



Institutionen för vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

ISSN 0348 - 1069

STU - rapport 79 - 5536 Slutrapport

KONSTRUKTIONER I HAVET
VÅGKRAFTER - RÖRELSER
En inventering av datorprogram

Lars Bergdahl

Göran Olsson

Report

Series B : 25

Göteborg 1981



Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

ISSN 0348-1069

STU-rapport 79-5536 Slutrapport

KONSTRUKTIONER I HAVET

VÄGKRAFTER - RÖRELSER

En inventering av datorprogram

Lars Bergdahl

Göran Olsson

Report
Series B:25

Göteborg 1981

Adress: Institutionen för vattenbyggnad
Chalmers tekniska högskola
412 96 Göteborg

Telefon: 031/81 01 00

SAMMANFATTNING

Det ökade behovet av att dimensionera anläggningar i havet har medfört att det på olika håll har utvecklats datorprogram för beräkning av dynamisk respons hos flytande anläggningar. Erfarenheterna vid användandet av dessa program har visat ett behov av fortsatt programutveckling.

Den föreliggande inventeringen ger beskrivningar av drygt 40 olika datorprogram och programpaket. Härvid redovisas vilka problem programmen avser att lösa och vilka matematiska metoder som då används.

Som bakgrund till programbeskrivningarna ges en översikt av problemet med förankrade flytande strukturer med beräkningsspecifikation, principiell uppställning av rörelseekvationerna, beskrivning av förankringssystem samt en kortfattad diskussion av sätt att lösa rörelseekvationerna. Ett stort utrymme har givits åt en genomgång av metoder för beräkning av de hydrodynamiska belastningarna på olika föremål.

Rapporten skall utgöra underlag för beslut om inköp av befintlig programvara eller utveckling av programvara i Sverige samt bilda en bas för fortsatt forsknings- och utvecklingsarbete.

FÖRORD

Föreliggande inventering av datorprogram för beräkning av rörelser hos och krafter mot stora flytande konstruktioner i havet är en förstudie till ett långsiktigt STU-finansierat projekt vid de tekniska högskolorna i Stockholm och Göteborg.

Inventeringen har utförts i nära samarbete med Götaverken/Arendal, Marintekniska institutet och Vattenbyggnadsbyrån AB.

Inventeringen gör inga anspråk på att vara fullständig utan avsikten har varit att skaffa sig en översiktlig uppfattning om beräkningsmöjligheter, metoder och utvecklingstendenser och slutligen resultera i beslut om införskaffande eller utveckling av programvara.

Författarna har, där det varit möjligt, försökt hålla rapporten på en måttlig matematisk nivå och hoppas därigenom att den till stora delar skall vara läslig för alla med grundläggande förståelse för enkel mekanik.

Göteborg september 1981

Lars Bergdahl

INNEHÅLL

	sid.
SAMMANFATTNING	I
FÖRORD	II
INNEHÅLL	III
1 KONSTRUKTIONER I HAVET	1.1
2 METODER ATT ANALYSERA FÖRANKRINGSPROBLEM	2.1
3 BERÄKNINGSSPECIFIKATION	3.1
4 FLÖDESPLAN FÖR BERÄKNINGAR	4.1
5 RÖRELSEEKVATIONERNA	5.1
6 FÖRANKRINGSSYSTEMETS EKVATIONER	6.1
6.1 Förankringar	6.1
6.2 Ekvationer	6.6
7 LÖSNING AV RÖRELSEEKVATIONEN	7.1
7.1 Frekvensplanslösning	7.2
7.2 Tidsintegration	7.8
8 HYDRODYNAMISKA BELASTNINGAR	8.1
8.1 Hastighetspotentialen	8.1
8.2 Morisons formel	8.5
8.21 Yt- och formmotstånd	8.6
8.22 Stillastående kropp i accelererad vätska	8.7
8.23 Vågförhållanden mot en påle	8.9
8.24 Accelererande kropp i stillastående vätska	8.10
8.25 Morisons modifierade ekvation	8.12
8.3 Diffraktionsteori	8.14
8.4 Analytiska lösningar	8.19
Vertikal cirkulär cylinder	8.19
Halvsfär	8.23
Vertikal orörlig cylinder nedskjuten	8.27
en bit under vattenytan	
8.5 Semianalytiska lösningar	8.34
Metod med ringelement	8.34
Hybridelementmetoden	8.37
8.6 Tvådimensionella lösningsmetoder	8.43
Stripteori	8.44
Lewis formmetod	8.45
Frank Close-Fitmetoden	8.47
8.7 Tredimensionella integralmetoden	8.50
9 DATORPROGRAM	9.1
9.1 Morisonprogram	9.3
9.2 Stripprogram	9.10
9.3 Hybridelementprogram	9.16
9.4 Tredimensionella integralsmetoden	9.17
9.5 Programsystem med flera hydrodynamiska teorier	9.20
9.6 Udda program	9.25
10 REFERENSER	

