort från uppspanningssidan. Vanligtvis justeras spänningskällan tills  $I_{1_k} = I_{1N}$ .

Vid kortslutningsprovet så kortsluts transformatorns ena sida medan den andra matas med en växelström, vanligtvis lika med märkström. Genom att transformatorn är kortsloten behövs bara en mycket låg matande spänning för att få märkström i lindingarna. Eftersom spänningen är mycket mindre än märkspänningen, för att kortslutningsströmmen skall bli märkström, kommer det i stort sett inte behövas någon magnetiseringsström alls och  $X_m$  och  $R_{Fe}$  påverkar därför inte kortslutningsprovet nästan alls. I schemat ser man detta genom att kortslutningen gör att  $X_m$  och  $R_{Fe}$  hamnar parallellt med  $R_k$  och  $X_k$ . Eftersom de är mycket större kan de då försummas. Värdena på  $R_k$  och  $X_k$  kan sedan lätt beräknas ur den matande kortslutningsspänningen  $U_{1_k}$  och den förbrukade aktiva effekten  $P_k$  ihop med den inställda kortslutningsströmmen  $I_{1_k}$ . Kortslutningsprovet utförs vanligen från uppspanningssidan. Orsaken till det är att man skall kunna hitta en styrbar spänningskälla som skall kunna mata transformatorns märkström vid en spänning på bara några få procent av märkspänningen. Om transformatorn matas från nedspanningssidan är märkströmmen mycket hög samtidigt som spänningen som krävs blir väldigt låg. Vid matning från uppspanningssidan blir strömmen mindre samtidigt som matningsspänningen blir högre. Vanligtvis är det mycket lättare att hitta en strömkälla som klarar av det senare fallet.

Att använda märkspänning vid tomgångsprovet och märkström vid kortslutningsprovet görs för att få värden som stämmer överens med hur transformatorn uppför sig i normaldrift. Parametervärdena påverkas nämligen av vid vilken spänning och ström som mätningarna utförs, på grund av bland annat magnetisk mättnings.

Notera att man inte alltid behöver bestämma alla fyra parametrarna i transformatorns ekvivalenta schema. Till exempel, för att kunna beräkna spänningsfall räcker det med att bestämma kortslutningaresistans och kortslutningsinduktans och för att kunna beräkna förluster krävs ofta bara att resistansernas värden är kända.

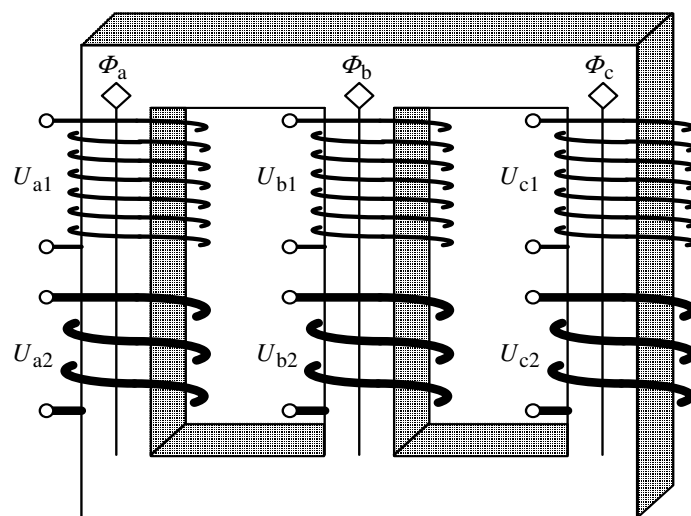
### 3.1.7 Trefastransformatorer

Elnätet är alltid trefasigt. Istället för att använda tre separata transformatorer, en för varje fas, görs speciella trefastransformatorer. De blir lite mindre och billigare än vad motsvarande tre enfastransformatorer är.

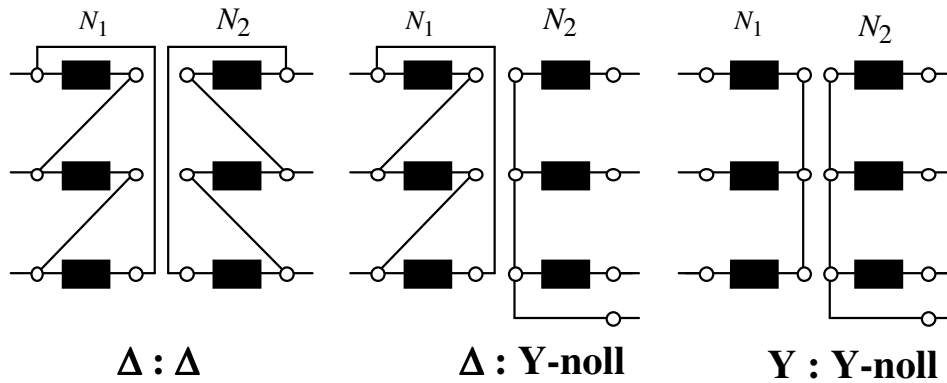
Den principiella uppbyggnaden av en trefastransformator visas i figur 3.12. Båda lindningarna för en fas läggs på samma ben i järnkärnan och därför finns det tre ben, ett för varje fas. De magnetiska flödena från de tre fasernas lindningar går sedan ihop i ett ok som binder samman de tre benen i järnkärnan. Att det fungerar att inte ha ett fjärde ben, som magnetisk återledare, beror på att summan av de tre fasflöden, för ett symmetriskt trefassystem, skall vara noll i alla ögonblick. Detta motsvarar uppbyggnaden av ledarna i ett trefassystem, där man vid symmetri kan klara sig utan nollan som återledare för strömmen.

Lindningarna i en trefastransformator kan kopplas bland annat i  $\Delta$ -koppling eller Y-koppling. Omsättningen från uppspänningslindningens spänning till nedspänningslindningens spänning kommer alltid att vara  $N_1/N_2$ . Men om upp- och nedspänningssidan inte är kopplade lika så kommer spänningsomsättning, från huvudspänning till huvudspänning, och strömomsättning, från fasström till fasström, inte att vara  $N_1/N_2$ .

Ett vanligt sätt att koppla distributionstransformatorer är  $\Delta$ -Y-noll. Det vill säga högspänningslindningen är kopplad i delta och nedspänningssidan i Y, med Y:ets mittpunkt ansluten till nollan som i mittenbilden i figur 3.13. Detta kopplingsätt väljs bland annat för att nollan skall finnas tillgänglig på konsumentens sida av transformatorn, för att det skall gå att använda enfasiga apparater som ju kopplas mellan fas och nolla. På elnätssidan vill man dock slippa nollan eftersom det skulle innebära att man behöver fyra ledare i nätet istället för tre.



Figur 3.12 En principskiss av en trefastransformator.



Figur 3.13 Tre olika kopplingsätt för trefastransformatorer.

Eftersom de flesta transformatorer är gjorda för att vara kopplade på ett bestämt sätt så märks de inte med lindningarnas varvtalsomsättning, utan istället märks de direkt med vilken huvudspänning de är gjorda för på upp- och nedspänningssidan. Kvoten mellan märkspänning på upp och nedspänningssidan är samtidigt den effektiva spänningsomsättningen för transformatorn, med den valda kopplingen av lindningarna. För att uppfylla kravet att effekten skall vara lika på båda sidor om transformatorn så måste naturligtvis den effektiva strömomsättningen från fasström till fasström vara inversen av den effektiva spänningsomsättningen.

Om märkströmmar är angivna så skall de tolkas som de maximala fasströmmar som får gå i de faser som går till och från transformatorn. Man anger alltså inte de verkliga strömmar som går i lindningarna. Följande förhållande gäller alltid för märkdata för en trefastransformator, eftersom effekten skall vara lika på båda sidor om en ideal transformator

$$\sqrt{3} U_{N1} I_{N1} = S_N = \sqrt{3} U_{N2} I_{N2} \quad (3.22)$$

där  $S_N$  är totala märkeffekten för alla tre faserna.

Beräkningar på trefastransformatorer i symmetriska elnät görs alltid på en ekvivalent Y-fas. I ett schema över en ekvivalent Y-fas så skall den ideala transformatorn alltid ha samma ekvivalenta spänningsomsättning, från fasspänning  $U_{1f}$  till fasspänning  $U_{2f}$ , som trefastransformatorn har från huvudspänning  $U_{N1}$  till huvudspänning  $U_{N2}$

$$\left(\frac{N_1}{N_2}\right)_{\text{ekv}} = \frac{U_{1f}}{U_{2f}} = \frac{U_{N1}}{U_{N2}} \quad (3.23)$$

Ibland anger tillverkaren värden på parametrarna i det ekvivalenta schemat. Då anges normalt värden som är omräknade för att gälla i en ekvivalent Y-fas. Det är alltså inte nödvändigtvis samma resistanser och induktanser som gäller för de enskilda lindningarna.

### Exempel: Trefastransformator, parameterbestämning, förluster

En trefastransformator är märkt  $\Delta$ -Y, 10kV/400V, 630 kVA. Man gör ett tomgångsprov och matar nedspänningslindningen med 400 V. Transformatorn drar då en tomgångsström på 10 A och en tomgångseffekt på 1.5 kW. Sedan kortsluts nedspänningslindningen och man matar uppspänningslindningen med en variabel spänning som ställs in så att man får märkström i lindningarna. Spänningen är då 500 V och transformatorn drar en effekt på 5.5 kW.

a) Beräkna parametrarna för transformatorn, hänfödda till nedspänningssidan.

Transformatorn ansluts till ett 10 kV nät.

b) Beräkna klämspänningen på nedspänningssidan då transformatorn belastas med märkström på nedspänningssidan, med lastens effektfaktor=1.

c) Beräkna strömmen som dras från 10 kV nätet.

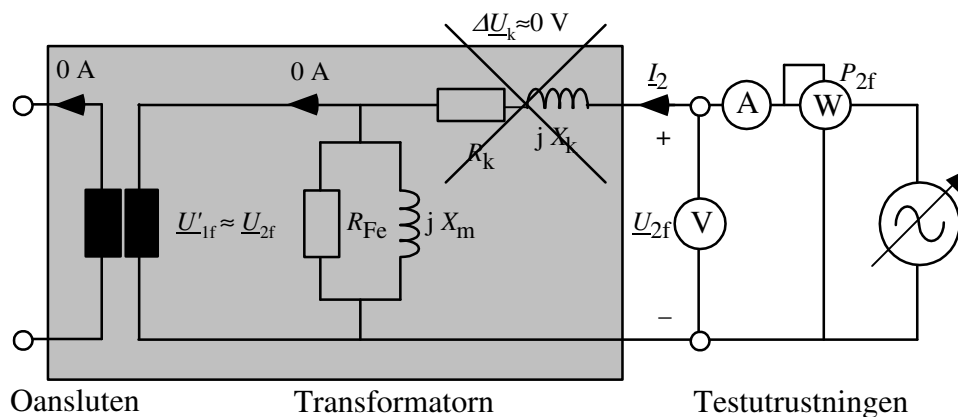
d) Beräkna de aktiva effektförlusterna och verkningsgraden med denna belastning.

### Lösning :

Storheterna från tomgångsprovet räknas om för att gälla en ekvivalent Y-fas: (nedspänningssidan betecknas med index "2")

$$U_{2f} = \frac{400}{\sqrt{3}} \text{ V} \quad I_2 = 10 \text{ A} \quad P_{2f} = \frac{1500}{3} \text{ W}$$

I figuren nedan visas ett ekvivalent Y-fas-schema för hur tomgångsprovet gjorts.



Tomgångsprov från nedspänningssidan ( $R_k$  och  $X_k$  försummas)

All aktiv effekt förlust måste i tomgång uppstå i  $R_{Fe}$

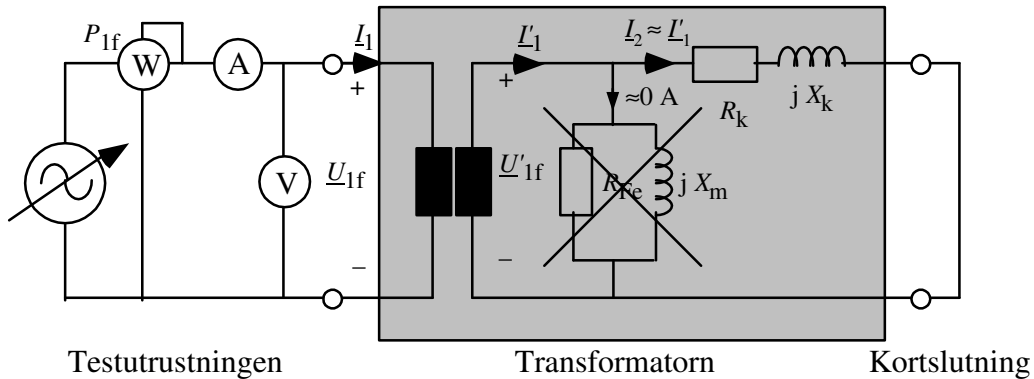
$$P_{2f} = \frac{U_{2f}^2}{R_{Fe}} \quad \Rightarrow \quad R_{Fe} = \frac{U_{2f}^2}{P_{2f}} = 106,7 \Omega$$

På samma sätt måste all reaktiv effekt i tomgång uppstå i  $X_m$



$$\left. \begin{aligned} Q_{2f} &= \frac{U_{2f}^2}{X_m} \\ Q_{2f} &= \sqrt{(U_{2f} I_2)^2 - P_{2f}^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow X_m = \frac{U_{2f}^2}{Q_{2f}} = 23,66 \Omega$$

I figuren nedan visas hur kortslutningsprovet gjordes



*Kortslutningsprov från uppspänningssidan ( $R_{Fe}$  och  $X_m$  försummas)*

Kortslutningsprovet gjordes från uppspänningssidan, men parametrarna skall beräknas för nedspänningssidan. Därför räknas kortslutningsprovets värden om så att de gäller för en ekvivalent Y-fas på nedspänningssidan. Kortslutningsströmmen var lika med märkström, alltså

$$I'_1 = I_{N2} = \frac{S_N}{\sqrt{3} U_{N2}} = 909,3 \text{ A}$$

Kortslutningsspänningen måste räknas om till en fasspänning på nedspänningssidan, med hjälp av den ekvivalenta lindningsomsättningen.

$$U'_{1f} = \frac{U_1}{\sqrt{3}} \frac{N_2}{N_1} \Big|_{\text{ekv}} = \frac{U_1}{\sqrt{3}} \frac{U_{N2}}{U_{N1}} = \frac{500 \text{ V}}{\sqrt{3}} \frac{400}{10000} = 11,55 \text{ V}$$

Till sist skall kortslutningseffekten räknas om till att gälla för en fas

$$P_{1f} = \frac{5500 \text{ W}}{3}$$

I kretsschemat ovan för kortslutningsprovet ser man att den aktiva effektförlusten måste uppstå i  $R_k$  och kunna uttryckas som

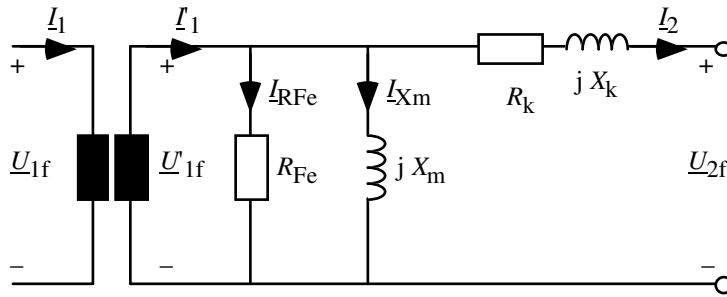
$$P_{1f} = R_k I_1'^2 \Rightarrow R_k = 2,22 \text{ m}\Omega$$

Kortslutningsreaktansen kan räknas ut ur den totala kortslutningsimpedansen

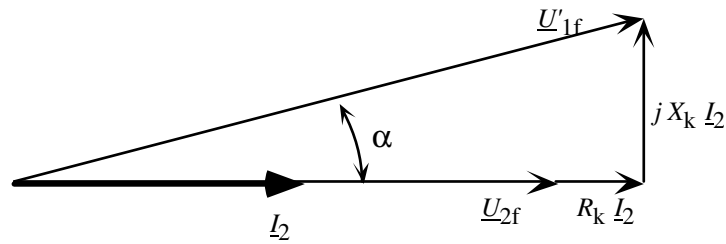
$$Z_k = R_k + jX_k \Rightarrow X_k = \sqrt{Z_k^2 - R_k^2} = 12,5 \text{ m}\Omega$$

$$\text{där } Z_k = \frac{U'_{1f}}{I_1'} = 12,7 \text{ m}\Omega$$

b) Det kompletta ekvivalenta Y-fas-schemat för transformatorn blir:



Genom att rita upp ett visardiagram över spänningsfallet kan man lättast se hur utspänningen skall kunna beräknas. Här antas  $\underline{U}_{2f}$  vara riktfas:



Beloppet på  $\underline{U}'_{1f}$  är känt liksom lastströmmen  $I_2$ , och därmed även spänningsfallen,

$$U'_{1f} = \frac{N_2}{N_1} U_{1N} \quad U_{1f} = \frac{U_{2N}}{U_{1N}} \quad U_{1f} = \frac{400 \text{ V}}{10 \text{ kV}} \frac{10 \text{ kV}}{\sqrt{3}} = 231 \text{ V}$$

Med hjälp av visardiagrammet kan följande spänningsekvation ställas upp (Pytagoras sats):

$$\left. \begin{aligned} U'_{1f}{}^2 &= (X_k I_2)^2 + (U_{2f} + R_k I_2)^2 \\ X_k I_2 &= 11,4 \text{ V} \\ R_k I_2 &= 2,0 \text{ V} \end{aligned} \right\} \Rightarrow U_{2f} = 228,6 \text{ V} \quad \Rightarrow U_2 = 396 \text{ V}$$

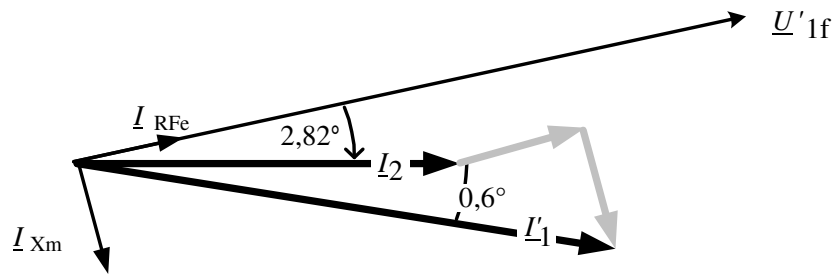
**Kommentar:** Trots att spänningsfallet över  $X_k$  är 11 V blir sjunker utspänningen från transformatorn bara ca 2,5 V!

c) Strömmen genom  $R_{Fe}$  kommer att ligga i fas med spänningen över den och strömmen genom  $X_m$  kommer att ligga  $90^\circ$  efter. För att kunna räkna ut de komplexa strömmarna behövs vinkeln för spänningen  $\underline{U}'_{1f}$

$$\sin(\alpha) = \frac{X_k I_2}{U'_{1f}} \quad \Rightarrow \quad \alpha = 2,82^\circ \quad \Rightarrow \quad \underline{U}'_{1f} = \frac{400}{\sqrt{3}} \angle +2,82^\circ \text{ V}$$

$$\underline{I}_{R_{Fe}} = \frac{\underline{U}'_{1f}}{R_{Fe}} = 2,165 \angle +2,82^\circ \text{ A} \quad \text{och} \quad \underline{I}_{X_m} = \frac{\underline{U}'_{1f}}{jX_m} = 9,761 \angle -87,2^\circ \text{ A}$$

Dessa båda strömmar kan ritas in i visardiagrammet och genom att summera dem med lastströmmen  $\underline{I}_2 = 909,3 \angle 0^\circ \text{ A}$  fås den övertransformerade strömmen från nätet.



$$\underline{I}'_1 = \underline{I}_2 + \underline{I}_{RFe} + \underline{I}_{Xm} = 912,0 \angle -0,61^\circ \text{ A} \quad \Rightarrow \quad \underline{I}_1 = \frac{N_2}{N_1} \Big|_{ekv} \underline{I}'_1 = 36,5 \angle -0,61^\circ \text{ A}$$

**Kommentar:** Magnetiseringsströmmen är så liten att den bara gör  $I'_1$  0,3% större än  $I_2$ ! Därför brukar man oftast försumma transformatorns tomgångsström vid beräkningar på strömmar i elnät.

d) Aktiva effektförluster förekommer bara i resistanserna i ekvivalenta schemat, alltså blir den totala förlusten för alla tre faserna

$$P_{förl} = 3 \left( \frac{U'_{1f}{}^2}{R_{Fe}} + I_2^2 R_k \right) = 3 (500 \text{ W} + 1833 \text{ W}) = 7000 \text{ W}$$

Verkningsgraden kan nu räknas ut med hjälp av uteffekten

$$\eta = \frac{P_2}{P_1} = \frac{P_2}{P_2 + P_{förl}} = \frac{3 U_{2f} I_2 \cos(\varphi_2)}{3 U_{2f} I_2 \cos(\varphi_2) + P_{förl}} = 98,9\%$$

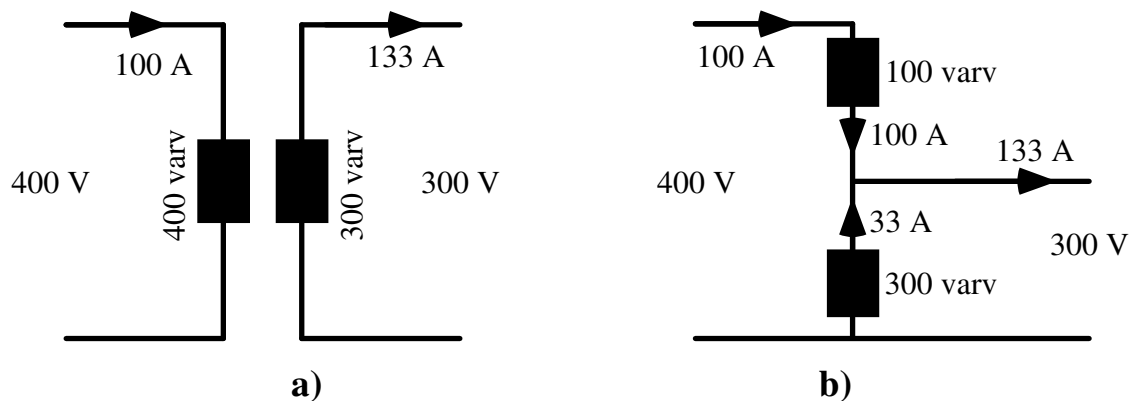
**Kommentar:** När transformatorn överför märkeffekt förloras bara drygt 1% av den energi som upptas från nätet, resten går till lasten. Denna transformator är alltså mycket lik en ideal transformator ur energisynpunkt.

### 3.1.8 Sparkopplad transformator

Om det *inte* krävs att de olika sidorna i en transformator skall vara galvaniskt skilda kan en sparkopplad transformator användas. I en sådan utnyttjas en del av lindningen för både upp och nedspänningssidan, och på så sätt sparas material i transformatorn. Om spänningssamsättningen är nära 1 så blir en sparkopplad transformator mycket mindre än en fulltransformator. Det beror på att en stor del av effekten inte längre behöver transformeras, utan den leds istället direkt galvaniskt från ena till andra sidan av transformatorn. Nackdelen med detta är att det inte finns någon galvanisk isolation mellan upp och nedspänningssidorna, vilket kan innebära säkerhetsrisker.

Den sparkopplade transformatorns funktion kan förklaras utifrån ett enkelt exempel. Tänk dig att du skall göra en transformator från 400 V till 300 V. Transformatorn skall föra över 40 kVA skenbar effekt. För enkelhets skull antas att varje varv i lindningen ger en inducerad spänning på 1 V. I en vanlig fulltransformator måste då lindningen på 400 V sidan göras för

att tåla en spänning på 400 V och en ström på 100 A, den måste alltså lindas med 400 varv av en tråd som tål 100 A. På nedspänningssidan måste samma skenbara effekt tas ut, vilket gör att nedspänningslindningen måste klara 133 A, eftersom dess spänning är 300 V. Denna lindning måste alltså göras med en grövre tråd än uppspänningslindningen men samtidigt med ett lägre antal varv, 300. Den beskrivna fulltransformatorn är ritad i figur 3.14a.



Figur 3.14 Jämförelse mellan a) en fulltransformator och b) motsvarande sparkopplade transformator.

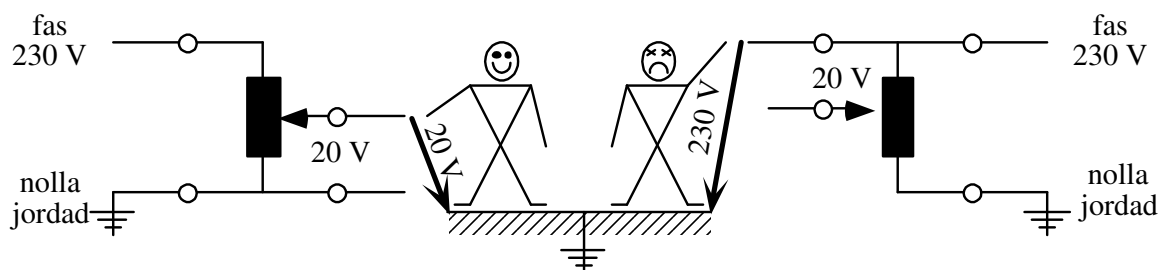
Om vi nu istället tänker oss att de 400 varven på primärlindningen delas upp i 100 plus 300 varv så fås kopplingen i figur 3.14b. Det går nu att ta ut 300 V direkt från nedre delen av den uppdelade primärlindningen. Genom att bara titta på att inmatad och uttagen effekt skall vara samma som för fulltransformatorn kan vi komma fram till hur lindningarna skall dimensioneras. Matas det in 100 A vid 400 V, måste det fortfarande bli 133 A ut vid 300 V. Summaströmmen i punkten mellan lindningsdelarna skall vara noll. Därför måste strömmen i den nedre lindningsdelen vara 33 A. Den nedre delen av lindningen måste alltså bara dimensioneras för en liten ström. Den behöver inte leda hela strömmen från källan utan bara ge ett litet strömtilskott, som motsvarar skillnaden i ström mellan upp och nedspänningssidan.

Den skenbara effekten i den övre lindningen blir 100 V gånger 100 A, lika med 10 kVA. Den skenbara effekten i den nedre lindningsdelen blir 33 A gånger 300 V, också lika med 10 kVA. Alltså visar det sig nu att den sparkopplade transformatorn i detta exempel bara blir en fjärdedel så stor, sett till de två lindningsdelarnas skenbara effekt. Dessa siffror gäller just för en transformator med en omsättning på 0.75. Förutom att transformatorn blir mindre så kommer också förlusterna och spänningsfallet i en sparkopplad transformator att bli mindre än i motsvarande fulltransformator.

Sparkopplade transformatorer är bara lämpliga då galvanisk skillnad inte krävs, det vill säga då spänningsoomsättningen är liten. Eftersom sparkopplade transformatorer är fördelaktigast vid små spänningsskillnader, används de till exempel för att testa att en apparat klarar det

spänningsintervall som kan förekomma på ett elnät. Då varierar spänningen bara mellan cirka 90 och 110 % av nätspänningen, vilket ju spartransformatorn är väldigt väl lämpad för. Sparkopplade transformatorer används även i transmissionsnätet. Dels i så kallade reglertransformatorer, som kan ändra spänningens amplitud och fasvinkel lite, och dels vid transformation mellan 400 kV och 220 kV. Spänningsskillnaden är visserligen relativt stor då, men det behövs inte alltid galvanisk isolation mellan dessa system. Transformatorlindningarnas märkeffekt blir, i detta fall, mindre än hälften så stor genom att använda sparkoppling.

Oftast är så kallade vridtransformatorer utförda som sparkopplade transformatorer. Utspänningen från dem kan varieras genom att en släpkontakt, som utspänningen tas ut från, kan flyttas så att den får kontakt med olika varv i en lindning. Spänningen kan på det sättet varieras från noll upp till den nätspänning transformatorn matas från. Det är dock på plats med en varning för vridtransformatorer, för potentialen till jord kan med en sparkopplad transformator vara hög, även om utspänningen är låg! I figur 3.15 ser man hur spänningen till jord, beroende på hur man vänder stickproppen i vägguttaget, kan vara antingen bara 20 V eller livsfarliga 230 V, trots att utspänningen från transformatorn i båda fallen är bara 20 V. Utspänningen på 20 V är i ena fallet skillnaden mellan jordpotential och 20 V potential. I andra fallet ger vridtransformatorn 20 V utspänning genom att ena klämman har 230 V potential medan den andra har 210 V!



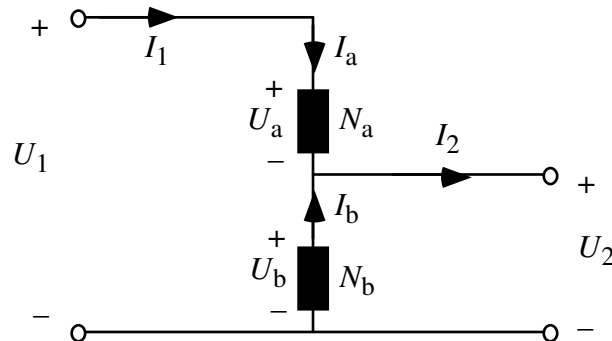
Figur 3.15 Hur en sparkopplad vridtransformator kan ge ofarlig respektive livsfarlig spänning till jord, även då dess utspänning är så låg som 20 V, bara beroende på hur dess väggkontakt vänds.

### 3.1.9 Härledning av den sparkopplade transformatorns funktion.

I figur 3.16 visas den sparkopplade transformatorn och de använda storheterna. Kalla strömmarna genom lindningsdel a och b för  $I_a$  och  $I_b$ , samt spänningarna för  $U_a$  och  $U_b$ . Lindningsdel a har varvtalet  $N_a$  och lindningsdel b  $N_b$ . Eftersom lindningarna ligger på samma kärna så gäller att spänningarna måste följa ekvation (3.4) och att strömmarna ekvation (3.6), vilket motsvarar

$$\frac{U_a}{N_a} = \frac{U_b}{N_b} \quad (3.24)$$

$$I_a N_a = I_b N_b \quad (3.25)$$



Figur 3.16 En sparkopplad transformator

I figuren framgår att  $U_1 = U_a + U_b$  och  $U_2 = U_b$ , alltså är utspänningen

$$U_2 = \frac{N_b}{N_a + N_b} U_1 \quad (3.26)$$

Den sparkopplade transformatorn har alltså en effektiv spänningsomsättning  $N_b/(N_a + N_b)$ . Eftersom strömmen  $I_1$  är lika med  $I_a$  så kan  $I_2$ , med hjälp av ekvation (3.25), uttryckas som

$$I_2 = I_a + I_b = I_a + \frac{N_a}{N_b} I_a = \frac{N_a + N_b}{N_b} I_1 \quad (3.27)$$

Vilket visar att effektiva strömomsättningen är  $(N_a + N_b)/N_b$ .

Den skenbara effekten som går i den sparkopplade transformatorns lindningar blir

$$S_a = I_1 (U_1 - U_2) \quad (3.28)$$

$$S_b = U_2 (I_2 - I_1) \quad (3.29)$$

Man kan visa att  $S_a$  är lika med  $S_b$ . Lindningarna i motsvarande fulltransformator måste i sin tur dimensioneras för

$$S_1 = U_1 I_1 \quad (3.30)$$

$$S_2 = U_2 I_2 \quad (3.31)$$

Skenbara effekten hos lindningarna på en sparkopplad transformator dividerat med skenbara effekten på motsvarande fulltransformator blir då:

$$\frac{S_{\text{spar}}}{S_{\text{full}}} = \frac{S_a}{S_1} = \frac{U_1 - U_2}{U_1} \quad (3.32)$$

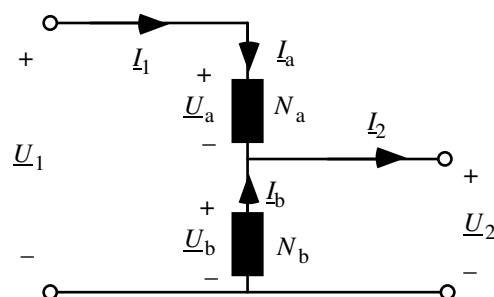
Notera att denna kvot säger hur stor skenbar effekt den sparkopplad transformatorn måste dimensioneras för jämfört med om man bygger en fulltransformator. Den sparkopplade transformatorn blir alltså mindre ju lägre kvoten är! Man kan se att om spänning  $U_2$  närmar sig  $U_1$  går storleken på den sparkopplade transformatorn mot noll. Det behövs ju ingen transformator om in- och utspänning skall var lika och man inte kräver galvaniskt skilda kretsar. Om spänningsomsättningen är 0.5 kräver den sparkopplade transformatorn hälften så stor skenbar effekt på lindningarna som en fulltransformator. Om spänningsomsättningen är 10 gånger så blir den skenbara effekten på den sparkopplade transformatorn hela 90 % av den hos motsvarande fulltransformator. Vinsten med sparkoppling blir alltså mindre ju större skillnaden mellan in och utspänning blir. Riskerna med att inte skilja galvaniskt på kretsarna blir också allt större. Därför brukar sparkopplade transformatorer inte användas vid stora spänningsomsättningar, även om de teoretiskt sätt alltid blir lite mindre än motsvarande fulltransformator.

### Exempel: Sparkopplad transformator

En apparat avsedd för 230 V skall matas från ett 400 V trefasnät utan nolla. För att skapa 230 V används en enfasig sparkopplad transformator som kopplas mellan två faser på elnätet. Betrakta transformatorn som ideal.

- Rita ett schema för hur transformatorn kan göras och ange vilken märkspänning den skall ha in och ut.
- Om 230 V lindningen har 460 varv, hur många lindningsvarv måste den andra lindningen ha?
- Om 230 V lasten drar 5 A ström med  $\cos(\varphi)=0.9$  hur hög ström går då genom de två lindningarna i transformatorn?
- Vilken aktiv effekt dras då från 400 V nätet?

**Lösning:** a)



Märkspänningarna skall vara  $U_{1N}=400$  V och  $U_{2N}=230$  V.

b) Eftersom det går samma magnetiska flöde genom lindning **a** som genom lindning **b** gäller att

$$\frac{U_a}{N_a} = \frac{U_b}{N_b} \quad \text{och} \quad I_a N_a = I_b N_b$$

Spänningarna kommer att vara exakt lika till formen, vilket innebär att det inte blir någon fasförskjutning mellan  $\underline{U}_a$  och  $\underline{U}_b$ . Därför blir  $U_a = U_1 - U_b = 170 \text{ V}$ , alltså behövs

$$N_a = N_b \frac{U_a}{U_b} = 460 \text{ varv} \frac{170 \text{ V}}{230 \text{ V}} = 340 \text{ varv}$$

c) Summan av alla strömmar in till en knutpunkt skall vara noll, (eftersom även alla strömmarna måste ligga i fas med varandra räcker det att räkna med deras belopp, utan att ta hänsyn till deras fasvinklar), alltså

$$\left. \begin{array}{l} I_a = I_2 - I_b \\ I_b = \frac{N_a}{N_b} I_a \end{array} \right\} \Rightarrow I_a = I_2 \frac{1}{1 + \frac{N_a}{N_b}} = 2,875 \text{ A}$$

$$I_b = \frac{N_a}{N_b} I_a = 2,125 \text{ A}$$

d) För en ideal transformator gäller att in- och uteffekt måste vara lika stora

$$P_1 = P_2 = U_2 I_2 \cos(\varphi_2) = 1035 \text{ W}$$

### 3.1.10 Mättransformatorer

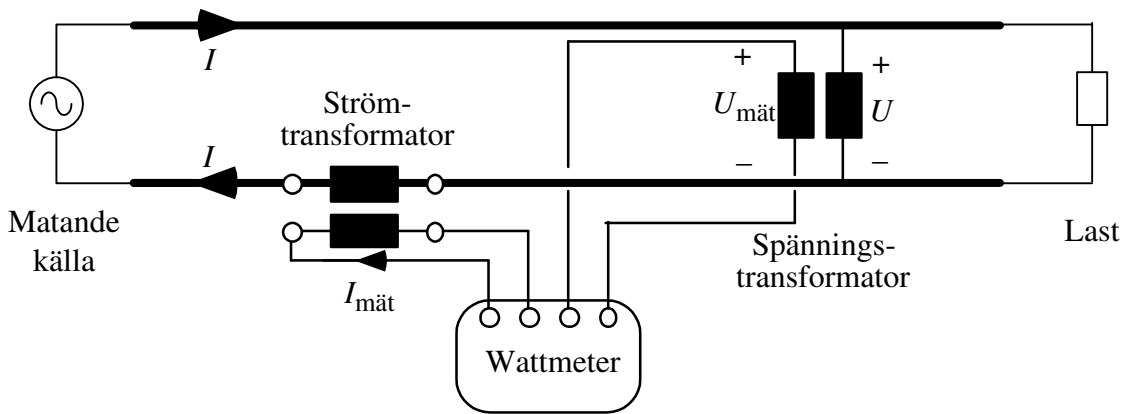
Mättransformatorer används för att omvandla strömmar och spänningar till nivåer som lämpar sig för att mäta med normala instrument. Kraven på noggrannhet hos mättransformatorer gör att speciella hänsyn tas vid deras konstruktion, dock fungerar de i allt väsentligt som vanliga transformatorer.

En strömtransformator är konstruerad för att ha en exakt strömomsättning, det vill säga att dess magnetiseringsström är liten. Vanligen omvandlas höga strömmar på upp till flera tusen ampere till en mätström på cirka 1 till 5 A, lämplig för vanliga instrument. Samtidigt så blir mätinstrumentet isolerat från den ström det mäter på, vilket kan vara viktigt vid mätning i högspänningsanläggningar.

En spänningstransformator är konstruerad för att ge en exakt spänningsomsättning, det vill säga dess lindningsresistanser och läckinduktanser är små. Spänningar på upp till flera hundra kilovolt omvandlas till en mätspänning på cirka 100 V.

I figur 3.17 visas ett exempel på hur både ström- och spänningstransformatorer används för en effektmätning på en högspänningsledning med stor ström. Notera att strömtransformatorn sätts i serie med den ström som skall mätas. Spänningstransformatorn sätts mellan fasen och återledaren. Eftersom ström och spänning skalas om så måste naturligtvis den avlästa effekten på wattmetern räknas om för att stämma med den effekt som överförs av ledningen.





Figur 3.17 Inkoppling av ström och spänningsmättransformatorer vid mätning på en stor ström och en hög spänning. Exemplet visar mätning av effekten till en enfasig last.

### 3.2 Parametrar för ledning och kabel

I ett elnät är längderna på ledningar ofta 100 tals km. Då går det inte längre anta att ledningar är ideala, som i kretsberäkningar på små kretsar. Istället kommer ledningarna uppvisa impedanser som väsentligt påverkar hur effekter flyter i elnätet och hur spänningen påverkas av belastningar. Det finns några olika skäl till att ledningarna har impedanser.

Alla normala ledarmaterial har en resistans som yttrar sig som en serieresistans som strömmen måste passera. Resistansen bestäms av resistiviteten hos ledarmaterialet, tvärsnittsarean och längden på ledaren.

Varje ström skapar dessutom ett magnetfält. Detta magnetfält kommer att inducera en spänning längs med ledningen. I kretsberäkningar yttrar det sig som en serieinduktans, utbredd längs hela ledningens längd, som ledningsströmmen måste gå igenom. Storleken på induktansen bestäms av hur stort magnetiskt flöde som skapas vid en viss ström. Bland annat beror det på avståndet mellan ledarna; Ett större avstånd mellan ledarna i en och samma ledning gör att det blir en stor yta mellan ledarna som omsluts av strömmarna och därmed skapas ett stort magnetiskt flöde.

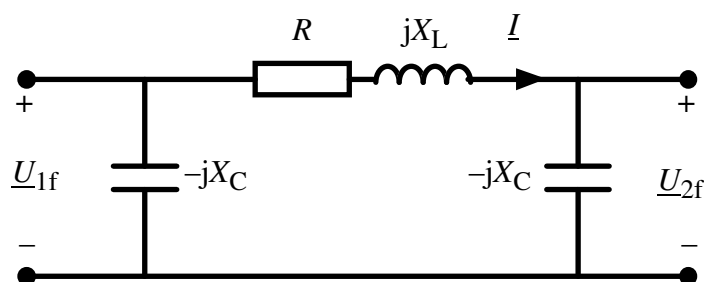
På grund av att det finns en spänningsskillnad mellan en ledare och andra fasledare så kommer det att bildas ett elektriskt fält (E-fält) mellan faserna. Även mot jord bildas ett E-fält. E-fältet gör att det samlas laddningar på ledarna och detta fenomen gör att de olika ledarna fungerar som plattorna i en kondensator. Kapacitansen beror på spänningen mellan ledarna, och inte på ledningsströmmen, och yttrar sig därför som en utbredd shuntkapacitans. Kapacitansen beror till stor del på avståndet mellan fasledarna, ju närmre varandra de ligger desto högre kapacitans.

De utbredda egenskaperna, resistans, induktans och kapacitans, hos en ledning kan för det mesta approximativt klumpas ihop till ett ekvivalent schema med diskreta komponenter. Kablar och ledningar kan därför representeras med ett kretsschema för en ekvivalent Y-fas. I

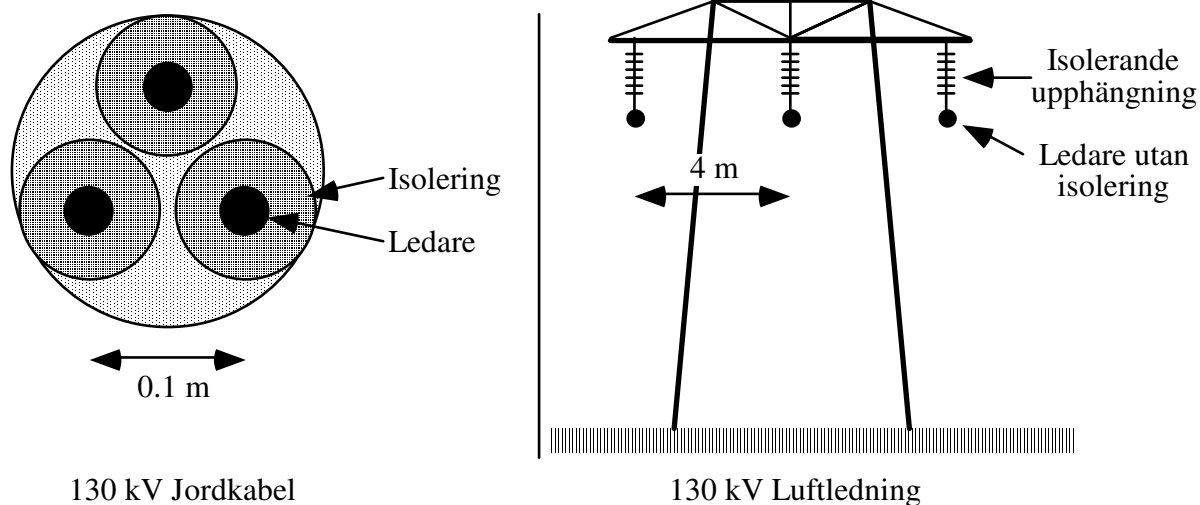
figur 3.18 så visas ett ekvivalent schema där en ledning representeras med ett så kallad  $\pi$ -schema. Shuntkapacitanserna påverkar normalt inte spänningsfallet på ledningen utan behöver bara inkluderas när man beräknar den reaktiva effekt som ledningen producerar. Skall beräkningar göras mycket noggrant på långa ledningar behövs mer exakta modeller än detta  $\pi$ -schema.

Eltransmission och distribution av höga effekter sker framför allt med luftledningar, vid lägre spänningsnivåer samt i tätbebyggda områden används jordkabel istället. På grund av den stora skillnaden i utförande kommer det att bli en stor skillnad i egenskaper mellan luftledning och jordkabel. I figur 3.19 kan man se hur en luftledning respektive en jordkabel ser ut i tvärsnitt. (Observera att det är stor skillnad på skala på de två bilderna.)

Notera att induktansen blir stor för en ledare som tillåts alstra ett stort magnetfält. I luftledningen måste avståndet mellan ledarna vara stort eftersom luft inte är en så bra isolator. Det stora avståndet ger mycket utrymme för magnetfält och därmed hög serieinduktans. Samtidigt ger ett stort avstånd mellan ledarna ett svagt E-fält och följaktligen låg kapacitans. I en jordkabel är förhållandena de omvända. Ledarna ligger mycket nära varandra vilket ger litet magnetfält och därmed låg induktans. Samtidigt blir E-fältet desto starkare och det ger en hög kapacitans. Beroende på vad det är för typ av ledning, kabel eller luftledning, så kan oftast antingen shuntkapacitansen eller serieinduktansen försummas.



Figur 3.18 Ett ekvivalent  $\pi$ -fasschema för en ledning.



Figur 3.19 Tvärsnitt av en 130 kV jordkabel och en 130 kV luftledning .

### 3.3 Högspänd likströmsöverföring

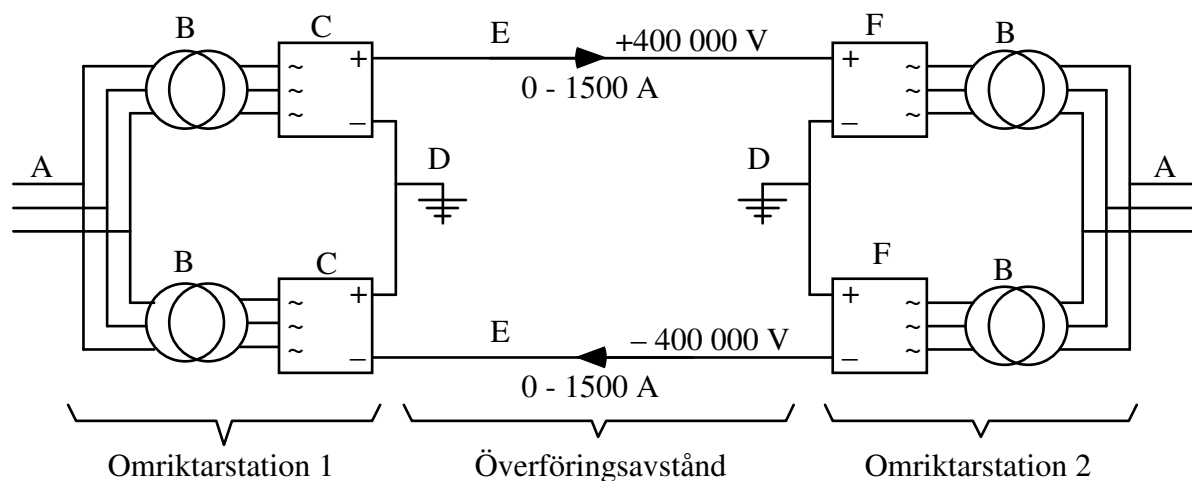
Högspänd likströmsöverföring (High Voltage Direct Current, HVDC) har blivit ett allt mer använt komplement till vanliga växelströmsöverföringar. Att använda likström i ett kraftnät som är gjort för växelström innebär att det krävs kraftelektronik i båda ändarna av en HVDC ledning, för att omvandla växelström till likström i ena ledningsändan och tillbaka från likström till växelström i andra änden. Att bygga kraftelektroniska omriktare för höga effekter har tidigare varit ett hinder för att använda likström.

Fördelar med HVDC jämfört med vanlig högspänd växelströmsöverföring är att överföring är möjlig mellan elnät med skilda frekvenser samt att det går att lägga en HVDC kabel på havsbotten, vilket inte fungerar med högspänd växelspänningskabel på grund av hög shuntkapacitans. Tack vare de kraftelektroniska omriktarna kan den aktiva effekten i en HVDC överföring styras och på så sätt fås bättre kontroll på effektflödena, inte bara i HVDC ledningen utan även i växelströmsnätet. HVDC ledningar till lands är mindre utrymmeskrävande, billigare och har lägre ledningsförluster än motsvarande växelströmsledning. Nackdelarna med HVDC är naturligtvis merkostnaden för omriktarna och att man får förluster vid likriktning och växelriktning.

I figur 3.20 visas en principskiss över en bipolär HVDC överföring och dess delar. Att den är bipolär betyder att den har två likströmsledningar, en med positiv potential och en med negativ potential till jord. Det går också att bygga HVDC anläggningar monopolära, med bara en ledning/kabel, och leda strömmen tillbaka i marken eller i vatten, via jordtag på båda omriktarstationerna. Detta används ofta för sjökablar då vattnet är en bra återledare. För landförbindelser är återledning genom jorden inte lika bra eftersom strömmar i jorden kan få ledande föremål i jorden, som vattenledningsrör, att rosta sönder. En monopolär förbindelse är ofta första steget i en utbyggnad. När överföringskapaciteten skall ökas läggs en ny ledning/kabel och två nya omriktare byggs för att driva överföringen bipolärt.

Typiska data på HVDC överföringar är idag spänningar på  $\pm 400$ -500 kV och strömmen i en kabel eller luftledning kan vara 1000-1500 A. Effekten blir alltså i storleksordningen 800 till 1500 MW för en bipolär överföring, vilket motsvarar effekten från en stor reaktor i ett kärnkraftverk.

På grund av hög kostnad för omriktarstationerna så används HVDC framför allt till överföringar till havs och för att sammanbinda osynkroniserade växelströmsnät, det vill säga då växelströmsöverföring inte är möjligt att använda. Även vid mycket långa landförbindelser används HVDC eftersom den låga kostnaden och de låga förlusterna för HVDC-ledningen då uppväger merkostnaden för omriktarstationerna och deras förluster. På senare tid har man också börjat överväga att bygga om befintliga växelströmsöverföringar till HVDC för att öka överföringskapaciteten, eftersom det ofta inte går att få tillstånd för nya ledningar, för att det inte finns plats för dem.



|   |                                  |   |                                    |
|---|----------------------------------|---|------------------------------------|
| A | Växelströmsnät                   | D | Jordtag för likströmsöverföringen  |
| B | Omriktartransformatorer          | E | Luftledning eller sjökabel         |
| C | Omriktare (här i likriktardrift) | F | Omriktare (här i växelriktardrift) |

Figur 3.20 Typisk uppbyggnad av en tvåpolig HVDC överföring.

När en HVDC överföring binder samman två olika elnät kan likströmsöverföringen användas för att i nödfall ta reservkraft från varandras elnät. I ett stort elnät finns alltid marginaler för en ökning av lasten på minst 100 MW. Vid problem med effektbrist i det ena nätet, på grund av att till exempel ett kraftverk måste nödstoppas, kan en HVDC överföring inom bara en sekund tillföra cirka 100 MW extra från det andra elnätet. Detta motsvarar effekten i ett helt gasturbinaggregat, som då kan sparas in.

Sverige var först i världen att bygga HVDC, till Gotland 1956. Fortfarande är ABB världsledande på området och utbyggnadstakten för HVDC ökar kraftigt. Nyligen har också det sjunkande priset på kraftelektronik i mellaneffektklassen gjort att det gått att utveckla billiga HVDC omriktare för lägre spänningar, på cirka 10 till 100 kV, och effekter på i storleksordningen 1 till 100 MW. Den tekniken väntas öppna en helt ny marknad för likströmsöverföringar. Till exempel så kan den användas för att försörja små avlägsna samhällen, som idag försörjs med dieselmotorkraftverk för att det är för dyrt att ansluta dem till ett elnät med en lång växelströmsförbindelse.

## 4. Elektriska maskiner

Elektriska maskiner är mycket viktiga komponenter för elkrafttekniken, eftersom de är omvandlare mellan elektrisk och mekanisk energi. Elen används ju bara som en energibärare i dessa sammanhang, så det måste ske en energiomvandling både vid produktion och konsumtion av el. I generatorer omformas mekanisk energi till elenergi. Det finns andra sätt att generera elenergi, som till exempel solceller, men i stort sett all elgenerering sker i roterande elektriska maskiner. I andra änden av elkraftsystemet, hos konsumenter av elenergi, hittar man också en mängd elektriska maskiner. Där används de som motorer och har till uppgift att skapa mekanisk effekt och kraft med hjälp av elektricitet. I storleksordningen hälften av all elektrisk energi förbrukas i elmotorer. Att elmotorn föredras framför andra motorer är för att den är en billig, långlivad, tyst och ren kraftkälla som också kan styras mycket snabbt och exakt. Elektriska motorer finns dessutom i hela effektområdet från mikrowatt till flera miljoner watt.

Elektriska maskiner är inte ett fristående område som kan behandlas helt för sig själv utan de sammanbinder ett elektriskt och ett mekaniskt system. Därför kommer de elektriska och mekaniska systemen att påverka varandra och man kan inte analysera elektriska maskiner utan att ta upp deras koppling till elnätet och till den mekaniska last de skall driva. Att analysera det kompletta systemet med elnät, elmaskin och mekaniskt system, utan förenklingar, är ofta mycket komplicerat. Dessutom matas elektriska maskiner ofta av kraftelektronik, som då också måste tas med i analysen.

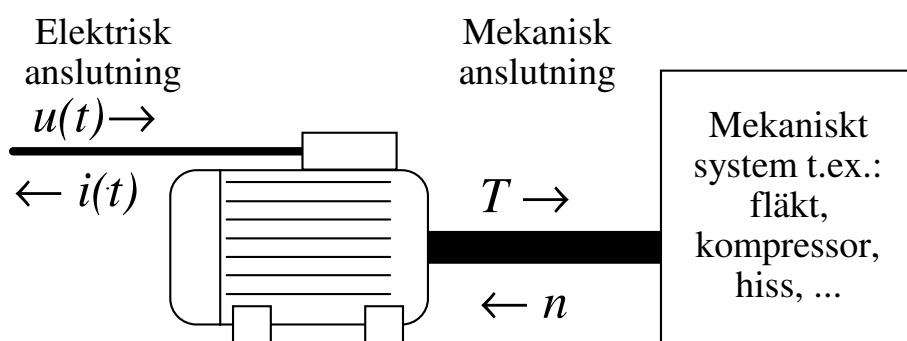
Det är framför allt några saker, vad det gäller elektriska maskiner, som beskrivs i denna kursen: principen för hur de fungerar, hur man beräknar deras varvtal och vridmoment, vad de ger för påverkan på elnätet samt hur man kan styra dem för att reglera varvtalet. Det utelämnas hur maskiner konstrueras, deras dynamiska uppförande och hur de skall regleras. Dessutom beskrivs bara asynkronmaskinen och likströmsmaskinen, som är de vanligaste maskinerna. Det finns ett flertal andra maskintyper som inte beskrivs här. Kursen går bara in på roterande elektriska maskiner, eftersom de är totalt dominerande. Det finns även elektriska maskiner som inte bygger på roterande delar utan på en linjär rörelse.

Eftersom man bara strävar efter att omvandla energi i elektriska maskiner, skall den mekaniska och den elektriska effekten helst vara lika. Tyvärr finns det alltid vissa förluster i omvandlingen, men för elektriska maskiner på några kilowatt och uppåt är de procentuella förlusterna inte så stora. I denna kurs ingår inte någon närmare analys av förluster i maskiner, eftersom de normalt inte är viktiga för att förstå maskinernas funktion.

## 4.1 Generellt om maskiner och drivsystem

Elektriska maskiner skall alltså omvandla elektrisk energi till mekanisk energi eller tvärtom. På samma gång kopplar de ihop det elektriska systemet med det mekaniska systemet så att de olika system kommer att påverka varandra. I figur 4.2 visas ett enkelt drivsystem bestående av en elektrisk maskin som matas från ett elnät och som driver en mekanisk last, till exempel en fläkt. Elnätet förser maskinen med en viss spänning. Den aktuella spänningen i kombination med varvtalet på motoraxeln avgör vilket axelvridmoment som maskinen alstrar. Vridmomentet i sin tur påverkar den mekaniska lasten, som svarar med att varvtalet antingen ökar, är konstant eller minskar. Också elnätet kommer att påverkas av hur lasten svarar, eftersom den elektriska maskinen, beroende av hur den belastas mekaniskt, kommer att dra olika ström från nätet. Om nätet har en inre impedans kommer denna ström att påverka nätspänningen.

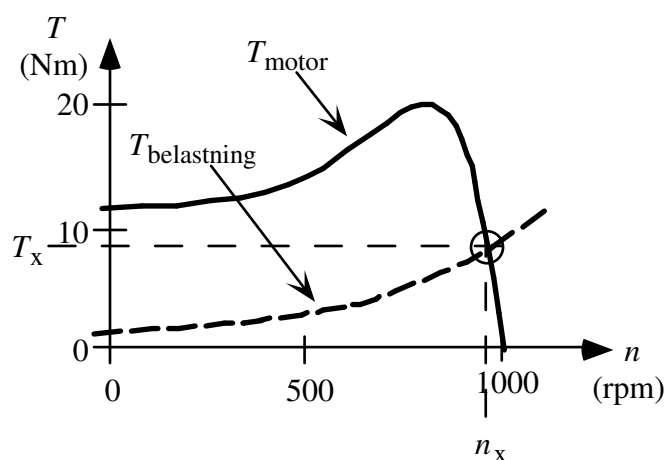
Detta exempel visar att elmotorns uppförande inte kan analyseras med mindre att både elnät och mekanisk last tas med i beräkningen. Vad som är orsak eller verkan av spänning och ström respektive vridmoment och varvtal kan inte bestämmas entydigt. Dock är det ofta rimligt att anta att nätspänning och lastens aktuella varvtal är variabler som bestäms av elnätet respektive lasten och de storheterna avgör vilket vridmoment maskinen ger och vilken ström den drar från nätet. Pilarna i figur 4.2 går från den del av systemet som man oftast anser avgör en storhets värde. Att pilarna går åt båda håll, på såväl den elektriska som den mekaniska anslutningen till maskinen, visar att det finns en växelverkan mellan alla delarna.



Figur 4.2 Ett drivsystem och de storheter som kopplar samman elnät och mekaniskt system.  $T$  är axelns vridmoment och  $n$  dess varvtal.

Eftersom det är svårt att lösa drivsystemproblem om man skall ta hänsyn till alla kopplingar mellan elnät, motor och last, begränsar sig denna kurs till att analysera några förenklade, men viktiga, specialfall. Det första är att ta reda på vilken stationär arbetspunkt, det vill säga vilket varvtal och vridmoment, motorn och lasten kommer att gå vid. Analys av kopplingen mellan mekaniskt system och elektrisk motor görs då under antagandet att matande elnät är oändligt styvt. Det vill säga nätspänning och frekvens är konstanta, oberoende av vilken mekanisk belastning maskinen har.

I Figur 4.2 kan man se att det bara är två storheter som kopplar ihop motor och mekanisk last: vridmomentet  $T$  och axelvarvtalet  $n$ . Det måste alltså vara dessa storheter som avgör arbetspunkten. Både motorn och belastningen har var sin moment-varvtalskaraktäristik. Motorn kommer att orsaka ett ökande varvtal tills lasten bromsar med ett lika stort vridmoment som motorn alstrar. Vid det varvtalet som drivande och bromsande vridmoment är lika har man den stationära arbetspunkten. Den kan man hitta i ett moment-varvtalsdiagram där både motorns momentkurva och lastens momentkurva finns inritade. Ett exempel på sådant diagram finns i figur 4.3. I diagrammet hittar man arbetspunkten ( $n_x$  och  $T_x$ ) helt enkelt som skärningspunkten mellan momentkurvorna. Det är bara i den punkten man har stationärtillstånd. Är varvtalet högre, bromsar lasten mer än motorn driver, alltså sjunker varvtalet. Är varvtalet lägre, driver motorn mer än lasten bromsar, alltså ökar varvtalet.



Figur 4.3 Ett exempel på moment-varvtalsdiagram för en motor med last. Stationära arbetspunkten  $T_x$  och  $n_x$  blir skärningen mellan de två momentkurvorna.

Det andra specialfallet vi kommer att analysera i denna kurs är nätpåverkan från en elektrisk motor under antagande att antingen motorvarvtalet eller vridmomentet är konstant. Det vill säga att ändringar i nätspänning inte antas kunna påverka varvtalet eller vridmomentet. Nätpåverkan, i form av spänningsfall på nätet, beror på vilken ström motorn drar från nätet och strömmens fasvinkel, vilket är samma sak som att den beror på vilken aktiv och reaktiv effekt motorn drar. Strömmen som motorn drar beräknas till exempel med ett ekvivalent schema för motorn eller fås från motorns märkplåt.

## 4.2 Asynkronmaskinens uppbyggnad och funktionssätt

Asynkronmaskinen är den vanligaste motorn för effekter över några enstaka watt och för maskiner som skall hålla länge. Den är nästan alltid bästa valet för motorer som skall drivas direkt från ett växelströmsnät. Asynkronmaskinen finns från enstaka watt till flera miljoner watt. De minsta motorerna, från några watt upp till cirka 1 kW, tillverkas vanligen som enfasmotorer medan motorer från 1 kW och uppåt vanligen görs som trefasmotorer. Orsakerna till att asynkronmotorn är så dominerande är att den är enkel och billig att tillverka,

den är nästan outslitlig och den kan startas och drivas direkt med spänningarna från ett växelströmsnät.

Asynkronmaskinen fungerar enligt principen att spänningarna som kopplas till statorlindningarna alstrar ett magnetfält som roterar i maskinen. När det roterande magnetfältet rör sig relativt rotorn induceras det strömmar i rotorledarna. Rotorströmmarna kommer att skapa ett vridmoment som får rotorn att följa efter det roterande magnetfältet. Maskinen bygger alltså på att strömmarna i rotorn skapas genom induktion och kallas därför på brittisk engelska för *induction machine*. Namnet asynkronmaskin beror på att varvtalet på rotorn avviker från varvtalet på det roterande magnetfältet, till skillnad från en synkronmaskin där rotorvarvtalet är lika med magnetfältets varvtal.

#### 4.2.1 Asynkronmaskinens mekaniska uppbyggnad

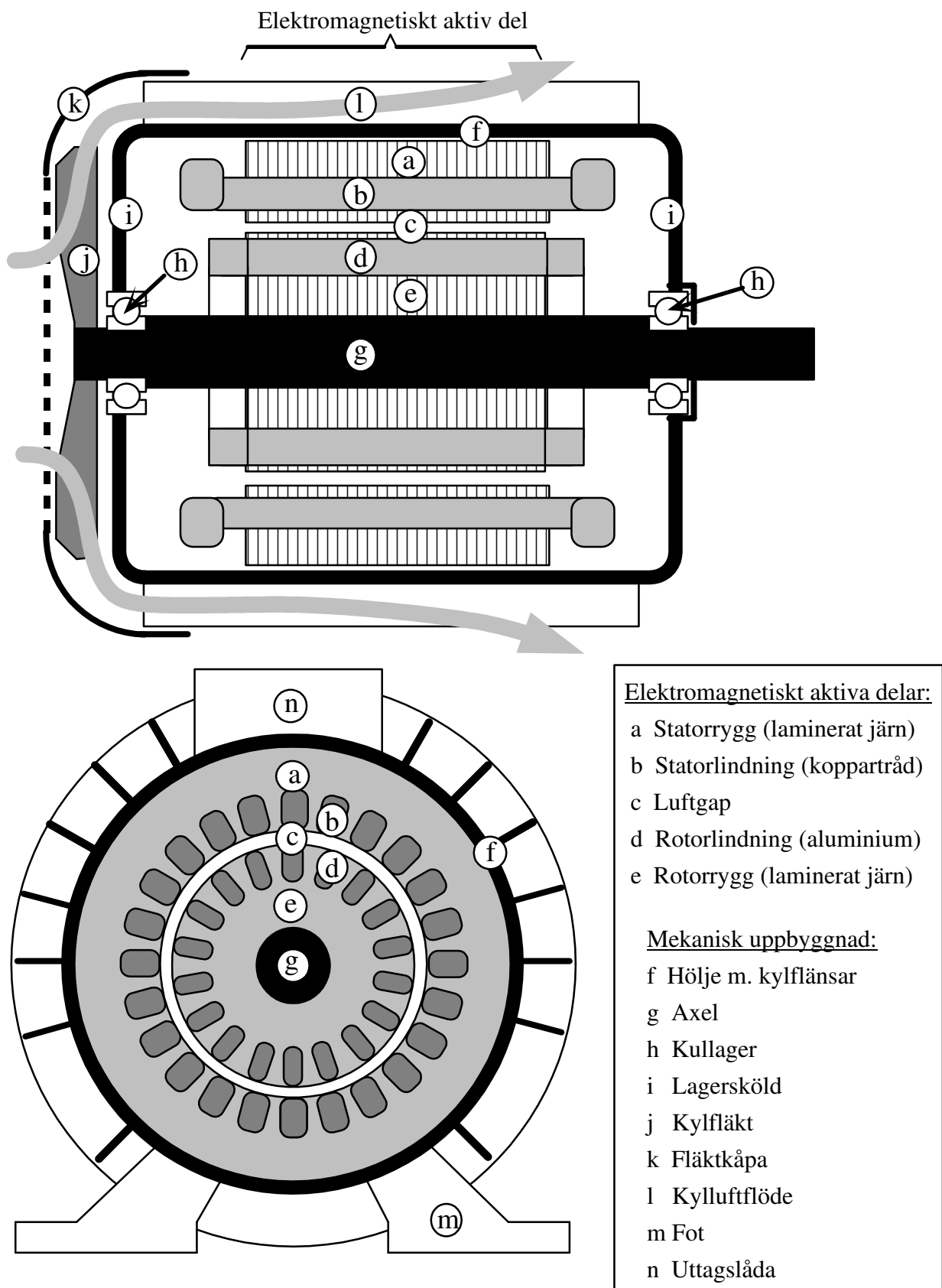
Asynkronmaskinens konstruktion visas i figur 4.4. Där kan man se såväl de elektromagnetiskt aktiva delarna i maskinen som dess mekaniska uppbyggnad.

Statorn är den yttre delen av de elektromagnetiskt aktiva delarna. Den sitter fast och roterar inte. Statorn består av en järnkärna gjord av tunna plåtlaminat, mindre än 1 mm tjocka, som staplats till önskad statorlängd. Att man använder tunna plåtar beror på att man annars får förluster av virvelströmmar när man har ett magnetiskt växelfält i järn. Ytterdelen av statorn kallas statorrygg eller statorok (a), och har till uppgift att leda magnetflödet i tangentiell riktning från en magnetisk pol till nästa pol. I statorplåtarna finns det spår utstansade för att lägga statorlindningen (b) i, alldeles vid luftgapet. Mellan spåren finns statortänderna som leder magnetfältet från statorryggen till luftgapet och över till rotorn. Lindningen är gjord av koppartråd med lackisolering. Ledarna i de olika spåren hänger ihop i lindningshärvor. I båda ändarna av statorn finns de så kallade härvändarna, som är de delar av lindningen som sammanbinder lindningen i olika spår. I en trefasig maskin finns det tre uppsättningar med härvor som matas med var sin ström från de tre olika faserna.

Mellan stator och rotor finns ett luftgap (c) som normalt hålls litet eftersom magnetfältet som skall gå från stator till rotor, liksom alla magnetfält, ogärna går genom luft. För att rotorn inte skall skrapa mot statorn när den roterar måste man normalt hålla ett luftgap mellan delarna. I små asynkronmaskiner är luftgapet cirka 0.2 mm för att öka upp till fler millimeter i stora maskiner.

Rotorn sitter inne i mitten av statorn. Den består liksom statorn av en järnkärna uppbyggd av tunna plåtar. I spår i järnkärnan, alldeles vid luftgapet, ligger rotorlindningen (d) som ofta är gjord av pressgjuten aluminium, förutom i mycket stora maskiner. Längst in i rotorn finns rotorryggen (e) som har till uppgift att leda det magnetiska flödet i tangentiell riktning mellan två närliggande magnetiska poler.





Figur 4.4 Asynkronmaskinens uppbyggnad. Genomsnitt längs och tvärs motoraxeln.

De elektromagnetiskt aktiva delarna av asynkronmaskinen sitter i en stomme som består av ett ytterhölje (f) i gjuten aluminium eller plåt som håller statorn. Rotorn sitter på en axel (g), vilken är lagrad med två kullager (h) som sitter i lagersköldarna (i). För att kyla maskinen sitter det en radialfläkt (j) på axeln innanför en fläkt kåpa (k). Fläktkåpan styr luftflödet (l) från fläkten så att det strömmar längs ytan på höljet. För att göra kylningen mer effektiv har höljet försetts med längsgående kylflänsar som kyl luften strömmar mellan. Ofta är asynkronmaskiner gjorda för att kunna ställas på en maskinbädd och har då fötter (m) som de kan stå på och skruvas fast i. Den elektriska anslutningen av motorn sker i en uttagsslåda (n) för att spänningsförande delar skall vara skyddade för oavsiktlig beröring.

#### 4.2.2 Roterande magnetfält som skapas av statorn

För att kunna skapa ett vridmoment behövs det både ett magnetfält och strömmar. I asynkronmaskinen skapas magnetfältet av statorlindningarna när de ansluts till växelspanningar, på ett liknande sätt som magnetfältet skapas i transformatorer.

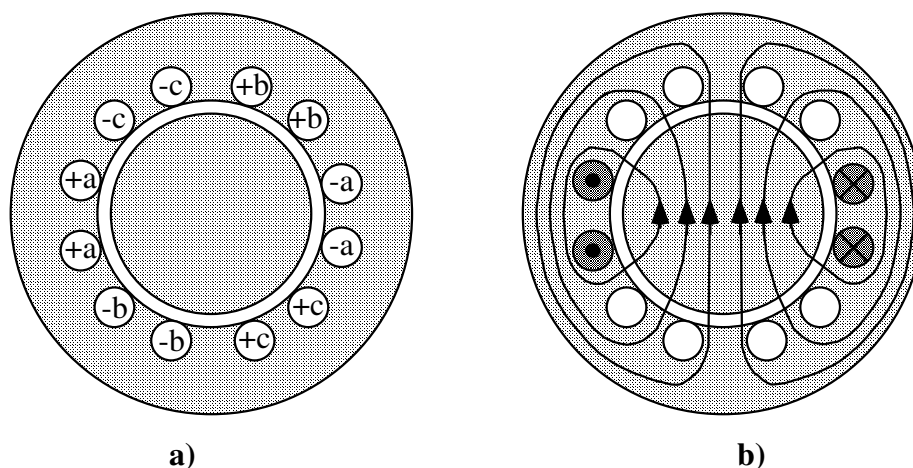
När man lägger en spänning på en lindning med försumbar resistans, måste det bildas ett flöde vars inducerade spänning i lindningen är lika stor som den pålagda spänningen, men som motverkar den. Visserligen är det lämpligt att anse att magnetfältet skapas av de pålagda spänningarna, men när man illustrerar magnetfältet i maskinens tvärsnitt är det lättare att förstå funktionen om man ritar ut magnetiseringsströmmen. Därför används ström och spänning omväxlande i resonemanget om hur magnetfältet skapas och ser ut.

I tvåpoliga asynkronmaskiner ligger de tre fasernas lindningar i statorn (a, b och c) i princip som figur 4.5a visar. Figuren visar ett tvärsnitt av den elektromagnetiskt aktiva delen av maskinen. Stator- och rotorjärnkärnorna är medtagna samt statorspåren med lindningar medan rotorspåren inte har ritats ut, för de är inte viktiga för hur magnetfältet alstras. I detta exempel har varje faslindning fördelats på fyra statorspår. Lindningarna i spåren som tillhör samma fas hänger ihop med varandra till härvor, genom att de är förbundna via härvändarna i maskinens ändar som i figur 4.6. Härvorna är gjorda så att strömmen på de två spåren på varje sida av maskinen går åt samma håll, medan strömmarna går åt olika håll på de olika sidorna. Detta är markerat med "+" eller "-" i figur 4.5a och det indikerar åt vilket håll strömmen går i ett spår vid positiv ström i fasen. Om strömmen i fasen är positiv går den ut ur pappret i spår märkta med "+" och in i pappret i spår märkta med "-". I Figur 4.5b visas ett exempel för hur strömmarna går vid positiv ström i fas a. Där ser man också det magnetfält som lindningen alstrar då.

När det går en ström i en ledare, vill det gå ett magnetfält runt ledaren. Järnkärnan är en bra ledare för magnetfält medan luft och även ledarmaterialen koppar och aluminium är dåliga magnetiska ledare. Därför följer magnetfältet så mycket som möjligt järnet och går genom

statorryggen och följer statortänderna fram till luftgapet. Det går sedan vinkelrätt över luftgapet för att minimera den sträcka det behöver gå i luft. Via rotortänderna går flödet in till rotorryggen, som det kan följa till nästa pol, som är på andra sidan rotorn i den tvåpoliga maskinen i exemplet. Åter går det genom rotortänderna, över luftgapet, genom statortänderna och tillbaka till statorryggen. Att denna stator kallas tvåpolig kan man inse genom att notera att magnetfältet den skapar kunde skapats av till exempel en permanentmagnet med två poler, en nordpol och en sydpol, som ersatt rotorn. För att maximera det flöde som en viss magnetiserande ström ger sprider magnetfältet ut sig över hela luftgapet, istället för att bara gå nära ledaren vars ström alstrade det.

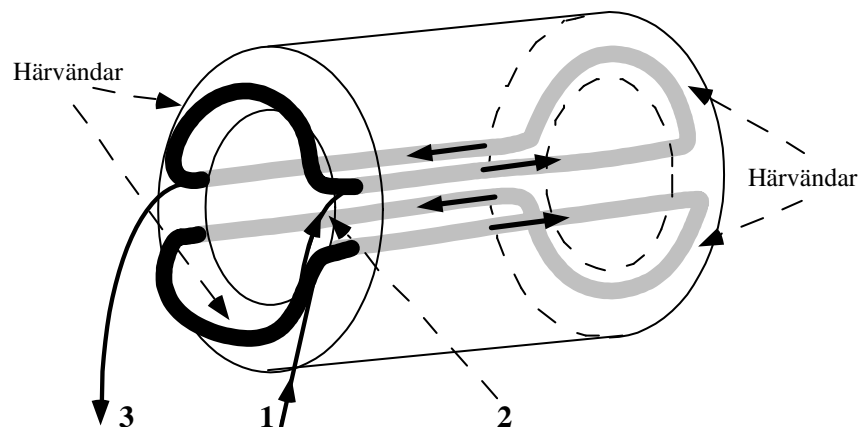
I Figur 4.6 visas hur en lindning sitter ihop i maskinens ändrar. I bilden visas samma lindning som i figur 4.5. Lindningen är uppdelad i två härvor. I figuren är en härva lagd i de två nedre spåren och en i de två övre spåren. Varje härva består dels av den aktiva delen av lindningen, som ligger i spåren och skapar vridmoment, dels av härvändarna, vars uppgift bara är att koppla ihop ledarna i de olika spåren. Lindningen matas med ström i anslutningsledare 1 i figuren. Strömmen går sedan flera varv runt i den nedre delen av lindningen. Antalet varv som krävs beror på hur hög spänning maskinen skall kopplas till. Sedan leds strömmen igenom ledning 2 över till den övre härvan, där strömmen också går runt, lika många varv som i den nedre härvan. Till sist lämnar strömmen maskinen i ledare 3. Alla tre fasernas lindningar är gjorda på detta viset, men bara en fas visas i figuren eftersom bilden skulle bli för rörig annars.



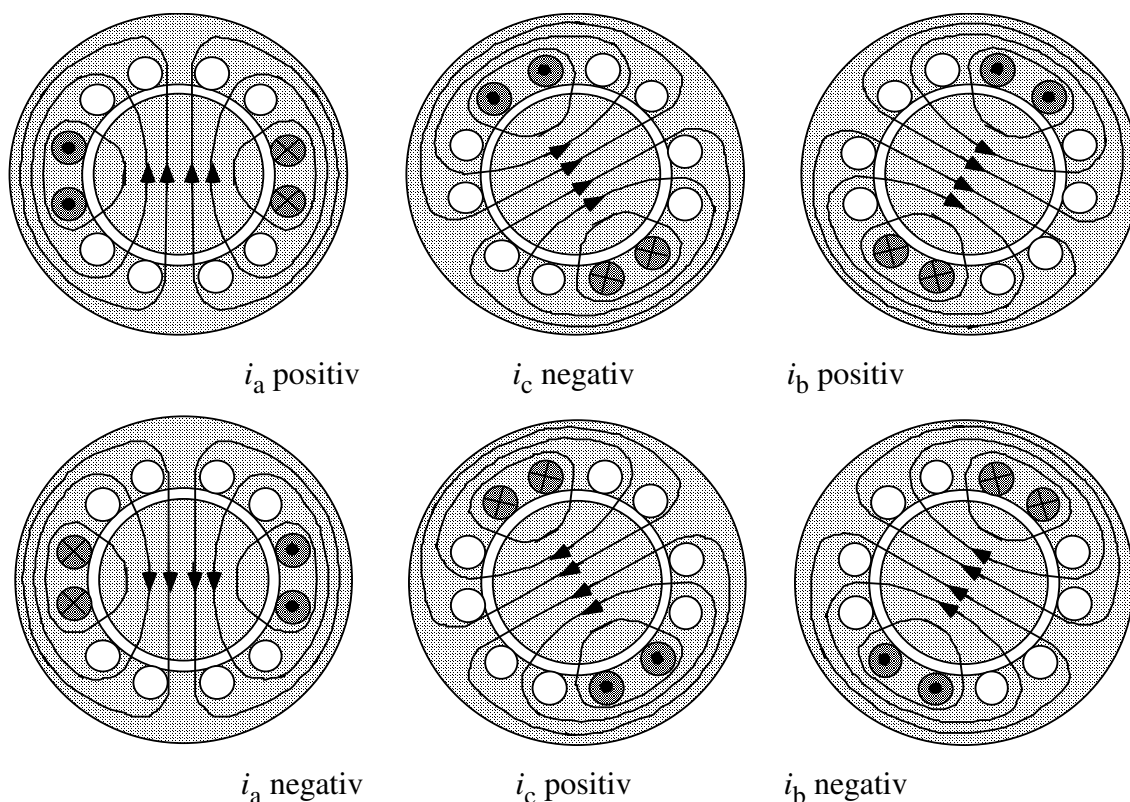
Figur 4.5 a) Principiell lindningsutformning för en tvåpolig maskin med tre faser: a,b och c.  
b) Positiv ström i fas a och det magnetiska flöde den strömmen skapar.

I figur 4.7 kan man se flödet som alstras vid positiv eller negativ ström i de tre olika faslindningarna. Som synes kan man få sex olika riktningar på det magnetiska flödet i maskinen genom att köra ström i en fas i taget. Fast i ett trefasssystem går det ju inte bara ström i en fas i taget, utan det går ström i alla tre. Totalflödet som man får av alla tre lindningarna kan man få genom att summera flödena från de tre olika faslindningarna

samtidigt som man också tar hänsyn till deras olika riktningar och olika amplitud. Om man gör det, finner man att det resulterande flödet av de tre lindningarna roterar runt maskinen och har i stort sett konstant amplitud och form. Det går att visa teoretiskt att flödestätheten som lindningarna skapar skall vara sinusformigt varierande i luftgapet och strömmen skall variera sinusformigt i tiden för att man skall få ett totalflöde vars amplitud är konstant och roterar med en jämn hastighet. I en verklig maskin skapar lindningarna inte en perfekt sinusformig variation hos luftgapsflödet, men med vissa konstruktionsknep får man ändå ett luftgapsflöde som roterar i jämn hastighet och vars amplitud är i stort sett konstant.



Figur 4.6 En faslindning i statorn från figur 4.5.

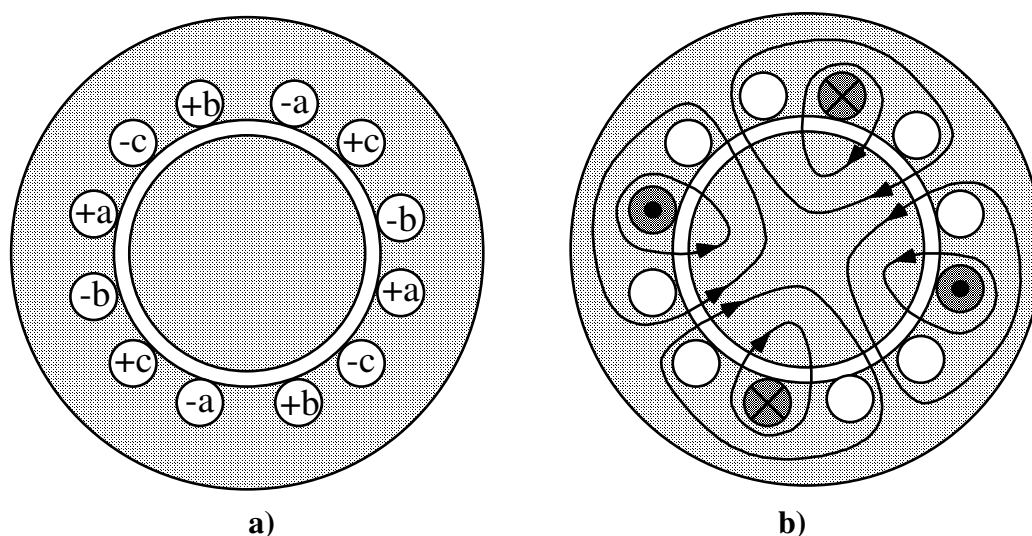


Figur 4.7 Magnetiska fältet i en maskin med ett polpar, när det går positiv eller negativ ström i en fas i taget.

### 4.2.3 Polpartalet och frekvensen bestämmer magnetfältets rotationshastighet

Om man studerar magnetfältets rotation, allt eftersom pålagda spänningar varierar med tiden, så finner man att magnetfältet i den tvåpoliga maskinen roterar ett varv för varje period nätspänningarna genomlöper. Men man vill även kunna konstruera maskiner som roterar med ett annat varvtal än det som ges av nätfrekvensen. Det kan man göra om man har en lindning som skapar ett magnetfält med mer än två magnetiska poler. Tänk dig att man tar två tvåpoliga maskiner och skär upp deras statorer. Sedan sätter man ihop dem så att vardera tvåpoliga stator utgör en halv ny stator. Då har man fått en stator med två härvor som tillhör varje fas, förlagda på var sin sida om maskinen.

I figur 4.8a visas hur lindningarna hamnar i en sådan, fyrpolig, stator. Dock har antalet spår inte dubblats i detta exempel utan istället har varje fas bara fått ett spår per pol. I figur 4.8b så ser man hur en ström i fas a i denna stator kommer att alstra ett annorlunda magnetfält. Om man granskar magnetfältets riktning i luftgapet i maskinen, ser man att statorn skapar nordpol, sydpol, nordpol och sydpol när man går ett varv runt maskinen. Det blir alltså fyra magnetiska poler. Genom att utöka antalet härvor i lindningen så kan man få allt fler poler. Det är dock alltid ett jämnt antal poler i en lindning, av samma skäl som det inte går att göra enpoliga magneter, magnetfältet går ju alltid i slutna banor. Därför är också det minsta antalet poler 2.



Figur 4.8 a) Lindningar i en stator med två polpar, b) magnetfält vid positiv ström i fas a.

Om man studerar hur magnetfältet rör sig i statorer med flera polpar, visar det sig att magnetfältet rör sig ett polpar för varje period på matande spänningar. Om man har fyra poler, kommer alltså magnetfältet rotera 2 poler av 4 under en nätperiod, det vill säga ett halvt varv. Om man har 6 poler roterar det bara  $2/6$  varv per period, och ju fler polpar desto långsammare roterar magnetfältet. Varvtalet på magnetfältet kallar man i elmaskinsammanhang för det synkrona varvtalet och det betecknas  $n_s$ . Man kan alltså se poltalet som en nedväxling mellan frekvens och varvtalet på magnetfältet.

$$n_s = \frac{f}{p} \cdot \left\{ \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} \right\} \quad (4.1)$$

där  $p$  är polpartalet, alltså poltalet delat med två, och  $f$  är frekvensen på matande spänningar. Observera att man får synkrona varvtalet i varv per sekund om frekvensen sätts in i Hz (=perioder per sekund). För att istället få varvtalet i varv per minut multiplicerar man värdet med omvandlingsfaktorn 60 s/1 min.

Man kan öka antalet polpar till i princip hur många som helst, men då måste det också vara fler spår i statorn för att få plats med alla härvorna i lindningen. I asynkronmaskiner är det vanligast med 4 poler. Även 2, 6 och 8 poler är relativt vanliga medan högre poltal bara förekommer i specialfall. I tabell 4.1 visas vilka synkrona varvtal en maskin kan ha vid olika poltal och med 50 eller 60 Hz frekvens på matande spänningar.

Tabell 4.1 Synkrona varvtal vid 50 och 60 Hz för maskiner med olika poltal.

| Poltal | 50 Hz    | 60 Hz    |
|--------|----------|----------|
| 2      | 3000 rpm | 3600 rpm |
| 4      | 1500 rpm | 1800 rpm |
| 6      | 1000 rpm | 1200 rpm |
| 8      | 750 rpm  | 900 rpm  |

Genom att byta vilken fas som matar vilken lindning kan man påverka rotationsriktningen på magnetfältet, och därmed även vilket håll maskinen kommer att rotera åt. Om man vill byta riktning så skall man byta fasföljd på matande spänningar. Det gör man enklast genom att byta två faser mot varandra. Det spelar ingen roll vilka två man byter.

Vad man har åstadkommit med statorlindningarna anslutna till trefassspänningar är alltså ett magnetiskt flöde som rör sig runt maskinen och som går över från statorn till rotorn. Genom att välja antalet poler i statorlindningen kan man välja vilket varvtal magnetfältet skall rotera med vid en viss frekvens. För att få en användbar maskin skall man nu se till att det skall skapas en kraft på rotorn som gör att den vill följa med magnetfältets rotation.

#### 4.2.4 Inducerade rotorströmmar ger vridmoment

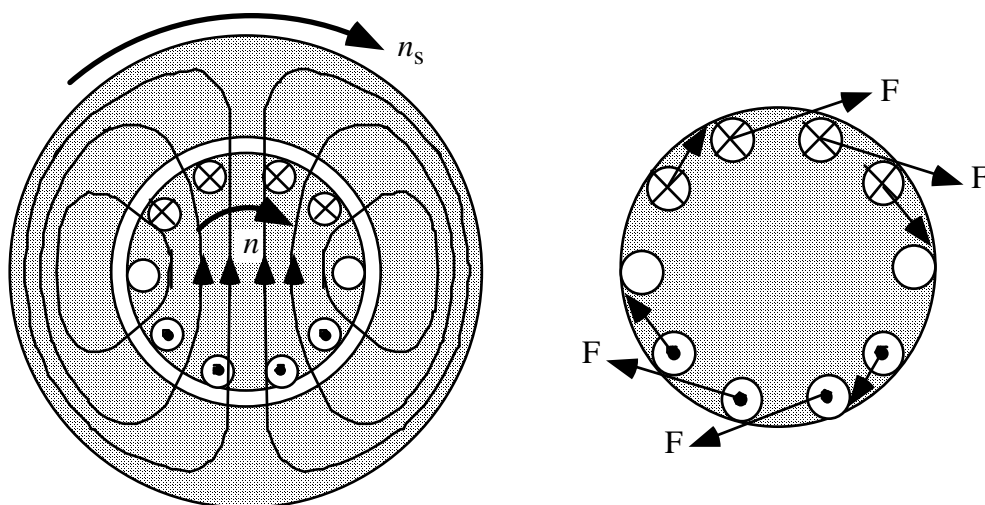
Det är ett välbekant faktum att det induceras en spänning i en ledare som rör sig relativt ett magnetfält. Spänningen är proportionell mot såväl flödestätheten som den relativa hastigheten mellan magnetfält och ledare. Därför kommer flödestäthetsvägen att alstra spänningar i rotorledarna, om magnetfältet rör sig relativt rotorn. Eftersom alla rotorledarna är sammankopplade till två kortslutningsringar, i maskinens båda ändar, så kommer den

inducerade spänningen att driva ström genom ledarna. Spänningen är proportionell mot flödestätheten och alltså störst där flödet är störst.

I figur 4.9a ser man hur spänningen induceras i de olika rotorledningarna. Magnetfältet roterar med det synkrona varvtalet  $n_s$ , som bestäms av nätfrekvensen, medan rotorn roterar med varvtalet  $n$  som här antas vara mindre än  $n_s$ . Statorlindningarna är inte utritade i denna figur eftersom vridmomentet kan förklaras utifrån bara samverkan mellan det roterande magnetiska flödet och rotorledningarna. Den magnetiska flödestätheten är olika stark i olika delar av luftgapet, därför är den inducerade spänningen olika stor. Spänningarna kommer att göra att det går ström i just de spår som det finns magnetfält runt. Eftersom ström i ett magnetfält ger upphov till en kraft kommer det att skapas en kraft på rotorledningarna.

I figur 4.9b så ser man strömmarna och de krafter som verkar på rotorledningarna. Kraften blir vinkelrätt mot såväl magnetfältets som strömmens riktning, vilket gör att ledarna utsätts för krafter i tangentiell riktning. Det visar sig att kraften har en sådan riktning att den strävar efter att få rotorn att följa efter magnetfältets rotation. Där magnetfältet är starkt induceras stora strömmar, och därmed blir också kraften störst på de ledare som ligger där magnetfältet är som starkast. I vissa delar av luftgapet är flödet noll, mitt mellan magnetpolerna, och där induceras inga strömmar och därför blir det inte heller någon kraft på de ledarna. På andra sidan rotorn går magnetfältet ut ur rotorn istället för in i rotorn, men eftersom de inducerade strömmarna har ombytt tecken jämfört med andra sidan av rotorn, kommer även kraften från den delen av rotorn att försöka få rotorn att följa med magnetfältet.

Spänningen som alstras på ledarna är inte bara proportionell mot flödestätheten utan också mot den relativa hastigheten mellan flödestäthetsvägen och rotorledningarna. Om rotorn alltså försöker följa med det roterande magnetfältet, kommer den inducerade spänningen, och därmed strömmarna, i rotorledningarna att sjunka ju mindre hastighetsskillnaden mellan rotor och flödestäthetsvägen är. När rotorn roterar lika fort som flödet, induceras ingen spänning på rotorledningarna och därmed är rotorströmmarna noll.



Figur 4.9 a) Inducerade rotorspänningar då rotorns varvtal  $n$  är lägre än magnetfältets  $n_s$ .  
b) Strömmar som skapas av de inducerade spänningarna och krafterna på rotorn.

Det fall när rotorn roterar exakt lika fort som flödesvågen kallas tomgång. Då skapas inga krafter på rotorn och maskinen avger inte heller något vridmoment. Om maskinen, från att ha gått i tomgång, belastas med ett vridmoment på axeln, kommer rotorn att bromsas och gå långsammare än flödesvågen. Strömmarna, krafterna och därmed vridmomentet kommer att öka ju långsammare rotorn går, tills motorn alstrar ett lika stort vridmoment som belastningen kräver. Rotorn roterar alltså inte lika fort som flödesvågen i luftgapet när maskinen belastas, men skillnaden mellan magnetfältets varvtal och rotorns varvtal är liten vid normal drift.

Om rotorn istället roterar fortare än flödesvågen kommer också strömmar att induceras, fast med ombytt tecken. Då kommer vridmomentet som verkar på rotorn att försöka bromsa den, så att dess varvtal närmar sig magnetfältets varvtal. Detta är precis vad man kan vänta sig. Det spelar ingen roll för rotorn vilket varvtal magnetfältet roterar med relativt statorn, utan rotorn kan bara känna av skillnader i varvtal mellan sig och magnetfältet. De krafter som uppkommer på rotorn kommer alltid att sträva efter att minska skillnaden i magnetfältets och rotorns varvtal. Det spelar ingen roll om magnetfältet roterar fram eller baklänges, om rotorn går fortare eller långsammare, i alla lägen vill rotorn följa efter magnetfältet, med en viss liten eftersläpning.