1. KONSTRUKTIONER I HAVET

Behovet att kunna beräkna flytande kroppars rörelser när de utsätts för vågor, vind och ström ökar alltmer även utanför det egentliga skeppsbyggnadsområdet.

Flytande anläggningar med komplex geometri och med ansevärd storlek blir allt vanligare, t ex flytande fabriksanläggningar. Dessutom finns behov att utföra operationer till havs, där inverkan av vågrörelser är helt avgörande för ett lyckat resultat, t ex sammankoppling av två flytande enheter, rörläggning etc.

Det ökade behovet av att dimensionera anläggningar i havet har medfört att det på olika håll i världen har utvecklats datorprogram för beräkning av dynamisk respons hos flytande anläggningar. Erfarenheterna vid användandet av dessa program har visat ett behov av fortsatt programutveckling.

Vågkrafter - rörelse

Vid vattenbyggnadsinstitutionerna vid KTH och CTH drivs ett projekt om beräkningsmetoder för vågkrafter mot och rörelser hos anläggningar i havet. Projektet stöds av STU.

Vågkrafterna är av samma avgörande betydelse för anläggningar med vitt skilda positioneringssystem vare sig konstruktionerna står direkt på botten, är förankrade eller har dynamisk positionering. De kan vidare ha olika storlek och form. Projektet har därför tills vidare en generell karaktär så att resultaten förhoppningsvis kan tillämpas för ett brett register av positioneringssystem, storlekar och former.

Stora konstruktioner påverkar vågmönstret genom reflexion, utstrålning av vågor på grund av dess egna rörelser och genom hydrodynamisk dämpning hos t ex förankringssystemet. Beräkning av inverkan på ett vågtåg är av speciellt intresse för flytande vågskydd men även för att bedöma samspelet mellan två stora konstruktioner eller vågförhållandet för supplyfartyg intill en

större anläggning.

Projektet skall resultera i utveckling eller i inköp och anpassning av programvara för beräkning av krafter mot och rörelser hos flytande konstruktioner utsatta för vågor.

Beräkningsmetodikens tillämplighet och noggrannhet skall testas med hjälp av modellförsök.

Utvärdering av befintliga datorprogram

Den föreliggande inventeringen av datorprogram inom problemområdet har utarbetats inom en arbetsgrupp med representanter för Götaverken/Arendal, Marintekniska Institutet och Vattenbyggnadsbyrån. Arbetsgruppens uppgift har varit att utvärdera

- vad som beräknas i programmen
- hur beräkningarna genomföres
- önskvärda modifieringar och kompletteringar
- tillgänglighet och dispositionsrätt vad avser kommersiell verksamhet och FoU-verksamhet

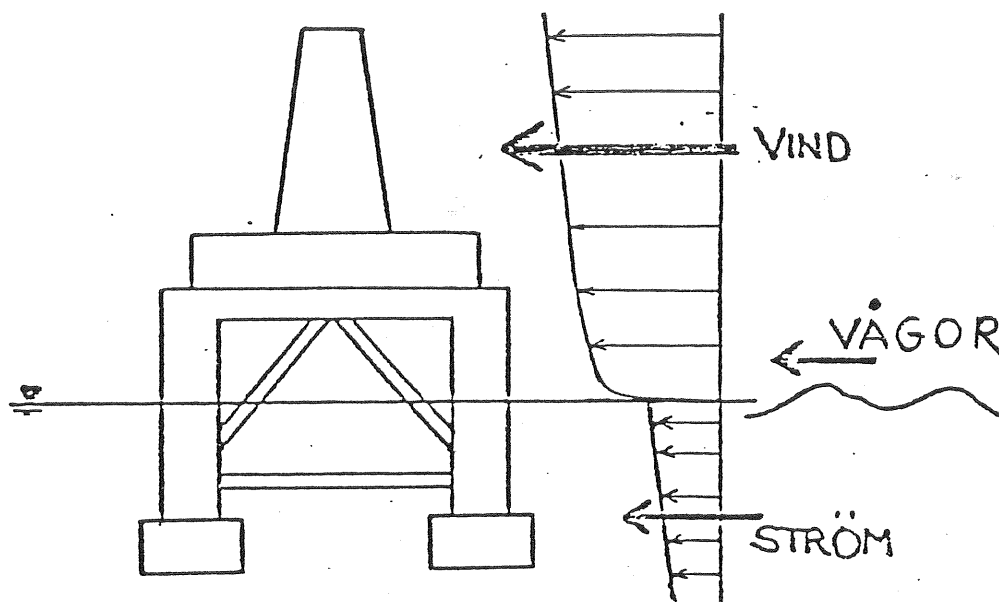
samt ge förslag till eventuella köp eller förhyrningar av program.