### **4.3 Elektrisk kretsmodell av asynkronmaskinen**

I detta avsnitt beskrivs en elektrisk modell av asynkronmaskinen, det så kallade ekvivalenta schemat. Med hjälp av ekvivalenta schemat kan strömmar, spänningar och effekter räknas fram för maskinen med olika last och olika matande spänning och frekvens. Ur ekvivalenta schemat kan också asynkronmaskinens momentkaraktäristik räknas ut. Ekvivalenta schemat är giltigt bara för stationärtillstånd med symmetriska strömmar och spänningar, och det representerar en ekvivalent Y-fas för maskinen. Vill man ha en modell som gäller även transient, måste modellen representera alla tre faserna och den magnetiska kopplingen mellan faserna. Dessutom kan de beräkningarna inte göras med  $j\omega$ -metoden. Ekvivalenta schemats uppbyggnad härleds inte strikt, utan här presenteras istället en mer ingenjörsmässig förklaring av varför schemat ser ut som det gör.

#### **4.3.1 Generellt kretsschema för asynkronmaskinen**

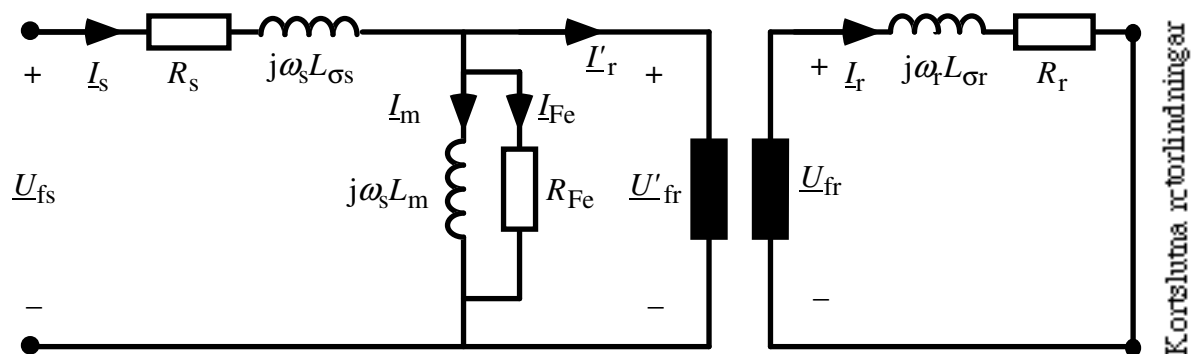
Utifrån sett finns det bara en elektrisk anslutning till asynkronmaskinen, statorlindningarna. Därför börjar vi schemats uppbyggnad från statorklämmorna och går inåt i maskinen. Statorlindningen kommer att, precis som alla lindningar, ha dels en liten resistans  $R_s$ , dels en induktans som beror på det magnetiska flöde som strömmar i lindningen alstrar. Flödet som skapas av statorströmmarna går till stor del över luftgapet och in i rotorn.

I och med att ett magnetiskt flöde alstrat av statorlindningen sammanlänkas med rotorlindningen råder det en magnetisk koppling mellan stator- och rotorlindningarna som kan



representeras med en sorts transformator. En mindre del av flödet orsakat av statorströmmarna kommer dock bara att sluta sig runt statorlindningen själv, utan att gå runt rotorledarna, och utgör därför ett läckflöde som i kretsen yttrar sig som statorläckinduktansen  $L_{\sigma_s}$ . I figur 4.10 visas en krets som kan representera asynkronmotorn. Det behövs naturligtvis en magnetiseringsström för att skapa det flöde som går mellan stator och rotor; den strömmen representeras med  $L_m$ . Magnetfältet ger naturligtvis vissa förluster i järnkärnan som kan representeras med  $R_{Fe}$ .

Flödet som når rotorn kommer att inducera spänningar i rotorlindningarna, och eftersom de är kortslutna kommer det att gå strömmar i dem. Dessa strömmar kommer liksom statorströmmarna att ge ett läckflöde i rotorn som kan representeras med en läckinduktans  $L_{\sigma_r}$ . Det finns naturligtvis också resistans  $R_r$  i rotorledarna. Ledarna i rotorn är alla kopplade till en kortslutningsring i vardera ände av maskinen. Det finns alltså inte tre skilda faslindningar i rotorn, men det spelar faktiskt ingen roll, för sett från statorn uppför sig kretsen ändå på samma sätt som om det fanns tre separata rotorlindningar som var för sig var kortslutna. I schemat kommer det alltså finnas en ekvivalent Y-fas för rotorkretsen som är kortsluten.



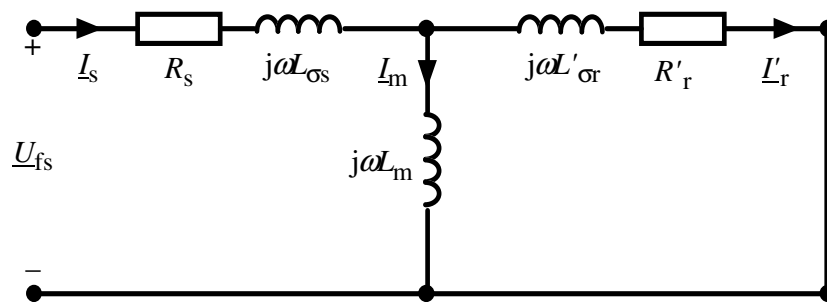
Figur 4.10 Ett schema som representerar asynkronmaskinens elektriska funktion.

### 4.3.2 Schema för asynkronmaskin med stillastående rotor

Utgående från schemat i figur 4.10 skall vi först ta fram ett ekvivalent schema som gäller när rotorn står still. Detta schema som gäller vid stillastående rotor är bara ett specialfall av det schema man behöver för att räkna på maskinen vid olika belastning. Detta steg görs ändå för att lättare kunna förklara hur det slutgiltiga ekvivalenta schemat fungerar.

För att slippa räkna med transformeringen kommer rotorkretsen att transformeras över till statorsidan. Detta gör oss inget, eftersom det ändå bara är strömmar, spänningar och effekter på statorsidan som intresserar en användare av en asynkronmaskin. Den ideala transformatorn tas alltså bort från kretsen mot att man använder övertransformerade värden på rotorimpedanserna,  $L'_{\sigma_r}$  och  $R'_r$ , se figur 4.11.

Likheten mellan ekvivalenta schemat för en asynkronmaskin med stillastående rotor och en transformators ekvivalenta schema är stor. Det är bara parametervärdena som skiljer sig åt och att rotorkretsen i asynkronmaskinen är kortsluten. En asynkronmaskin har relativt sett större läckinduktanser än en transformator, eftersom den magnetiska kretsen måste utformas annorlunda för att få bra motoregenskaper. Dessutom är magnetiseringsinduktansen relativt sett mycket mindre i en asynkronmaskin än i en transformator, eftersom det finns ett luftgap i den magnetiska kretsen och det därför behövs väsentligt större magnetiseringsström i asynkronmaskinen. En följd av detta är att magnetiseringsströmmen i stort sett aldrig kan försummas i asynkronmaskinen. Om man framför allt är intresserad av strömmar och inte förluster, kan  $R_{Fe}$  försummas jämfört med  $\omega L_m$ . För förlustberäkningen är  $R_{Fe}$  dock viktig, men i denna kurs kommer vi inte gå in i detalj på förlusterna i maskinerna.



Figur 4.11 Det ekvivalenta schemat för en kortsluten asynkronmaskin med stillastående rotor.

### 4.3.3 Eftersläpningens inverkan på stator-rotor transformeringen

Hittills har diskussionen gällt en asynkronmotor med stillastående rotor, men maskinen skall ju användas med roterande rotor. En viktig storhet för att förstå asynkronmaskinen är dess eftersläpning som betecknas  $s$ . Eftersläpningen definieras som den relativa skillnaden mellan rotorvarvtal  $n$  och flödestäthetsvågens varvtal  $n_s$

$$s = \frac{n_s - n}{n_s} \quad (4.2)$$

Eftersläpningen blir ett enhetslöst mått på hur mycket långsammare rotorn roterar än luftgapets flödestäthetsvåg, ofta uttrycks eftersläpningen i procent. När rotorn går med det synkrona varvtalet är  $s = 0$  och när rotorn står still är  $s = 1$ .

Vi skall nu ta fram ett ekvivalent schema som skall gälla vid olika varvtal på rotorn och alltså olika eftersläpning. Detta blir lite mer komplicerat än när rotorn står still, eftersom transformeringen mellan stator och rotor uppför sig på annat sätt än en vanlig transformator, på grund av att stator- och rotorlindningarna rör sig i förhållande till varandra. Fortfarande använder vi de övertransformerade värdena på rotorimpedanserna som gäller vid stillastående

rotor, men de måste skalas om beroende på rotorns eftersläpning. För att ta reda på hur de skall skalas tittar vi på spännings- och strömomsättningen mellan stator och rotor samt på hur rotor- och statorfrekvens förhåller sig till varandra.

Spänningen som alstras i rotorledarna kommer att vara proportionell mot hur snabbt flödestäthetsvågen rör sig över ledarna. Det innebär att spänningsomsättningen mellan stator- och rotorkrets ändras med eftersläpningen:

$$\underline{U}_{fr} \sim s \underline{U}'_{fr} \quad (4.3)$$

där  $\underline{U}_{fr}$  är fasspänningen i en rotorfas och  $\underline{U}'_{fr}$  är samma storhet övertransformerad till statorsidan. Om rotor och magnetfält roterar lika fort,  $s = 0$ , kommer ju inga spänningar att induceras i rotorledarna. Ju långsammare rotorn går relativ magnetfältet, desto högre är  $s$  och desto högre spänning induceras i rotorn.

Om eftersläpningen ändras, ändras också frekvensen på rotorspänningarna. Frekvensen som spänningarna i rotorledarna får är

$$f_r = s f_s \quad (4.4)$$

där  $f_s$  är frekvensen i statorkretsen. När rotorn roterar nära det synkrona varvtalet, kommer magnetfältet att rotera mycket långsamt relativt rotorn och därför blir frekvensen på den inducerade spänningen mycket låg. När rotorn står still, rör sig magnetfältet lika fort relativt rotorn som det gör relativt statorn, alltså blir rotorfrekvensen då lika med statorfrekvensen.

Det är en viktig skillnad på den magnetiska kopplingen mellan stator och rotor i en asynkronmaskin jämfört med en vanlig transformator. Strömomsättningen ändras inte mellan stator och rotor när spänningsomsättningen gör det! Detta kan man lättast inse genom att titta på strömmarna på var sin sida om luftgapet i maskinen. Strömomsättningen säger ju att strömmarna på de båda sidorna skall ta ut varandra, så när som på att det behövs en magnetiseringsström. Magnetiseringsströmmen har tagits hänsyn till genom att ta med  $L_m$ , så strömmarna  $\underline{I}'_r$  och  $\underline{I}_r$  måste balansera varandra perfekt (fast med hänsyn tagen till lindningsomsättningen mellan kretsarna). Oberoende om rotorn rör sig eller ej måste det gå lika många ampere i rotorn för att balansera en viss ström i statorn

$$\underline{I}_r \sim \underline{I}'_r \quad (4.5)$$

Att rotorn roterar gör bara att rotorströmmarnas frekvens ändras, inte att strömomsättningen ändras.

Eftersom ström och spänningsomsättningen mellan stator och rotor inte är varandras invers, kommer effekten som tas upp av rotorkretsen inte att vara lika med den effekt som avges från

statorkretsen! Att detta är möjligt, utan att bryta mot energiprincipen, beror på att det också finns en mekanisk effekt inblandad. Skillnaden mellan effekten i statorkretsen och rotorkretsen är faktisk önskvärd, eftersom det är denna skillnadseffekt som är den mekaniska effekt som maskinen producerar.

#### 4.3.4 Det kompletta ekvivalenta schemat

Ett sätt att ta med de ovan nämnda effekterna av eftersläpningen vore att låta spänningen och frekvensen i rotorkretsen variera med eftersläpningen. Eftersom det blir lite svårt att räkna på en sådan krets, har man istället låtit de övertransformerade rotorimpedanserna variera med eftersläpningen, medan rotorspänning och rotorfrekvens i det ekvivalenta schemat är konstanta.

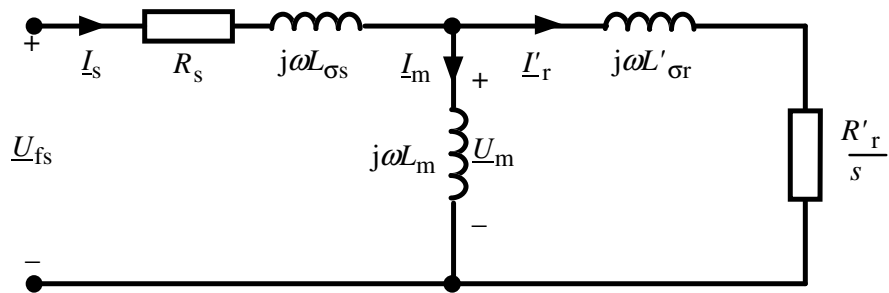
Effekten av att spänningen i den verkliga rotorkretsen är proportionell mot eftersläpningen kan inkluderas i det ekvivalenta schemat genom att rotorimpedanserna divideras med eftersläpningen när de transformeras över till statorsidan,  $R'_r/s$  och  $\omega_r L'_{\sigma r}/s$ . Att effektiva rotorresistansen är  $R'_r/s$  innebär att rotorströmmen i ekvivalenta schemat blir noll då eftersläpningen är noll, då det inte induceras någon spänning i den verkliga rotorkretsen.

Förutom att impedanserna divideras med eftersläpningen, för att motsvara den ändrade spänningsomsättningen, kommer rotorkretsens övertransformerade läckinduktans att öka med eftersläpningen, eftersom den verkliga rotorfrekvensen är proportionell mot eftersläpningen. Reaktansen är ju lika med  $\omega_r L_{\sigma r}$  och alltså proportionell mot  $s \omega_s$ .

$$\frac{\omega_r L'_{\sigma r}}{s} = \frac{s \omega_s L'_{\sigma r}}{s} = \omega_s L'_{\sigma r} \quad (4.6)$$

Effekten av att läckinduktansen divideras med eftersläpningen för att inkludera ändrad spänningsomsättning tas alltså ut av att den multipliceras med eftersläpningen  $s$  för att inkludera att rotorfrekvensen också ändras med eftersläpningen.

Med dessa tillägg kan man nu representera asynkronmaskinen med det ekvivalenta schemat i figur 4.12. Schemat gäller för valfritt varvtal, genom att eftersläpningen  $s$  har olika värden vid olika varvtal. Det ekvivalenta schemat representerar nu motorns elektriska funktion, för en ekvivalent Y-fas hänförd till statorsidan. Ofta utesluter man primmen som markerar att rotorimpedanserna har transformerats över till statorsidan, eftersom man normalt alltid gör beräkningar på statorsidan. Dessutom anges parametrar normalt med de värden som gäller i en ekvivalent Y-fas, oberoende av hur maskinens statorlindningar är kopplade, Y eller  $\Delta$ .



Figur 4.12 Den kortslutna asynkronmaskinens ekvivalenta schema för olika varvtalet. Schemat representerar maskinens uppförande som en ekvivalent Y-fas.

Statorlindningens resistans  $R_s$  skall vara liten för att hålla resistansförlusterna i statorn små. Normalt är förlusterna i  $R_s$  vid fullast bara någon eller några procent av uteffekten. Läckinduktansen  $L_{\sigma s}$  är större än i en transformator, och den gör att spänningen  $U_m$  minskar när maskinen lastas. Spänningen  $U_m$  representerar den spänning som magnetfältet inducerar på statorsidan, alltså visar sjunkande  $U_m$  att flödestätheten sjunker när maskinen lastas. Magnetiseringsinduktansen  $L_m$  är viktig för den gör att maskinen drar en magnetiseringsström. Induktansen  $L_{\sigma r}$  representerar läckflöden som skapas av strömmar i rotorn.  $R'_r/s$  representerar rotorresistansen men också den mekaniska effekt som går ut på axeln. Nedan skall vi se hur detta kommer sig. Det är naturligt att den mekaniska effekten måste synas någonstans i den elektriska kretsen, eftersom effekten tas från elnätet.

#### 4.3.5 Momentkaraktärstiken härledd ur ekvivalenta schemat

Det ekvivalenta schemat kan användas för att beskriva hur en asynkronmaskin beter sig elektriskt, till exempel vilken aktiv effekt och reaktiv effekt den drar från nätet och hur stor statorströmmen är. Kanske ännu viktigare för en modell av en elektrisk motor är att kunna beräkna vilken mekanisk effekt den lämnar på drivaxeln. Det är ju det som är motorns huvudsakliga uppgift, att omvandla elektrisk effekt till mekanisk effekt. Som tur är visar det sig även lätt att beräkna vridmomentet som motorn producerar med hjälp av det ekvivalenta schemat.

Man kan inse att vridmomentet måste skapas av magnetfältet i luftgapet. Det finns inga mekaniska delar som kan överföra vridmoment till rotorn, för den sitter bara fast med två kullager. Alltså är det bara magnetfältet som kan stå för vridmomentet och axelmomentet kommer att vara lika med det vridmoment som magnetfältet skapar. För alla roterande system gäller att överförd effekt är varvtalet gånger vridmomentet. Vridmomentet som magnetfältet ger kan därför fås ur effekten som överförs av magnetfältet, mellan stator och rotor, den så kallade luftgapseffekten  $P_\delta$ . Vridmomentet beräknas alltså som

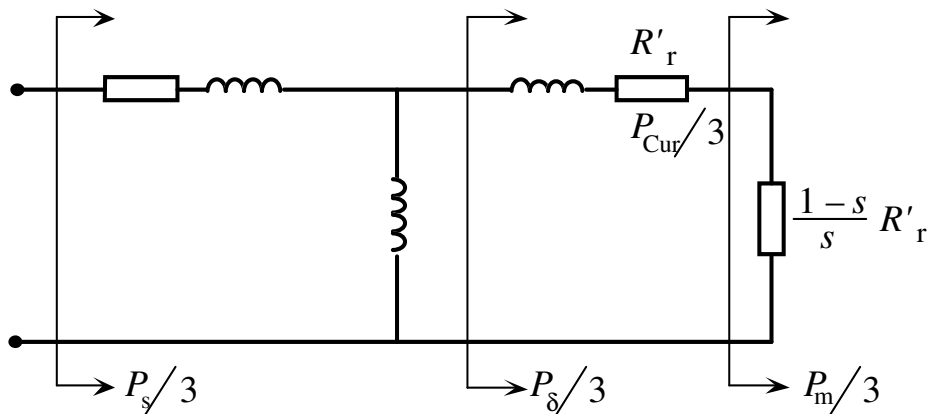
$$\left. \begin{aligned} T_{axel} &= T_{magnetfält} \\ T_{magnetfält} &= \frac{P_{\delta}}{\omega_s} \end{aligned} \right\} \Rightarrow T_{axel} = \frac{P_{\delta}}{\omega_s} \quad (4.7)$$

där magnetfältets varvantal  $\omega_s$  uttrycks i radianer per sekund. Detta vridmoment, som skapas av magnetfältet, måste alltså vara lika med vridmomentet på motorns axel.

I ekvivalenta schemat kan man hitta den effekt som förs över mellan stator och rotor som den effekt som går in i den ekvivalenta rotorkretsen. Observera att det bara är en fas som finns med i ekvivalenta schemat så totaleffekten fås genom att multiplicera med antalet faser. I figur 4.13 visas det ekvivalenta schemat med effektlödena och effektförlusterna markerade.  $P_s$  är den effekt som statorn upptar från elnätet och  $P_m$  är den mekaniska effekt som maskinen skapar. Notera att rotorresistansen i detta schema har delats upp i två delar, en som representerar förlusterna i rotorn  $P_{Cur}$  och en som representerar den producerade mekaniska effekten  $P_m$ . Den effektiva rotorresistansen kan då uttryckas som

$$\frac{R'_r}{s} = R'_r + R'_r \frac{1-s}{s} \quad (4.8)$$

där  $R'_r$  är den verkliga rotorresistansen och  $R'_r \frac{1-s}{s}$  en fiktiv resistans, som representerar den mekaniska effekten.



Figur 4.13 Ekvivalenta schemat med effekter och rotorförluster inritade. Maskinen antas ha tre faser.

För den mekaniska effekt som tas ut via motoraxeln måste det gälla att effekten är vridmomentet gånger varvtalet på axeln,

$$P_m = T \omega \quad (4.9)$$

Notera att på grund av att rotoraxeln normalt roterar långsammare än magnetfältet,  $\omega < \omega_s$  och eftersom vridmomentet var det samma för både axeln och magnetfältet, blir den mekaniska effekten som produceras mindre än luftgapseffekten. Skillnaden mellan luftgapseffekten  $P_{\delta}$ ,

som tillförs rotorn, och den mekaniska effekten  $P_m$ , som tas från rotorn, måste ju vara rotorförluster. Rotorförluster i en asynkronmaskin är i stort sett bara resistansförluster i rotorlindningen och de betecknas  $P_{Cur}$ . Ur ekvation (4.7), (4.9) och (4.2) kan rotorförlusterna beräknas. Det visar sig då att på grund av skillnaden i varvtal mellan axeln och magnetfältet måste rotorförlusterna bli

$$P_{Cur} = s P_{\delta} \quad (4.10)$$

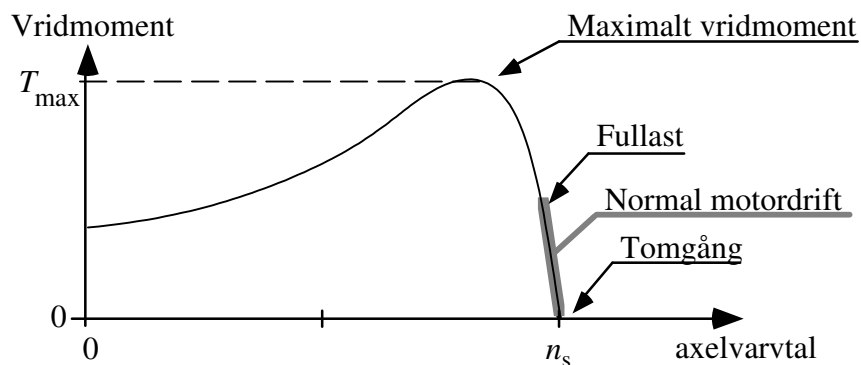
Ur detta samband kan man se att en effektiv maskin inte kan ha stor eftersläpning eftersom rotorförlusterna är proportionella mot eftersläpningen.

Vridmomentet  $T$  som beräknats ovan är det så kallade elektrodynamiska momentet, det vill säga det bruttomoment som magnetfältet och strömmarna skapar. På grund av friktionsförlusterna i kullager och kylfläkten, som kommer att verka som små bromsande vridmoment på axeln, kommer det verkliga vridmomentet på axeln att vara lite mindre än det elektrodynamiska momentet.

Hur vridmomentet för asynkronmaskinen varierar med varvtalet på rotorn kan nu beräknas genom att med ekvivalenta schemat räkna ut luftgapseffekten  $P_{\delta}$  och sedan dividera den med magnetfältets rotationshastighet  $\omega_s$ . Man kan beräkna luftgapseffekten för det tre faserna ur rotorströmmen  $I'_r$  som

$$P_{\delta} = 3 \frac{R'_r}{s} (I'_r)^2 \quad (4.11)$$

För att få fram vridmomentet vid olika varvtal så måste man alltså först räkna fram rotorströmmen ur ekvivalenta schemat för olika värden på eftersläpningen. Med rotorströmmen kan man nu räkna ut  $P_{\delta}$  med ekvation (4.11) och vidare vridmomentet ur ekvation (4.7). Genom att göra dessa beräkningar för olika varvtal, vid en fast nätspänning, fås maskinens momentkurva, se figur 4.14.



Momentkurvan visar att maskinen kan producera ett vridmoment vid alla varvtal, utom det synkrona varvtalet. Är rotorvarvtalet lägre än det synkrona varvtalet produceras ett positivt vridmoment, som vill accelerera rotorn. Också vid stillastående rotor produceras ett relativt högt vridmoment, som kan starta maskinen. Då varvtalet ökar, ökar vridmomentet och når ett maximalt värde, det så kallade kippmomentet. När varvtalet närmar sig det synkrona varvtalet, minskar vridmomentet snabbt ned mot noll. Denna momentkurva stämmer inte helt med verkligheten, eftersom parametervärdena i det ekvivalenta schemat varierar lite med ström och rotorvarvtal. Dock stämmer den bra för varvtal nära det synkrona varvtalet, det vill säga vid maskinens normala driftsvarvtal.

Formen på momentkurvan blir i princip likadan för alla asynkronmaskiner, men beroende på parametervärdena kan lutningen nära synkrona varvtalet vara mer eller mindre brant, kippmomentet kan vara mer eller mindre högt och komma vid varvtal nära det synkrona eller vid lägre varvtal. Observera dock att denna momentkurva har härletts för en fast statorspänning och statorfrekvens, om spänningen eller frekvensen ändras kommer kurvan att ändra utseende. Detta fenomen används vid varvtalsreglering av maskiner, men kan också spela roll om maskinen matas från ett svagt elnät, vars spänning sjunker ju mer maskinen lastas.

#### **4.3.6 Märkdata**

Information om bland annat hur en maskin får lastas och vad den drar för ström från nätet kan man finna på märkplåten, som skall sitta på alla maskiner. I Figur 4.15 är märkplåten för en typisk trefasig asynkronmotor återgiven. Data på märkplåten gäller när motorn går i märkdrift, det vill säga då statorspänningen är lika med märkspänning, frekvensen lika med märkfrekvens och motorn belastas mekaniskt så att axeleffekten är lika med märkeffekt.

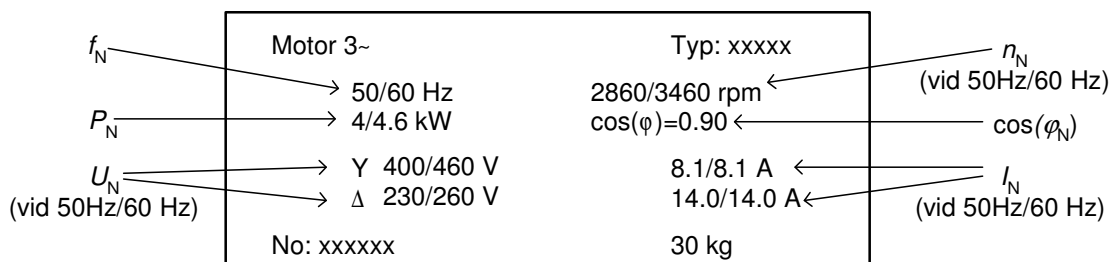
En motors märkeffekt är alltså alltid den mekaniska effekt den får belastas med på axeln, den elektriska effekt den drar från nätet vid märklast är alltid lite större än märkeffekten på grund av förluster. En asynkronmotor kan avge väsentligt högre effekt än märkeffekten, om lasten den driver kräver det. Problemet är bara att den inte tål att gå så utan att den kommer att bli överhettad på grund av för höga resistansförluster. Konstruktören av en apparat måste alltså se till att asynkronmotorer skyddas mot långvarig överlast. (För icke standardiserade småmotorer som bormaskiner och dammsugare anges idag ibland ineffekten istället för uteffekten, vilket innebär att en motor med låg verkningsgrad ser ut att vara starkare än en med hög verkningsgrad!) Verkningsgraden som anges på märkplåten gäller vid fullast.

Precis som för andra trefaslaster kan man koppla om motorer för Y eller  $\Delta$ -koppling och därför finns en dubbel ström- och spänningsmärkning. Kopplings sättet påverkar inte maskinens märkeffekt eller effektfaktor, men spänningen den matas med måste anpassas efter



hur den kopplas och dessutom kommer fasströmmen som maskinen drar att påverkas. Vid Y-koppling skall motorn ha  $\sqrt{3}$  gånger högre matningsspänning än vid  $\Delta$ -koppling, medan fasströmmen från elnätet istället blir  $\sqrt{3}$  gånger mindre vid Y-koppling. Själva lindningarna i maskinen får i båda fallen samma spänning över sig och samma ström genom sig.

Eftersom det finns olika nätfrekvenser i olika länder, märks ofta motorer för både 50 Hz och 60 Hz. Asynkronmaskiner kan köras på olika frekvenser men de har olika varvtal, märkspänning och märkeffekt vid olika frekvenser. För motorn med märkplåten i figur 4.15 gäller siffrorna före snedstrecken vid 50 Hz och de efter snedstrecken vid 60 Hz.



Figur 4.15 Ett exempel på märkplåt för en tvåpolig trefasig asynkronmotor.

Skylten i Figur 4.15 skall tolkas så att den aktuella motorn vid 50 Hz och Y-koppling skall matas med 400 V. Vid fullast, 4 kW uteffekt på axeln, drar den då 8.1 A fasström vid  $\cos(\varphi)=0.9$  och varvtalet blir 2860 rpm. 4 kW uteffekt är samtidigt den maximala kontinuerliga lasten motorn tål. Poltalet på motorn står ofta inte utsatt, men eftersom man vet att synkrona varvtalet är strax över märkvarvtalet, kan man alltid räkna ut vilket poltal maskinen har. Denna maskin måste ha ett polpar eftersom det ger ett synkrontvarvtal på 3000 rpm vid 50 Hz matningsfrekvens (och 3600 rpm vid 60 Hz).

#### 4.4 Direkt nätansluten drift av asynkronmaskinen

I detta avsnitt skall det presenteras hur en kortsluten asynkronmaskin fungerar när den startas och drivs direkt från ett elnät.

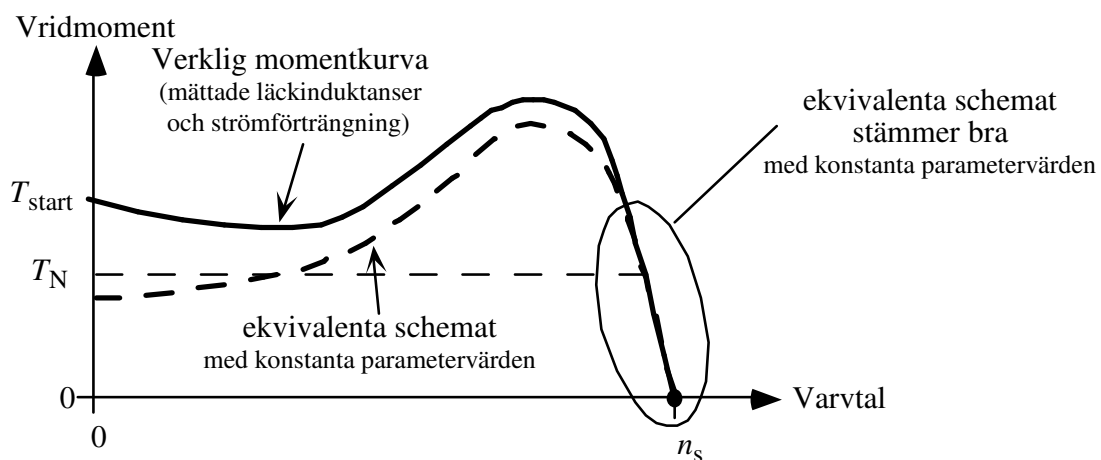
##### 4.4.1 Direktstart mot elnätet

En av de orsaker som gjort asynkronmaskinen så mycket använd är dess förmåga att starta bara genom att man kopplar den direkt till elnätet. Det kan verka som en självklarhet att det skall vara lätt att starta en maskin, men det finns flera maskintyper som inte direkt kan startas och drivas med nätspänningarna. Även för asynkronmaskinen är starten lite påfrestande, och man måste kontrollera att starten inte tar för lång tid, för att maskinen inte skall överhettas.

Vad händer då i maskinen vid start? Eftersom rotorn står still, är eftersläpningen  $s=1$ . Det gör att den effektiva rotorresistansen  $R_r/s$  har ett mycket lägre värde än i normaldrift då  $s$  är

mellan 0 och cirka 0,05. Det låga värdet på  $R_r/s$  gör att det går en väldigt stor ström i rotorn, och därmed också i statorn. Strömmen begränsas i stort sett bara av läckinduktanserna  $L_{\sigma_s}$  och  $L_{\sigma_r}$ , på grund av att de har högre impedans än resistanserna  $R_s$  och  $R_r$ . Maskinen drar alltså en mycket stor startström, som brukar ligga mellan 5 och 10 gånger märkströmmen för maskiner med en märkeffekt på cirka 1 kW eller högre. Eftersom  $R_r$  och  $\omega L_{\sigma_r}$  i ekvivalenta schemat är mycket mindre än  $\omega L_m$ , kommer största delen av startströmmen att gå över till rotorn, bara en liten del går i  $L_m$ . Det är lätt att inse att resistansförlusterna i stator- och rotorlindningarna lätt kan orsaka överhettning. Resistansförlusterna är ju proportionella mot kvadraten av strömmen och därmed cirka 16 till 64 gånger högre vid start än vid märkdrift. Dessutom blir luftgapseffekten som går in i rotorn bara förluster, när rotorn står still, eftersom ingen mekanisk effekt kan tas ut på en stillastående axel. Den höga startströmmen motsvaras inte av en lika hög aktiv effekt. Visserligen är den aktiva effekten som förbrukas väsentligt högre än vid fullast, men den största delen av den skenbara effekten maskinen drar vid start är den reaktiva effekt som läckinduktanserna förbrukar.

Ekvivalenta schemat ger inte så bra värden om man använder det för att beräkna startströmmen och startmomentet. Magnetisk mättning av järnet gör att läckinduktansernas impedans sjunker vid höga strömmar och därför blir de verkliga startströmmarna högre än vad som fås med ekvivalenta schemat. Strömförträngning i rotorledarna gör att rotorresistansen vid start är högre än vad ekvivalenta schemat visar. Både högre ström i rotorn samt högre resistans orsakar ökad luftgapseffekt och därmed ökat startmoment. Startmomentet vid direktstart är normalt högre än märkmomentet. Skillnaden på det moment man får om man beräknar det med ekvivalenta schemat och konstanta parametervärden jämfört med det verkliga vridmomentet visas i figur 4.16. Där framgår det att ekvivalenta schemat stämmer bra vid normaldrift, men att det inte skall användas för beräkningar vid höga eftersläpningar. Redan vid maxmomentet ger ekvivalenta schemat väsentliga fel.



Figur 4.16 Den verkliga momentkurvan och den som får ur ekvivalenta schemat med konstanta parametervärden.

Just startförhållandena måste normalt undersökas innan man väljer asynkronmaskin för någon användning. Under starten utvecklas mycket värme, speciellt i rotorn. Om starten tar för lång tid, kommer motorn att skadas av övertemperatur. Ofta kan motorns förmåga att starta trögstartade maskiner att vara ett viktigare krav än att den skall klara av att ge tillräckligt vridmoment vid normaldrift. Det kan alltså ibland vara nödvändigt att använda till exempel en 11 kW motor för att driva en maskin som bara drar 7 kW i fullast, bara för att motorn skall klara av att starta maskinen utan att ta skada.

Strömförträngning i rotorledarna, som visade sig höja startmomentet, är något som eftersträvas vid konstruktion av asynkronmaskiner. Strömförträngning åstadkoms genom att rotorledarna är smala och går djupt in i rotorn. Orsaken till strömförträngning är att läckflödet som en ström i ledaren alstrar får strömmen att koncentreras i toppen av rotorledaren. Ju högre frekvens det är på rotorströmmarna desto mer uttalad är denna effekt. Med en välkonstruerad rotor kommer man att vid start, då rotorströmmarnas frekvens är 50 Hz, att bara ha ström i toppen av spåret och därmed får man en ökning av den effektiva rotorresistansen, vilket ger ett högt startmoment. När motorn accelererar sjunker frekvensen på rotorströmmarna och i normaldrift, då frekvensen bara är någon enstaka hertz, kommer strömmen att fördela sig jämnt över hela rotorledaren, och då fås en låg rotorresistans, liten eftersläpning och låga rotorförluster. Om maskinen skulle ha samma rotorresistans vid start och normaldrift, vore man tvungen att välja mellan antingen högt startmoment eller låga förluster i normaldrift. Med strömförträngning i rotorn kan båda uppnås.

#### **4.4.2 Normaldrift**

På momentkurvan kan man se att motorn, när den är obelastad och alltså inte skall alstra något vridmoment, kommer att gå med det synkrona varvtalet. När motorn sedan bromsas av en last kommer den att svara med att alstra ett vridmoment. Ju lägre varvtal motorn bromsas till desto högre vridmoment kommer den att alstra, till en viss gräns. Vid varvtal som är mycket lägre än det synkrona varvtalet kommer vridmomentet istället att minska med sjunkande varvtal. För normala asynkronmaskiner som inte är överlastade är varvtalsminskningen liten, i storleksordningen 0.5 till 5 % vid fullast. De momentkurvor som finns med i figurerna i detta kompendium har lutningen överdriven för att man tydligare skall se hur kurvans principiella utseende är. Notera att motorn kan ge ett högre vridmoment än vad som räknas som fullast. Detta är naturligtvis bra eftersom tillfälliga höga belastningar kan klaras av, men man får inte under längre tid låta motorn belastas så mycket, eftersom den då blir överhettad och lindningarnas isolation blir förstörd.

Normaldrift för en asynkronmaskin är på den räta delen av momentkurvan, nära det synkrona varvtalet. Det går att visa ur ekvivalenta schemat att man kan approximera motorns momentkurva med en rät linje mellan tomgång och fullast. Därför behöver man normalt inte

räkna ut momentkurvan från ekvivalenta schemat, utan man kan ta fram den viktigaste delen av den från data på märkplåten. Den delen av momentkurvan som behövs vid normallast fås alltså genom att dra en rät linje genom märkdriftpunkten, som fås från märkplåten, och genom noll vridmoment vid det synkrona varvtalet, som fås ur matningsfrekvens och polpartal.

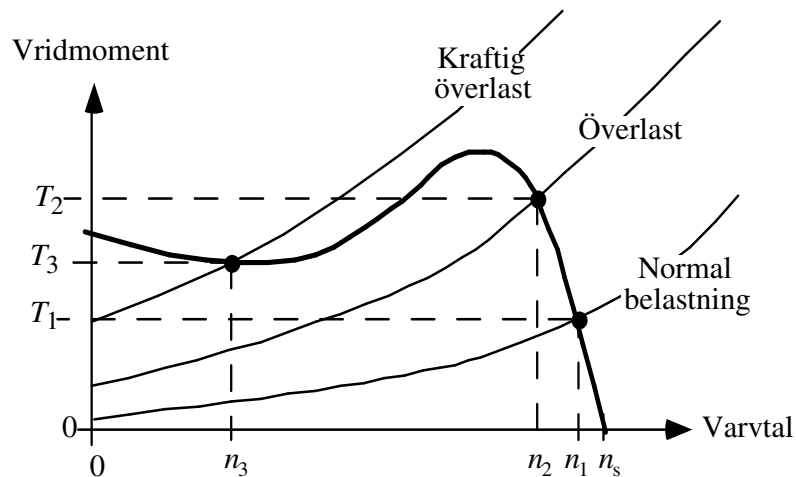
Vid vilken belastningspunkt, varvtal och effekt asynkronmaskinen kommer att gå med bestäms både av motorns och lastens momentkurvor. På grund av den branta momentkurvan för asynkronmotorn är det ofta inte så viktigt att beräkna exakt vad varvtalet blir. Såvida man inte överlastar maskinen, kommer varvtalet att vara bara någon procent under det synkrona varvtalet. I figur 4.16 visas momentkurvorna för en asynkronmotor och olika laster. Den last som markerats som normal last är ungefär märkeffekt, och man får då en driftspunkt vid varvtalet  $n_1$  och vridmomentet  $T_1$ .

Måttlig överlast märks inte direkt på motorn, men på grund av att strömmarna överskrider märkströmmen kommer förlusterna att öka och lindningen blir för varm. En lindningstemperatur över den tillåtna minskar livslängden för maskinen. Kortvarig överlast upp till maxmomentet är möjligt utan att man får några problem. I figuren nedan visas ett fall av överlast då man får en stationär driftspunkt vid varvtalet  $n_2$  och vridmomentet  $T_2$ . Man kan se att man har nästan dubbelt så högt vridmoment som vid normallast, men varvtalet blir bara lite lägre än vid normallast.

Om asynkronmaskinen får en kraftig överlast, som överstiger maxmomentet, finns det inte någon skärningspunkt mellan momentkurvorna annat än eventuellt vid mycket låga varvtal. Om det inte finns någon skärningspunkt alls, kommer maskinen bromsas till stillestånd, vilket innebär att den drar mycket höga strömmar. Om det inte finns ett motorskydd som bryter matningen kommer motorn då att förstöras av överhettning. Även om det finns en skärningspunkt mellan motorns och lastens momentkurvor, som i figur 4.17, klarar inte motorn att gå vid så stor eftersläpning. Även om den roterar, kommer strömmarna att vara mycket stora och kommer att överhätta motorn. Notera att varvtalet  $n_3$  blir mycket lägre än de andra varvtalen och att vridmomentet  $T_3$  inte behöver bli mycket högre än märkmoment. Den mekaniska uteffekten blir alltså mindre än märkeffekt i detta fall. Trots en mekanisk uteffekt lägre än märkeffekten är maskinen överlastad, för asynkronmaskiner får bara gå kontinuerligt vid varvtal mellan tomgångsvarvtalet och märkvarvtalet! Att rotorförlusterna blir höga framgår av att rotorförlusterna är proportionella mot luftgapseffekten gånger eftersläpningen, ekvation (4.9). Luftgapseffekten är proportionell mot vridmomentet. Vid normaldrift skall eftersläpningen bara vara någon procent. Med kraftig överlast kan den vara 10 gånger så stor, samtidigt som vridmomentet, och därmed luftgapseffekten, inte är lägre än vid fullast.

Används en motor som skall drivas direkt av nätspänningarna, väljs polpartalet efter vilket varvtal som eftersträvas. Vid 50 Hz fås följande tomgångsvarvtal: 3000, 1500, 1000 och 750

rpm. Lägre varvtal förekommer, men är ovanliga. Man väljer alltså det lämpligaste varvtalet och det bestämmer vilket polpartal motorn skall ha. Ofta räcker inte de varvtal som det går att köpa asynkronmaskiner för utan det krävs en växel för att få tillräckligt högt eller tillräckligt lågt varvtal. Med har en växel mellan motor och det som skall drivas, kan varvtalet på asynkronmaskinen väljas lite friare, eftersom man kan justera genom att välja utväxlingen så att den drivna lasten får önskat varvtal. Om man kan välja polpartal fritt, brukar fyrpoliga motorer vara bäst.



Figur 4.17 Asynkronmaskin med normal last, överlast och kraftig överlast.

### Exempel: Asynkronmaskinens driftpunkt

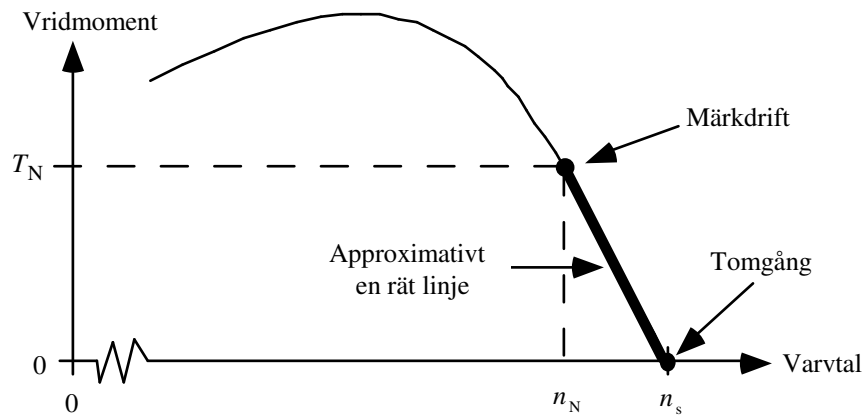
En asynkronmotor driver en last som behöver ett vridmoment som är noll vid stillestånd, varierar med kvadraten på varvtalet och som är 25 Nm vid 1500 rpm. Motorn drivs med 50 Hz trefas spänningar på 400 V och den är märkt

4 kW, 400 V, 50 Hz, 9 A, 1450 rpm,  $\cos(\varphi)=0.82$ ,  $\eta=84\%$

- Vilket varvtal kommer motorn att gå med när den driver sin last och är ansluten till 400 V och 50 Hz?
- Vilket vridmoment producerar motorn då?
- Vad händer med varvtalet och vridmomentet om nätspänningen ökar med 5 %? (Ange förändringarnas tecken och motivera varför, beräkna inte nya värden)

### Lösning:

- Motorns momentkurva kan approximeras med en rät linje mellan tomgång och märkdrift (fullast), se figur nedan.