Resultaten från litteratursökningen och genomgången av programbeskrivningar (kapitel 9) har redovisats successivt vid sammanträden med arbetsgruppen under vintern-våren 1980-1981. Som ett resultat av arbetet togs under april 1981 in offerter på viss programvara, som bedömdes vara intressant ur utvecklings- och beräkningssynpunkt. Vid ett sammanträde i slutet av maj 1981 redovisades detta men inget beslut togs då om inköp, men man beslutade bjuda in några representanter för olika programsystem till diskussionsseminarier.

Den föreliggande rapporten har kompletterats med en allmän beskrivning av beräkningsuppgifter och beskrivningar av de metoder som används i programsystemen. De som redan är förtroliga med dessa metoder kan gå direkt till avsnitt 9. De refererade programbeskrivningarna finns tillgängliga hos vattenbyggnad CTH.

2. METODER ATT ANALYSERA FÖRANKRINGSPROBLEM

De belastningar som verkar på en flytande konstruktion i havet härrör främst från vind, ström och vågor, vilka alla beror av konstruktionens form och storlek.



Figur 2.1 Belastningar på en borrhigg. (Namork 1980).

Vind och strömkrafter brukar beräknas med hjälp av empiriska formler där man tar hänsyn till hastighetsprofilen och läverkan.

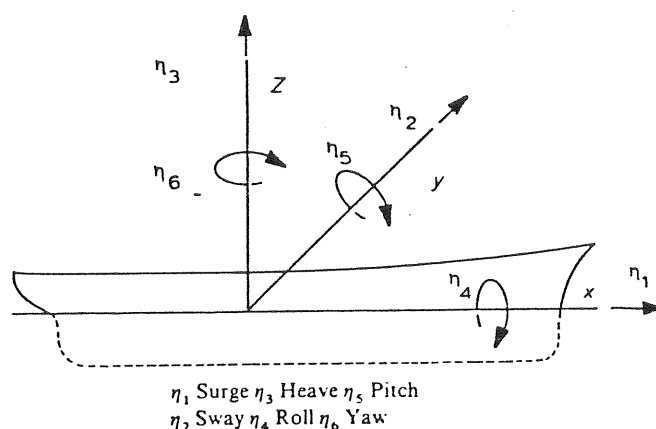
På grund av att konstruktionen förhindrar effekttransporten i vågrörelsen uppstår en långsamt varierande vågdriftkraft, som beror av korttidsmedelvärdet av sjöstillståndet och brukar betecknas som en andra ordningens vågeffekt. Denna vågdriftkraft baseras vanligen på modellförsök i eller beräkningar för regelbundna vågor. Resultaten för regelbundna vågor vägs därefter samman med hjälp av ett vågspektrum för att ge vågdriftkraften i oregelbunden sjö.

Det har varit vanligt att betrakta vind, ström och vågdriftkrafter som konstanta krafter, och det är dessa krafter på konstruktionen som ett konventionellt ankarsystem är avsett att ta upp i första hand.

Kvasistatisk analysmetod

Den väsentligaste verkan av vågorna är emellertid de oscillerande rörelser som konstruktionen erhåller på grund av de enskilda vågorna och som har visat sig vara av stor betydelse för förankringssystemet, speciellt vid vattendjup mindre än 100 m.

De frihetsgrader ("rörelser") som är intressantast vid förankringsberäkningar är surge, sway och yaw, som alla ger förskjutningar av ankarlinornas fästpunkter i horisontalled (se figur 2.2).