Vid märkdrift är varvtalet  $n_N=1450$  rpm och den avgivna mekaniska effekten är 4 kW. Märkmomentet blir då

$$T_N = \frac{P_N}{\omega_N} = \frac{4000 \text{ W}}{1450 \text{ varv/min} \cdot 2\pi \text{ rad/varv} \cdot 1/60 \text{ s/min}} = 26.34 \text{ Nm}$$

Vid tomgång är vridmomentet noll och varvtalet det synkrona varvtalet. Det synkrona varvtalet kan beräknas

$$n_s = \frac{f}{p} \quad (\text{OBS! enheten blir varv/s om frekvensen anges i Hz})$$

där  $p$  är polpartalet. Polpartalet är inte angivet på märkplåten, utan måste beräknas. För 50 Hz frekvens blir de möjliga synkrona varvtalen: 3000 rpm för 2-poliga maskiner, 1500 rpm för 4-poliga och 1000 rpm för 6-poliga. Eftersom märkvarvtalet (i detta fall 1450 rpm) alltid är bara lite lägre än det synkrona varvtalet måste motorn vara 4-polig och då är  $n_s = 1500$  rpm. Motorns momentkurva kan nu approximeras som

$$T_{\text{am}}(n) = T_N \frac{n_s - n}{n_s - n_N} = 26.34 \text{ Nm} \frac{1500 \text{ rpm} - n}{50 \text{ rpm}}$$

Lastens momentkurva kan enligt uppgiften uttryckas som

$$T_{\text{last}}(n) = T_{\text{last1}} \left( \frac{n}{n_{\text{last1}}} \right)^2 \quad \text{där } T_{\text{last1}} = 25 \text{ Nm} \quad \text{och} \quad n_{\text{last1}} = 1500 \text{ rpm}$$

Motorns driftsvarvtal  $n_1$  fås där momentkurvorna skär varandra, det vill säga

$$T_{\text{am}}(n_1) = T_{\text{last}}(n_1)$$

Vilket kan uttryckas

$$T_N \frac{n_s}{n_s - n_N} - T_N \frac{1}{n_s - n_N} n_1 = T_{\text{last1}} \frac{1}{(n_{\text{last1}})^2} n_1^2$$

$$n_1^2 + 47417 \text{ rpm } n_1 - 71\,100\,000 \text{ rpm}^2 = 0$$

$$n_1 = \begin{cases} -48\,872 \text{ rpm} & (\text{orimlig lösning}) \\ 1455,3 \text{ rpm} \end{cases} \quad \text{Varvtalet blir alltså } \mathbf{1455,3 \text{ rpm}}$$

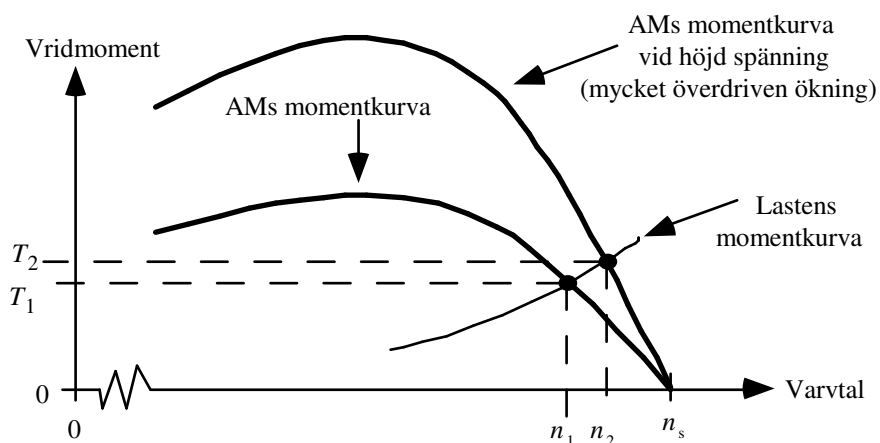
(1455 rpm är rimligt eftersom det ligger mellan tomgångsvarvtalet och märkvarvtalet)

b) Vridmomentet kan fås genom att varvtalet  $n_1$  antingen sätts in i ekvationen för lastens momentkurva eller motorns momentkurva

$$T_1 = T_N \frac{n_s - n_1}{n_s - n_N} = 23,5 \text{ Nm}$$

c) Ökad matningsspänning höjer asynkronmotorns momentkurva medan lastens momentkurva är oförändrad. Att momentkurvan höjs kan ses i det ekvivalenta schemat. Vid ett fast varvtal,  $s$ =konstant, kommer ökad matningsspänning att öka alla effekter i kretsen proportionellt mot spänningen i kvadrat. Eftersom vridmomentet kan beräknas som luftgapseffekten dividerad med synkrona varvtalet kommer vridmomentet också att öka proportionellt mot spänningen i kvadrat. Detta gäller oberoende av vilket varvtal man undersöker, alltså kommer hela momentkurvan att höjas proportionellt mot spänningen i kvadrat.

Före spänningshöjningen är driftspunkten  $T_1$  och  $n_1$ . Spänningshöjningen förskjuter den till  $T_2$  och  $n_2$ , se figur. I figuren framgår att både **varvtalet och vridmomentet höjs lite av spänningshöjningen**. (Ändringarna är dock små.)



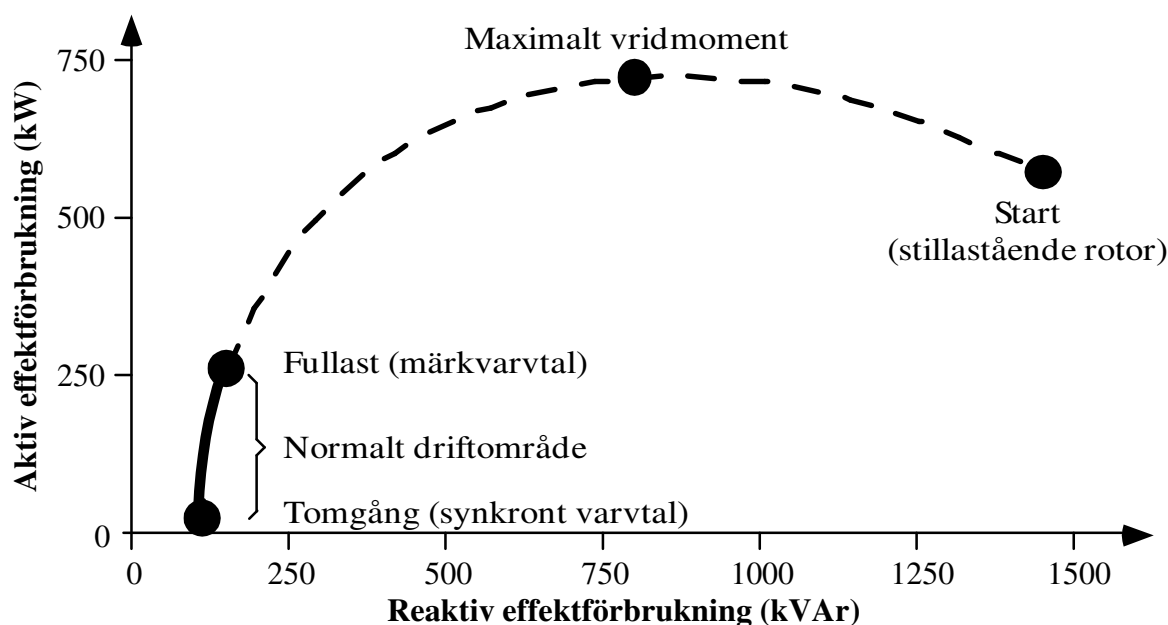
#### 4.4.3 Nätpåverkan och inverkan från nätet

Det är viktigt att veta hur en elektrisk maskin påverkar elnätet. Nätpåverkan beror på hur mycket aktiv och reaktiv effekt maskinen drar från nätet. Effektförbrukningen kan antingen räknas ut med hjälp av ekvivalenta schemat eller, för just märkdriftsfallet, fås ur data på märkplåten.

Både den aktiva och den reaktiva effekten som asynkronmaskinen drar kommer att orsaka sänkt nätspänning. Spänningen sjunker på grund av att nätströmmen ger spänningsfall i ledningar och transformatorers serieimpedanser. I induktiva nät är det framför allt reaktiva effektförbrukningen som påverkar spänningen, och i nät med mycket serieresistans kommer den aktiva effekten också att sänka spänningen en del. Hur stor spänningssänkning det blir beror på hur kraftigt dimensionerat nätet som matar maskinen är. Om det är gjort för höga effekter, är serieimpedanserna låga och då blir spänningpåverkan liten. Är nätet gjort för låga effekter, kan en stor asynkronmaskin ge märkbara spänningssänkningar.

Hur mycket aktiv och reaktiv effekt som asynkronmaskinen drar från nätet kan beräknas med ekvivalenta schemat. Eftersom eftersläpningen  $s$  varierar med hur mycket maskinen lastas kommer även statorströmmen, och därmed den aktiva och reaktiva effekten som statorn drar från nätet att variera. I figur 4.18 visas ungefärliga värden för den aktiva och reaktiva effekt en 250 kW asynkronmaskin drar från nätet i olika driftsfall. Värdena kan beräknas ur det ekvivalenta schemat genom att eftersläpningen  $s$  varieras från 0 till 1. Den aktiva effekten är proportionell mot den mekaniska effekten som motorn avger plus förluster. Vid normal drift är förlusterna mycket mindre än maskinens uteffekt. När lasten går förbi maxmomentet ökar förlusterna kraftigt och vid start är hela ineffekten förluster. För denna 250 kW motor är alltså förlusterna över 500 kW vid direkt start mot elnätet! Den reaktiva effektförbrukningen beror dels på att magnetiseringsinduktansen drar reaktiv effekt och dels på att läckinduktanserna drar reaktiv effekt när motorn belastas. Magnetiseringsströmmen dras även när motorn är obelastad, så kallad tomgångsström, och därför blir den reaktiva effekten i tomgång cirka 120 kVA. När motorn belastas ökar den reaktiva effektförbrukningen. Vid direktstart drar asynkronmaskinen mycket hög ström, som till huvuddelen är reaktiv. Den reaktiva effektförbrukningen är då cirka 1400 kVA.

Speciellt direktstart sänker spänningen kraftigt, eftersom både reaktiv och aktiv effekt är mycket höga då. Vid fullast kommer asynkronmaskinen också att orsaka en spänningssänkning på grund av att den drar såväl aktiv som reaktiv effekt. I tomgång är den aktiva effektförbrukningen nästan noll, men asynkronmaskinen drar fortfarande reaktiv effekt som är nästan lika hög som vid fullast. Eftersom det största spänningsfallet oftast orsakas av reaktiv effekt (i induktiva nät), kommer maskinen att orsaka visst spänningsfall även då den går i tomgång.



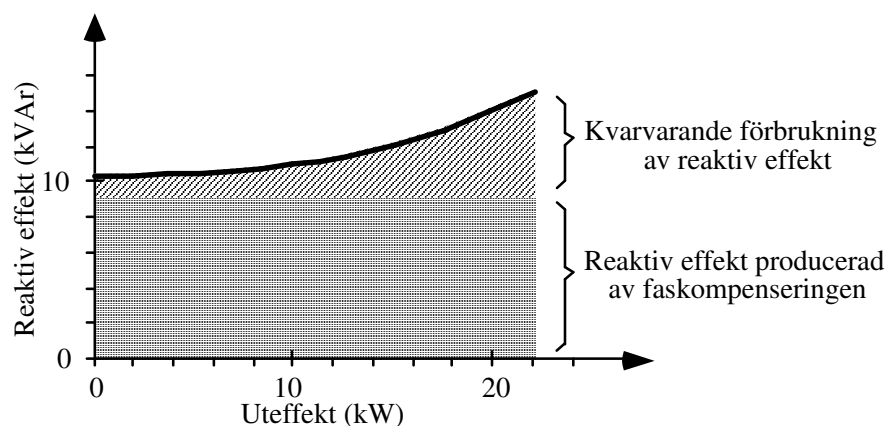
Figur 4.18 Aktiv och reaktiv effekt som en 250 kW asynkronmotor drar vid olika driftsfall. (6-polig, 3,3 kV märkspänning)



För att minska den reaktiva effekten som en asynkronmaskin drar från nätet faskompenserar man den ofta genom att parallellkoppla kondensatorer med maskinen. I figur 4.19 visas hur den reaktiva effekten för en 22 kW asynkronmaskin varierar med hur mycket aktiv effekt maskinen belastas med. Detta diagram motsvarar den del av kurvan i figur 4.18 som gäller vid normaldrift från tomgång till fullast. Som det framgår av figur 4.19, drar denna asynkronmaskinen drygt 10 kVAr i tomgång. Den reaktiva effektförbrukningen ökar sedan när den aktiva effekten ökar, för att i detta fall vara cirka 1,5 gånger större vid fullast än vid tomgång. Storleken på faskompenseringskondensatorerna väljs så att de producerar nästan lika mycket reaktiv effekt som maskinen drar i tomgång. I figuren har det antagits att man kompenserar bort 9 kVAr reaktiv effekt. Då kommer maskinen, med faskompensering, att dra 1 kVAr i tomgång och 6 kVAr vid fullast. Det kan låta mycket även med en förbrukning på 6 kVAr reaktiv effekt, men räknar man ut  $\cos(\varphi)$ , med denna kompensering, blir det ändå så högt som 0,97 vid fullast. Att man inte vill kompensera bort hela tomgångsförbrukningen av reaktiv effekt, eller till och med mer, beror bland annat på att det då finns risk att kondensatorerna förmår magnetisera maskinen så att den genererar egen spänning även vid ett strömavbrott. Det kan vara farligt när nätspänningen kopplas på igen och det kan vara farligt för andra apparater. Därför väljer man faskompenseringskondensatorerna så små att självmagnetisering inte kan ske, det vill säga mindre än maskinens tomgångsförbrukning.

Asynkronmaskinen påverkar alltså nätspänningen, men nätspänningsvariationer påverkar också i sin tur asynkronmotorn. Momentkurvan sjunker när nätspänningen faller. Ur ekvation (4.11) kan man se att luftgapseffekten, och därmed också vridmomentet, är proportionellt mot strömmen i kvadrat. Strömmen är i sin tur proportionell mot nätspänningen. En sänkning av nätspänningen till 95 % av den nominella spänningen sänker hela momentkurvan till 90 % av den nominella vridmomentkurvan. Sjunkande nätspänning kan bland annat göra att maskinens startmoment blir så lågt att starten tar för lång tid.

Nätfrekvensvariationer påverkar naturligtvis också asynkronmaskinen, men de normala frekvensvariationerna i ett elnät är mycket små, mindre än  $\pm 0.1$  Hz, och frekvensen varierar långsamt. En enskild asynkronmaskin kan inte själv orsaka någon påverkan på nätfrekvensen i ett stort elnät.



Figur 4.19 Reaktiv effektförbrukning, som funktion av motorns uteffekt, hos en 4 polig 22 kW asynkronmaskin med faskompensering.

### Exempel: Asynkronmaskinens nätpåverkan

En trefas asynkronmotor är märkt

400 V, 4,86 A,  $\cos(\varphi)=0,70$ , 2,2 kW, 1437 rpm, 50 Hz

och dess parametrar är enligt motorkatalogen

$R_s=1,05 \Omega$   $L_{\sigma s}=6 \text{ mH}$   $L_m=210 \text{ mH}$   $L_{\sigma r}=6 \text{ mH}$   $R_r=2,7 \Omega$

Motorn drivs av ett idealt 400 V nät, där nätspänningen antas vara oberoende av maskinens last.

- Vilken ström drar motorn från nätet när den är obelastad?
- Varför drar motorn en relativt stor ström när den nu inte uträttar något mekaniskt arbete?
- Motoraxeln bromsas med ett vridmoment på 12 Nm. Hur hög aktiv och reaktiv effekt upptar motorn då från nätet och vilket varvtal går den på?
- Hur kan strömmen som motorn behöver från nätet minskas utan att det märks för den maskin som motorn driver? (det vill säga att varvtal och vridmoment för motorn skall vara opåverkade)

### Lösning:

a) När motorn går obelastad är varvtalet lika med den synkrona varvtalet, och eftersläpningen  $s=0$ . Strömmen motorn drar från elnätet kan beräknas ur ekvivalenta schemat. I tomgång då  $s=0$  kommer rotorkretsen att ha oändlig impedans, och därför går det ingen ström genom den. Följaktligen kan strömmen beräknas som

$$\underline{I}_{s0} = \frac{\underline{U}_{sf}}{R_s + j\omega(L_{\sigma s} + L_m)} = \frac{231\angle 0^\circ \text{ V}}{(1,05 + j67,86)\Omega} = 3,40\angle -89^\circ \text{ A}$$

- b) Strömmen som maskinen drar i tomgång är den magnetiseringsström som maskinen behöver. Så fort maskinen kopplas till ett elnät så kommer spänningarna på nätet leda till att det byggs upp ett magnetfält, som kräver magnetiseringsström även om maskinen inte lastas med någon mekanisk last.
- c) Först måste motorvarvtalet bestämmas. Lasten har i detta fall ett konstant vridmoment. Varvtalet fås som det varvtal då motorn producerar just lastens vridmoment. Ur märkdata kan motorns momentkurva beräknas:  $n_N=1437 \text{ rpm}$

$$T_N = \frac{P_N}{n_N \frac{2\pi \text{ rad} / \text{var v}}{60 \text{ s} / \text{min}}} = 14,6 \text{ Nm}$$

$$n_s = \text{beror på potal} = \begin{cases} 3000 \text{ rpm} & (\text{högre än } n_N \Rightarrow \text{orimligt}) \\ 1500 \text{ rpm} & (\text{lite högre än } n_N \Rightarrow \text{rätt värde på } n_s) \\ 1000 \text{ rpm} & (\text{mycket lägre än } n_N \Rightarrow \text{orimligt}) \\ \vdots & \end{cases} \Rightarrow 4\text{polig}$$

Generellt kan asynkronmotorns momentkurva, mellan tomgång och fullast, approximeras med en rät linje:

$$T_{AM} = T_N \frac{n_s - n}{n_s - n_N} \quad \text{och} \quad T_{last} = 12 \text{ Nm}$$

$$T_{last} = T_{AM} \quad \Rightarrow \quad n = n_s - \frac{T_{last}}{T_N} (n_s - n_N) = 1448,3 \text{ Nm}$$

$$\Rightarrow s = 0,0345$$

Den effekt motorn drar från nätet kan nu räknas ut ur ekvivalenta schemat, med det aktuella värdet på eftersläpningen  $s$ . Först beräknas motorns totala impedans sett från elnätet, sedan strömmen den drar från nätet, för att med den kunna beräkna effekten som dras.

$$\underline{Z}_{tot} = R_s + j\omega L_{\sigma s} + \frac{j\omega L_m \left( \frac{R_r}{s} + j\omega L_{\sigma r} \right)}{j\omega L_m + \frac{R_r}{s} + j\omega L_{\sigma r}} = (1,05 + j1,885)\Omega + \frac{(j5167 - 124,4)\Omega^2}{(78,32 + j67,86)\Omega}$$

$$= (32,79 + j40,35)\Omega$$

$$\underline{I}_s = \frac{\underline{U}_{sf}}{\underline{Z}_{tot}} = \frac{231\angle 0^\circ \text{ V}}{(32,79 + j40,35)\Omega} = 4,44\angle -51^\circ \text{ A}$$

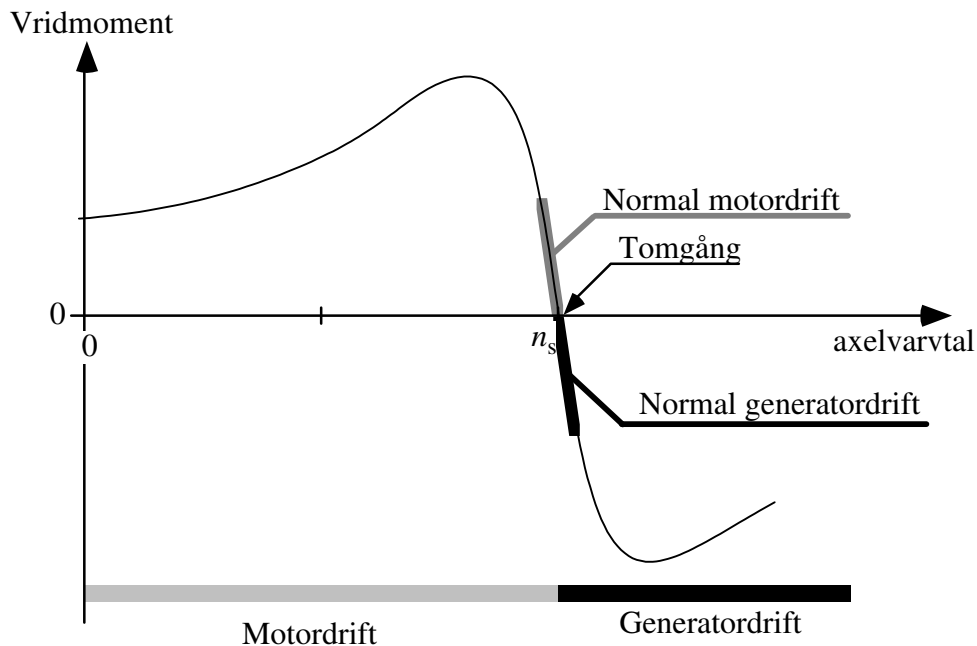
$$\underline{S} = 3 \underline{U}_{sf} \underline{I}_s^* = 3 \cdot 231\angle 0^\circ \text{ V} \cdot 4,44\angle +51^\circ \text{ A} = 1940 \text{ W} + 2387 \text{ VAr}$$

motorn förbrukar alltså **1,94 kW** aktiv effekt och **2,39 kVAr** reaktiv effekt.

d) Genom att faskompensera motorn med kondensatorer kopplade parallellt med motorn kan hela, eller en del av, den reaktiva effekten produceras av kondensatorerna. Den delen av den reaktiva strömmen behöver då inte dras från nätet och därför blir nätströmmen lägre än utan faskompensering. Genom att kondensatorerna är parallellkopplade med motorn kommer spänningen över motorn inte att påverkas av faskompenseringen och därmed påverkas inte motorns varvtal och vridmoment.

#### 4.4.4 Asynkronmaskinen i generatordrift

Hittills har vi begränsat oss till att analysera asynkronmaskinen vid varvtal under det synkrona varvtalet. Maskinen kan även drivas vid högre varvtal och momentkurvan ser då ut som i figur 4.19x. Notera att asynkronmaskinen ger negativa vridmoment om varvtalet är högre än det synkrona varvtalet. Ett negativt moment vid ett positivt varvtal innebär att asynkronmaskinen bromsar det mekaniska systemet. Det betyder i sin tur att den tar mekanisk effekt från axeln och omvandlar den till elektrisk effekt; alltså går maskinen i generatordrift. I princip kommer maskinen att fungera likadant i generatordrift som i motordrift och momentkurvan i generatordrift är en spegling av den som gäller för motordrift. I det ekvivalenta schemat visar sig generatordrift som ett negativt värde på eftersläpningen och därmed ett negativt värde på den effektiva rotorresistansen. (En negativ resistans kommer att avge effekt när det går ström genom den.) Asynkronmaskinen är inte alls lika vanlig som generator som den är som motor, men den används i till exempel vindkraftverk och små vattenkraftverk. Det behövs ingen omkoppling eller ändring i systemet för att få asynkronmaskinen att gå över i generatordrift. Vad som krävs är bara en mekanisk drivkälla som driver på asynkronmaskinens axel och håller varvtalet strax över det synkrona varvtalet.



Figur 4.19x Momentkurva för en nätansluten asynkronmaskin.

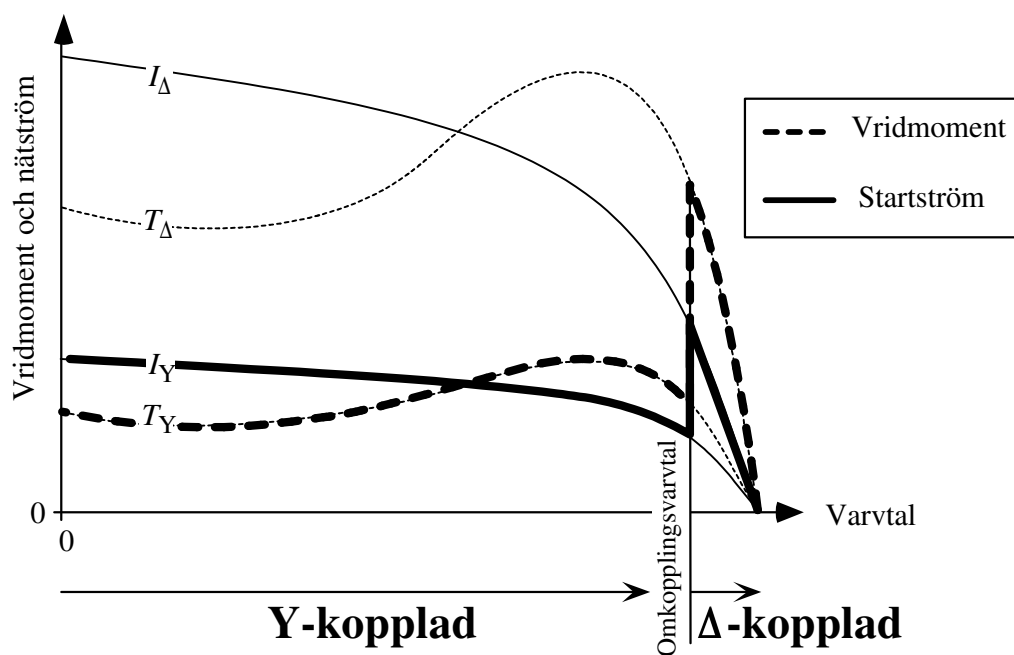
## 4.5 Startmetoder för minskad nätpåverkan

Eftersom direkt start mot elnätet kan ge problem med spänningsfall på elnätet, som till exempel kan störa andra kunder som matas av samma nät, så finns det flera olika metoder att minska nätpåverkan vid start av asynkronmotorer.

### 4.5.1 Y $\Delta$ -start

Genom att köpa en motor som är lindad så att den skall gå  $\Delta$ -kopplad vid nätspänningen kan man utnyttja möjligheten att Y-koppla den för att begränsa startströmmarna. När man Y-kopplar den, kommer impedanserna i det ekvivalenta schemat att bli tre gånger högre än vid  $\Delta$ -koppling. Startströmmarna, och startmomentet, kommer därför att bli tre gånger mindre än vid direktstart. Man låter motorn gå Y-kopplad i starten tills den har kommit upp i ett varvtal nära det normala driftvarvtalet. Sedan kopplar man om maskinen till  $\Delta$ -koppling och får då en lite mindre strömhöjning än vid direktstart i  $\Delta$ -koppling, under förutsättning att varvtalet som uppnåddes i Y-kopplat läge är tillräckligt högt. Om motorn inte når ett högt varvtal före omkopplingen till  $\Delta$ , kommer strömmarna att vid omkoppling bli i stort sett lika höga som vid direktstart, och man har då inte vunnit något på Y $\Delta$ -starten. I figur 4.20 kan man se startström och vridmoment för en maskin i Y- respektive  $\Delta$ -koppling. Man ser att varvtalet måste upp en bit över maximum på momentkurvan innan omkopplingen till  $\Delta$  kan ske, annars får man en stor ström efter omkopplingen till  $\Delta$ .

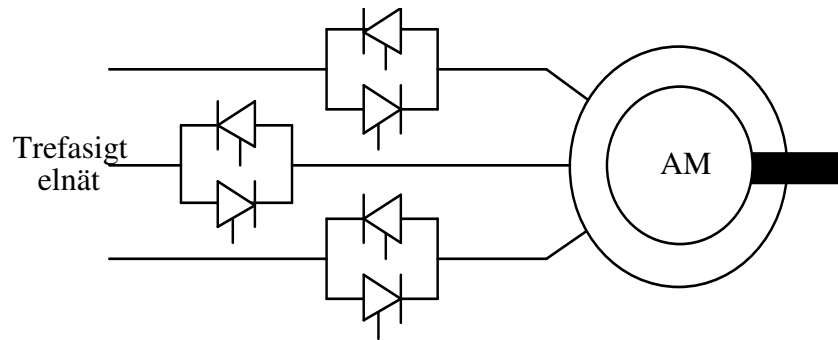
En skillnad mellan  $Y\Delta$ -start och direktstart är att startströmmen blir lägre, men tyvärr blir även startmomentet lägre. Eftersom impedanserna i ekvivalenta schemat blir tre gånger högre, kommer strömmar och effekter att bli tre gånger lägre än vid  $\Delta$ -koppling. Vridmomentet är luftgapseffekten dividerat med synkrona varvtalet, och därför blir vridmomentet 3 gånger lägre vid  $Y$ - än vid  $\Delta$ -koppling. Det lägre vridmomentet gör att maskinen som skall startas inte får kräva ett högt startmoment. På grund av det lägre startmomentet kommer också starten att ta längre tid, vilket gör att man får se upp med risken för överhettning av motorn.



Figur 4.20 Vridmoment och startström vid  $Y\Delta$ -start.

#### 4.5.2 Tyristorbaserad mjukstartare

Man kan också begränsa startströmmen med en så kallad mjukstartare. En mjukstartare har tyristorer kopplade mellan elnätet och motorn i de tre faserna. Det sitter två tyristorer parallellt i varje fas, vända åt olika håll, eftersom varje tyristor bara kan leda ström åt ena hållet. Genom att tända tyristorerna så att de släpper fram spänning en större eller mindre del av varje halvperiod kan mjukstartaren styra spänningen till motorn. Med sänkt spänning kommer startströmmen att sänkas. Ibland är mjukstartarna utrustade så att de kan reglera strömmen och begränsa den till ett visst värde under starten. Man kan då få en konstant startström oberoende av maskinens varvtal. När motorn kommer upp i varvtal nära driftvarvtalet kommer tyristorerna att vara tända hela tiden. Man kan låta mjukstartaren vara inkopplad hela tiden, även efter starten är genomförd, eller välja att koppla förbi den med en kontaktor.



Figur 4.21 Tyristorbaserad mjukstartare för asynkronmaskiner.

Liksom för  $Y\Delta$ -start innebär sänkningen av strömmen att startmomentet sjunker. Eftersom maskinen inte har kopplats om, är parametrarna i det ekvivalenta schemat konstanta. Luftgapseffekten är proportionell mot rotorströmmen  $I_r$  i kvadrat och rotorströmmen är i sin tur är proportionell mot statorströmmen  $I_s$ . Startmomentet är proportionellt mot luftgapseffekten och alltså mot kvadraten av rotorströmmen. Detta gör att startmomentet blir proportionellt mot kvadraten på den startström maskinen drar från elnätet. En minskning av startströmmen till en tredjedel minskar alltså startmomentet till en niondel av det ursprungliga! Vad det gäller minskning av startmoment är alltså  $Y\Delta$ -start bättre än tyristormjukstartare. En viktig fördel med tyristormjukstartare är dock att strömmen kan begränsas till ett konstant värde under hela starten, vilket ger bättre kontroll av påverkan på elnätet. Samtidigt kommer minskningen av startmomentet vara stor i början av starten, men allt eftersom varvtalet stiger kommer startmomentet att öka mer än för  $Y\Delta$ -start eftersom startströmmen kan hållas konstant med tyristormjukstartare.

### 4.5.3 Övriga startmetoder

Förutom  $Y\Delta$ -start och start med mjukstartare kan man använda impedanser kopplade mellan faserna och motorns anslutningsklämmor för att begränsa startströmmarna. Man kan också sänka spänningen med en starttransformator.

Det finns också asynkronmotorer som är gjorda med släpringar och borstar så att man kan koppla extra resistans till rotorkretsen under starten. I denna speciella typ av asynkronmotor är rotorlindningarna lindade med tråd och med flera varv per rotorspår. Rotorlindningarna är inte heller direkt kortslutna, utan kopplade till släpringarna, som gör att man till en kopplingsplint i uttagslådan kan koppla extra resistans till rotorkretsen. Den extra resistansen gör att man kan höja startmomentet mycket mer än vad som åstadkoms med strömförträngning i en kortsluten rotorlindning och startströmmen minskar också lite. När motorn har startats, kopplas den yttre resistansen bort och rotorlindningarna kortsluts.

Startmomentet för en kortsluten asynkronmotor kan hållas högt, samtidigt som strömmen som dras från nätet är mycket lägre än vid direktstart, om man startar motorn med en frekvensomriktare. Frekvensomriktaren gör att motorströmmarna kan bli mycket mindre, med bibehållet startmoment. Dessutom är det bara den aktiva effekten som behöver dras från

nätet, inte den reaktiva effekten som motorn behöver, för den kan frekvensomriktaren producera själv. Nackdelen är att en frekvensomriktare är relativt dyr. Eftersom den metoden kräver samma utrustning som för varvtalsreglering, behandlas den utförligare under avsnitt 4.6.

## 4.6 Varvtalsreglerad drift

När asynkronmaskinen går ansluten direkt till elnätet, är frekvensen och spänningen till motorn inte möjliga att påverka och därför kan varvtalet inte påverkas. Det kommer alltid att vara lite lägre än synkrona varvtalet. I många fall vill man ju kunna styra varvtalet på motorn, till exempel för att kunna styra hastigheten på ett transportband eller för att styra flödet från en pump. Hur man kan göra det framgår av följande ekvation, som fås genom att lösa ut axelvarvtalet ur ekvation 4.2 och sedan sätta in synkrona varvtalet uttryckt i frekvens och polpartal. Asynkronmaskinens varvtal kan då uttryckas som

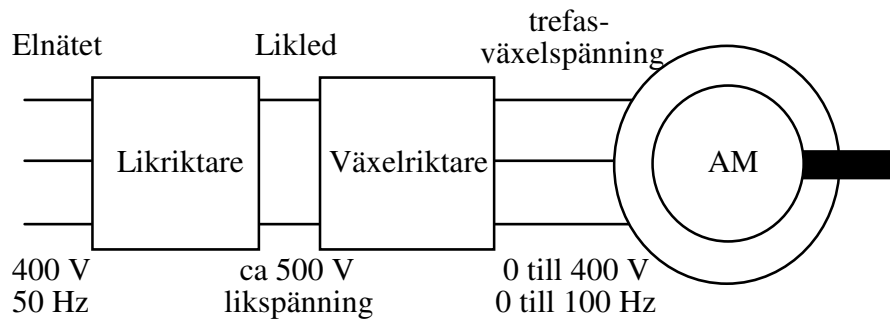
$$n = (1 - s) n_s = (1 - s) \frac{f}{p} \quad (4.12)$$

där  $f$  är nätfrekvensen,  $p$  är polpartalet och  $s$  är eftersläpningen. Ekvationen säger oss alltså att det finns i huvudsak tre sätt att ändra varvtalet på en asynkronmaskin: ändra nätfrekvensen, ändra poltalet eller ändra eftersläpningen.

### 4.6.1 Matning med frekvensomriktare

Eftersom grundprincipen för asynkronmaskinen är att man får rotern att vilja följa efter ett roterande magnetfält, kan man lätt inse att varvtalet på maskinen kan regleras genom att styra hur snabbt fältet roterar. Att styra varvtalet på det roterande fältet är den principiellt bästa metoden att varvtalsreglera en asynkronmaskin. Det finns andra metoder som har mer begränsningar men ändå används i vissa speciella fall, eftersom de kan vara billigare.

I figur 4.22 visas hur man kan koppla en frekvensomriktare mellan elnätet och asynkronmaskinen för att kunna variera varvtalet på maskinen. Först likriktas nätspänningen, och man får då en likspänning på normalt cirka 500 V. Från den likspänningen skapar växelriktaren en ny växelspanning med varierbar amplitud och frekvens. Normalt kan amplituden bli mellan 0 och 400 V och frekvensen kan teoretiskt sett bli hur hög som helst, men håller sig oftast under 100 Hz. Växelriktarens funktion är närmare beskriven i kapitel 5. Hastigheten på det roterande magnetfältet styr man genom att variera frekvensen på de spänningar som matar motorns stator. Det går bra att använda ekvivalenta schemat för att beräkna hur maskinen uppför sig, även med frekvensomriktare. Det enda som händer är att reaktansvärdena samt synkrona varvtalet ändras proportionellt med frekvensen.



Figur 4.22 En asynkronmaskin matad via en frekvensomriktare för att få variabelt varvtal. (Spännings och frekvensangivelser gäller typiska värden i olika delar av systemet.)

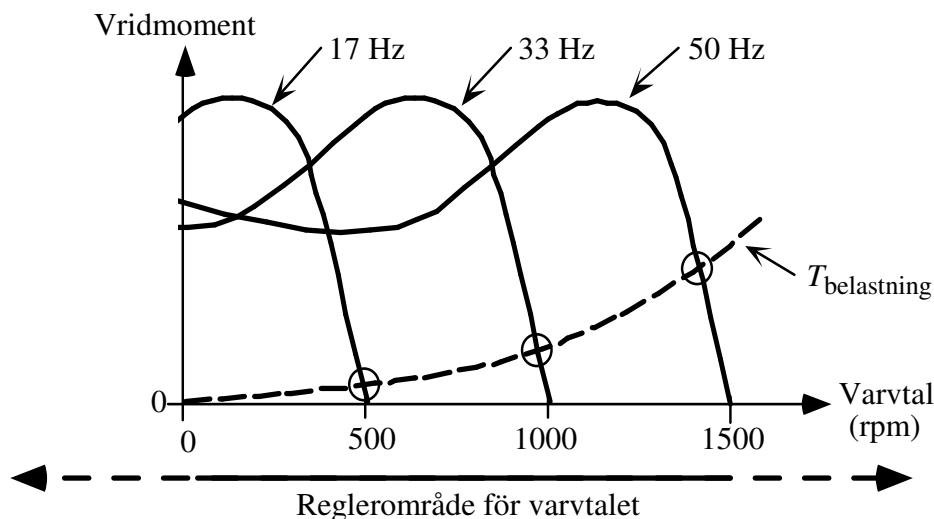
#### 4.6.1.1 Momentkurvan vid olika frekvens

När man ändrar frekvensen, kommer asynkronmaskinens momentkurva förskjutas i varvtalsled. Om man dessutom styr statorspänningarnas amplitud så att det roterande magnetfältets amplitud är ungefär konstant, kommer formen på momentkurvan inte att ändras mycket. Det beror på att rotorn bara kan veta hur hög flödestätheten i luftgapet är och hur stor den relativa hastighetsskillnaden är mellan flödet och rotorn. Rotorn kan inte veta hur fort den själv roterar relativt statorn utan kommer att känna samma förhållanden om luftgapsflödet roterar med 1500 rpm och rotorn med 1480 rpm som om luftgapsflödet roterar med 20 rpm och rotorn står still. Det alstrade vridmomentet måste alltså vara det samma i båda dessa fallen, om bara luftgapsflödets amplitud är den samma. Förskjutningen av asynkronmaskinens momentkurva, i varvtalsled, innebär att skärningspunkten mellan motorns och lastens momentkurvor också ändras sig. Såväl varvtal som moment ändras vanligen av att man ändrar frekvensen till asynkronmaskinen.

I figur 4.23 visas hur momentkurvan förskjuts för en 4-polig asynkronmaskin matad med olika frekvenser, när luftgapsflödet hålls ungefär konstant. Eftersom lastens vridmoment i detta exempel sjunker med varvtalet kommer skärningspunkten mellan lastens och motorns momentkurvor att bli allt närmare det synkrona varvtalet, ju lägre frekvensen är. Därför kommer det varvtal som motor-last-kombinationen får att sjunka lite mindre än vad det synkrona varvtalet. Skillnaden är dock liten, och i normala fall kan man lite grovt anta att varvtalet blir i stort sett proportionellt mot matande frekvens.

I figuren kan man också se att maskinen kan ge märkmoment vid vilket varvtal som helst. Strömmen till motorn kommer då att vara ungefär märkström oberoende av vid vilket varvtal motorn arbetar. Varvtalet kan varieras i stort sett obegränsat med denna styrmetod. Även negativa varvtal kan fås genom att färföljden på matande spänningar skiftas. Maskinen skall dock alltid ha en driftspunkt på den linjära delen av momentkurvan, nära det synkrona varvtalet, för att förlusterna inte skall bli för höga.





Figur 4.23 Momentkurvans förskjutning när frekvensen ändras och luftgapsflödet hålls konstant. Arbetspunkterna vid de olika frekvenserna är inringade.

Ekvivalenta schemat kan användas för att beräkna strömmar, effekter och vridmoment vid olika matande frekvens och spänning. Ekvivalenta schemat gäller i princip vid såväl ändrad spänning som ändrad frekvens, så länge man är på den linjära delen av momentkurvan, nära det synkrona varvtalet. Vissa av parametrarna i schemat har dock ett viss frekvens- och spänningsberoende men om man inte kräver hög beräkningsnoggrannhet kan det ofta försummas. ( $R_{Fe}$ , som vi redan försummat, varierar dock kraftigt med frekvens.) Att beräkna vridmoment med hjälp av ekvivalenta schemat ger bättre noggrannhet än att bara anta att momentkurvan förskjuts i varvtalsled, så länge eftersläpningen inte är hög.

#### 4.6.1.2 Statorspänning vid olika frekvenser

När man styr frekvensen måste man också styra magnetfältets amplitud. Det kan man göra med spänningens amplitud. Vi har tidigare visat att det är pålagda statorspänningar som skapar magnetfältet. Man kan lite förenklat få magnetfältets amplitud ur induktionslagen

$$e(t) = N \frac{d}{dt} [\phi(t)] \quad (4.13)$$

där  $e$  är den inducerade spänningen i en lindning som har  $N$  varv och genomflyts av det magnetiska flödet  $\phi$ . Om man antar att det magnetiska flödet varierar sinusformigt i tiden, med amplituden  $\hat{\phi}$  och vinkelfrekvensen  $\omega$ , så får ekvation (4.13) följande utseende

$$e(t) = N \frac{d}{dt} [\hat{\phi} \sin(\omega t)] = N \omega \hat{\phi} \cos(\omega t) \quad (4.14)$$

Den inducerade spänningen kommer alltså att variera cosinusformigt med toppvärdet

$$\hat{e} = N \omega \hat{\phi} \quad (4.15)$$

Ur denna ekvation kan det magnetiska flödets toppvärde lösas ut

$$\hat{\phi} = \frac{\hat{e}}{N \omega} \quad (4.16)$$

Magnetfältets amplitud bestäms alltså, bland annat, av spänningens amplitud och frekvensen. Man kan se att den inducerade spänningen  $e$  skall variera linjärt med frekvensen för att hålla magnetfältets amplitud konstant. För enkelhets skull brukar man nöja sig med att istället låta statorns klämspänning variera linjärt med frekvensen. Detta betyder att spänningsfallet i  $R_s$  och  $L_{\sigma s}$  inverkar på magnetfältets amplitud. När motorn belastas kommer den inducerade spänningen  $e$  och därmed magnetfältet alltså att sjunka lite, även om statorns klämspänning är konstant. I de flesta fallen nöjer man sig med denna enkla typ av magnetfältsstyrning.

Det är viktigt att maskinens spänning sänks vid sjunkande frekvens, annars kommer magnetfältet att bli för högt, vilket ger mycket hög magnetiseringsström och höga förluster. Därför skall normalt flödestätheten i maskinen begränsas till samma värde som vid märkdrift.

### AM (frekvensomriktardrift)

En sexpolig trefas asynkronmotor med frekvensomriktare används för att driva en maskin vars varvtal skall kunna varieras. Den drivna maskinen behöver ett vridmoment som är 1000 Nm vid 0 rpm och dess vridmoment ökar linjärt med varvtalet för att bli 3000 Nm vid 1000 rpm. Asynkronmotorn har följande data:

$$250 \text{ kW}, 988 \text{ rpm}, 400 \text{ V}, 50 \text{ Hz}, 446 \text{ A}, \cos(\varphi)=0.81$$

och dess parametrar är

$$R_s=6,3 \text{ m}\Omega, L_{\sigma s}=0,2 \text{ mH}, L_m=5 \text{ mH}, L_{\sigma r}=0,37 \text{ mH}, R_r=6,1 \text{ m}\Omega$$

Frekvensomriktarens spänning styrs så att det magnetiska flödet i asynkronmaskinen är oberoende av matande frekvens.

a) Vilken är den högsta frekvens som motorn kan matas med utan att den lastas med mer än märkmoment?

Samma motor och frekvensomriktare som ovan driver en annan last. Motorn matas med 25 Hz och 100 V samtidigt som varvtalet är 490 rpm.

b) Vilken ström och vilken aktiv effekt drar motorn från frekvensomriktaren vid detta varvtal?

c) Vilket vridmoment producerar motorn i detta fall?

### Lösning:

a) Vad bestämmer vridmomentet som maskinen ger? Det bestäms av skärningspunkten mellan motorns och lastens momentkurvor. Vi skall alltså finna den matningsfrekvens som gör att asynkronmotorns och lastens momentkurvor skär varandra just vid asynkronmotorns märkmoment. Vi känner lastens

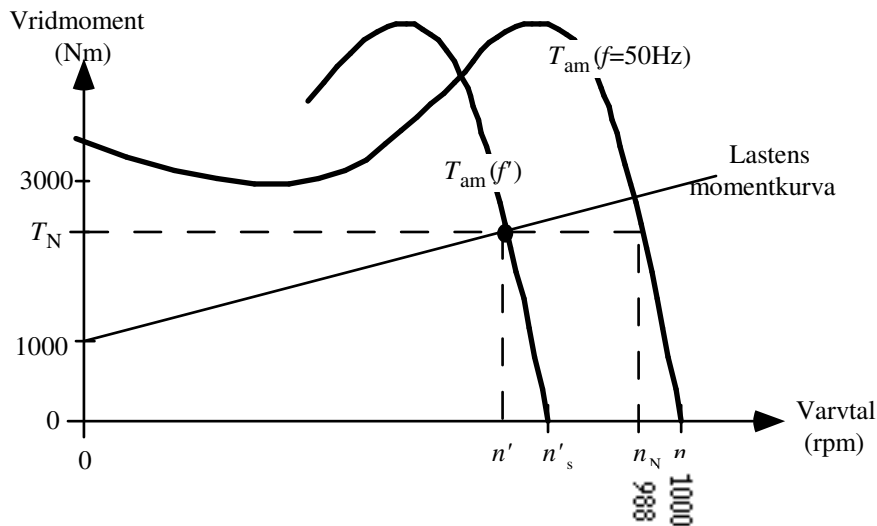
momentkurva och kan ur märkdata för asynkronmaskinen räkna ut dess momentkurva vid 50 Hz och 400 V. Varvtal vid märklast och synkrona varvtalet blir

$$n_N = 988 \text{ rpm} \quad n_s = \frac{f}{p} = \frac{50 \text{ Hz}}{3} = 16,67 \text{ varv/s} \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}} = 1000 \text{ rpm}$$

Märkmomentet kan beräknas ur märkeffekt (=mekanisk uteffekt) och märkvarvtal (axelns varvtal vid märklast)

$$T_N = \frac{P_N}{\omega_s} = \frac{250\,000 \text{ W}}{988 \text{ varv/min} \cdot 2\pi \text{ rad/varv} \cdot 1/60 \text{ min/s}} = 2416 \text{ Nm}$$

Lastens och motorns momentkurva vid 50 Hz ritas in i ett moment-varvtalsdiagram. Man kan då se att vridmomentet blir över märkmoment om asynkronmaskinen matas med 50 Hz. Varvtalet på maskinen måste sänkas till  $n'$  för att vridmomentet skall bli lika med asynkronmaskinens märkmoment. Eftersom frekvensomriktaren är styrd för att hålla magnetfältet i maskinen konstant så kommer asynkronmaskinens momentkurva att ha samma form, men förskjutas i varvtalsled när matningsfrekvensen ändras. Det synkrona varvtalet ändras proportionellt mot matande frekvens. Vi söker alltså först det synkrona varvtal  $n'_s$  för vilket asynkronmotorns momentkurva går genom punkten  $(n'; T_N)$ .



Lastens momentkurva blir (en rät linje genom de två kända punkterna vid 0 och 1000 rpm)

$$T_{\text{last}}(n) = 1000 \text{ Nm} + 2000 \text{ Nm} \frac{n}{1000 \text{ rpm}}$$

Det sökta varvtalet  $n'$  fås genom att sätta lastens moment lika med AM:s märkmoment

$$T_{\text{last}}(n') = T_N \Rightarrow n' = 708 \text{ rpm}$$

Eftersom momentkurvan skall ha samma form, oberoende av frekvens, måste

$$n_s - n_N = n'_s - n' \Rightarrow n'_s = 708 \text{ rpm} + 1000 \text{ rpm} - 988 \text{ rpm} = 720 \text{ rpm}$$

Den maximala frekvensen får alltså vara den frekvens som ger ett synkront varvtal =  $n'_s$

$$f = p n'_s = 3 \cdot 720 \text{ 1/min} \cdot 1/60 \text{ min/s} = \mathbf{36 \text{ Hz}}$$

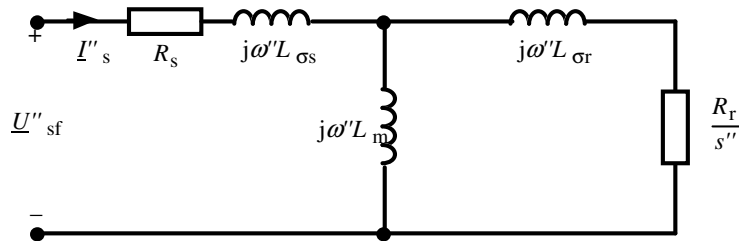
**b)** Nu driver motorn en helt annan last, med okänd momentkaraktäristik. Ström och aktiv effekt som AM drar kan beräknas ur ekvivalenta schemat, om matande spänningens amplitud och frekvens är kända samt eftersläpningen  $s$  är känd. Spänningens amplitud och frekvens är givna

$$\underline{U}''_{sf} = \frac{100}{\sqrt{3}} \text{ V } \angle 0^\circ \text{ (vald som riktfas)} \quad f' = 25 \text{ Hz} \Rightarrow \omega' = 2\pi \cdot 25 \text{ rad/s}$$

Eftersläpningen kan beräknas ur varvtal och matande frekvens

$$n''_s = \frac{f''}{p} = \frac{25 \text{ Hz}}{3} = 500 \text{ rpm} \quad n'' = 490 \text{ rpm} \Rightarrow s'' = \frac{n''_s - n''}{n''_s} = 0,02$$

Det ekvivalenta schemat ser likadant ut oberoende av hur maskinen matas, dock kommer den ändrade frekvensen att påverka hur hög reaktans som induktanserna ger upphov till.



Vi söker den ström  $I''_s$  AM drar från frekvensomriktaren. Den aktiva effekten kan sedan beräknas ur strömmen och matande spänning. Vid ett fast varvtal kan hela det ekvivalenta schemat räknas om till att representeras med en komplex impedans,  $Z''_{\text{tot}}$

$$\begin{aligned} Z''_{\text{tot}} &= R_s + j\omega''L_{\sigma s} + \frac{j\omega''L_m (j\omega''L_{\sigma r} + R_r/s'')}{j\omega''L_m + (j\omega''L_{\sigma r} + R_r/s'')} = \\ &= (0,0063 + j0,0314) \Omega + \frac{2,439 \angle 100,8^\circ \Omega^2}{0,897 \angle 70,1^\circ \Omega} = 0,294 \angle 35,3^\circ \Omega \end{aligned}$$

$$I''_s = \frac{U''_{\text{sf}}}{Z''_{\text{tot}}} = 196,2 \angle 35,3^\circ \text{ A}$$

AM drar, i detta fall, alltså **196 A** från frekvensomriktaren.

Den aktiva effekten, för alla tre faserna(!), kan beräknas som

$$P''_s = 3 U''_{\text{sf}} I''_s \cos(\varphi_s) = 27,7 \text{ kW}$$

där  $\varphi_s = +35,3^\circ$  (fasvinkeln mellan statorns fasspänning  $U''_{\text{sf}}$  och dess fasström  $I''_s$ ).

c) Vridmomentet kan beräknas ur luftgapseffekten dividerat med synkrona varvtalet uttryckt i rad/s. Luftgapseffekten kan i sin tur enkelt räknas ut ur den inmatade statoreffekten minus förlusterna i  $R_s$ . (Man kan även räkna ut luftgapseffekten ur t.ex. rotorströmmen och  $R_r/s$ , men det blir mycket krångligare beräkningar.)

$$T'' = \frac{P''_{\delta}}{\omega''_s} = \frac{P''_s - 3 R_s I''_s{}^2}{n''_s \cdot 2\pi \text{ rad/varv} \cdot 1/60 \text{ min/s}} = \frac{27,0 \text{ kW}}{16,67\pi \text{ rad/s}} = 516 \text{ Nm}$$

Vridmomentet blir alltså i detta fall **516 Nm**.

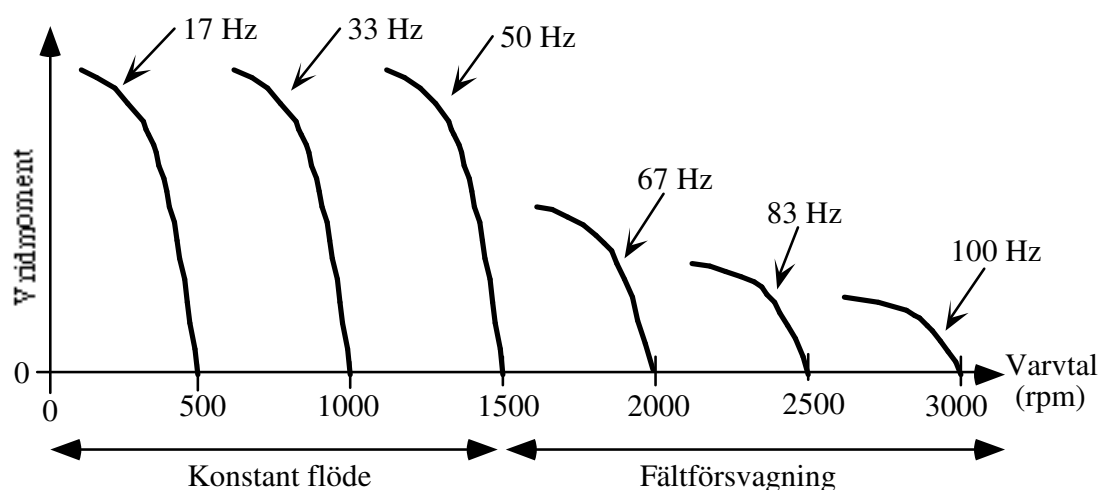
#### 4.6.1.3 Fältförsvagning vid höga varvtal

När frekvensen ökas över märkfrekvens, går det inte utan vidare att höja spänningen över märkspänningen. Lindningens isolation tål inte hur hög spänning som helst, och omriktaren som matar motorn med spänningar kan normalt inte ge högre spänning än maskinens

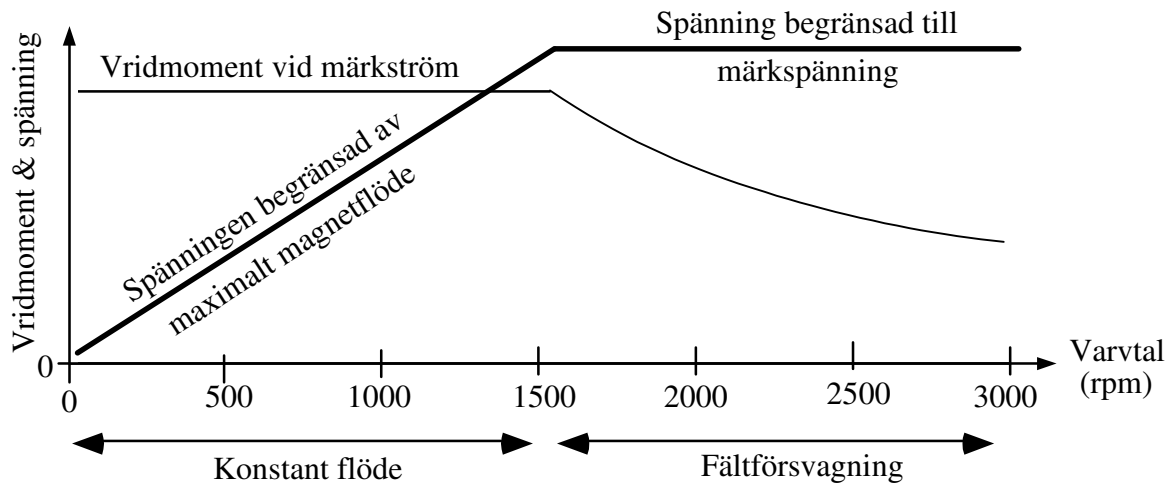
märkspänning. Därför måste man oftast låta spänningen vara kvar på märkspänning när frekvensen blir över märkfrekvens. Ur ekvation (4.15) kan man då se att det kommer att resultera i ett svagare magnetfält när frekvensen blir högre. Detta kallas för att maskinen går med fältförsvagning.

Det svagare magnetfältet kommer att visa sig genom att momentkurvan kommer att bli lägre. Vridmomentet vid en viss eftersläpning kommer att vara proportionell mot kvadraten på flödets amplitud. Fördubblad frekvens vid bibehållen amplitud på statorspänningarna kommer att halvera flödestätheten, vilket alltså ger fyra gånger lägre momentkurva. Dock kan man vid reducerat flöde köra maskinen högre upp mot maximimomentet utan risk för överhettning, för att strömmarna inte blir så höga som vid maximalt flöde. Det går alltså att köra maskinen på höga varvtal genom att försvaga magnetfältet, till priset av att den inte längre kan producera lika högt vridmoment. I figur 4.24 visas momentkurvorna för några frekvenser under, på och över märkfrekvens. Om man från sådana kurvor tar fram vridmomentet maskinen ger vid märkström, för alla olika matningsfrekvenser, fås ungefär det maximala vridmoment som visas i figur 4.25. I den figuren finns också kurvan för maximal matningsspänning vid olika varvtal inritad.

Kurvorna för moment vid låga varvtal i figur 4.25 förutsätter att den maximala strömmen man får ha i statorlindningen är lika med märkströmmen, även vid låga varvtal. Detta gäller bara om man har en kylfläkt som drivs av en egen liten motor eftersom den kylfläkt normala asynkronmaskiner har sitter på motoraxeln och alltså kyler sämre då varvtalet sjunker. På grund av den försämrade kylningen måste strömmen och därmed momentet sänkas något vid sjunkande varvtal, för maskiner med kylfläkten på den egna maskinaxeln.



Figur 4.24 Asynkronmaskinens momentkurvor (endast delen över maxmomentet) vid konstant flöde och fältförsvagning.



Figur 4.25 Asynkronmaskinens maxspänning och dess vridmoment vid märkström som funktion av varvtalet .

#### 4.6.2 Start med frekvensomriktare

Med hjälp av frekvensomriktare går det att få högt vridmoment vid starten utan att motorströmmarna blir höga, genom att mata statorn med en mycket låg frekvens på bara några hertz. Startströmmarna till motorn behöver då inte vara större än märkströmmen, eftersom motorn arbetar på den linjära delen av momentkurvan, nära synkrona varvtalet. Strömmen som frekvensomriktaren drar från elnätet kan vara ännu mindre än motorströmmen, eftersom frekvensomriktarens likriktare kan dra strömmar med  $\cos(\varphi)=1$  och spänningen på nätsidan är mycket högre än startspänningen till motorn. Den aktiva effekten som motorn behöver vid en sådan här start är mycket låg, alltså blir nätströmmen också låg eftersom den bara behöver motsvara den aktiva effekt motorn drar. Den reaktiva strömmen till motorn kan växelriktaren producera utan att det går någon reaktiv ström från nätet. Reaktiv effekt är ju bara en pendlande effekt och därför kan den produceras med hjälp av energin lagrad i kondensatorer i likledet på frekvensomriktaren. Med frekvensomriktarstart finns alltså inte problemet med höga startströmmar. Ibland kan en lugn och mjuk start vara ett tillräckligt skäl att använda frekvensomriktare även om man inte behöver utnyttja den för variabelt varvtal i normaldrift.

#### 4.6.3 Andra metoder för varvtalsreglering

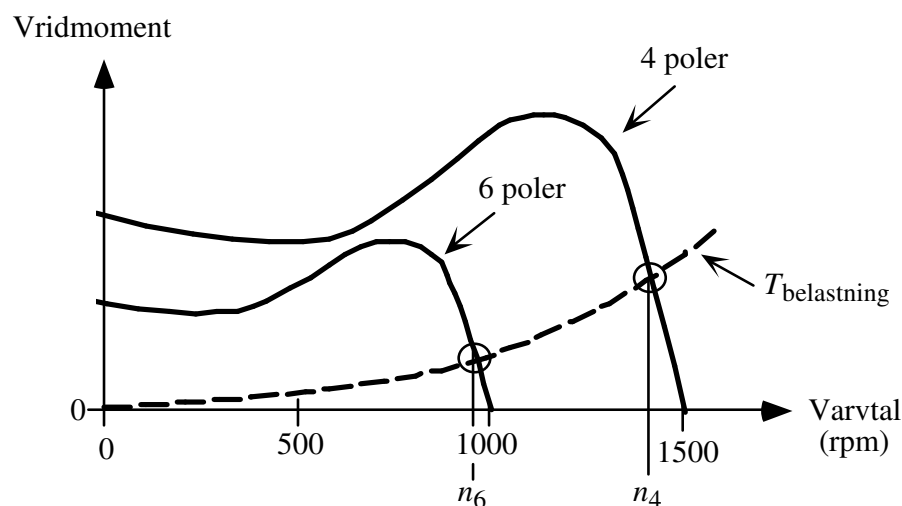
Som vi såg i början av detta avsnitt finns det tre olika sätt att styra varvtalet. Det andra sättet var att göra statorlindningar som kan ge olika poltal på magnetfältet. Ju högre poltal desto lägre blev synkrona varvtalet för en viss given frekvens på matande spänningar.

En asynkronmaskin kan ha flera statorlindningar med olika antal poler eller en lindning som kan kopplas om så att den får två olika poltal. Genom att ändra poltalet på statorlindningen kan man ändra varvtalet, men inte kontinuerligt utan bara i steg. Man kan ju bara ha poltal som är jämna heltal. Varje poltal kommer att ge en egen momentkurva och därmed en stationär driftspunkt, vilket visas i figur 4.26. Polomkoppling är lämpligt för att driva laster

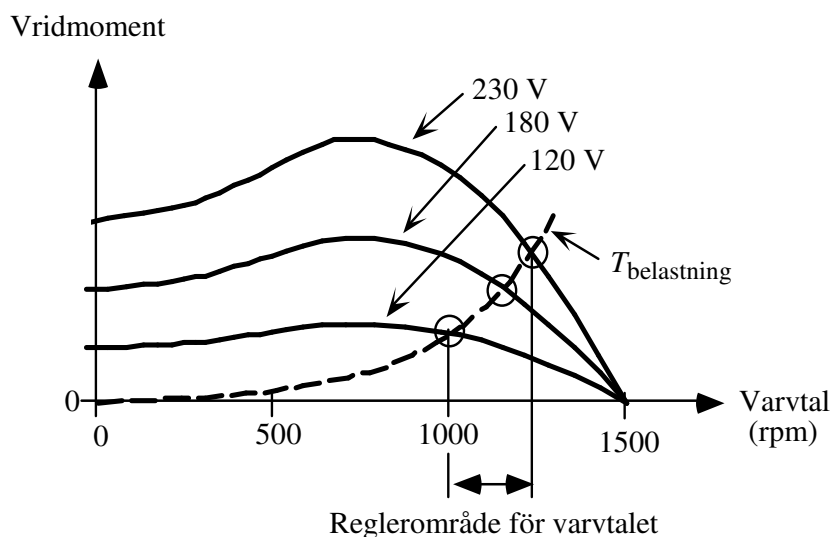
där det inte är nödvändigt med kontinuerligt styrbart varvtalet utan där två fasta varvtalet räcker. Ett exempel på användning för en polomkopplingsbar tvåhastighetsmotor är ventilationsfläktar i större fastigheter.

Ett tredje sätt att reglera varvtalet på asynkronmaskiner är att påverka eftersläpningen. Det kan man göra genom att påverka lutningen på momentkurvan, genom att till exempel sänka statorspänningen. Sänkt spänning ger en flackare momentkaraktäristik och på så sätt sänks varvtalet lite. Denna styrmetod fungerar dock bara på laster för vilka effekten sjunker mycket fort med varvtalet, eftersom varvtaletssänkningen inte kan bli speciellt stor. Dessutom krävs att motorn har en flack momentkaraktäristik redan vid full spänning. Normalt används bara specialtillverkade motorer, med extra bra rotorkylning, eftersom rotorförlusterna blir höga. Metoden ger mycket dålig motorverkningsgrad, eftersom eftersläpningen ökar kraftigt, men den är billig och för små fläktmotorer är den ofta den ekonomiskt bästa metoden. En variant av denna metod används i bland annat cirkulationspumpar för vattnet i värmesystem. Istället för att ändra statorspänningen så kopplas istället fler eller färre varv in i statorlindningen, vilket också leder till varierande magnetfält.

I figur 4.27 visas ett exempel på hur momentkurvan och därmed driftpunkten varierar genom att man sänker matningsspänningen. Vid sänkt spänning, och bibehållen frekvens, ändras inte formen på momentkurvan utan bara höjden. Man kan till exempel se att det synkrona varvtalet och varvtalet vid vilket man har maxmoment är samma för alla de tre kurvorna i figuren. Även relativt måttliga spänningssänkningar ger stor sänkning av momentkurvan, för momentet är proportionellt mot kvadraten på matande spänning. I ekvivalenta schemat kan man se att alla effekterna i maskinen måste bero på kvadraten av spänningen, eftersom impedansvärdena är konstanta. Då vridmomentet är proportionellt mot luftgapseffekten varierar även det med kvadraten på spänningen.



Figur 4.26 Momentkurva för en polomkopplingsbar asynkronmaskin med 4 eller 6 poler.



Figur 4.27 Momentkurvan för en liten asynkronmaskin som varvtalsregleras genom att statorspänningens amplitud ändras.

#### 4.7 Likströmsmaskinen

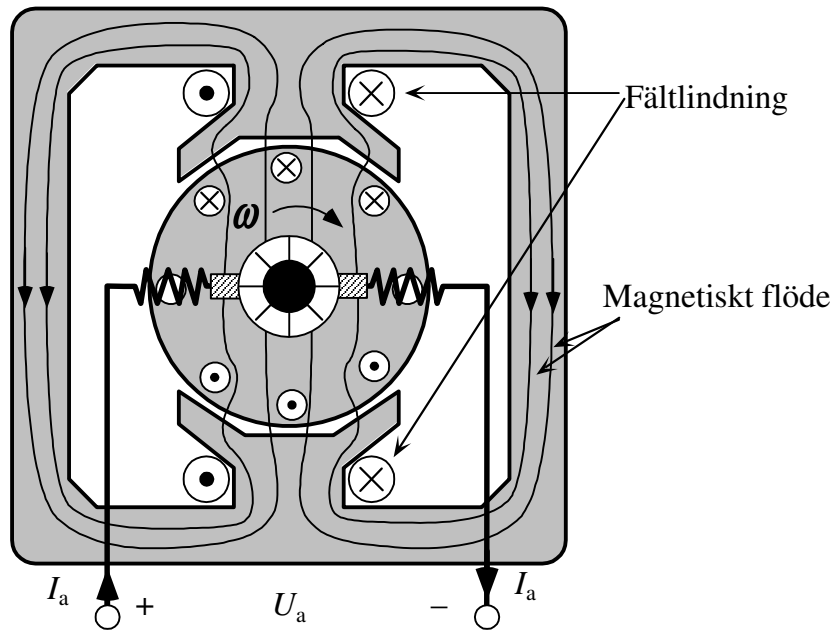
Likströmsmaskinen har fått sitt namn eftersom den drivs direkt med likström, till skillnad från bland annat asynkronmaskinen som ju behöver växelspänningar för att skapa ett roterande magnetfält. Likströmsmaskinen är mer komplicerad i sin mekaniska uppbyggnad än asynkronmaskinen och den har dessutom kol för att föra över ström till rotorn. Kolen slits vilket gör att det krävs regelbundet underhåll av likströmsmaskiner. Tidigare har likströmsmaskinen varit den enda maskinen som man snabbt och effektivt har kunnat varvtalsreglera. Det har uppvägt dess mer underhållskrävande konstruktion och att den är dyrare än en asynkronmaskin. Numera kan man lika enkelt varvtalsreglera asynkronmaskiner och det har gjort att likströmsmaskiner kommer att försvinna i de högre effektområdena. Fortfarande har likströmsmaskinen klara fördelar i system med låg spänning och låg effekt och även för vissa användningsområden där motorn inte behöver hålla för så lång drifttid, så att underhållsbehovet inte är något problem.

I likströmsmaskinen skapar man ett stillastående magnetfält i luftgapet med hjälp av en fältlindning i statorn. En principbild av en likströmsmaskin visas i figur 4.28. Om magnetisk mättning försummas kan magnetfältet anses vara proportionellt mot fältströmmen. För att vridmoment skall alstras måste strömmarnas fördelning på rotorn stå still relativt magnetfältet, oberoende av rotationen. Det åstadkoms med en kommutator som ser till att rotorströmmarna alltid matas in till rotorlindningen i samma punkter, oberoende av rotorns vridning.

När rotorn roterar kommer rotorledarna att röra sig relativt det stillastående magnetfältet. Därför induceras en spänning på varje rotorledare. Spänningen på en enskild ledare är en växelspänning med samma frekvens som rotorvarvtalet motsvarar, men kommutatorn gör att spänningen känd utifrån kommutatorkolen är en likspänning. Den inducerade ankarspänningen är proportionell mot rotorns varvtal  $\omega$  och det magnetiska flödet

$$E_a = k' \Phi \omega \quad (4.17)$$





Figur 4.28 En principbild av en likströmsmaskin (i motordrift).

Det magnetiska flödet är approximativt proportionellt mot fältströmmen. Alltså kan den inducerade spänningen uttryckas

$$E_a = k I_f \omega \quad (4.18)$$

Likströmsmaskinen kan representeras med ett ekvivalent schema enligt figur 4.29. Maskinen har två separata kretsar. Fältkretsen matas med en ström  $I_f$  för att magnetisera maskinen. Fältlindningen sitter i maskinens stator och resistansen i fältlindningen gör att det krävs en liten aktiv effekt för magnetiseringen. Ankarkretsen är den krets som skapar vridmomentet genom att strömmen  $I_a$  går i magnetfältet från fältlindningen. Ankarlindningen sitter på rotorn och matas via kommutatorn. Även denna lindning har en resistans och dessutom induceras spänningen  $E_a$  på ledarna i ankarlindningen, när rotorn roterar i magnetfältet. Liksom för alla andra lindningar så har även fält- och ankarlindningarna i likströmsmaskinen induktans, men i en likströmskrets i stationärtillstånd märks inte induktanser.

Den mekaniska effekten som likströmsmaskinen skapar är den del av den inmatade effekten i ankarkretsen som inte är förluster, det vill säga

$$P_{\text{mek}} = E_a I_a \quad (4.19)$$

Axelmomentet kan fås genom att dividera den mekaniska effekten med axelns rotationshastighet

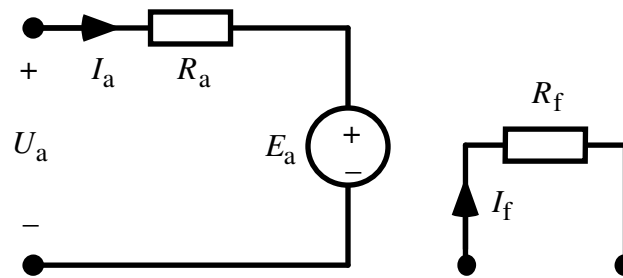
$$T = \frac{P_{\text{mek}}}{\omega} \quad (4.20)$$

Genom att använda ekvationerna (4.17) och (4.18) kan vridmomentet även uttryckas som

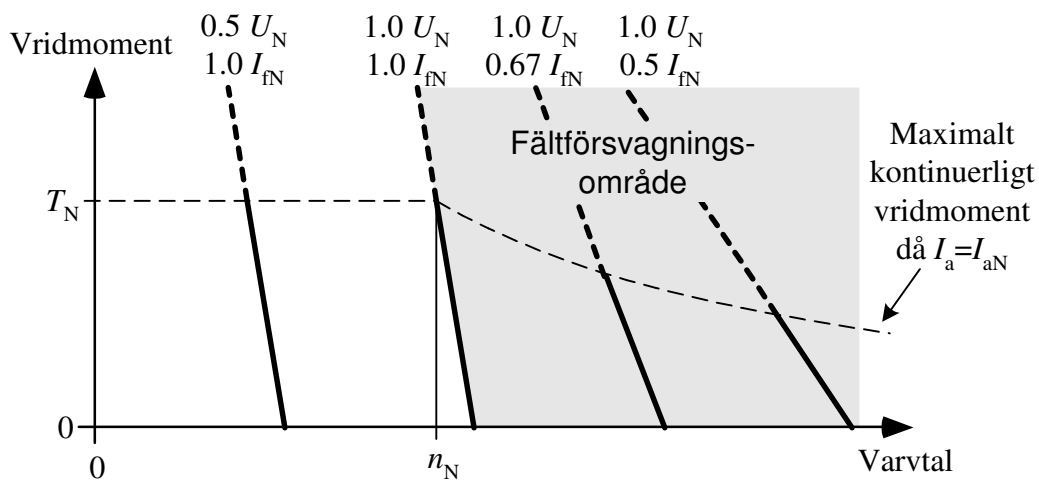
$$T = k I_f I_a \quad (4.21)$$

#### 4.7.1 Separatmagnetiserad likströmsmaskin

Likströmsmaskinen är ofta separatmagnetiserad och då matas fältströmmen  $I_f$  från en egen källa. Varvtalet styrs sedan genom att variera ankarspänningen  $U_a$ . Vid låga varvtal hålls ofta fältströmmen på sitt maximala värde, för att maskinen skall kunna ge ett högt vridmoment, utan att ankarströmmen blir för hög. Om man vill nå höga varvtal, men bara har begränsad ankarspänning  $U_a$  att tillgå, kan man behöva sänka fältströmmen, så kallad fältförsvagning. Det maximala varvtalet man kan nå är det varvtal vid vilket den inducerade spänningen  $E_a$  är lika hög som den maximala ankarspänningen. Om man sänker fältströmmen, "fältförsvagar", så sjunker magnetfältets flödestäthet. Lägre flödestäthet ger lägre inducerad spänning och alltså kan motorn nå ett högre varvtal innan den inducerade spänningen når upp till den maximala ankarspänningen. Man kan på detta sätt nå höga varvtal, men till priset av att det vridmoment maskinen kan producera vid märkström sjunker.



Figur 4.29 Ett ekvivalent schema för likströmsmaskinen.



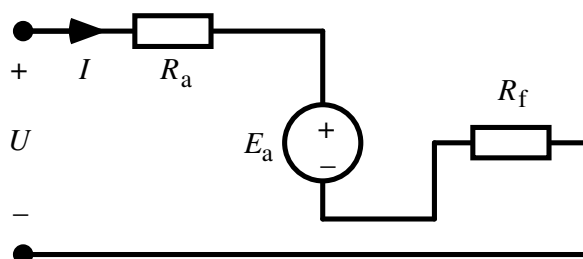
Figur 4.29b Momentkurvor för en separatmagnetiserad likströmsmotor vid olika fältström och olika ankarspänning.

Större separatmagnetiserade likströmsmaskiner är lite svåra att starta utan kraftelektronik. Visserligen ger den ett mycket högt vridmoment om den startas med full spänning, men dess startström blir då väl hög. Därför bör en separatmagnetiserad motor vanligtvis startas med sänkt spänning. En fördel med en separatmagnetiserad maskin är att dess varvtal varierar relativt lite med belastningen precis som för asynkronmaskiner.

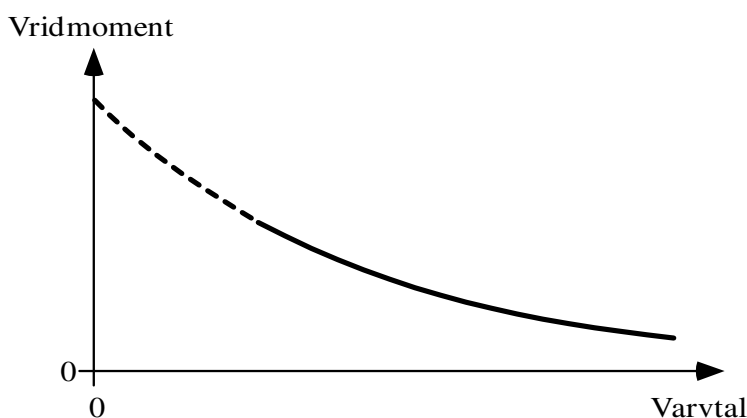
#### 4.7.2 Seriemagnetiserad likströmsmaskin

Om man kopplar fältlindning och ankarlindning i serie får man en så kallad seriemagnetiserad motor som är speciellt lämplig för att drivas utan kraftelektronik som styr motorströmmen. Vridmoment som funktion av varvtal för en seriemagnetiserad likströmsmotor visas i figur 4.30. Den seriemagnetiserade motorn kan ge ett högt vridmoment vid starten som sedan sjunker med ökande varvtal. Ofta är seriemagnetiserade motorer gjorda så att de får startas genom att direkt koppla dem till full spänning.

En fördel med den seriemagnetiserade maskinen är att dess varvtal ändrar sig kraftigt med belastning. I vissa lägen är detta naturligtvis en nackdel, men det innebär den fördelen att motorn är svår att överbelasta. Om den lastas med ett högt vridmoment kommer varvtalet att sjunka kraftigt, och därmed kommer effekten som motorn avger inte att öka mycket, trots kraftigt ökat vridmoment. Ett problem med seriemotorn är att dess tomgångsvarvtal blir mycket högt, teoretiskt sett oändligt högt. Därför kan det vara skadligt för en seriemotor att gå obelastad.



Figur 4.30 Ekvivalent schema för en seriemagnetiserad likströmsmotor.



Figur 4.31 Momentkurva för en seriemagnetiserad likströmsmaskin med konstant matningsspänning. (Den streckade delen av kurvan får bara användas kortvarigt)

### 4.7.3 Användning av likströmsmaskiner

Stora likströmsmaskiner används i stort sett bara ihop med kraftelektronik som kan styra ankarspänning eller ankarström så att motorns varvtal eller vridmoment kan regleras. Vid små effekter används likströmsmaskiner för apparater som inte behöver hålla för så lång tids drift. Likströmsmaskinen är lämplig speciellt för batterimatade maskiner eller små maskiner som skall ha ett högt varvtal.

## 4.8 Andra typer av elektriska maskiner

### 4.8.1 Allströmsmotorn

En likströmsmaskin med ankar- och fältlindningarna kopplade i serie kan matas med spänning av godtycklig polaritet, och ändå bara rotera åt ett visst håll. Man kan alltså inte vända rotationsriktning på en seriemaskin genom att byta polaritet på matningsspänningen, som man kan för en separatmagnetiserad likströmsmotor. Detta beror på att, om strömmen i ankarlindningen byter riktning så byter också fältströmmen riktning och därmed byts riktningen på magnetfältet i luftgapet. Om både ankarström och magnetfält byter tecken kommer tecknet på vridmomentets tecken att vara oförändrat, det vill säga rotationsriktningen ändras inte. (För att byta rotationsriktning måste polariteten på fältlindningen kopplas om i förhållande till ankarlindningens polaritet.)

Egenskapen att en seriemotor inte är beroende av spänningens polaritet kan användas för att mata en seriemotor med växelström. Man har då fått en så kallad allströmsmotor, som kan gå med både likström och växelström. I många apparater är det viktigt att kunna driva motorn direkt med 50 Hz växelström från nätet, för att slippa extra kraftelektronik till motorn. En viktig skillnad mellan en allströmsmotor och en seriemotor för likström, är att statorns järnkärna måste vara laminerad i allströmsmotorn. Eftersom magnetfältet byter riktning i takt med nätspänningen så skulle man annars få höga virvelströmsförluster i järnet.

Asynkronmotorn är i de flesta fall den billigaste och robustaste motorn för växelspanning, men grund av sitt funktionssätt är varvtalet på en asynkronmotor matad från ett 50 Hz nät begränsat till 3000 rpm. Allströmsmotorer kan ha ett högre varvtal än 3000 rpm och kan därför göras lättare och mindre än asynkronmaskiner för samma effekt. Priset för det högre varvtalet är en väsentligt kortare livslängd än för en asynkronmotor. Allströmsmotorer har också högre startmoment än asynkronmotorn och startströmmen blir inte riktigt lika hög som för en asynkronmotor. På grund av dessa fördelar så används allströmsmotorn ofta i handburna maskiner, som måste ha låg vikt, och i motorer som skall kunna starta med hög last. Exempel på användningsområden för allströmsmotorer är dammsugare, handborrmaskin och mixer. Även i tvättmaskiner förekommer allströmsmotorer för att kunna få ett högt centrifugeringsvarvtal.

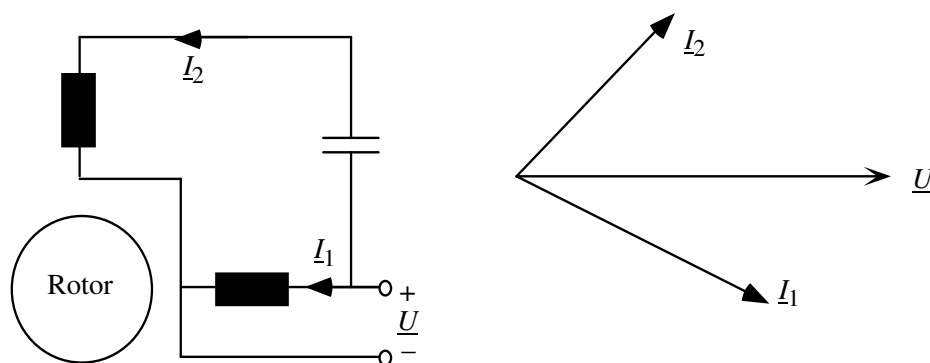
## 4.8.2 Enfas asynkronmotorer

I en trefas asynkronmotor så skapas ett roterande magnetfält av de tre fäsförskjutna spänningarna. Om man skall kunna driva en asynkronmotor med bara en fasspänning så måste man skapa ett roterande magnetfält på något annat sätt. Alla maskiner som är på några hundra Watt eller lägre brukar vara enfasmaskiner eftersom man i normala hushåll och kontor inte har tillgång till trefasuttag. Man vill ändå kunna använda asynkronmotorer till många maskiner eftersom asynkronmotorn är så långlivad. Allströmsmotorn, som ju också går på enfas, måste underhållas om den skall hålla för lång driftstid.

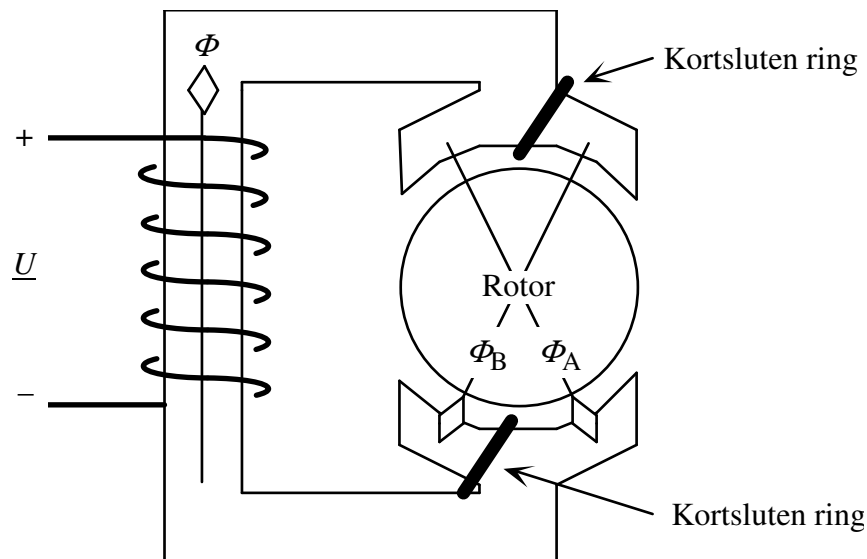
Det finns några olika sätt att bygga asynkronmaskiner som kan drivas med en fasspänning.

I en kondensatormotor har man gjort statorlindningen med två 90 grader förskjutna lindningar. Den ena lindningen matats med nätspänningen via en seriekondensator som i Figur 4.32. Om kondensatorns impedans är mycket större än lindningens impedans kommer strömmen i den kondensatormatade lindningen att ligga före strömmen i huvudlindningen. Tillsammans kommer de två lindningarna då att skapa ett roterande magnetfält. Visserligen blir fäsförskjutningen inte exakt 90 grader och amplituden på det roterande magnetfältet kommer att variera medan det roterar. Dessa nackdelar gör kondensatormotorns lite mindre effektiv än trefasmotorn, men i stort sett kommer den att ha samma egenskaper som en trefasmotor. Kondensatormotorer används bland annat i kylskåp och i större fläktar och i diskmaskiners huvudmotor.

En annan enfasig asynkronmotor är skärmpolsmotorn, se figur 4.33. I den har man alstrat ett magnetfält  $\Phi$  med en lindning matad med växelspänning, vilket gör att det bara växlar riktning, men inte roterar. Genom att lägga små kortslutna lindningar över halva polerna vid luftgapet så kommer magnetfältet delas upp i två delar,  $\Phi_A$  och  $\Phi_B$ . På grund av att kortslutningsringen försöker bromsa magnetfältet genom den så kommer magnetfältet  $\Phi_B$  att förskjutas så att det kommer en liten tid efter  $\Phi_A$ . På så sätt kommer magnetfältet i luftgapet att vrida sig. Visserligen blir det inte en rotation runt hela varvet, men den lilla vridningen som magnetfältet gör räcker för att få rotorn att snurra.



Figur 4.32 En schematisk bild av hur lindningarna i en kondensatormotor ligger och hur de matas från en enfas växelspänning.



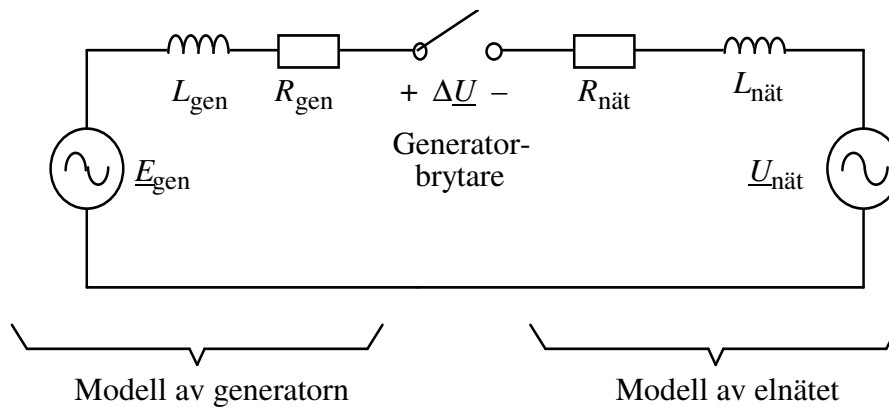
Figur 4.33 En skärmpolsmotor och dess magnetfält.

Skärmpolsmotorer blir mycket långlivad eftersom den inte behöver några kol och någon kommutator, som allströmsmotorn. Dess startmoment blir dock lågt och varvtalet är maximalt knappt 3000 rpm. Skärmpolsmotorn används bland annat i små fläktar och tömningspumpar till tvätt- och diskmaskiner.

#### 4.8.3 Synkrogeneratoren

Den totalt dominerande typen av generator är synkrogeneratoren. I en synkrogenerator alstras magnetfältet av en likströmslindning på rotorn, fältlindningen. När rotorn roterar kommer magnetfältet att rotera lika fort som rotorn, därav namnet synkrogenerator. Statorlindningen är trefasig och är gjord på samma sätt som i en asynkronmaskin. Det roterande magnetfältet kommer att inducera trefasig växelspanning i statorlindningen. Genom att styra hur stor fältström maskinen matas med kan man styra storleken på magnetfältet och därmed kan amplituden på de inducerade statorspänningarna styras.

Liksom för asynkronmaskinen kommer statorlindningarna att ha en viss induktans och en viss resistans. Därför kan maskinen representeras med modellen i Figur 4.34. När en synkrogenerator skall kopplas till ett elnät med spänning på, måste den fasa in. Det beror på att man inte kan koppla ihop två olika spänningskällor hur som helst, för då kan man få mycket höga inkopplingsströmmar som kan skada generatoren och störa elnätet. Innan man kopplar in synkrogeneratoren måste man se till att nätspänningen och generators spänning är helt lika. Det kan man göra genom att mäta spänningen,  $\Delta U$ , över generatorbrytaren. När spänningen  $\Delta U$  i alla faser är konstant lika med noll kan brytaren kopplas till. För att det skall gälla måste generators och nätets spänningar ha: samma amplitud, samma frekvens, samma fasföljd och samma fasläge. I de flesta fall övervakas infasningen av ett automatiskt fasningsdon, som inte kopplar till brytaren förrän alla villkoren är uppfyllda.



Figur 4.34 Ekvivalent Y-fas-modell av en synkronmaskin och det nät den skall kopplas till.

I Figur 4.34 ser man att en synkrongenerator kopplad till ett elnät motsvarar en spänningskälla som via induktans och en resistans skall mata ut effekt till en annan spänningskälla. Detta är samma fall som när effekt skall överföras på en resistiv och induktiv ledning. Sedan tidigare vet vi alltså att man kan överföra såväl aktiv som reaktiv effekt till nätet genom att styra amplituden på generatorns inducerade spänning och genom att ändra fasvinkeln mellan spänningskällorna. En synkrongenerator kan alltså producera både aktiv effekt och reaktiv effekt. Den reaktiva effekten styrs för att hålla nätspänningen konstant och den aktiva effekten styrs för att hålla nätfrekvensen konstant.

Synkronmaskiner kan även användas som motorer, men kravet på att de skall fasa in på ett elnät innan de kan driva något gör att de är ovanliga. Dels är de lämpliga som motorer för höga effekter, på flera MW, och dels används mindre synkronmotorer för drivsystem som matas med kraftelektronik. Synkronmotorer med lägre effekt än 1 MW är oftast inte lämpliga för att drivas direkt med spänningarna från ett elnät.

## 5 Kraftelektronik

### 5.1 Inledning

När man använder elektricitet för att överföra energi i ett stort elnät och skall kunna använda den för vitt skilda ändamål så måste det finnas möjligheter att styra och omforma elenergin. Transformatorn ger möjlighet att ändra spänningsamplituden i stort sett förlustfritt, men det finns inte något lika enkelt sätt att ändra frekvensen och kurvformen på spänningen. Dessutom fungerar transformatorn bara för växelspänningar och den ger inte heller något enkelt sätt att kontinuerligt styra spänningen. För att t.ex. reglera processer har man i många fall behövt lösa problemet genom stegvisa omkopplingar av till exempel lindningsvarvtalet på en transformator eller med hjälp av stegvisa omkopplingar av impedanser. Omkopplingarna har behövt göras med någon form av strömbrytare. Strömbrytare är långsamma, dyra och slits ut vilket har gjort att reglering av höga effekter inte har varit så vanligt förekommande i elkraftteknikens historia.

Med kraftelektronik så går det, genom användning av bland annat transistorer, att styra elektrisk energi på ett snabbt sätt utan att behöva göra omkopplingar mekaniskt. Det som möjliggjort utvecklingen av kraftelektronik är tillgång till effekttåliga komponenter som med en liten effekt på en styrsignal kan styra en mycket större effekt i huvudkretsen. Halvledarkomponenter innebär vissa förluster, men de är normalt relativt små och verkningsgrader på 97-99 % är vanliga för stora kraftelektroniska omriktare.

Tack vare kraftelektroniken så kan man numera styra och reglera elenergi på ett snabbt, exakt och relativt billigt sätt. Detta har startat en ny våg av utveckling inom elkrafttekniken och har kommit att påverka alla delar av den klassiska elkrafttekniken, samt skapat helt nya forskningsområden. Elkraftsystemet kan styras noggrannare så att mer effekt kan överföras på det befintliga elnätet, vilket sänker kostnaderna. Kraftelektroniken har också gjort det möjligt att i stort sett förlustfritt styra och reglera likström. Därför har likström kommit att ta över en del områden där förr bara växelström kunde användas. Elektriska maskiner, som förr var tvungna att konstrueras för att drivas med en fast frekvens när de var direkt matade från ett elnät, kan nu konstrueras på ett mer optimalt sätt tack vare kraftelektroniken. De blir mindre, effektivare och de kan styras mycket snabbt och med hög precision. Även många processer i industrin kan regleras och styras snabbt och nästan förlustfritt med kraftelektronik. Samtidigt innebär användandet av kraftelektronik delvis nya problem med till exempel övertoner i elnätet och störningar mellan olika apparater.

En viktig sak som skiljer kraftelektronikdelen från tidigare avsnitt i denna kurs är att vi nu inte kan anta sinusformiga storheter eller stationärtillstånd systemen är inte heller linjära och därmed duger inte  $j\omega$ -metoden för analysen. Vi måste alltså gå tillbaka till kretsekvationerna uttryckta som differentialekvationer.