Figur 2.2 Definition av axelsystem och benämningar på frihetsgraderna

För att beräkna rörelserna i oregelbundna vågor är det nödvändigt att beräkna eller mäta kroppens rörelse i regelbundna vågor som funktion av infallsriktning och vågfrekvens.

Med hjälp av vågspektrum är det sedan praxis att räkna ut den sannolikt största rörelse som konstruktionen kan få i de "horisontella" frihetsgraderna i ett givet sjötillstånd och under en viss tid, ofta 3 timmar. Denna "största" rörelse används därefter för att bestämma den "största" spänningen i ankarlinorna.

Ankarkablarna i förankringssystemet beräknas under antagandet att de i varje tidsögonblick hänger i statisk jämvikt enligt kedjelinjens ekvation. I svängningsekvationen försummas ofta ankarsystemet eller används tangentstyvheten till kraft-förskjutningssambandet, medan den största kraften beräknas genom att i ankarkabelns ekvation sätta in summan av den största tillskotts-förskjutningen i svängningsrörelsen och medelförskjutningen orsakad av de konstanta belastningarna.

Den beskrivna konventionella metoden att beräkna linkraften brukar kallas kvasistatisk analys.

Varierande vågdriftkraft

De förutsättningar som ligger till grund för nuvarande metoder är bl a att vind, ström och vågdriftkrafter verkar i samma riktning och att extremvärdena kan adderas till varandra.

Man förutsätter vidare att dessa krafter är konstanta. Emellertid vet vi att de alla varierar i intensitet och riktning och också beror av varandra.

Ett sätt att beräkna responsen på den sakta varierande vågdriftkraften är att bilda ett speciellt spektrum för denna kraft och introducera denna i den beskrivna linjära analysen (se Fylling 1979). Vind och ström kan också behandlas på motsvarande sätt. Om vågdriftens frekvenser ligger nära förankringssystemets resonansfrekvens, kan dock förskjutningarna bli så stora att den beskrivna analysen blir av tvivelaktigt värde.

Eftersom en konventionellt förankrad plattform i grunden utgör ett olinjärt dynamiskt problem, där t ex ankarsystemets styvhet är en funktion av förskjutningen, borde metoder som tar hänsyn till detta utvecklas. Vid Det norske Vertitas utvecklas t ex en tidsintegrationsmetod (Namork 1980).

Vid en provberäkning på en kassun med måtten 90 x 90 x 40 m förankrad med två linor erhöles 30 à 40% större krafter i ankarlinorna än vid en kvasistatisk analys. Vid beräkningen ansattes ström- och vindkrafter som konstanta. Förhöjningen av krafterna berodde dels på den saktavarierande vågdriftkraften och dels på en transient orsakad av vågtåget.

Furuholt (1981) refererar till ett program MOSSI vid Marintekniskt Sentrum i Trondheim.

Lokaldynamik

För att kontrollera utmattning och förekomsten av extrema spänningar i ankarlinorna och deras infästningspunkter är det också av intresse att studera dessas lokala dynamik.

Rörelserna av linan vid dess anslutning (fair lead) till konstruktionen bör kunna erhållas ur analysen av konstruktionens rörelser. Svarar dessa rörelser mot frekvenser som ger transversella resonanssvängningar i linan eller om accelerationerna är så stora att slack erhålles kan uppenbarligen mycket stora dragkrafter uppstå. Specialprogram för dylika beräkningar finns. Problemet diskuteras i en särskild rapport (Lindahl 1981).

Det norske Veritas bedömer det som osannolikt att varje förankringssystem kommer att analyseras dynamiskt i framtiden eftersom sådana analyser är kostbara i maskin- och mantid, men att framtida dynamiska analysmodeller kommer att utgöra nyttiga kalibreringsverktyg med hänsyn till de dimensioneringskriterier och säkerhetsfaktorer som skall användas i den kvasistatiska analysen (Namork, 1980).

3. BERÄKNINGSSPECIFIKATION

Ett komplett system för beräkning och dimensionering av en konstruktion i havet måste omfatta belastningsberäkningsmöjligheter, dimensioneringskriterier, speciella dimensionerande lastfall, program för att generera beräkningsgeometri, program för att lösa rörelseekvationerna och strukturdynamiken.