## 5.2 Diodlikriktare

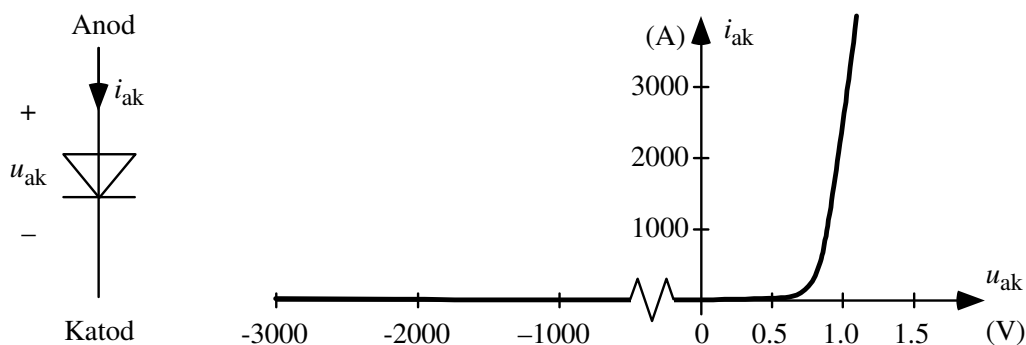
Att skapa en likspänning från elnätets växelspanning är ett vanligt behov. Det enklaste och billigaste sättet att göra det är att använda en likriktare uppbyggd med dioder, eftersom dioder är billiga och inte behöver någon styrutrustning. Eftersom nätspänningen är relativt stabil så räcker det i många fall att ta likspänningen direkt från diodlikriktaren, men den varierar i så fall lite med nätspänningen. Om man har höga krav på en exakt likspänning så brukar man ha en spänningsreglering efter diodlikriktaren, bestående av en eller flera transistorer.

I detta avsnitt så kommer diodlikriktarens funktion att förklaras. Utifrån sättet den fungerar går det också att räkna ut vilken likspänning diodlikriktaren ger vid en viss nätspänning. Likspänningen från en diodlikriktare innehåller växelspanningsrippel och måste därför glättas. Därför beskrivs också hur en induktans kan användas för att filtrera bort växelspanningskomponenten i den likriktade spänningen. Det ingår dock inte i denna kurs att förstå hur likriktaren fungerar när den matas av icke ideala spänningskällor eller hur den uppför sig då strömmen genom den blir noll under vissa delar av en period (så kallad diskontinuerlig ström).

### 5.2.1 Dioden

Dioder spärrar ström åt ena hållet men leder ström åt andra hållet. De finns i storlekar upp till flera tusen Ampere och de kan tåla att spärra spänningar på upp till några tusen volt. Dessutom kan dioder relativt enkelt seriekopplas vilket gör att man kan klara av ännu högre spänningar. Det är dock vanligast att kraftelektronik görs för spänningar på under 1000 V, även vid relativt höga effekter som flera hundra kW.

En diod har en olinjär ström/spänningskaraktäristik. I figur 5.3 finns en diodkaraktäristik inritad. Man kan se att när dioden leder ström i framriktningen så har den ett spänningsfall på cirka 1V. Spänningsfallet är lite strömberoende. Normalt kan man försumma spänningsfallet i dioder när man analyserar hur en kraftelektronisk koppling fungerar, förutom när förluster eller verkningsgrad skall beräknas.



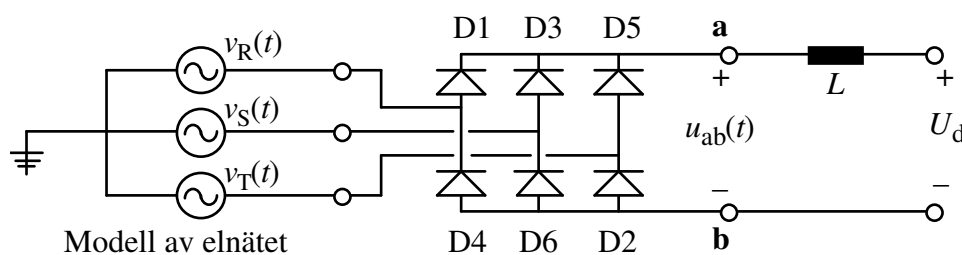
Figur 5.3 Spänning/ström karakteristiken för en diod som tål 3000 A och 3200 V.

## 5.2.2 Trefaslikriktarens funktion

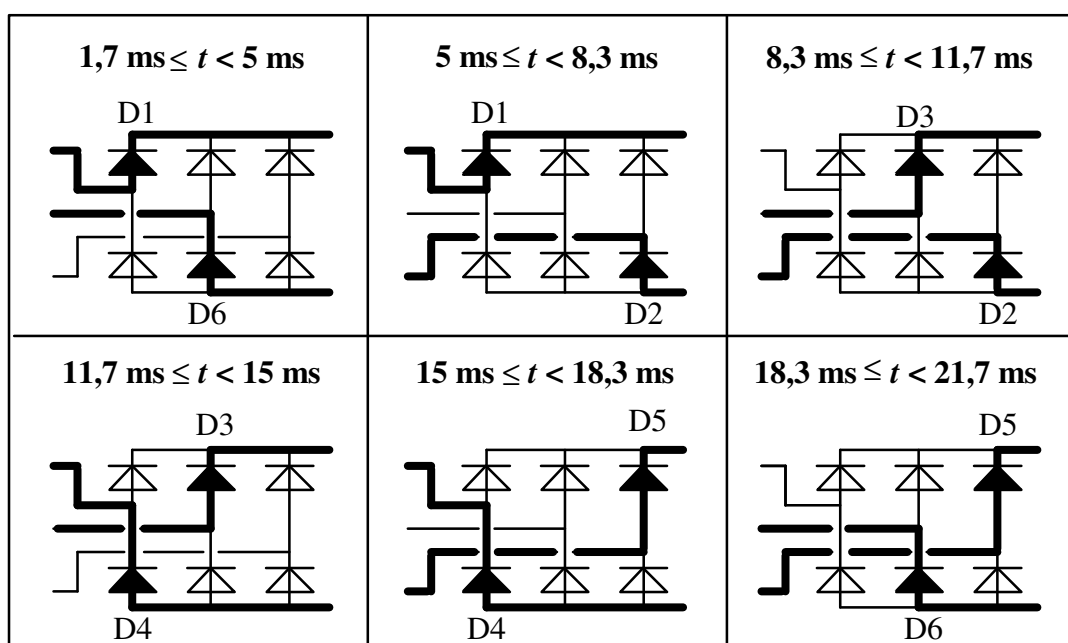
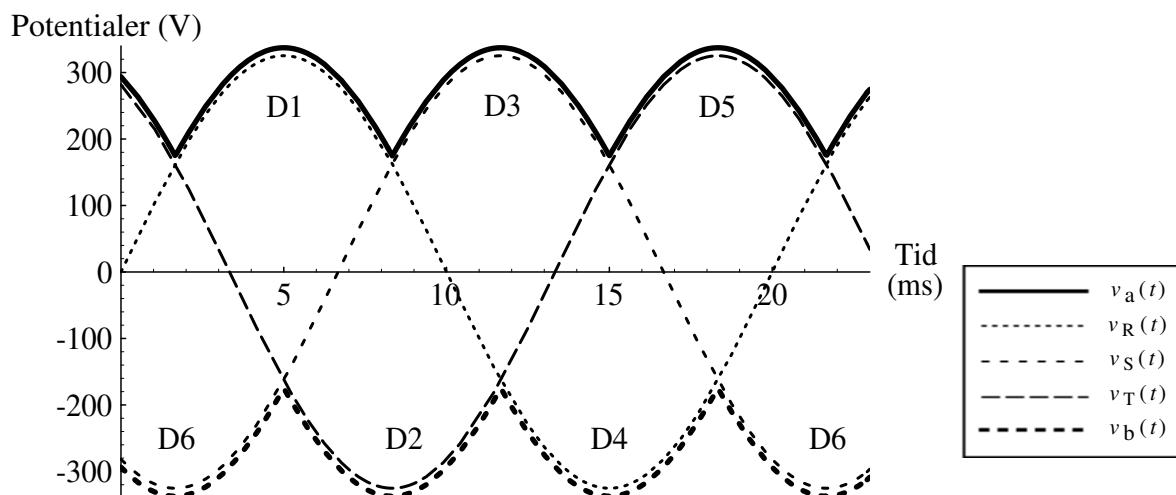
Diodlikriktare används för att skapa en likspänning från ett växelspanningsnät. För högre effekter vill man normalt ansluta sig till ett trefasigt elnät. Då kan kopplingen i figur 5.4 användas. Spänningen  $u_{ab}(t)$  efter dioderna består, som vi skall se nedan, av en likspänningskomponent samt överlagrade växelspanningar. För att få en slät likström samt för att filtrera fram likspänningskomponenten  $U_d$  av spänningen används induktansen  $L$ .

Kopplingen fungerar så att av de tre övre dioderna så är det dioden i den fas som för tillfället har högsta faspotentialen som leder. Den högsta faspotentialen kopplas då till punkt **a**, vilket innebär att de två andra dioderna får negativ spänning över sig och följaktligen inte leder någon ström. På detta sätt kommer potentialen i punkt **a** att alltid bli den högsta av de tre faspotentialerna. De tre nedre dioderna fungerar likadant och eftersom de har anoden mot likspänningssidan av likriktaren så kopplar de fasen med den lägsta potentialen till punkt **b**. Potentialerna i punkterna **a** och **b** kan alltså fås ur ett diagram med de tre faspotentialerna på elnätet, se figur 5.5. Man kan ur det diagrammet också se vilken diod som leder i vilket ögonblick. Då en faspotential är högst av de tre, så leder den övre dioden som matas av den fasen. Då samma faspotential är lägst så leder den nedre dioden som är ansluten till den fasen. Hela tiden leder två av de sex dioderna, en i den övre delen av diodbryggan och en i den undre delen. I exemplet i figuren så har nätspänningarna frekvensen 50 Hz och huvudspänningens effektivvärde är 400 V.

Den likriktade spänningen  $u_{ab}(t)$  från dioderna, kommer naturligtvis att vara potentialskillnaden mellan punkt **a** och **b**. Eftersom potentialskillnaden mellan **a** och **b** alltid är skillnaden mellan två faspotentialer så kommer den likriktade spänningen  $u_{ab}(t)$  att alltid följa en av huvudspänningarna på nätet. Man kan i figur 5.5 se vilken huvudspänning som likspänningen blir i varje tidpunkt. Till exempel, mellan tiden 1.67 ms och 5 ms så leder dioderna D1 och D6 vilket gör att  $u_{ab}(t)$  då blir lika med  $u_{RS}(t)$ . Det visar sig att det går att kombinera fram sex huvudspänningar ur de tre faspotentialerna, de tre "vanliga" huvudspänningarna  $u_{RS}(t)$ ,  $u_{ST}(t)$  samt  $u_{TR}(t)$  och samma spänningar med ombytt tecken  $u_{SR}(t)$ ,  $u_{TS}(t)$  samt  $u_{RT}(t)$ . Spänningen  $u_{ab}(t)$  kommer att alltid vara den högsta av de sex huvudspänningarna. I figur 5.6 ser man de sex huvudspänningarna samt den likriktade spänningen  $u_{ab}(t)$ . Den likriktade spänningen består av en likspänningskomponent, men också ett spänningsrippel. Grundfrekvensen för rippet är 6 gånger nätfrekvensen, eftersom rippet upprepar sig sex gånger under varje period av nätspänningen.



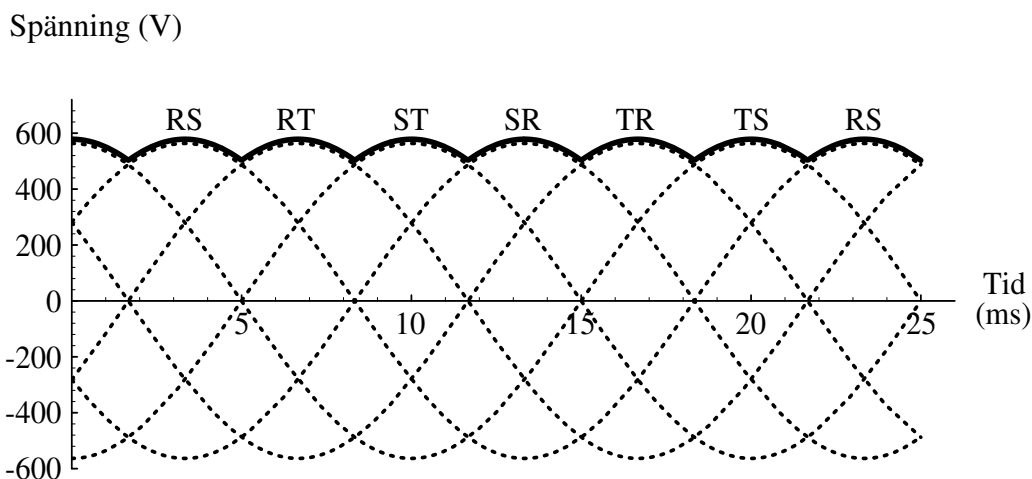
Figur 5.4 En trefasig diodlikriktare med glättningsspole samt en elektrisk modell av det matande elnätet.



Figur 5.5 Faspotentialerna på de tre faserna på ett 400 V/50 Hz elnät samt potentialerna i punkt a och b. Dessutom visas hur strömmen går i diodlikriktaren under olika delar av perioden.

### 5.2.3 Glättningsinduktansen

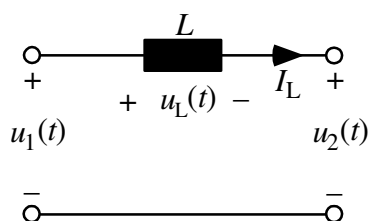
Spänningen  $u_{ab}(t)$ , direkt från en diodlikriktare, var ju som vi såg ovan inte en ren likspänning. För att filtrera bort spänningsriplet, så att det inte kan påverka strömmen genom likriktaren och spänningen till lasten, så använder man en glättningspole med induktansen  $L$ . Denna spole gör att strömmen ändrar sig så långsamt att den inte hinner påverkas nämnvärt under den korta periodtiden hos spänningsriplet. Spolen skall förmå lagra den extra energi som tas i från nätet när spänningen  $u_{ab}(t)$  är högre än medelspänningen  $U_d$ , för att senare avge denna energi till lasten när spänningen  $u_{ab}(t)$  är lägre än medelspänningen. På detta sätt kan effekten och spänningen efter spolen hållas konstant genom att effektvariationerna från dioderna tas upp av spolen så att dess lagrade magnetiska energi tillåts variera.



Figur 5.6 Likledsspänningen  $u_{ab}(t)$ , heldragen linje, som alltid är lika med den högsta av de sex tillgängliga huvudspänningarna från nätet. Bokstavsbeteckningarna visar vilken av huvudspänningarna som  $u_{ab}(t)$  följer vid olika tidpunkter.

För att förstå hur detta fungerar måste vi gå tillbaka till grundekvationen för strömmen genom en spole. I figur 5.6b visas en spole i en krets. För den spolen gäller

$$\frac{di_L(t)}{dt} = \frac{u_L(t)}{L} \quad \text{och} \quad u_L(t) = u_1(t) - u_2(t) \quad (5.1)$$



Figur 5.6b Definition av spänningar och strömmar för en induktans.

Ekvationen visar att derivatan på strömmen genom en spole bestäms av spänningen över den dividerat med induktansen. Ju högre induktans desto långsammare ändrar sig strömmen för en viss pålagd spänning. För att strömmen skall hålla sig konstant så skall spänningen över spolen vara noll. Det behövs alltså ingen spänning för att upprätthålla strömmen i en spole! Själva spolen har i stället den egenskapen att den själv alltid håller strömmen konstant, om inte den yttre kretsen ökar eller minskar dess lagrade energi. Detta kan liknas vid ett svänghjul, som ju kan fortsätta att rotera utan att yttre kraft tillförs, så länge som det inte bromsas.

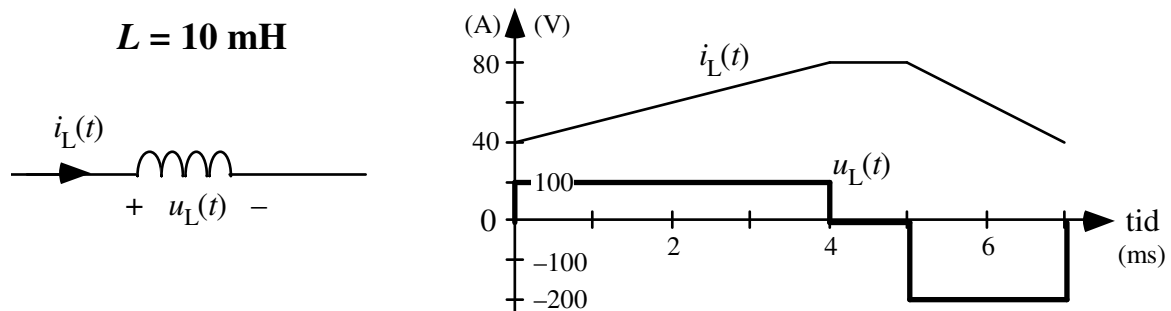
För att illustrera hur strömmen genom en spole påverkas av spänningen över den så ges här ett exempel för en spole med 10 mH induktans, illustrerat i figur 5.7. Man måste för det första alltid veta strömmens värde vid starten av en beräkning, eftersom det kan vara vad som helst, beroende på hur spänningen över spolen har styrts tidigare. I exemplet så antas startströmmen

$i_{\text{start}}$  vara 40 A. Spänningen över spolen är till en början +100 V. Strömmens derivata blir spänningen över spolen dividerat med induktansen, alltså + 10 000 A/s, och därför ökar strömmen. Så länge som spänningen över spolen är konstant så är derivatan på strömmen konstant. När det har gått 4 ms så har strömmen ökat till 80 A. Sedan blir spänningen över spolen noll och i enlighet med ekvation (5.1) är då strömmen konstant. Efter ytterligare 1 ms så läggs en negativ spänning på -200 V över spolen. Strömmens derivata blir då -20 000 A/s och strömmen börjar minska. Eftersom den negativa spänningen i vårt exempel har dubbelt så hög amplitud som den positiva hade så kommer strömminskningen att gå dubbelt så fort som strömökningen gjorde. Efter ytterligare 2 ms så har strömmen minskat till 40 A.

Om vi tar integralformen av ekvation (5.1) så fås att strömmen genom en induktans bestäms av startströmmen samt integralen av pålagd spänning

$$i_L(t) = i_{\text{start}} + \frac{1}{L} \int_{t_{\text{start}}}^t u_L(t') dt' \quad (5.2)$$

Ur ekvationen framgår att strömmen skall hålla sig konstant så måste integranden alltid vara noll, det vill säga spänningen över induktansen är noll. En speciell form av stationärtillstånd får man om spänningen får skilja sig från noll, men på ett sådant sätt att medelvärdet av spänningen över en viss periodtid är noll. Då kommer visserligen strömmen genom induktansen att variera under perioden, men den kommer att vara exakt den samma i början och slutet av perioden. Strömmen ändrar sig alltså under en period, men har samma värde vid början av varje ny period. Då råder en form av stationärtillstånd, så kallat kvasi-stationärtillstånd. Storheterna varierar visserligen men dess värde och variation upprepar sig exakt lika från period till period, på samma sätt som man kan säga att en växelspanningskrets är i stationärtillstånd, trots att dess spänningar och strömmar varierar. Dessutom kan variationen i induktansens ström göras liten genom att induktansen väljs hög i förhållande till pålagd spänning och dess periodtid. Om induktansen är tillräckligt stor så kommer strömmen genom induktansen kunna approximeras som en likström med värdet  $I_L = i_{\text{start}}$  även om spänningen över induktansen inte är noll, bara dess medelvärde är noll.

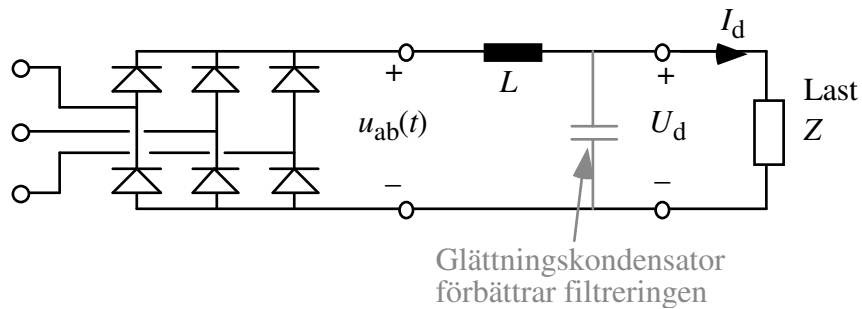


Figur 5.7 Spänning över en induktans och strömmen genom den.

Ur ekvation (5.2) framgår också att strömmen genom en induktans inte kan ändras språngvis. Även vid mycket höga värden på spänningen så krävs det alltid tid innan strömmen har ändrat sig. Denna egenskap, att en induktans alltid försöker hålla kvar strömmen på det värde den har, gör att man kallar induktansen för en strömstyv komponent. Fenomenet, att induktanser är strömstyva, kan man utnyttja för att analysera hur kraftelektronikkretsar uppför sig. I ett läge där någon halvledare slutar eller börjar leda kan det vara svårt att direkt inse hur kretsen kommer att reagera. Dock vet man att strömmen genom induktansen måste vara exakt den samma direkt före halvledaren bytte tillstånd och direkt efter, på grund av att omslaget går fort och att induktansen är strömstyv. Då går det lättare att fundera ut hur kretsen måste uppföra sig efter omslaget.

Stationärtillstånd kommer att råda i diodlikriktarkretsen när medelspänningen över induktansen är noll, oavsett storleken på induktansen. Dock påverkar induktansens storlek hur mycket strömmen genom induktansen kommer att variera. Om strömmen ut från likriktaren skall vara en likström måste  $L$  väljas så stort så att spänningsripplet i  $u_{ab}(t)$  inte hinner ge någon påverkan på likströmmen, under en period av spänningsripplets variation. I figur 5.7b visas en likriktare lastad med en passiv impedanslast. Ofta är lasten i huvudsak resistiv. I kretsen framgår att spänningen  $U_d$  blir strömmen  $I_d$  gånger lastimpedansen. Spänningen  $U_d$  blir alltså en likspänning bara om  $I_d$  är en likström.

Dock vill man i verkligheten inte ta för stor induktans, eftersom det ger en stor och dyr spole. Om man prutar lite på induktansens storlek kommer strömmen ut från likriktaren inte att vara en ren likström, då blir inte heller spänningen över lasten en ren likspänning utan en del av spänningsripplet i  $u_{ab}(t)$  kommer även att synas i spänningen över lasten. Fortfarande gäller dock att medelvärdet av spänningen över lasten måste vara lika med medelvärdet av  $u_{ab}(t)$ . Glättningsinduktansens verkan kan analyseras genom att se lastens impedans och glättningsinduktansen som ett filter. Om lasten är en resistans kommer systemet att bli ett lågpass LR-filter. För att likspänningen skall bli bra filtrerad skall induktansen väljas så att LR-filtrets brytfrekvens ligger en bra bit under frekvensen på spänningsripplet. För att förbättra filtreringen av spänningsripplet ytterligare använder man ofta induktansen i kombination med kapacitans parallellt med lasten. Då kan man tillåta större variationer i induktansströmmen och ändå se till att spänningen över lasten hålls nära nog konstant. Att filtrering av strömmen blir bättre med en kondensator parallellt med lasten beror på att systemet nu blir ett RLC filter och ett sådant är ett andraordnings filter, med kraftigare dämpning över brytfrekvensen. I denna kursen kommer vi i talen bara att räkna på fallet med tillräckligt stor induktans och därmed konstant likspänning  $U_d$  och likström  $I_d$ .



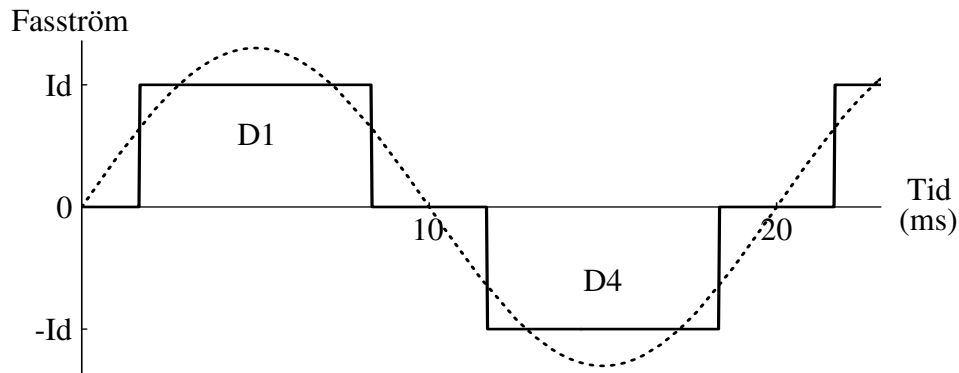
Figur 5.7b En diodlikriktare med impedanslast. Genom att koppla en kondensator parallellt med lasten kan induktansen minskas utan att lastspänningen varierar mycket.

### 5.2.4 Fasströmmarna

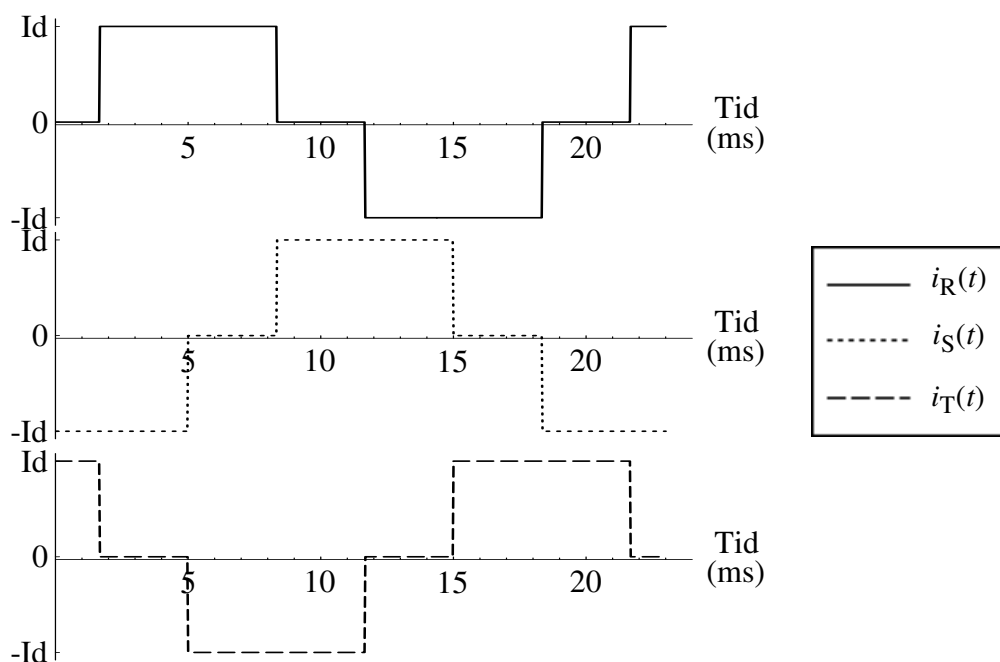
Hur kommer då strömmarna från elnätet att se ut? Eftersom bara en diod i taget leder i den övre och den nedre delen av diodlikriktaren så kommer likledsströmmen att gå från en av elnätets faser och tillbaka i en annan fas. Om vi förutsätter att  $L$  är stor så är likströmmen helt slät. Då kommer strömmarna på faserna att vara styckvis konstanta, lika med likströmmen. I Figur 5.5 kan vi genom att titta på vilka dioder som leder under vilken tid avgöra när strömmen går i de olika faserna (tiderna som anges refererar till figur 5.5 och gäller för 50 Hz nätspänningar). När diod D1 leder, mellan tiden 1.7 ms och 8.3 ms, så går likströmmen från fas R. När diod D4 leder, mellan tiden 11.6 ms och 18.3 ms, går likströmmen tillbaka i fas R, åt andra hållet. När vare sig diod D1 eller D4 leder så är strömmen i fas R lika med noll. I figur 5.8 är strömmen i fas R inritad tillsammans med faspotentialen för fas R, när likströmmen är  $I_d$ .

Fasströmmen som en diodlikriktare drar från elnätet är alltså inte sinusformig och innehåller därför övertoner, det vill säga strömkomponenter med frekvens som är multiplar av nätfrekvensen. Eftersom det (i stort sett) bara finns grundtonsspänning (50 Hz) på ett elnät så är det bara strömmens grundton som kan bidra till den aktiva effekten som likriktaren ger. Övertonerna kommer att belasta kablarna och säkringarna så att dessa måste dimensioneras för mer än den aktiva effekten, men de kommer inte att bidra till något nyttigt. Man kan också se i figur 5.8 att strömmen ligger i fas med spänningen. En diodlikriktare kopplad till ett idealt elnät har alltså  $\cos(\varphi)=1$  för strömmens grundton. Trots att grundtonsströmmen har effektfaktorn 1 så gör övertonsströmmarna att ledningarna måste dimensioneras för en högre ström än vad som krävts med bara sinusformig fasström.

Om vi ritar in alla tre fasströmmarna i ett diagram, som i figur 5.9, så syns att fasströmmarna skapas helt enkelt genom att likströmmen delas upp på de tre faserna. Vardera fas leder strömmen i positiv riktning under en tredjedels period och i negativ riktning under en tredjedels period.



Figur 5.8 Fasströmmen för fas R när likströmmen är  $I_d$  samt faspotentialen (streckad).



Figur 5.9 De tre fasströmmarna från elnätet när likströmmen är  $I_d$ .

### 5.2.5 Trefaslikriktarens likspänning

I Figur 5.6 visas den oglättade spänning som diodlikriktaren ger. I avsnittet ovan så visades också hur induktansen används för att filtrera bort växelspanningskomponenten av den likriktade spänningen. I stationärtillstånd så måste medelspänningen över induktansen vara noll, alltså måste likledsspänningen  $U_d$  vara lika med medelvärdet av  $u_{ab}(t)$ .

Eftersom vi vet att den likriktade spänningen följer en huvudspänning på nätet så kan vi under en viss del av en period använda följande funktion för att beskriva den likriktade spänningen

$$u_{ab}(t) = \sqrt{2} U \cos(\omega t) \quad (5.3)$$

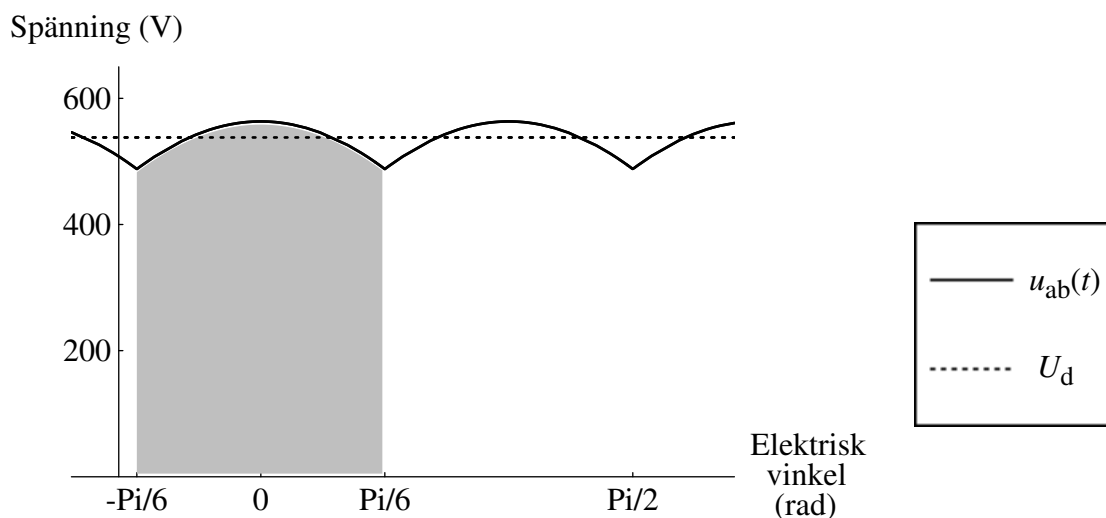
där  $U$  är huvudspänningens effektivvärde på elnätet. Eftersom det finns sex huvudspänningar så kommer likledsspänningen att vara lika med var och en av dem över en sjättedels period,



det vill säga  $\pi/3$ . Det är just den sjättedel av perioden då den valda huvudspänningen har sitt maxvärde, det vill säga från  $\omega t = -\pi/6$  till  $\omega t = +\pi/6$  som ekvation (5.3) gäller. Medelvärdet av likspänningen fås som integralen av spänningen  $u_{ab}$ , dividerat med integrationsintervallet. Integrationsvariabeln kan med fördel väljas som  $\omega t$ , den elektriska vinkeln,

$$U_d = \frac{3}{\pi} \int_{-\pi/6}^{+\pi/6} \sqrt{2} U \cos(\omega t) d(\omega t) = \frac{3\sqrt{2}}{\pi} U \approx 1.35 U \quad (5.4)$$

Medelvärdet av likspänningen från en trefas diodlikriktare är alltså 1.35 gånger effektivvärdet av nätets huvudspänning. Det är bara lite lägre än toppvärdet,  $\sqrt{2}$  gånger huvudspänningen. I figur 5.10 visas  $u_{ab}(t)$ , integrationsintervallet och medelvärdet av likspänningen.

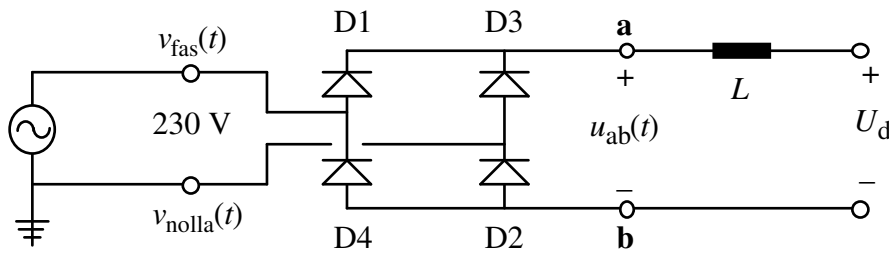


Figur 5.10 Den oglättade likspänningen  $u_{ab}(t)$ , för en trefas diodlikriktare kopplad till ett 400 V elnät. Integrationsintervallet för att beräkna dess medelvärde är markerat med grått. Medelvärdet  $U_d$  på likspänningen är också inritat.

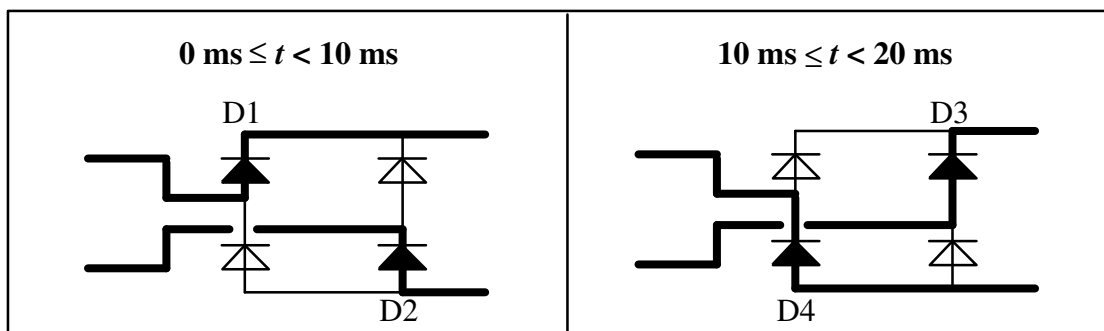
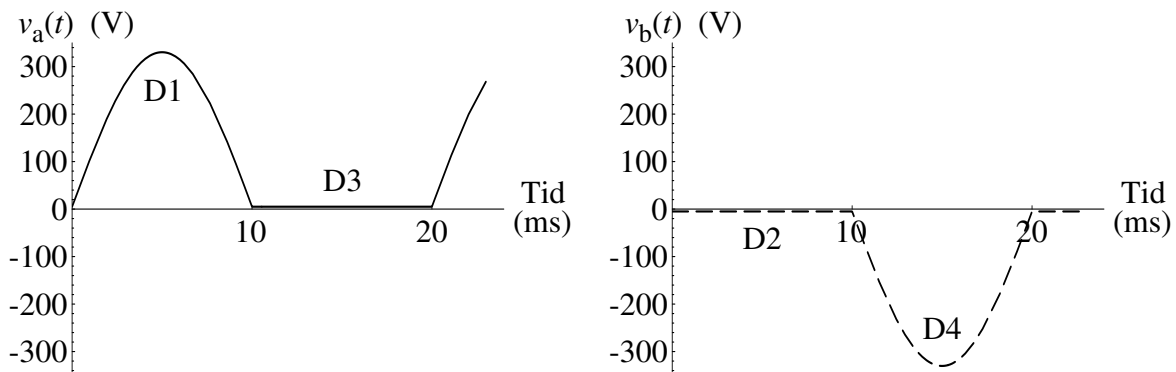
### 5.2.6 Enfaslikriktaren

På samma sätt som för trefaslikriktaren kan vi härleda funktionen hos en enfaslikriktare. En (helvågs-) enfaslikriktare ser ut som i figur 5.11.

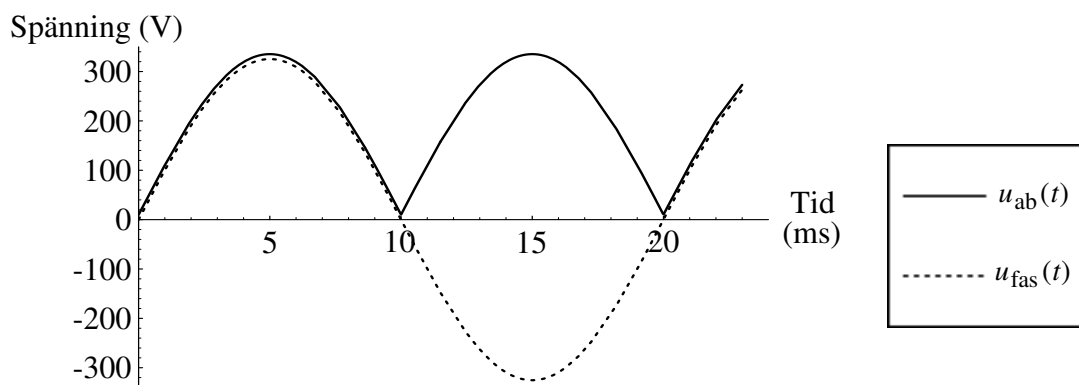
Potentialen i en fas på nätet är sinusformig med toppvärdet roten ur två gånger effektivvärdet på fasspänningen. Potentialen på nollan är just noll volt, konstant, eftersom nollan är ansluten till jord. De två övre dioderna i enfaslikriktaren kommer att välja vad som är högst, faspotentialen eller noll volt. De två nedre dioderna kommer att välja vad som är lägst, faspotentialen eller noll volt. I figur 5.12 är faspotentialen och potentialerna i punkt **a** och **b** inritade. Om man beräknar utspänningen  $u_{ab}(t)$  som skillnaden mellan potentialen i punkt **a** och **b** så fås att spänningen är absolutbeloppet av fasspänningen, se figur 5.13.



Figur 5.11 En enfas diodlikriktare med glättningsspole.



Figur 5.12 Faspotentialen och potentialerna i punkt **a** och **b**. Det är angivet vilka dioder som leder när. I nedre delen visas hur strömmarna går under olika delar av perioden.



Figur 5.13 Spänningen  $u_{ab}(t)$  blir absolutbeloppet av fasspänningen.

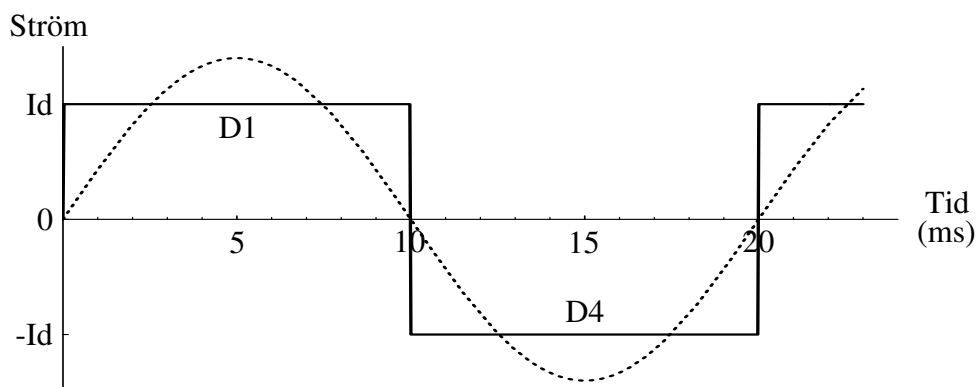
Ur spänningen  $u_{ab}(t)$  kan medelvärdet av den likriktade spänningen beräknas genom att integrera fasspänningen över den halvperiod som spänningen är positiv och dividera med integrationsintervallet, en halv period,

$$U_d = \frac{1}{\pi} \int_0^{\pi} \sqrt{2} U_f \sin(\omega t) d(\omega t) = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_f \approx 0.90 U_f \quad (5.5)$$

Vi vet ju redan sedan tidigare att induktansen  $L$ , om den är tillräckligt stor, filtrerar bort växelspänningskomponenten och kvar blir då  $U_d = 0.90 U_f$ . Växelspänningskomponenten i spänningen är dock mycket större för enfaslikriktare än för trefaslikriktaren, spänningen varierar ju mellan noll och toppvärdet av fasspänningen. Dessutom är periodtiden för spänningsripplet tre gånger längre för en enfas- än för en trefaslikriktare. Båda dessa orsaker gör att enfaslikriktaren måste ha mycket högre induktans än motsvarande trefaslikriktare för att få en lika bra glättning av likströmmen.

På samma sätt som för trefaslikriktaren så blir likströmmen konstant, om induktansen är stor nog. Strömmen från fasen kommer att vara  $+I_d$  när D1 leder och  $-I_d$  när D4 leder. Det finns ingen del av perioden då inte någon av dioderna D1 och D2 eller D3 och D4 leder, så strömmen på fasen blir aldrig noll. Fasströmmen för enfaslikriktaren är inritad i figur 5.14 tillsammans med faspotentialen.

Denna ström innehåller naturligtvis övertoner, precis som trefaslikriktarens fasström. Strömpulserna är nu långa som halva perioden, jämfört med att de var långa som en tredjedel av perioden för trefaslikriktaren. Om man beräknar övertonerna så visar det sig att övertonshalten är högre för enfaslikriktaren än för trefaslikriktaren. Beroende på detta och på att induktansen måste vara mycket större i en enfaslikriktare, är trefaslikriktare normalt att föredra vid höga effekter. Vid låga effekter så vill man dock kunna ansluta apparater till ett vanligt vägguttag. Eftersom det bara har en fas så nöjer man sig då med enfaslikriktning.



Figur 5.14 Strömmen som en enfas diodlikriktare drar från elnätet när likströmmen är  $I_d$  (heldragen linje). Faspotentialen är inlagd som en streckad linje och det är angivet vilka dioder som leder fasströmmen under olika delar av perioden.

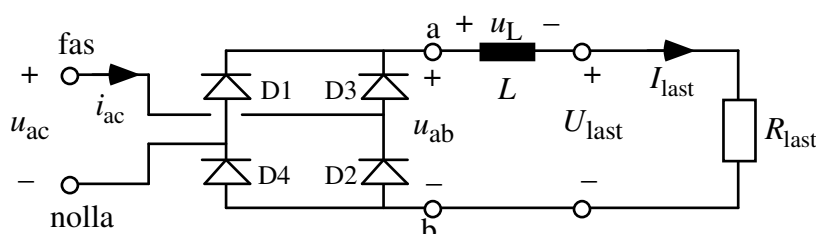
### Exempel: Enfas diodlikriktare med impedanslast

En ideal enfas diodlikriktare ansluts till 28 V, 50 Hz växelspänning. Likströmmen glättas med en induktans  $L$  som får betraktas som mycket stor. Lasten på likspänningssidan kan modelleras med en resistans på  $8 \Omega$ . Kretsen har nått stationärtillstånd.

- Vad blir likspänningen över resistansen?
- Vad blir fasströmmen på nätet? Rita upp tidsfunktionen.
- Hur kommer spänningen över induktansen att se ut?
- Vilken aktiv effekt drar likriktaren från nätet om resistansvärdet fördubblas till  $16 \Omega$ ?

### Lösning:

Kretsen ser ut som i schemat nedan.



a) Spänningen från nätet likriktas av dioderna. Eftersom medelvärdet av spänningen över induktansen måste vara noll i stationärtillstånd måste det gälla att medelvärdet av spänningen  $U_{last}$  är lika med medelvärdet av spänningen  $u_{ab}$ . Dessutom kan induktansen anses oändlig i detta tal, vilket gör lastströmmen till en ren likström, utan rippel. Därmed blir även spänningen  $U_{last}$  en likspänning:

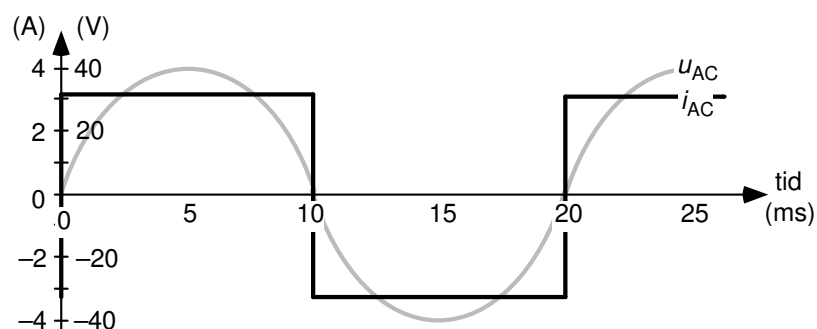
$$U_{last} = \bar{u}_{ab} = \{se\ ekv\ (5.5)\} = \frac{2\sqrt{2}}{\pi} U_{ac} = 25,21\ V$$

Där  $U_{ac}$  är effektivvärdet av matande växelspänning.

b) Strömmen på dc-sidan bestäms av lastens resistans. Dioderna gör att lastströmmen kommer omväxlande från fasan och från nollan.

$$I_{last} = \frac{U_{last}}{R_{last}} = \frac{25,21\ V}{8\ \Omega} = 3,15\ A$$

$$i_{ac}(t) = \begin{cases} +I_{last} & \text{då } D3 \text{ och } D4 \text{ leder} \\ -I_{last} & \text{då } D1 \text{ och } D2 \text{ leder} \end{cases}$$

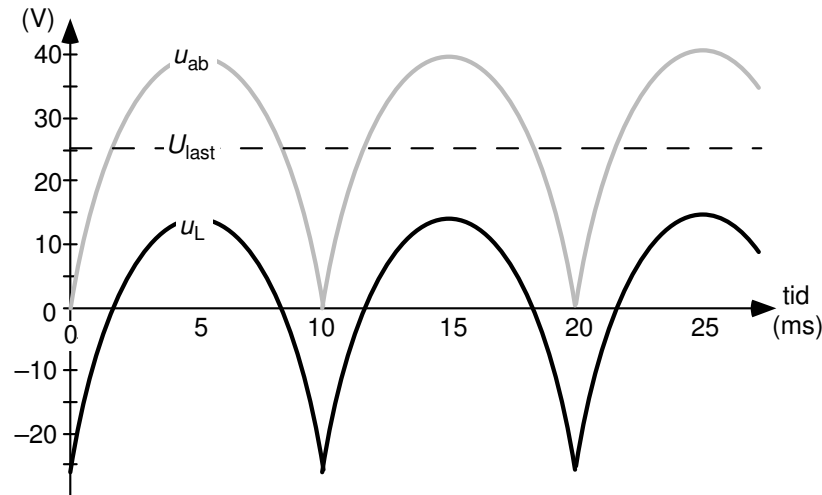


Strömmen från nätet blir alltså en fyrkantformad växelström med amplituden 3.15 A.

c) Spänningen över induktansen blir

$$u_L(t) = u_{ab}(t) - U_{last}$$

Spänningen  $u_{ab}(t)$  blir lika med beloppet av matande växelspanning, det vill säga beloppet av en sinusfunktion med amplituden  $\sqrt{2} \cdot 28 \text{ V} = 39.6 \text{ V}$ . Eftersom  $U_{last}$  är en likspänning, på +25.2 V, är  $u_L$  lik  $u_{ab}$ , men förskjuten 25.2 V nedåt.



**Kommentar:** Medelvärdet av spänningen  $u_L(t)$  ovan är noll. Det betyder dock inte att spänningen ligger symmetriskt kring noll volt! I detta fall varierar spänningen mellan  $-25.2 \text{ V}$  och  $+14.4 \text{ V}$ .

d) Den aktiva effekt som dras från nätet bestäms av lasten. Den kan beräknas genom att  $u_{ac}$  och  $i_{ac}$  multipliceras för att ge ögonblickseffekten. Aktiva effekten beräknas sedan som medelvärdet på ögonblickseffekten, över en period. Detta är dock inte det lättaste sättet, utan istället kan man använda energiprincipen. Effekten som mats in till likriktaren måste vara lika med det som tas ut av lasten, plus förlusterna i likriktaren. Här anser vi dioderna och induktansen vara ideala, vilket innebär att förlusten av aktiv effekt är noll och därmed är den aktiva effekten som dras från nätet lika med den effekt som förbrukas i lasten.

$$P_{ac} = P_{last} = \frac{(U_{last})^2}{R_{last}} = \frac{(25.21 \text{ V})^2}{16 \Omega} = 39.7 \text{ W}$$

**Kommentar:** Att beräkna effekten på växelspanningssidan kan göras på många sätt. Att det blir lite krångligt beror på att strömmarna inte är sinusformiga. Dock visar det sig att med en rent sinusformig växelspanning, utan spänningsövertoner, så är det bara strömmens grundton som ger aktiv effekt. Övertonerna i strömmarna är närmast att likna vid reaktiv effekt; de ökar de förlusterna i ledarna utan att bidra till energioverföringen.

$$P_{ac} = U_{ac} I_{acGrundton} \cos(\varphi_{grundton})$$

Effektfaktorn för grundtonsströmmen,  $\cos(\varphi_{grundton})$ , blir i detta fall lika med 1 eftersom diodlikriktaren drar en nätström som ligger i fas med nätspänningen.

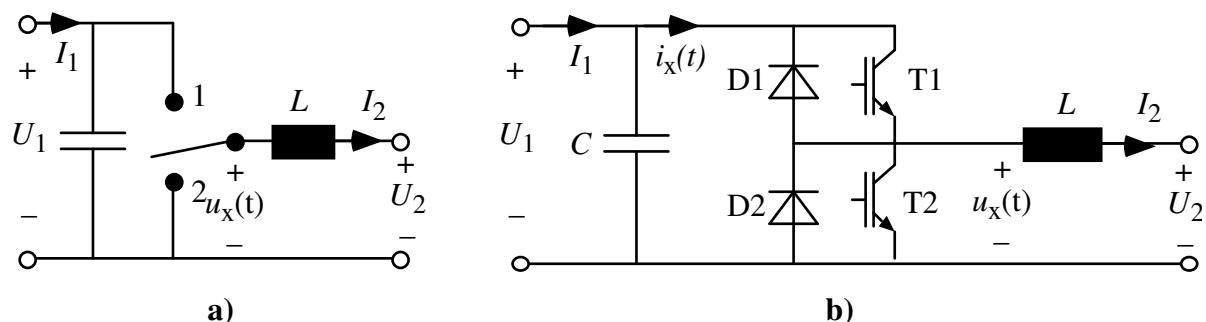
### 5.3 LS-omriktaren

LS-omriktaren (Likspänningsomriktaren) kan mata effekt från en likspänningsnivå till en annan och är likspänningskretsarnas motsvarighet till transformatorn. En viktig skillnad jämfört med transformatorn är dock att LS-omriktarens spänningsomsättning enkelt kan varieras.

LS-omriktaren används till exempel när man skall styra spänningen till en likströmsmotor som matas från ett batteri, som till exempel i en eltruck. Den kan också användas för att stabilisera en likspänning från en diodlikriktare som kan ge lite varierande utspänning, beroende på nätspänningen och belastningen. I LS-omriktaren används styrbara halvledarkomponenter som kan både sluta och bryta en strömkrets med hjälp av en styrsignal, oftast transistorer. En modell som visar LS-omriktarens funktionssätt visas i Figur 5.16a. Denna omriktare är byggd för att matas med en likspänning  $U_1$  som kan ändras till en annan likspänning  $U_2$ . Strömmen  $I_2$  är en likström och strömmen  $I_1$  antas vara en likström. Formen på strömmen  $I_1$  bestäms i verkligheten av den källa som matar LS-omriktaren. Spänningen  $U_2$  kan styras genom att omkopplaren kopplas mellan läge 1 och 2. I läge 1 är spänningen  $u_x(t)$  från brytaren lika med  $U_1$  och i läge 2 är den lika med 0. Genom att snabbt växla mellan de olika lägena kan medelspänningen ut från omkopplaren styras till en nivå mellan 0 och  $U_1$ . Induktansen  $L$  på utgången skall filtrera bort växelspanningskomponenten så att  $U_2$  är en ren likspänning. I en verklig LS-omriktare så sker omkopplingarna med hjälp av transistorer, som i figur 5.16b. I avsnitten nedan förklaras mer i detalj transistorens och kondensatorns funktion och hur LS-omriktaren fungerar och styrs.

#### 5.3.1 Transistorn

Transistorer fungerar så att den spärrar ström åt ena hållet och kan blockera eller leda åt det andra beroende på vilken styrsignal den får på sin styringång (bas eller gate). Normalt är en kraftelektroniktransistor försedd med en antiparallell diod så att den inte kan spärra ström i backriktningen, vilket är önskvärt i många användningar för att skydda transistoren för överspänningar. Det används flera olika typer av transistorer i kraftelektronik idag. Vanligast är att man använder fälteffekttransistorer för lägre spänningar och/eller höga frekvenser. Insulated Gate Bipolar transistor, IGBT, dominerar i kraftelektroniska omriktare för effekter storleksordning från 1 kW upp till några 1000 kW.



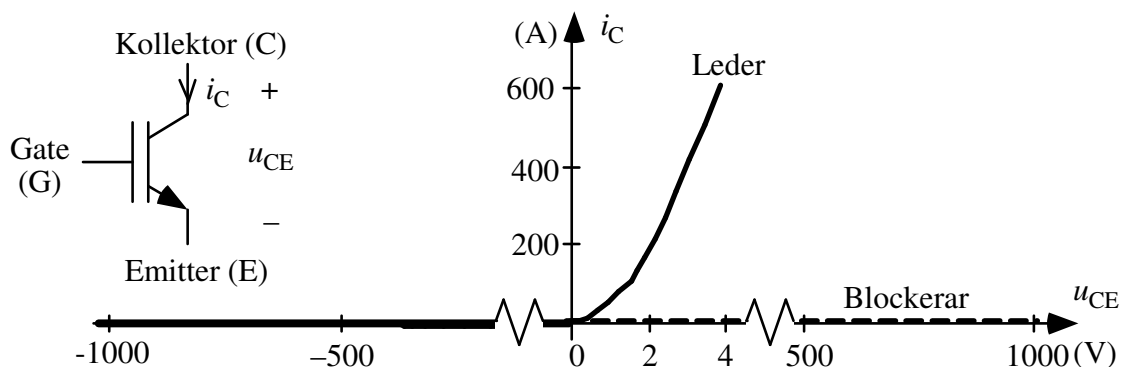
Figur 5.16 a) En modell för LS-omriktarens funktionssätt och  
b) LS-omriktarens verkliga uppbyggnad av transistorer och dioder.

För att kunna styra stora effekter utan att förlusterna skall bli ett problem så används bara transistorerna i de två lägena helt ledande, det vill säga nästan inget spänningsfall över komponenten, eller helt spärrande, det vill säga ingen ström genom komponenten. Detta är ekvivalent med att använda dem som en sorts strömbrytare och det gör att förlusterna i transistorn hålls låga. Man kan också tänka sig ett fall där man använder en halvledare som skall styra strömmen i kretsen genom att låta halvledaren ta upp en del av den matande spänningen som spänningsfall. Det är på detta sättet transistorer styrs i en linjär förstärkare, som till exempel i en HiFi förstärkare. Problemet med detta är att då är både strömmen genom halvledaren och spänningen över halvledaren samtidigt skilda från noll, vilket gör att man får stora förluster i transistorn.

Halvledare har alltid ett visst spänningsfall, i storleksordning 1-3 V, även när de styrs för att leda ström så bra som möjligt, vilket ger vissa förluster då komponenten leder ström. Förluster, det vill säga spänningsfall över halvledare, försummas i denna kurs eftersom förlusterna inte är viktiga för att förstå funktionen på kretsarna. Ledspänningsfallet i transistorer är i storleksordningen någon volt medan totala spänningen i kretsen ofta är ca 400 V. Dock är förlusterna alltid viktiga när man väljer komponenter och dimensionerar kylningen till kraftelektronikkretsar.

### 5.3.2 Pulsbreddsmodulation (PWM)

I LS-omriktaren så styrs storleken på spänningen ut från omriktaren genom att skapa en spänning  $u_x(t)$  som är antingen noll eller  $U_1$ . Genom att variera hur länge  $u_x$  är lika med noll respektive  $U_1$  så kan medelvärdet av  $u_x$  varieras. Växelspänningskomponenten av  $u_x(t)$  tas upp av induktansen  $L$  och kvar blir en likspänning  $U_2$  som är lika med  $u_x$  medelvärde.



Figur 5.18 En IGBT-transistors ström/spännings karakteristik. Transistorn är gjord för 400 A och 1200 V

Styrningen av  $u_x$  åstadkoms genom att transistorn T1 först leder och T2 blockerar under en tid  $t_{p1}$  och då är  $u_x=U_1$ . Sedan blockerar T1 och T2 leder under resten av perioden,  $t_{p2}$ , och då är  $u_x$  lika med noll. Detta upprepas periodiskt med periodtiden  $T$ . Vi kan alltså definiera en pulstid som anger hur länge transistor 1 är på,  $t_{p1}$ , och en för transistor 2,  $t_{p2}$ . Eftersom en av transistorerna alltid skall vara på måste det gälla att  $t_{p2}=T-t_{p1}$ . Notera att man ofta bara använder beteckningen pulstid,  $t_p$ , utan att ange vilken transistor som avses. Ofta menar man då pulstiden  $t_{p1}$ . I Figur 5.19 visas spänningen  $u_x(t)$  tillsammans med  $U_1$  och  $U_2$ .

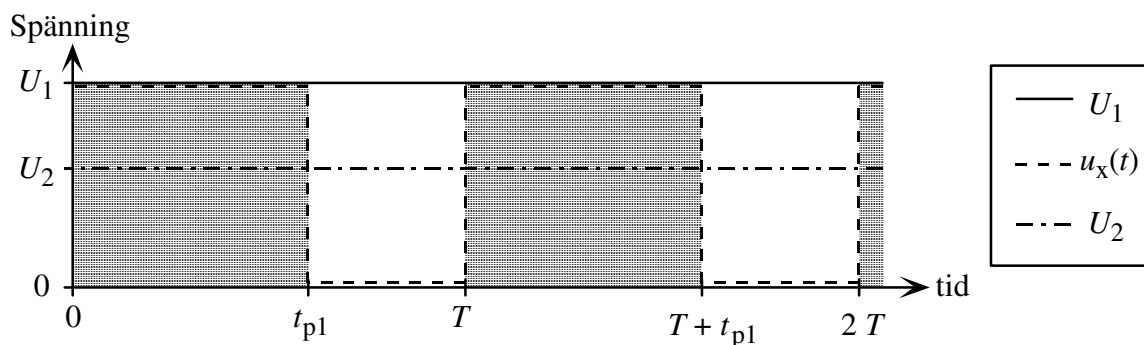
Utspänningen  $U_2$  kan alltså tecknas som medelvärdet av  $u_x(t)$  under en period  $T$

$$U_2 = \frac{1}{T} \int_0^T u_x(t) dt = \frac{t_{p1}}{T} U_1 \quad (5.6)$$

Genom att öka tiden  $t_{p1}$  så ökas medelvärdet av  $u_x(t)$ . Tiden  $t_{p1}$  kan variera mellan noll och  $T$ , alltså kan  $U_2$  varieras mellan 0 och  $U_1$ . Man varierar normalt bara  $t_{p1}$  och låter  $T$ , som man kallar modulationsperiodtiden, vara konstant. Att skapa en varierbar spänning genom att styra bredden på en spänningspuls, istället för att styra amplituden, kallas för pulsbreddsmodulation eller PWM (=Pulse Width Modulation). Faktorn  $t_{p1}/T$  kallas pulskvoten och den beskriver förhållandet mellan  $U_2$  och  $U_1$  och kan variera mellan 0 och 1. Ibland anges modulationsfrekvensen och den är då  $1/T$ .

### 5.3.3 Glättningskondensatorn

På grund av att transistorn T1 slår till och från så kommer strömmen  $i_x(t)$  inte att bli någon likström, utan den har ett strömrippel överlagrat på likströmmen. När transistorn T1 är på så är  $i_x$  lika med  $I_2$  och när transistorn är av så är  $i_x$  lika med noll. För att ändå kunna mata LS-omriktaren med en likström  $I_1$  så måste det finnas en glättningskondensator på ingången, som kan utjämna strömvariationerna.



Figur 5.19 Spänningarna i en LS-omriktare vid pulsbreddsmodulation av spänningen  $u_x$ .



För att analysera spänning och ström i en kondensator måste vi gå tillbaka till den grundläggande differentialekvationen för kondensatorn

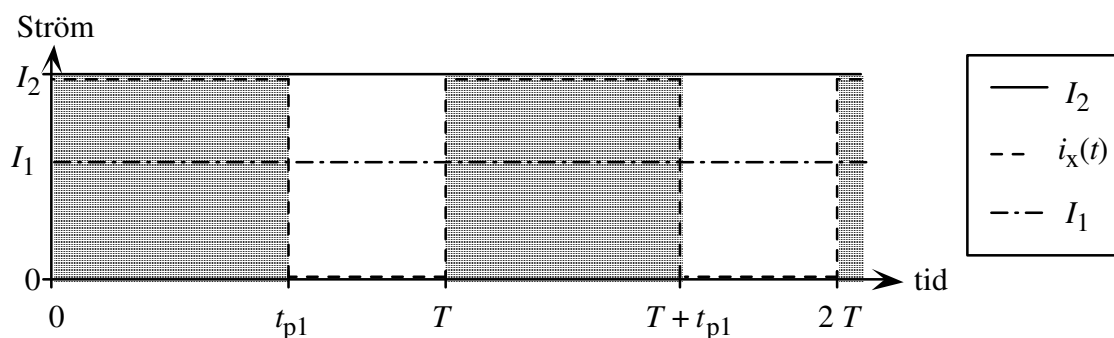
$$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{i_C(t)}{C} \quad (5.7)$$

En ström genom en kondensator gör att spänningen över den ändras. Ju större ström desto större spänningsderivata och ju större kapacitans desto mindre blir spänningsderivatan, vid en viss ström. Spänningen över en kondensator får man att ur integralformen av ekvation (5.7)

$$u_C(t) = u_{\text{start}} + \frac{1}{C} \int_{t_{\text{start}}}^t i_C(t') dt' \quad (5.8)$$

Denna ekvation säger oss att det inte går att ändra spänningen på en kondensator språngvis. Det behövs en ström till kondensatorn men också en tid för att spänningen skall ändras. Därför brukar kondensatorn kallas för en spänningsstyv komponent, för dess spänning är på kort sikt att betrakta som tämligen konstant. Ur ekvation (5.8) framgår också att om medelvärdet på strömmen genom en kondensator är noll över en hel period så är spänningen över kondensatorn den samma före och efter perioden och följaktligen har man stationärtillstånd i kretsen. Om kapacitansen dessutom är tillräckligt stor i förhållande till kondensatorströmmens amplitud och periodtid så kommer spänningen över kondensatorn att kunna approximeras med en likspänning.

I kraftelektronikkretsar används kapacitanser bland annat för att utjämna kortvariga strömskillnader. Med tillräckligt stor kapacitans så kommer spänningen över kondensatorn att vara en likspänning. I stationärtillstånd måste medelvärdet av strömmen till kondensatorn vara noll, annars ändras spänningen över kondensatorn. I LS-omriktaren så tillåter alltså kondensatorn kortvariga skillnader mellan  $I_1$  och  $i_x(t)$  men den ser till att  $I_1$  är lika med medelvärdet av  $i_x$ . I figur 5.20 så är strömmen  $i_x(t)$  tillsammans med likströmmarna  $I_1$  och  $I_2$  inritade då  $I_2 > 0$ .



Figur 5.20 Strömmarna i en LS-omriktare vid pulsbreddsmodulation.

Strömmen  $I_1$  som LS-omriktaren drar kan, i stationärtillstånd, tecknas som medelvärdet av  $i_x(t)$  under en period  $T$  eftersom medelvärde av kondensatorströmmen då är noll

$$I_1 = \frac{1}{T} \int_0^T i_x(t) dt = \frac{t_p}{T} I_2 \quad (5.9)$$

Genom att öka tiden  $t_{p1}$  så ökas medelvärdet av  $i_x(t)$ . Tiden  $t_{p1}$  kan variera mellan noll och  $T$ , alltså kan  $I_1$  varieras mellan 0 och  $I_2$ .

En LS-omriktare kan, som vi sett tidigare, styra förhållandet mellan likspänningen på ingången och likspänning på utgången.  $U_2$  blir  $t_{p1}/T$  gånger lägre än  $U_1$ . Samtidigt så blir alltså likströmmen  $I_2$  på utgången  $T/t_{p1}$  gånger större än likströmmen  $I_1$  på ingången. På detta sätt liknar en LS-omriktare en transformator för likspänning. Eftersom vi har försummat förluster i kretsen så måste naturligtvis effekten in och ut vara lika. Om spänningen sänks faktorn  $t_{p1}/T$  så måste därför strömmen öka med faktorn  $T/t_{p1}$ . På grund av att vi har komponenter i kretsen som förmår lagra energi, en kondensator och en spole, så kan man dock inte säga att effektflödet i varje ögonblick skall vara lika i hela omriktaren. I stationärtillstånd skall dock medelenergin i kondensatorn och spolen inte ändras och då kan man veta att medeleffektflödet i olika delar av LS-omriktaren måste vara lika. Alltså måste det gälla att

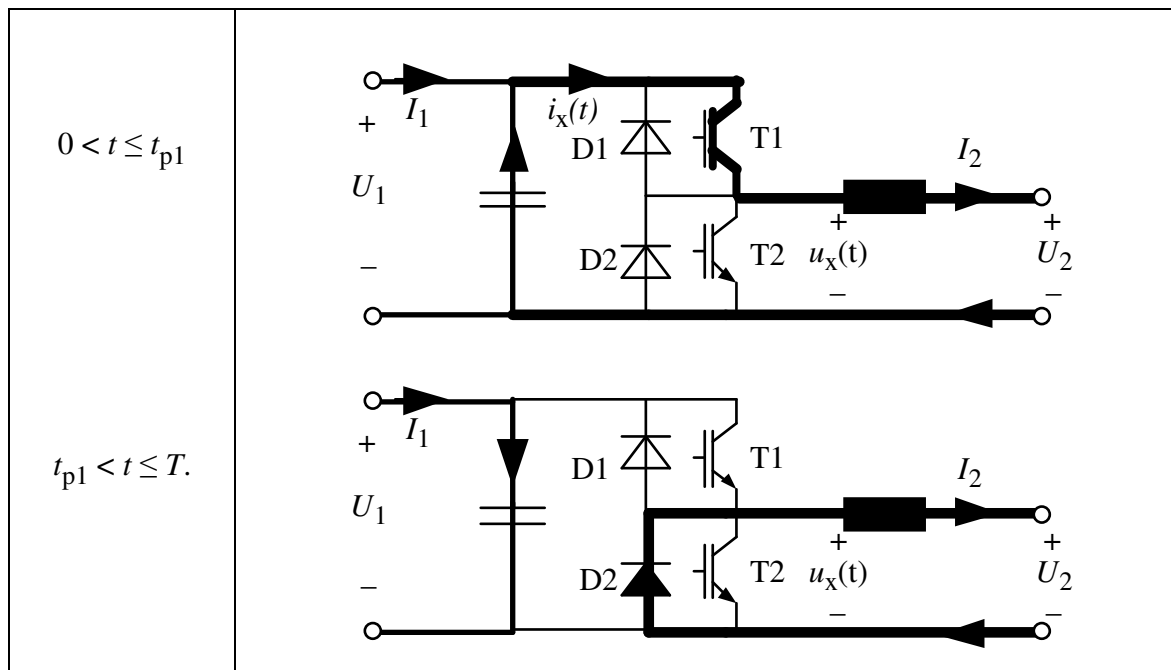
$$U_1 I_1 = U_1 \overline{i_x} = \overline{u_x} I_2 = U_2 I_2 \quad (5.10)$$

där  $\overline{i_x}$  och  $\overline{u_x}$  är medelvärdena av  $i_x(t)$  och  $u_x(t)$ . Detta samband mellan effekterna är bra att använda bland annat när man vill kontrollera sina beräkningar eller härledningar.

### 5.3.4 LS-omriktaren som nedspänningsomriktare

Det är viktigt att veta hur strömmarna i en LS-omriktare går för att förstå dess funktion. Först tittar vi på strömmarna i LS-omriktaren vid positiv ström,  $I_2 > 0$ . I figur 5.21 visas strömmarna som mer eller mindre tjocka streck, ju tjockare streck desto större ström. Den översta bilden visar strömmarna under tiden  $0 < t \leq t_{p1}$  och den understa bilden visar strömmarna under tiden  $t_{p1} < t \leq T$ .

Under första delen av modulationsperioden så ser man att  $u_x = U_1$  eftersom transistorn T1 leder och vi har antagit att det inte är något spänningsfall över en transistor som leder. Strömmen  $I_2$  kommer nu att gå genom transistor T1. Den kan inte gå genom T2 för den blockerar, den kan inte gå genom D1 för den kan inte leda ström åt rätt håll och den går inte heller genom D2 eftersom det ligger en backspänning lika med  $U_1$  över D2. Spänningen över spolen är nu  $U_1$  minus  $U_2$ . Eftersom den är positiv så ökas den lagrade magnetiska energin i spolen under denna del av modulationsperioden. Strömmen  $I_2$  är större än  $I_1$  så mellanskillnaden måste tas från kondensatorn, som alltså avger en del av sin upplagrade energi.

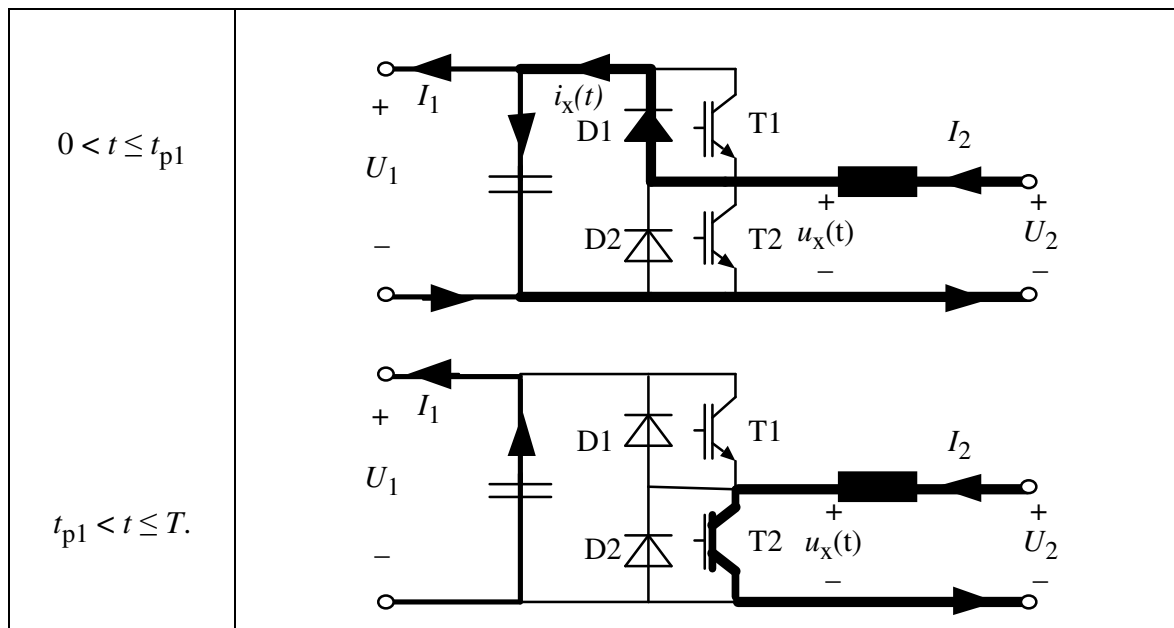


Figur 5.21 Strömmarna i en tvåkvadrant LS-omriktare med positiv ström.

Vid tiden  $t_{p1}$  så blockeras T1 för strömmen och T2 börjar leda. Då kan inte längre strömmen  $I_2$  gå genom T1. Transistorn T2 leder visserligen, men den kan inte leda ström i backriktningen, därför kommer D2 vara den enda komponent som kan leda strömmen. Spolen kommer att se till att strömmen fortsätter gå och därför kommer D2 att börja leda. Nu kommer spänningen över spolen att vara  $-U_2$  eftersom vi försummar diodens ledspänningsfall. Spolen kommer att förse lasten med dess hela effekt och den upplagrade magnetiska energin i den kommer att minska. I andra änden av omriktaren så måste hela strömmen  $I_1$  gå in till kondensatorn och ladda upp den med energi. Vid positiv ström så används bara T1 och D2, T2 och D1 behövs inte. Vill man alltså bara kunna mata ström från den högre spänningen till den lägre så räcker det med en transistor och en diod. LS-omriktaren är då en så kallad nedspänningsomriktare som bara för över effekt från en spänning till en lägre spänning.

### 5.3.5 LS-omriktaren som uppspänningsomriktare

Hittills så har vi underförstått betraktat en LS-omriktare där effekten flyter från spänningskällan  $U_1$  till  $U_2$ . Då är strömmen  $I_2$  positiv, men det finns inget som hindrar att strömmen  $I_2$  är negativ. Det betyder att effekt tas upp vid spänningsnivån  $U_2$  och matas till den högre spänningen  $U_1$ . Om LS-omriktaren används så, kallas det att den är en uppspänningsomriktare. Om strömmen  $I_2$  skall kunna vara negativ så måste det finnas en källa bakom  $U_2$  som kan avge aktiv effekt. LS-omriktaren kan då överföra effekten från en låg likspänning till en hög likspänning. I Figur 5.22 visas hur strömmarna går när LS-omriktaren används som uppspänningsomriktare.



Figur 5.22 Strömmarna i en tvåkvadrant LS-omriktare med negativ ström.

Även när strömmen i omriktaren är negativ styrs transistorerna T1 och T2 på samma sätt som med positiv ström, men däremot väljer strömmen att gå genom andra komponenter beroende på att strömriktningen är den omvända. Under första delen av modulationsperioden så leder T1 och T2 spärrar. Transistorn T1 och dioden D2 kan inte leda ström i backriktningen och T2 spärrar, därför måste strömmen då gå i D1, trots att det innebär att den går mot en hög spänning  $U_1$ . Spänningen över spolen är då  $U_2$  minus  $U_1$  och den måste nu avge lagrad magnetisk energi för att kunna tvinga strömmen mot den höga spänningen. Eftersom strömmen  $I_2$  också nu är större än  $I_1$  så kommer skillnaden mellan dessa strömmar att matas in i kondensatorn som laddas upp med energi.

Vid tiden  $t_{p1}$  stängs transistorn T1 av och transistorn T2 börjar leda. Under tiden  $t_{p1}$  till  $T$  så går strömmen genom T2 eftersom D1 får backspänning över sig så fort T2 började leda. Nu ligger hela spänningen  $U_2$  över spolen och laddar upp den med energi. Kondensatorn får under den här delen av modulationsperioden ensam stå för all den effekt som matas ut till spänningen  $U_1$ . Därför avger kondensatorn energi och laddas ur.

Notera att pulskvoten  $t_{p1}/T$  är den samma oberoende av strömriktningen, så länge spänningen  $U_2$  och  $U_1$  inte ändras! Det som skiljer vid positiv och negativ ström är vilka halvledare som leder strömmen. Under tiden 0 till  $t_{p1}$  så leder antingen T1 eller D1 och under tiden från  $t_{p1}$  till  $T$  leder antingen T2 eller D2. Men, om inte pulskvoten påverkar strömriktningen, hur styrs då strömmens storlek och riktning? Om man som här antar att spänningen  $U_2$  är konstant oberoende av strömmen  $I_2$ , så kommer strömmens storlek bestämmas av glättningsinduktansen. För att öka strömmen måste pulskvoten ökas kortvarigt, så att  $u_x$  medelvärde under en tid är högre än  $U_2$ . Då kommer den lagrade energin i spolen att ökas och

strömmen ökar också. När rätt ström uppnåtts skall pulskvoten återställas så att  $u_x$  medelvärde är lika med  $U_2$ . För att minska strömmen sänks pulskvoten istället kortvarigt. I ekvation (5.2) syns just att det behövs att spänningen över induktansen avviker tillfälligt från noll för att åstadkomma en strömändring, men för att bibehålla en ström behövs ingen spänning över induktansen. Om lasten däremot är en resistans, och spänningen  $U_2$  över den alltså beror på lastströmmen, kommer naturligtvis den stationära pulskvoten att påverka lastströmmen.

Den hittills beskrivna LS-omriktaren är en tvåkvadrantomriktare, det betyder att den kan avge både positiv och negativ ström  $I_2$  men bara ge positiv spänning, för  $U_2$  kan inte bli mindre än noll. Det är antalet kvadranter i ett spänning-ström-diagram för den styrda spänningen och strömmen på utgången som räknas när man avgör hur många kvadranter en omriktare klarar av. Om det räcker med en strömriktning på  $I_2$ , det vill säga att det räcker med en enkvaldrant LS-omriktare, behövs bara en av transistorerna och en av dioderna. I figurerna 5.21 och 5.22 syns att det räcker med T1 och D2 för en nedspänningsomriktare. För en LS-omriktare som bara skall användas som uppspänningsomriktare så räcker det med T2 och D1.

### Exempel: LS-omriktare

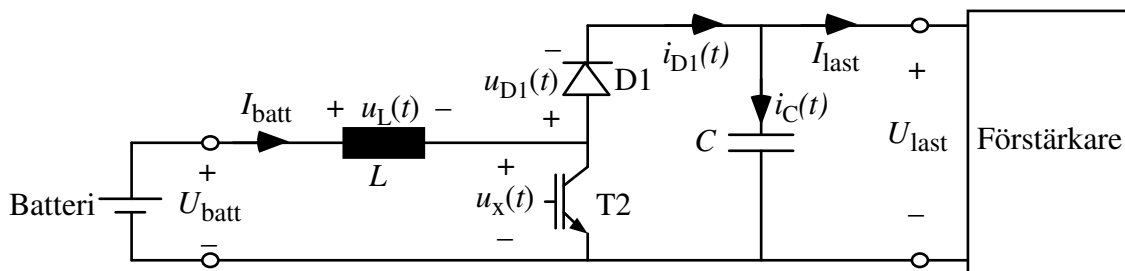
En likspänningsomriktare skall användas för att driva en 2\*100W audioförstärkare från ett bilbatteri på 12 V. För att förstärkaren skall kunna driva normala 8  $\Omega$  högtalare behöver den en matningsspänning på 48 V. Modulationsperiodtiden är 0,1 ms. I hela talet är strömmen till förstärkaren 1 A likström, på 48 V-sidan.

- Rita upp en en-kvadrant LS-omriktare för denna uppgift. Omriktaren skall ha glättning på både batterisidan och lastsidan, så att strömmarna och spänningarna in och ut kan vara likströmmar och likspänningar.
- Ange hur omriktarens transistor skall styras i stationärtillstånd. (När är transistorn på eller av?)
- Hur ser spänningen över induktansen i LS-omriktaren ut?
- Hur ser strömmen genom dioden ut och hur hög ström dras från 12 V batteriet?
- Hur ser spänningen över dioden ut?
- Hur ser strömmen i LS-omriktarens kondensator ut?

### Lösning:

a) LS-omriktaren skall ta energi från 12 V batteriet och leverera till 48 V förstärkaren, alltså skall den gå som uppspänningsomriktare. Den skall enligt uppgiften göras som en enkvaldrantomriktare, vilket innebär att den ut bara skall kunna ge ett tecken på spänningen till lasten och bara en strömriktning. Detta innebär också att effektriktningen aldrig kan vara från 48 V sidan till 12 V sidan, och därmed kan LS-omriktaren göras med bara en diod och en transistor. För att fungera som uppspänningsomriktare måste batteriet kopplas till sidan med induktansen och lasten (förstärkaren) till sidan med kondensatorn. Eftersom batteriet skall avge effekt kommer strömmen alltid att gå från batteriet till förstärkaren och bara T2 och

D1 behövs i detta fall (med de beteckningar som används i figur 5.16). Kopplingen kommer alltså att se ut som i figuren nedan. I figuren har det valts att ha batteriströmmen som positiv när den går ut ur batteriets plusklämma och lastströmmen som positiv när den går in till förstärkarens plusklämma, det vill säga med generatoriska referenser på batteriet och motoriska på förstärkaren som är LS-omriktarens last. Detta för att slippa räkna med negativa strömmar och effekter genom hela talet. På samma sätt har spänningen över induktansen och strömmen till lasten en annan referensriktning än tidigare. (Detta är godtyckliga val, man kan lika gärna ha andra referensriktningar).



b) Transistorn skall styras så att medelvärdet av  $u_x(t)$  är lika med  $U_{batt}$ , när  $U_{last}$  är 48 V.

$$u_x(t) = \begin{cases} 0 & \text{då T2 är till} \\ U_{last} & \text{då T2 är från} \end{cases}$$

Vi antar att transistorn T2 är på under den första delen av switchperioden, under tiden  $t_{p2}$ . Under resten av perioden är den av. Hur lång skall då  $t_{p2}$  vara?

$$\bar{u}_x = \frac{0 t_{p2} + U_{last} (T - t_{p2})}{T} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow t_{p2} = T \frac{U_{last} - \bar{u}_x}{U_{last}} = 0.1 \text{ ms} \frac{48 \text{ V} - 12 \text{ V}}{48 \text{ V}} = 0.075 \text{ ms}$$

T2 leder alltså till under de första 0.075 ms av switchperioden och spärrar de sista 0.025 ms. Detta upprepas varje switchperiod.

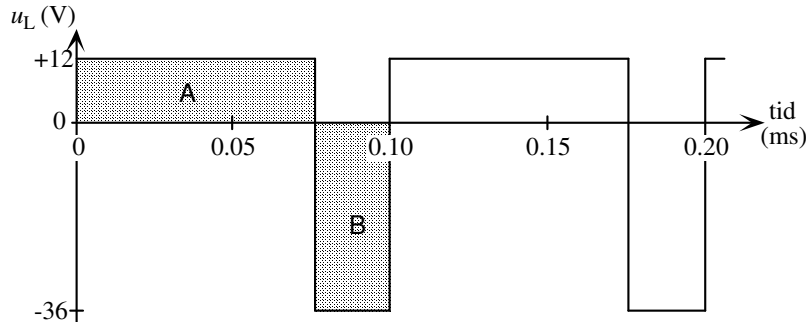
**Kommentar:** Även om batteriet är energikällan så kommer medelvärdet av  $u_x$  att bestämmas av lastspänningen och pulskvoten, vilket kan verka lite bakvänt eftersom effekten tas från batteriet. Det är dock så att pulskvoten styrs på samma sätt, oavsett effektriktning, eftersom villkoret att medelspänningen över induktansen skall vara noll inte alls beror på strömriktningen i kretsen. För att inse hur denna mekanism verkar kan man se att batteriet alltid trycker på med en viss spänning till induktansen, LS-omriktarens uppgift blir att hålla emot med en lika stor medelspänning  $u_x$ , för att hålla strömmen konstant. Mothållande spänning  $u_x$  skapas med hjälp av spänningen i kondensatorn på lastsidan.

En konsekvens av detta är att det inte går att hålla emot förrän lastspänningen är högre än batterispänningen. I starten, då lastspänningen är noll, kommer alltså omriktaren inte att kunna hålla strömmen konstant utan den ökar okontrollerat. LS-omriktaren försöker hålla emot genom att inte tända transistorn T2, utan all ström tvingas gå genom dioden. Då kommer naturligtvis strömmen att ladda upp kondensatorn och lastspänningen kommer att öka. Ökningen får förstått till lastspänningen är 48 V, först då kommer transistorn T2 styras för att hålla spänningen  $u_x$  på rätt nivå, och strömmen  $i_{D1}$  kommer då att begränsas till att i medeltal bli lika med lastströmmen. Att starten inte kan ske kontrollerat beror på att LS-omriktaren i uppspanningsomriktardrift bara kan gå stabilt i lägen då utspänningen är högre än inspänningen.

c) Spänningen över induktansen fås genom att summera spänningarna runt slingan med batteri, induktans och transistor T2. Summan av spänningarna skall vara noll:

$$U_{batt} - u_L - u_x = 0 \quad \Rightarrow \quad u_L = U_{batt} - u_x$$

$u_x$  är känd från deluppgift b och  $U_{batt}$  är konstant +12 V . Alltså blir  $u_L$  som i figuren nedan



**Kommentar:** Rimligheten kan lämpligen kontrolleras genom att se om medelvärdet av  $u_L$  blir noll. Det är det om ytan A, den positiva spännings-tid-ytan till induktansen, är lika stor som den negativa spännings-tid-ytan, B.

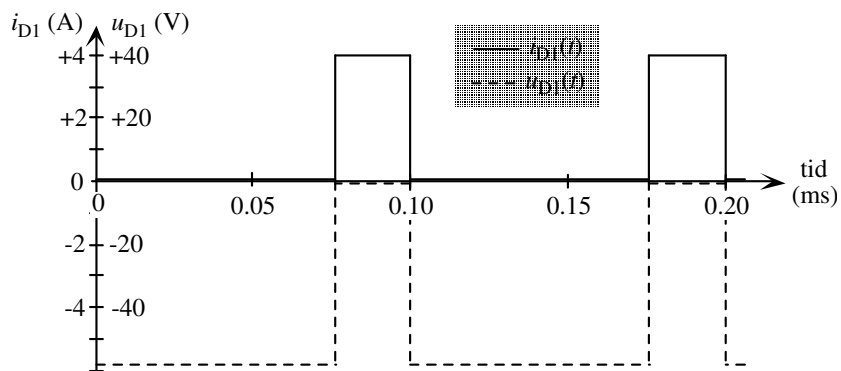
d) Strömmen i induktansen går genom transistoren så fort den är på, men när den är av så tvingas induktansströmmen ta vägen genom dioden. Alltså är diodströmmen noll under första delen av switchperioden och lika med induktansströmmen resten av switchperioden. Induktansströmmen är i sin tur exakt samma ström som batteriströmmen.

Vad är då batteriströmmen? Den kan lättast beräknas genom att effekten in i LS-omriktaren måste vara lika med effekten ut, alltså

$$U_{batt} I_{batt} = U_{last} I_{last} \quad \Rightarrow \quad I_{batt} = I_{last} \frac{U_{last}}{U_{batt}} = 1 \text{ A} \frac{48 \text{ V}}{12 \text{ V}} = 4 \text{ A}$$

Alltså blir diodströmmen som i figuren nedan.

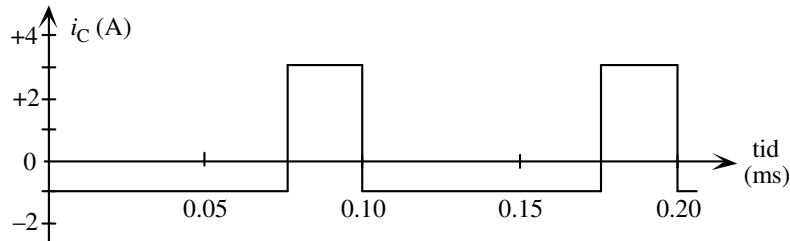
e) Hur ser spänningen över dioden ut? När transistoren leder blir spänningen  $u_x$  noll. Hela lastspänningen kommer därmed att hamna som backspänning över dioden. (Observera den polaritet som diodspänningen har i kretsschemat ovan). Diodspänningen blir då minus  $U_{last}$ . När sedan transistoren stängs av kommer strömmen från induktansen inte att ha någon annan väg att gå än genom dioden. Induktansen kommer då att höja spänningen  $u_x$  tills dioden leder och det gör den så fort spänningen över dioden är noll. (Ledspänningsfallet försummas). Diodspänningen kan inte bli positiv, utan så fort den leder är spänningen över den noll, och när den spärrar är spänningen negativ. I diagrammet nedan är diodspänningen utritad tillsammans med diodströmmen.



f) Hur ser strömmen i LS-omriktarens kondensator ut? Kondensatorns ström kan man få om alla strömmar i knutpunkten ovanför kondensatorn summeras. Summan av de strömmarna måste ju vara noll och därmed gäller

$$i_{D1} - i_C - I_{last} = 0 \Rightarrow i_C = i_{D1} - I_{last}$$

$I_{last}$  är en likström på +1 A och diodströmmen har beräknats i deluppgift d ovan. Alltså kan kondensatorströmmen lätt räknas ut. Den kommer att se lika dan ut som diodströmmen, minus 1 A.



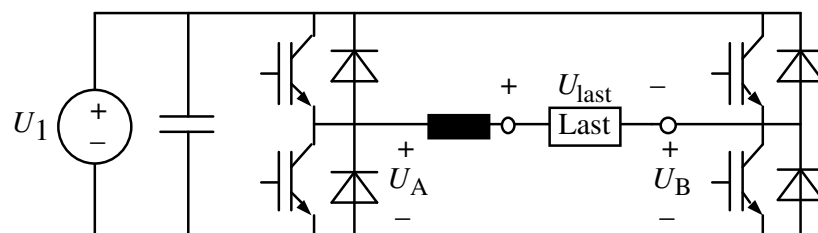
**Kommentar:** Rimligheten i den uträknade kondensatorströmmen kan till exempel testas genom att kontrollera att dess medelvärde är noll (görs t.ex. i diagrammet ovan).

### 5.3.6 4-kvadrant LS-omriktare

För att åstadkomma en fyrkvadrantomriktare kan LS-omriktarkopplingen dubbleras på det sätt som visas i figur 5.23. Denna koppling kommer att kunna ge även negativ utspänning  $U_{last}$  till lasten, även om ingen av spänningarna  $U_A$  och  $U_B$  kan vara negativa. Negativ utspänning åstadkoms genom att spänningen  $U_A$  är lägre än spänningen  $U_B$ . Spänningen  $U_{last}$  är ju lika med  $U_A - U_B$ . Man behöver bara ha induktans på ena utgången i en sådan här omriktare eftersom samma ström går från de två sidorna av LS-omriktaren och strömglättningen alltså fungerar lika bra oavsett på vilken sida den sitter.

### 5.4 Växelriktare

Växelriktare heter en kraftelektronisk omriktare som kan överföra effekt från en likspänningskälla till ett växelspänningssystem. Detta är alltså motsatsen till en likriktare. Det går inte alltid att säga att en viss omriktare är antingen en växelriktare eller en likriktare eftersom många typer av omriktare, som har styrbara komponenter, kan användas både som växelriktare och som likriktare, bara beroende av hur de styrs.



Figur 5.23 En fyrkvadrant LS-omriktare.



Det vanligaste användningsområdet för växelriktare är i drivsystem där växelströmsmaskiner skall drivas med variabelt varvtal. Genom att variera frekvensen på spänningarna som matas till maskinen så kan varvtalet på maskinen varieras. Normalt varieras även spänningens amplitud för att få lämplig magnetisk flödestäthet i den elektriska maskinen vid olika varvtal.

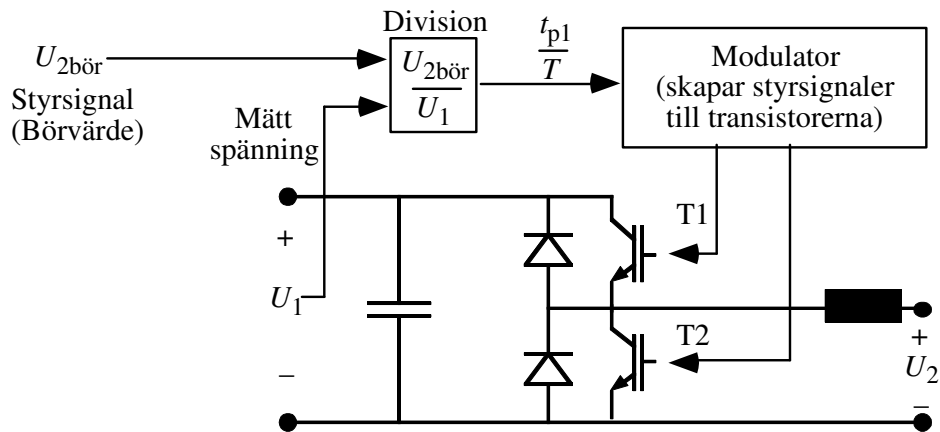
Det förekommer också att det behövs matas ut effekt på elnätet från en effektkälla som antingen ger likspänning eller växelspänning av fel frekvens. Då behövs det också kraftelektronik med en växelriktare som kan mata ut effekt med exakt den frekvens och spänning som behövs på elnätet. Denna typ av växelriktare används också i reservkraftaggregat, så kallade UPS:er (Uninterrupted Power Supply), som används för viktiga utrustningar som inte får stanna vid strömavbrott. I UPS:er har man batterier som energilager och om det blir strömavbrott på elnätet så tar en växelriktare över och skapar samma spänning och frekvens som nätet skulle ha haft, fast energin kommer från batterier istället.

Det finns olika typer av växelriktare, nedan beskrivs en självkommuterad växelriktare, som är uppbyggd med transistorer. Man kan även bygga växelriktare med tyristorer, men sådana kommer inte att beskrivas i denna kurs.

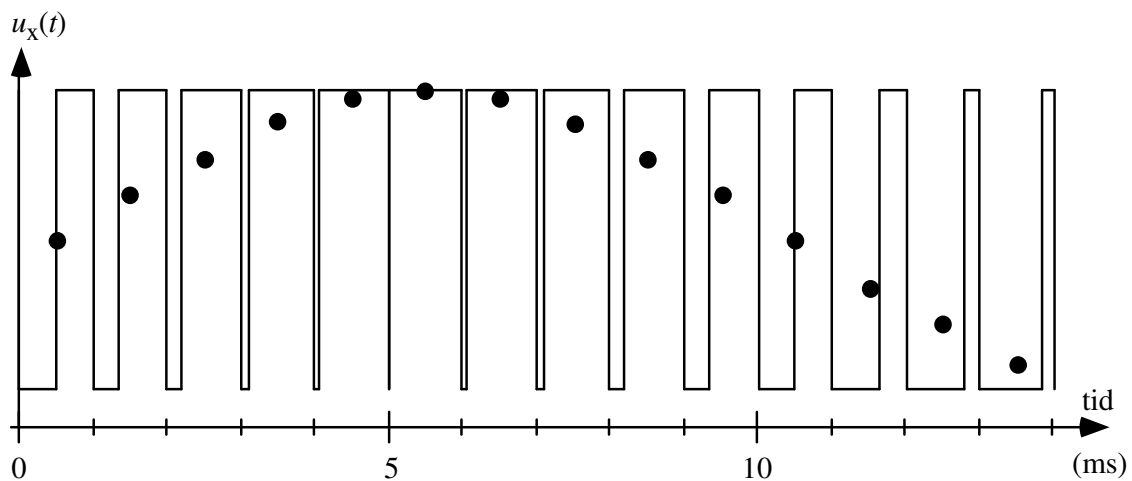
#### **5.4.1 En självkommuterad växelriktares funktion**

Med samma koppling som i en fyrkvadrant LS-omriktare kan även växelspänningar skapas genom att pulskvoten hela tiden varieras, så att utspänningen inte är fast utan istället varierar sinusformigt. Växelriktare måste klara av fyrkvadrantdrift eftersom såväl spänning som ström skall byta tecken. I figur 5.24 visas en principbild för hur en tvåkvadrant LS-omriktare kan styras för att ge en godtycklig spänning. Genom att dividera den önskade utspänningen med tillgänglig likledsspänning så fås den önskade pulskvoten. Den pulskvoten får sedan styra en modulator som genererar styrsignaler till transistorerna. För att få en sinusformig utspänning från växelriktaren så behöver bara styrsignalen variera sinusformigt med tiden. Ju högre amplitud på styrsignalen desto högre amplitud på den skapade sinusspänningen. Genom att ändra frekvensen på styrsignalen så ändras frekvensen på den skapade spänningen. Om man inte vill ha sinusformig spänning så är det bara att låta styrsignalen variera efter någon annan tidsfunktion, som man vill ha.

Förutsättningen för att det skall fungera bra att skapa en växelspänning är att modulationsfrekvensen för omriktaren är så mycket högre än den växelspänning som skall skapas så att styrsignalen till omriktaren inte hinner ändra sig speciellt mycket mellan två på varandra följande modulationsperioder. Omriktaren i figur 5.24 kan i praktiken ge vilken spänning som helst som är mindre än  $U_1$  och med begränsningen att det inte får ske allt för snabba ändringar i styrsignalen. Gör det det så kommer den verkliga utspänningen inte riktigt att hinna med ändringarna i styrsignalen på grund av tidsfördröjning i modulatorens och på grund av att glättningsinduktansen begränsar strömderivatan. I figur 5.25 så visas ett exempel på hur en sinusspänning kan skapas med PWM teknik. Medelvärde på spänningen är inriktat för varje period av modulationen.



Figur 5.24 Principen för hur en omriktare kan styras med en styrsignal som påverkar hur modulatorens styr transistorerna.

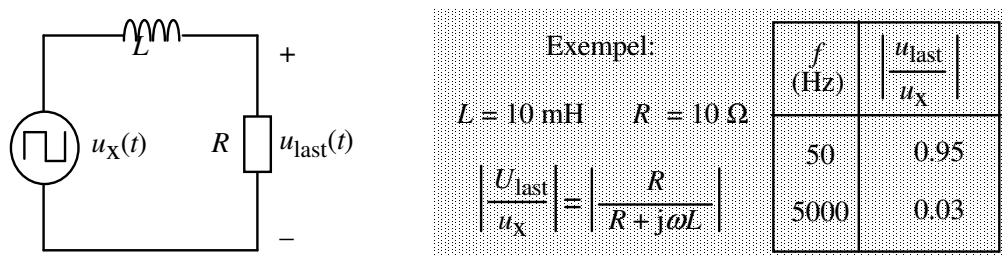


Figur 5.25 En 50 Hz sinusspänning skapad med pulsbreddsmodulation med en modulationsfrekvens på 1 kHz. Heldragen linje är spänningen  $u_x(t)$  och i mitten av varje modulationsperiod så har medelvärdet av spänningen markerats med en punkt.

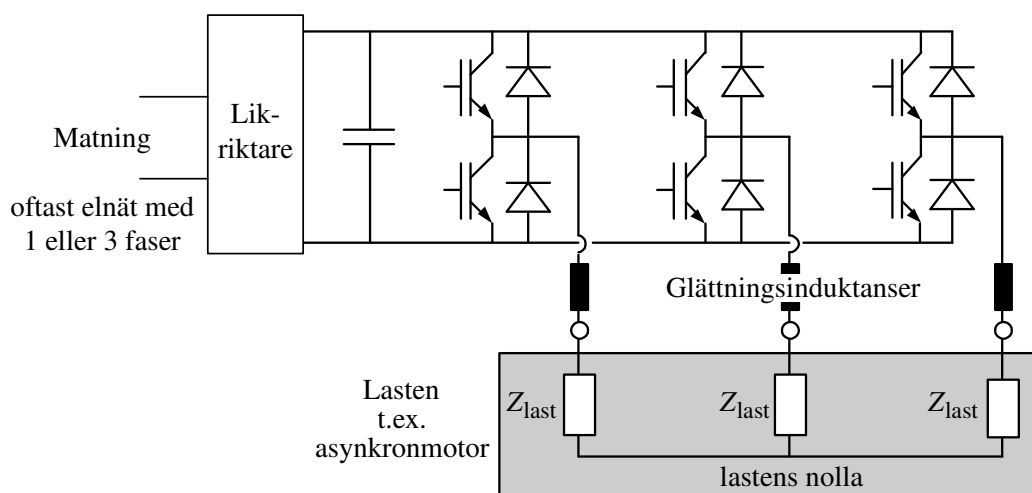
Strömmen ut från en växelriktare skall ju vara en växelström och därför kan induktansen på utgången inte vara hur stor som helst, för då klarar växelriktaren inte av att ändra strömmen genom induktansen fort nog för att kunna producera den önskade frekvensen. Å andra sidan kan induktansen inte vara hur liten som helst. Den måste fortfarande kunna utjämna strömmen under en period av pulsbreddsmodulationen. Eftersom modulationsfrekvensen ofta är flera kHz medan den ström som skall skapas oftast håller sig kring 50 Hz är det relativt enkelt att välja en induktans som vid modulationsfrekvensen är en tillräckligt hög impedans för att verka nästan oändlig men vid 50 Hz är en låg impedans. I Figur 5.26 visas ett räkneexempel på hur induktansen filtrerar bort 97 % av den 5 kHz växelspanning som modulationen skapar men låter 95 % av den önskade 50 Hz spänningen hamna över lasten. Spänningen ut från en pulsbreddsmodulerad växelriktare kommer ju att kunna liknas vid en spänningskälla ( $u_x$ ) som innehåller flera frekvenskomponenter. Dels består den av den önskade 50 Hz spänningen, dels

har den frekvenskomponenter som skapas av pulsbreddsmoduleringen på som vi här antar vara på 5 kHz och högre. Den lilla krets vi nu analyserar är linjär, och om vi bara undersöker en frekvenskomponent i taget så går det då att använda  $j\omega$ -metoden. Filtringen fungerar så att spänningen  $u_x(t)$ , som skapas av pulsbreddsmodulationen, spänningsdelas mellan glättningsinduktansen och lastens impedans, som ofta är till stor del resistiv. Bara en viss andel av modulationsspänningen återfinns i spänningen  $u_{last}$  över lasten. Som vi ser i exemplet så återfinns en del av modulationsspänningens högfrekventa spänningskomponenter över lasten. Precis som diodlikriktarna så skapar alltså PWM omriktaren övertoner. En viktig skillnad är dock att övertonerna i spänningen kommer att ha hög frekvens vilket gör att de är lättare att filtrera bort. Nackdelen är att högre frekvenser lättare ger radiostörningar eller störningar på telekommunikation.

För att få en trefasig växelriktare behövs bara tre stycken tvåkvadrantomriktare kopplade som i figur 5.27. Det behövs inte någon återledare för de tre fasernas strömmar, för de skall alltid ta ut varandra i ett symmetriskt trefassystem. Varje huvudspänning i kopplingen nedan kan nu styras mellan värdena  $\pm U_1$ . I en trefas växelriktare får de tre tvåkvadrantomriktarna styras av var sin sinusformigt varierande pulskvot. De tre pulskvoterna skapas  $120^\circ$  fasförskjutna för att de tre skapade faspotentialerna skall bilda ett symmetriskt trefassystem.



Figur 5.26 Hur spänningsdelning mellan glättningsinduktans och lastens impedans (här resistans) gör att bara 3 % av den pulsbreddsmodulerade spänningens högfrekventa rippel hamnar över lasten medan 95 % av den skapade 50 Hz spänningen gör det.



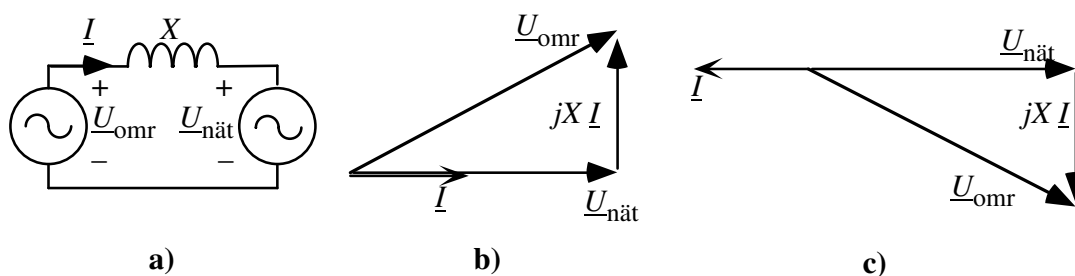
Figur 5.27 En trefas frekvensomriktare med symmetrisk last.

## 5.4.2 Användning av PWM omriktare

Eftersom en PWM omriktare hela tiden ger den utspänning som beordras av dess styrsignal så kommer den att likna en styrbar spänningskälla där såväl amplitud, frekvens och kurvform kan ändras. När man använder en växelriktare för att driva en motor så kan man alltså anse den vara en trefas spänningskälla. Dessutom behövs glättningsinduktanser normalt inte sätta dit när man driver en motor, eftersom motorns läckinduktanser brukar räcka för att glätta strömmen tillräckligt.

Om växelriktaren skall användas för att mata ut effekt på ett elnät så måste däremot en viss induktans finnas mellan växelriktaren och nätet, eftersom man inte får koppla ihop två olika spänningskällor (nätet och växelriktaren) utan en impedans mellan dem som kan begränsa den ström som flyter mellan dem. För att styra en växelriktare kopplad till ett elnät måste nätspänningens frekvens, amplitud och fasläge vara kända. Genom att skapa en spänning med samma frekvens fast annat fasläge så kan den aktiva effekten som matas till elnätet styras. I figur 5.28a visas hur en växelriktare kan kopplas till elnätet och i figur 5.28b ser man visardiagrammet när den matar ut effekt till nätet via glättningsinduktanserna. Då måste den, med de valda referensriktningarna, skapa en spänningsvektor som ligger före nätspänningen.

En transistorväxelriktare av den typen som beskrivs här kan likaväl användas som en likriktare. Genom att bara ändra fasläget på spänningsvektorn så att den ligger efter nätspänningen så kommer effektflödet att gå från elnätet till likspänningssidan av omriktaren. I Figur 5.28c visas hur spänningarna ligger i likriktardrift. Effekten som matas till eller dras från elnätet bestäms alltså i huvudsak av fasläget på den spänning som omriktaren skapar (på samma sätt som vid effektöverföring på induktiva ledningar i kapitel 2).



Figur 5.28 a) Schemat för en omriktare kopplad till ett elnät,  
b) visardiagram för växelriktardrift och  
c) visardiagram för likriktardrift.

## 5.5 Övrigt

I denna kurs så har vi bara gått igenom grunderna för kraftelektronik genom att studera funktionen hos några få sorters omriktare. Det finns många andra exempel på kraftelektronikomriktare, till exempel dimmer för lampor, nätaggregat för elektronikapparater, omriktare för högspänd likströmsöverföring, styrbara faskompenseringskondensatorer, aktiva filter, batteriladdare, lysrörståndare och många mer exempel. I stort sett alla moderna apparater som använder el innehåller kraftelektronik.

Vi har dessutom inte beskrivit alla olika komponenttyper. Det finns en mängd olika styrbara halvledarkomponenter. Tyristorn är en mycket vanlig typ som kan spärra ström åt ena hållet och kan blockera eller leda åt det andra. Tyristorer kan dock, till skillnad från transistorer, inte fås att blockera en ström som går genom dem. Har väl en tyristor tänts och leder ström så fortsätter den att leda ström tills den yttre kretsen får ned strömmen genom den till noll. Det finns dessutom ett flertal olika sorters transistorer som är lämpliga att användas vid olika frekvenser, spänningar och strömmar.

I denna kurs så har vi antagit att halvledarna är ideala. Det vill säga att de inte har några ledförluster och vi har inte närmre studerat omkopplingar av halvledare. Då uppkommer det också speciella förluster, så kallade switchförluster. Man måste också normalt ta hänsyn till att komponenterna, vid omkoppling, kortvarigt kan leda ström åt fel håll.

Förlusterna är väldigt viktiga vid konstruktion av omriktare eftersom komponenterna inte får bli för varma. Därför måste krafthalvledare kylas genom att de monteras på en kylfläns: Kisel, som är det dominerande halvledarmaterialet idag bör inte vara mer än cirka 125° varmt vid normal drift. Vid användning av kraftelektronik räcker det normalt att veta att apparater behöver kylning. Vid konstruktion är det dessutom viktigt att kunna räkna på förluster och hur värmen leds genom komponenter och kylflänsar. Problem med förluster i transistorerna när de skall bryta en ström har gjort att man nu utvecklar så kallade resonanta omriktare. I dem utnyttjas självsvängande kretsar för att få stopp på strömmen. På så sätt kan transistorerna fås att blockera spänningen utan att de själva behöver bromsa strömmen. Då kommer switchförlusterna i transistorerna att minska kraftigt, vilket är speciellt viktigt vid höga switchfrekvenser på 20 till 200 kHz.

Det finns dessutom ett helt område som är viktigt vid användning av kraftelektronik, som vi inte berört närmare här. Kraftelektroniken används för att styra processer och för att göra det bra och exakt behöver man kunna tillämpa reglerteknik i kraftelektroniksammanhang. Dels måste den process man vill styra regleras, vilket är ett rent reglertekniskt problem, dels måste också själva den elektriska kretsen i omriktaren regleras, vilket kräver bra elektriska modeller för kretsens uppförande. Dessutom finns det ett stort och intressant problemområde när det gäller att bygga modulatorer för kraftelektronik. Det finns mycket som kan göras mer eller mindre bra i uppbyggnaden av modulaton. Med listiga styrprinciper kan till exempel vissa övertoner elimineras och fel på grund av ickeideala komponenter kan kompenseras bort.

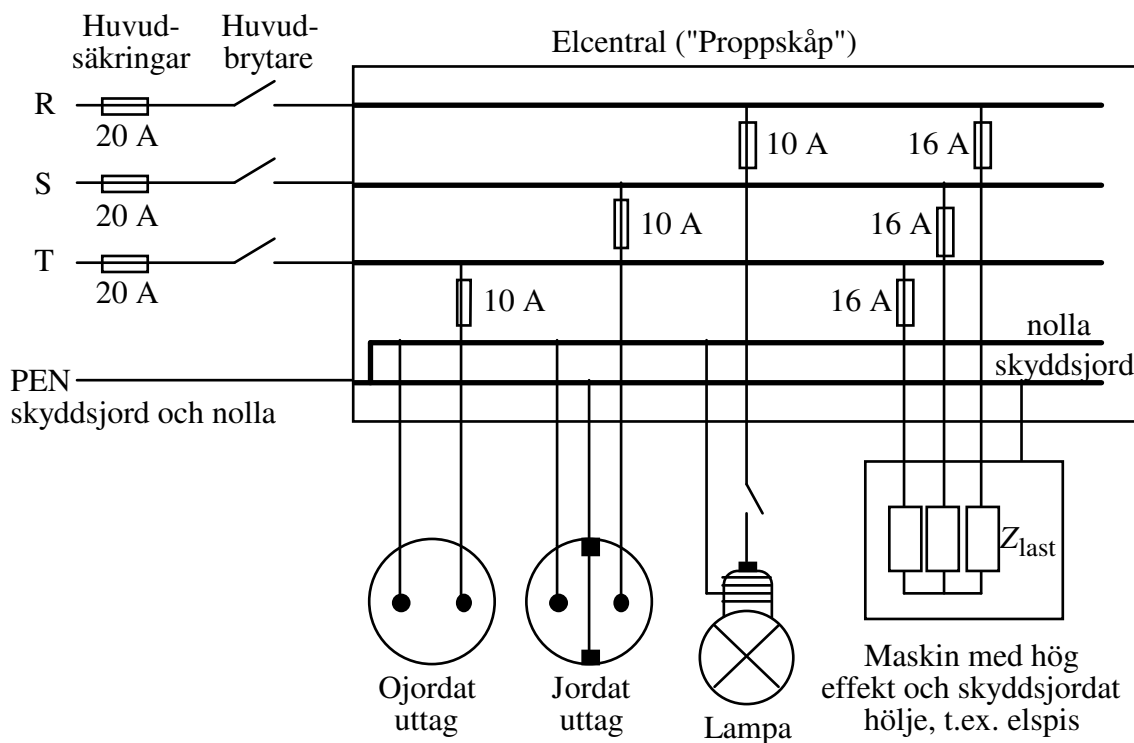
## 6 Elsäkerhet

### 6.1 Elinstallation

För att överföra elektrisk energi används ledningar. Ledningarna måste dimensioneras med hänsyn till både belastnings- och kortslutningsström. Det vill säga att det inte räcker bara att ledningen tål den ström den matade apparaten skall dra vid normal funktion. Det är minst lika viktigt att ledningen tål de strömmar man kan få i ledningen vid fel i apparaten. Eftersom största felströmmen bestäms framför allt av den säkring som matar ledningen, så kan man inte dimensionera en ledning till en apparat med mindre än att man vet till vilken sorts uttag den skall kopplas. Normalt sker dimensioneringen av ledningen så att för varje storlek på säkring krävs en minsta tvärsnittsarea på ledaren. Till exempel krävs 2.5 mm<sup>2</sup> ledare, om säkringen är på 20 A. Vid längre ledningsavstånd dimensioneras ledningar även för spänningsfallet i ledningen. Det kan alltså finnas skäl att välja större kabelarea än vad säkerheten kräver, bara för att spänningsfallet på ledningen inte skall bli för stort.

I de flesta vanliga elinstallationer matas installationen av eldistributören med tre faser och en nolledare, se figur 6.1. Efter elenergimätaren och de tre huvudsäkringarna finns en gruppcentral. I denna gruppcentral sitter de olika belastningarna anslutna via säkringar till varje fas. De olika belastningarna skall fördelas så jämnt som möjligt över de olika faserna så att trefasssystemet blir så symmetriskt belastat som möjligt. Den ingående nolledaren är ansluten till en skena i gruppcentralen. En vanlig enfasig belastning ansluts således via en säkring till en fas och direkt till nollskenan. Nollskenan är hopkopplad med en jordskenan. Till jordskenan ansluts skyddsjordledare. Detta vanliga sätt att ansluta en elinstallation till eldistributören via tre faser och nolledare kallas 4-ledarsystem.

Nackdelen med 4-ledarsystem är att belastningen normalt inte är symmetrisk. En viss ström kommer därför att gå i den inkommande nolledaren. Denna ström, ihop med impedansen i nolledaren, gör att noll- och skyddsjordskenan i gruppcentralen får en låg spänning relativt verklig jordpotential. Ifall skyddsjordade apparater är i kontakt med mycket bra jord, som vattenledningsrör och byggnadsdetaljer, kan så kallade vagabonderade strömmar uppstå. Nollströmmarna söker sig då via skyddsjordledaren till jord, istället för att gå i nolledaren. Höga magnetfält kan då uppkomma i närheten av strömbanorna. För att höja säkerheten och minska störningarna bör därför ett 5-ledarsystem användas. Elleverantören matar då installationen med både en noll- och en skyddsjordledare. I gruppcentralen är de då inte hopkopplade. Då kan skyddsjorden inte få spänning relativt den verkliga jordpotentialen. Därmed uppkommer inga vagabonderande strömmar, även om till exempel ett skyddsjordat plåthölje på en apparat kommer i kontakt med ett vattenledningsrör.



Figur 6.1 Principiellt utförande på en elcentral och några laster den matar

## 6.2 Säkringar

En säkring bryter strömmen till en viss ledning eller apparat när strömmen blir för hög. Det innebär att den kommer att koppla bort en apparat eller ledning som överlastas. På så sätt kan den hindra överhettning och eventuellt brand. Genom att den del av nätet som drar onormalt mycket ström kopplas bort så skyddar man också andra apparater från störningar. För stor strömförbrukning kan ju orsaka stora spänningsfall för alla apparater som är anslutna till samma del av elnätet som den felaktiga apparaten. Speciellt viktig är säkringen vid kortslutning, då nätspänningen kan sjunka till noll om inte den felaktiga apparaten kopplas bort direkt. Observera att säkringar alltså är till för att skydda apparater och elnät, samt att förhindra brand. Säkringar kan inte skydda människor då de kommer i kontakt med spänning, eftersom de strömmar som går genom en människa är mycket mindre än vad en säkring bryter för. I en människa som får 230 V över kroppen går typiskt 100 mA medan säkringar bryter först vid 10 A eller mer. 100 mA räcker dock mer än väl för att döda en människa.

Säkringar är normalt placerade i elcentraler och säkringens storlek avgör alltså hur stora ledarareor som måste användas. De vanliga smältsäkringarna kan indelas i två huvudtyper, gängsäkringar och knivsäkringar. Gängsäkringar är de vanliga säkringar som finns i ett hushåll och är normalt från 6 till 35 A. Proppen på gängsäkringen är anpassad till en del i centralen som kallas passdel. Passdelen är färgmärkt enligt standard och anger vilken strömstyrka den använda säkringen skall ha. Säkringar för högre strömstyrkor har större diameter, varför de ej kan användas istället för mindre säkringar. Knivsäkringar används

främst för strömmar på 35 A och upp till 1000 A. Vid strömmar högre än omkring 1000 A används relästyrda effektbrytare istället för smältsäkringar.

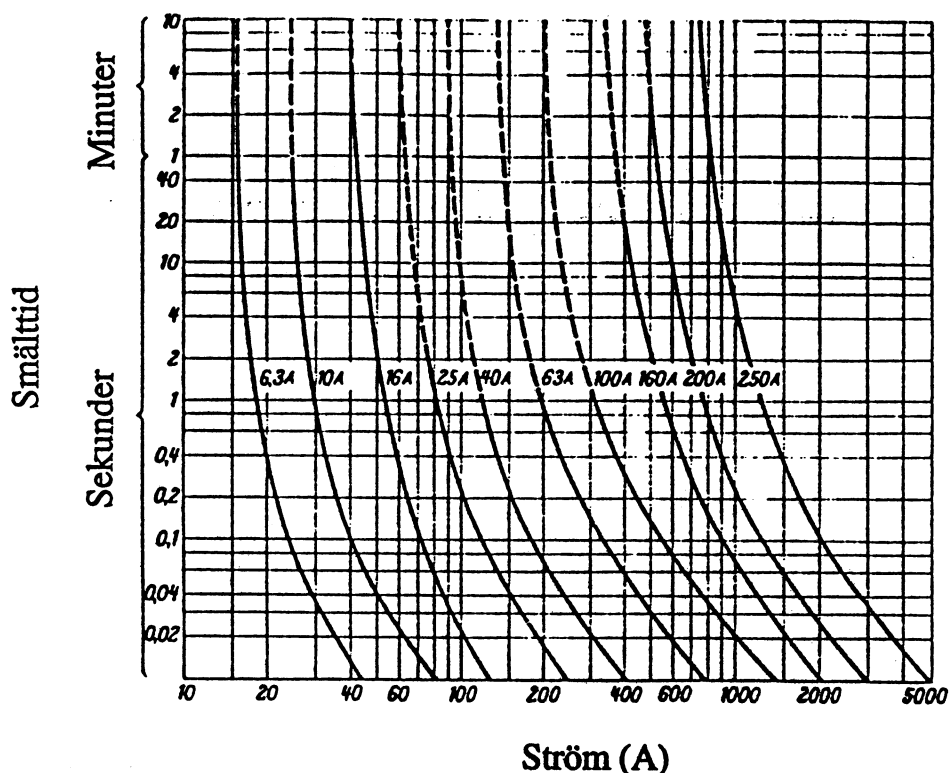
Säkringar indelas i två typer, snabba och tröga, beroende hur snabbt de bryter en överström. För att starta asynkronmotorer, som har en hög inrusningsström, brukar krävas tröga säkringar. Observera att en säkring ej bryter direkt vid den angivna säkringsströmstyrkan. För en 16 A säkring krävs en ström på 50 A i 2 sekunder, innan den bryter. I Figur 6.2 visas smälttidkurvor för säkringar med olika märkström.

Istället för gängsäkringar används numera så kallade dvärgbrytare, en form av automatsäkring som kan återanvändas. Dvärgbrytaren utlöses av både en bimetall, som reagerar för temperaturutvecklingen vid långvariga överlast, och ett elektromagnetiskt styrt brytorgan, som reagerar snabbt vid höga överströmmar.

De vanliga bruksapparater som ansluts till en elanläggning har ofta inbyggda säkringar. Dessa brukar vanligen vara finsäkringar (glasrössäkringar) eller termosäkringar.

### 6.3 Lagar och förordningar

Utförandet av elektriska anläggningar är starkt reglerat av myndigheterna. Den statliga myndighet som utger anvisningar och föreskrifter samt handlägger frågor inom området är Elsäkerhetsverket i Stockholm. Lagstiftningen baseras på Ellagen från 1902. Utgående från ellagen finns olika förordningar.



Figur 6.2 Smälttidkurvor för gängsäkringar.



I Starkströmsförordningen anges bland annat att speciella föreskrifter skall utges av Elsäkerhetsverket. I ”Föreskrifter om utförande och skötsel av elektriska starkströmsanläggningar” (ELSÄK-FS 1994:7), populärt kallat starkströmsföreskrifterna anges bland annat hur installationer skall utföras. Flera andra förordningar finns inom elområdet, bland annat Elmaterialförordningen, Elinstallatörsförordningen och Svensk elektrisk standard. I juli 1994 kom helt nya elföreskrifter som trädde i kraft i maj 1996.

För att få utföra fasta installationer i elektriska anläggningar krävs att arbetet utförs av behörig installatör eller under behörig installatörs ledning. Vissa enkla arbeten har dock alla rätt att utföra, om de har erforderlig kännedom om arbetet. Exempel är byte av förbrukningsmateriel (glödlampor, säkringar mm), byte av uttag och strömställare i kretsar säkrade för högst 16 A vid 400 V samt allt arbete i klenspänningskretsar vid högst 200 VA med högst 10 A säkring, dock inte i explosionsfarliga rum. I icke fast installerad utrustning tillåter reglerna mer omfattande arbeten av ej behöriga.

En starkströmsanläggning definieras som en anläggning vars spänning, strömstyrka eller frekvens kan vara farlig för person eller egendom. En vanlig 230 V installation är därför en starkströmsanläggning.

Oftast nämns ordet systemspänning i elkraftsammanhang. Med systemspänning menas en anläggnings huvudspänning, även om anslutning sker mellan fas och nolla.

En lågspänningsanläggning är enligt ELSÄK-FS 1994:7 en anläggning för nominell spänning upp till och med 1000 V växelspanning mellan fasledare eller upp till och med 1500 V likspänning mellan poler. Vanlig eldistribution har 400 V växelspanning mellan faserna, varför dessa anläggningar kallas lågspänningsanläggningar.

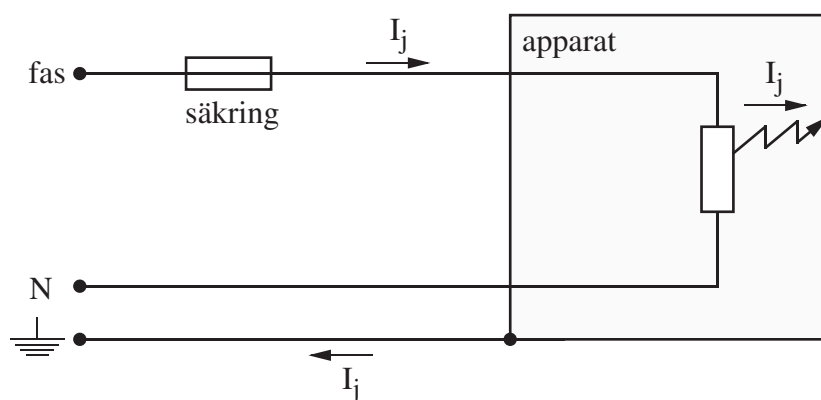
En högspänningsanläggning har en nominell spänning över 1000 V växelspanning mellan fasledare eller över 1500 V likspänning mellan poler. Är systemspänningen mindre än 50 V kallas anläggningen för en klenspänningsanläggning.

## **6.4 Elolyckor och skydd**

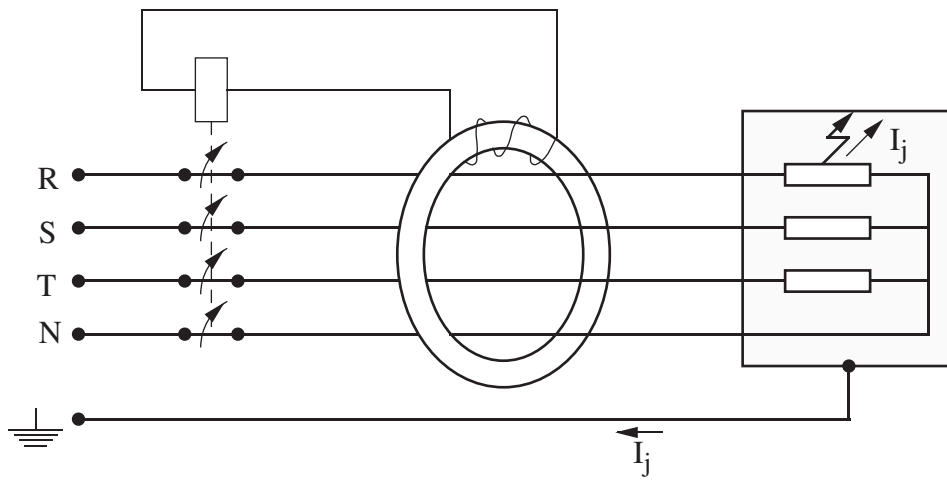
Vid olycksfall är det storleken på den ström som passerar genom kroppen som avgör hur allvarliga personskadorna blir. Storleken på strömmen bestäms av den totala resistansen i felkretsen. Med gummiskor och isolerande golv ökar resistansen. Vid 50 Hz och strömstyrkor mellan 15 och 30 mA uppkommer stark kramp i musklerna, så att det inte längre är möjligt att släppa den strömförande ledaren. Vid högre strömstyrkor uppstår chock och även hjärtflimmer samt medvetslöshet. Vid allvarligare olycksfall uppstår även djupa och svårläkta brännskador efter strömmen.

För att skydda mot skador på personer och föremål är elektriska apparater och anläggningar i utsatt miljö skyddsjordade. Alla yttre metalldelar på dem är kopplade till skyddsjordledaren. Vid normal drift går det ingen ström alls i skyddsjorden, den bara ser till att spänningen på de delar någon kan komma i kontakt med är noll. Om ett elektriskt fel uppkommer inne i en skyddsjordad apparat, och en spänningsförande del kommer i kontakt med höljet, kommer det att gå en stor ström från matande fasledare eftersom det då finns en strömväg till skyddsjorden. På grund av den stora strömmen bryts strömkretsen av säkringen och spänningen till den felaktiga apparaten kopplas då bort. Skyddsjordledaren skall alltid vara gul-grön randig; denna färg på kablar får ej användas till annat än skyddsjordning. Skyddsledaren kallas i en del sammanhang för PE-ledare (protective earth). I en del mycket gamla elinstallationer kan skyddsjordledaren vara röd. I figur 6.3 visas hur felströmmen går i en skyddsjordad apparat.

En mycket god säkerhet mot personskador vid jordfel fås om en jordfelsbrytare är installerad. I figur 6.4 är uppbyggnaden hos en trefasig jordfelsbrytare illustrerad. Jordfelsbrytaren summerar på magnetisk väg fas- och nollströmmar; skyddsjordledaren lämnas utanför. Vid fullgod isolation skall summan av strömmarna vara noll och inga jordströmmar skall flyta. Om jordfel har uppstått detekteras dessa, då summan av fas- och nollströmmarna ej längre är noll. Jordfelsbrytare kan göras mycket känsliga; vanlig gränsström för hushållsinstallation är 30 mA. Givetvis skyddar jordfelsbrytaren ej för fel mellan fas och nolla eller fel mellan faser. I vanliga hushåll brukar jordfelsbrytaren installeras för de säkringar som matar uttag och belysning. Frys- och kylskåp samt viss utrustning med elektriska maskiner (hydroforer etc.) brukar ej ingå i jordfelsbrytaren för att ej förstöra matvaror vid utlösning av skyddet samt för att minska antalet felaktiga brytningar. En fördel med jordfelsskydd är att de givetvis även bryter för vagabonderande strömmar och därmed eliminerar risken för samhörande höga magnetfält.



Figur 6.3 Skyddsjordledarens funktion vid fel i apparat. På grund av höga strömmar bryts kretsen av säkringen.



Figur 6.4 Principskiss av en trefasig jordfelsbrytare.

## 7 Register

|                                       |          |                                  |       |
|---------------------------------------|----------|----------------------------------|-------|
| aktiv effekt                          | 18       | asynkronmaskinen                 | 101   |
| allströmsmotor                        | 132      | ledning och kabel                | 82    |
| asynkronmaskin                        |          | likströmsmaskinen                | 130   |
| aktiv- och reaktiv effektförbrukning  | 112      | elcentral                        | 167   |
| faskompensering                       | 113      | elförbrukning i Sverige          | 52    |
| frekvensomriktardrift                 | 119      | elnät                            | 8     |
| funktionssätt                         | 88       | ekvivalent schema                | 37    |
| fältförsvagning                       | 124      | faskompensering                  | 42    |
| generator drift                       | 115      | frekvensreglering                | 46    |
| härvändar                             | 92       | förenklat schema                 | 38    |
| inducerad spänning                    | 95       | parametrar                       | 39    |
| magnetfält                            | 90       | start av asynkronmaskin          | 105   |
| mjukstartare                          | 117      | växelriktare                     | 164   |
| momentkurva, härledning               | 101      | elnätets uppbyggnad              | 9, 13 |
| normaldrift                           | 107      | elolyckor                        | 169   |
| nätpåverkan                           | 111      | elproduktion i Sverige           | 52    |
| polomkoppling                         | 126      | elsäkerhet                       | 166   |
| roterande magnetfält                  | 92       | energiflödet i Sverige           | 51    |
| rotorfrekvens                         | 99       | enfasmotor                       | 133   |
| rotorförluster                        | 103      | faskompensering                  | 39    |
| start med frekvensomriktare           | 126      | asynkronmaskin                   | 113   |
| startströmmar                         | 106      | seriekompensering                | 42    |
| statorlindning                        | 91       | shuntkompensering                | 41    |
| statorspänning                        | 121      | filtrering av PWM-spänning       | 163   |
| uppbyggnad                            | 88       | frekvens i elnät                 | 44    |
| variera statorspänning                | 127      | frekvenspendling                 | 47    |
| vridmoment                            | 94       | frekvensreglering                | 46    |
| Y-delta-start                         | 115, 116 | fyrkvadrantomriktare             | 160   |
| överlast                              | 108      | fältförsvagning                  |       |
| övriga startmetoder                   | 118      | asynkronmaskin                   | 124   |
| brytare                               | 168      | likströmsmaskin                  | 130   |
| schemasympol                          | 10       | förluster                        |       |
| deltakoppling                         |          | ledning                          | 31    |
| asynkronmaskin                        | 104      | transformator                    | 66    |
| laster                                | 25       | generator                        | 85    |
| transformator                         | 70       | asynkronmaskin i generator drift | 115   |
| diodlikriktare                        | 137      | frekvenspendlingar               | 47    |
| enfas                                 | 145      | schemasympol                     | 10    |
| fasströmmar, trefas                   | 143      | spänningsreglering               | 49    |
| likriktad spänning                    | 139      | synkrongenerator                 | 134   |
| trefas                                | 138      | generator drift                  | 115   |
| distributionsnät                      | 12, 13   | generatoriska referenser         | 20    |
| kretsschema                           | 13       | glättningsinduktans              | 139   |
| drivsystem, generellt                 | 86       | glättningskondensator            | 152   |
| effekt, referensriktningar            | 20       | HVDC                             | 83    |
| effektivvärdesvisare                  | 14       | högspänd likström                | 83    |
| effektmätning                         | 27, 81   | ideal transformator              | 54    |
| effektnivå, typiska värden i elnät    | 13       | impedanstransformering           | 57    |
| effektpendling                        | 47       | inducerad spänning               |       |
| effektöverföring                      | 34       |                                  |       |
| ekvivalent schema                     |          |                                  |       |
| asynkronmaskin, frekvensomriktardrift | 121      |                                  |       |

|                                    |         |                           |            |
|------------------------------------|---------|---------------------------|------------|
| likströmsmaskin                    | 129     | sparkopplad transformator | 78         |
| induktans                          | 21      | transformator             | 67, 71     |
| infasing                           | 134     | märkfrekvens              |            |
| jordfelsbrytare                    | 170     | asynkronmaskin            | 105        |
| kabel                              | 82      | märkspänning              |            |
| kapacitans                         | 21      | asynkronmaskin            | 104, 124   |
| komplex skenbar effekt             | 19      | transformator             | 67, 71     |
| kondensator                        | 21, 152 | märkström                 |            |
| kondensatormotor                   | 133     | asynkronmaskin            | 104        |
| kortslutningsprov på transformator | 69      | säkringar                 | 168        |
| ledning                            | 82      | transformator             | 67, 71     |
| förluster                          | 31      | mättransformator          | 80         |
| likspänningsomriktare              | 150     | olyckor med el            | 169        |
| likströmsmaskin                    | 128     | parametervärden           |            |
| ekvivalent schema                  | 130     | ledning och kabel         | 81         |
| fältförsvagning                    | 130     | transformator             | 67         |
| genomskärning                      | 129     | trefastransformator       | 71         |
| inducerad spänning                 | 129     | polpartal                 | 93         |
| separatmagnetiserad                | 130     | pulsbreddsmodulation      | 151        |
| seriemagnetiserad                  | 131     | pulskvot                  | 152        |
| vridmoment                         | 129     | PWM                       | 151        |
| LS-omriktare                       | 150     | PWM- växelspanning        | 162        |
| nedspänningsomriktare              | 154     | reaktiv effekt            | 18         |
| uppspänningsomriktare              | 155     | referensriktningar        | 20         |
| luftgapseffekt                     | 101     | regionnät                 | 12, 13     |
| läckflöde                          |         | resistans                 | 21         |
| asynkronmaskin                     | 97      | rotorfrekvens             | 99         |
| transformator                      | 60      | skenbar effekt            | 18         |
| läckinduktans                      |         | skenor                    | 9          |
| asynkronmaskin                     | 97      | skyddsjordning            | 170        |
| mättning, asynkronmaskin           | 106     | skärmpolsmotor            | 133        |
| start av asynkronmaskin            | 106     | sparkopplad transformator |            |
| transformator                      | 60      | funktion                  | 77         |
| längsspänningsfall                 | 30      | spole                     | 21         |
| magnetfält                         |         | spänningsfall             | 29, 31, 49 |
| asynkronmaskin                     | 90, 121 | asynkronmaskin            | 111        |
| ledning och kabel                  | 81      | dioder                    | 137        |
| likströmsmaskin                    | 128     | induktiva ledningar       | 33         |
| transformator                      | 55      | ledning                   | 82         |
| magnetiseringsström                |         | längs- och tvärlad        | 30         |
| transformator                      | 60, 64  | motorstart                | 116        |
| mjukstartare                       | 117     | sparkopplad transformator | 76         |
| modulationsfrekvens                | 152     | transformator             | 63         |
| modulator                          | 162     | transistor                | 151        |
| momentkurva                        | 87      | spänningsomsättning       |            |
| asynkronmaskin, fältförsvagning    | 125     | asynkronmaskin            | 99         |
| asynkronmaskin, olika frekvenser   | 120     | trefastransformator       | 71         |
| asynkronmaskin, polomkoppling      | 127     | spänningsrippel           | 138        |
| asynkronmaskin, spänningsvariation | 128     | spänningstransformator    | 80         |
| asynkronmaskin, teoretisk          | 103     | starttransformator        |            |
| asynkronmaskin, verklig            | 106     | asynkronmaskin            | 118        |
| likströmsmaskin                    | 131     | Strömbrytare              |            |
| motoriska referenser               | 20      | schemasympol              | 10         |
| märkeffekt                         |         | strömförträngning         | 107        |
| asynkronmaskin                     | 104     |                           |            |

|                               |     |                            |            |
|-------------------------------|-----|----------------------------|------------|
| strömomsättning               |     | transformatorstation       | 13         |
| asynkronmaskin                | 99  | transistor                 | 150        |
| strömtransformator            | 80  | transmissionsnät           | 10, 11, 13 |
| ställverk                     | 9   | trefas transistoromriktare | 163        |
| schemasymbol                  | 10  | trefaseffekt               | 26         |
| ställverksskenor              | 10  | trefaslaster               | 26         |
| synkrona varvtalet            | 93  | trefasmotor                | 88         |
| synkrogenerator               | 134 | trefasspänningar           | 25         |
| faskompensering               | 39  | trefassystem               | 24         |
| säkringar                     | 167 | tvärspanningsfall          | 30         |
| tomgångsprov på transformator | 68  | visardiagram               | 14         |
| tomgångsström                 |     | användning av              | 22         |
| asynkronmaskin                | 112 | faskompensering            | 41         |
| transformator                 | 64  | induktiv ledning           | 34         |
| transformator                 | 54  | passiva komponenter        | 21         |
| ekvivalent schema, förenklat  | 63  | räkneexempel               | 16         |
| ekvivalent schema, komplett   | 62  | spänningsfall              | 31         |
| icke ideal                    | 60  | transformatorspänningar    | 64         |
| ideal                         | 54  | transformatorströmmar      | 64         |
| impedanstransformering        | 57  | transistoromriktare        | 164        |
| kortslutningsprov             | 69  | vridtransformator          | 77         |
| lindningskopplare             | 50  | växelriktare               | 160, 164   |
| mättransformator              | 80  | Y-delta-start              | 115, 116   |
| schemasymbol                  | 10  | Y-koppling                 |            |
| sparkopplad                   | 75  | asynkronmaskin             | 104        |
| spänningsomsättning           | 55  | laster                     | 25         |
| strömomsättning               | 56  | transformator              | 70         |
| tomgångsprov                  | 68  |                            |            |
| trefastransformator           | 70  |                            |            |
| verkningsgrad                 | 66  |                            |            |