Den föreliggande kartläggningen omfattar i huvudsak endast program som vid givna belastningar beräknar vågkrafter på och rörelser hos konstruktionerna. För att få en överblick över hela problemområdet har en "beräkningsspecifikation" ställts upp. I Tabell 1 är en innehållsförteckning till denna redovisad. Varje block som visas där återkommer sedan på de följande sidorna, försedda med kommentarer som gäller speciellt för en semisubmersible.

BELASTNINGAR

- | | |
|---------------------|---|
| o Konstanta: | Egenvikt
Förspänning |
| o "Specificerade": | Nyttig last
Rörlig last
Krafter från fartyg |
| o Miljölaster: | Temperaturer
Vågor: "våglast" driftkrafter |
| | Ström
Vind |
| o Reaktionskrafter: | Hydrostatiskt tryck
Linkrafter
Propellerkrafter
Krafter från pumprör |

LASTFALL

- o Stokastiska belastningar (Frekvensplanet).
Kräver linjära beräkningssystem där responsen på olika belastningar kan adderas.
- o Dimensionerande lastfall (Tidsplanet).
(Design Wave Approach).
Bestämda tidsserier och belastningsantaganden används och för ett begränsat antal lastkombinationer beräknas tidsförloppet hos intressanta parametrar genom tidsintegrering av ett olinjärt ekvationssystem.

DIMENSIONERINGSKRITERIER

- o Tillåtna spänningar i strukturen.
- o Utmattningshållfasthet
- o Maximala förskjutningar, hastigheter och accelerationer.
- o Minsta avstånd mellan vattenytan och däckets undersida.
- o Tillåtna spänningar i ankarlinor, ankare och grund.
- o Tillåtna spänningar och krökningsradie hos borr och pumprör

MEKANISKT SYSTEM

- o Fixerad stel struktur
Kroppens rörelser och deformationer antas ej påverka kraftspelet
- o Rörlig stel struktur
Kroppens förskjutningar men ej deformationer inverkar på de dynamiska belastningarna
- o Flexibel struktur
Kroppens deformation påverkar de dynamiska belastningarna.

GEOMETRI OCH RANDVILLKOR

- o Vattendjup och bottenkonfiguration
- o Strukturgeometri
- o Massfördelning
- o Deformationssamband för kroppens delar
- o Snabbhet och maskinstyrka hos dynamiskt positioneringssystem (propellrar eller ankarspel)
- o Kraft- förskjutningssamband för förankringssystemet

Tabell 3.1 Beräkningsspecifikation för en offshorekonstruktion.

BELASTNINGAR

- o Konstanta:
 - Egenvikt
 - Förspänning
- o "Specificerade":
 - Nyttig last
 - Rörlig last
 - Krafter från fartyg
- o Miljölaster:
 - Temperaturer
 - Vågor: "våglaster"
 - driftkrafter
 - Ström
 - Vind
- o Reaktionskrafter:
 - Hydrostatiskt tryck
 - Linkrafter
 - Propellerkrafter
 - Krafter från pumprör eller borr

Kommentarer: Interna temperatur- och förspänningslaster påverkar inte semisubmersiblens rörelser och behöver beaktas först vid beräkning av spänningar och deformationer i strukturen.

Nyttig last och rörlig last behandlas som egenvikt. Dynamiska effekter av hastiga förflyttningar av rörlig last som t.ex. tunga lyft i däckskranarna bör kanske studeras speciellt.

Krafter från fartyg kan dels vara mycket kortvariga laster vid tilläggsmanövrar, vilka endast behöver beräknas för lokala påkänningar i strukturen, dels krafter från förtöjda stora fartyg, som kanske bör kunna tas med i systemdynamiken.

Miljölasterna bör kunna verka från inbördes olika riktning och ha olika riktnings-spridning i tillämpliga fall.

För dynamiska beräkningar kan sedan en linjär analys göras där spektrum för första ordningens våglaster adderas till konstanta värden på driftkraften, vindlast och strömlast. En utvidgning av denna metod kan göras genom att låta dessa tre senare krafter ha en spektralfördelning kring sina respektive tidsmedelvärden. Metoderna förutsätter en samtidig linjarisering av förankringskrafterna.

Driftkraften, vindlasten och strömlasten är dock proportionella mot korttidsmedelvärden av respektive kvadraterna på våghöjden, vindhastigheten och strömhastigheten, varför man vid en noggrann beräkning av vissa Extremsituationer bör använda simulerade tidsserier av belastningarna och tidsintegrerade rörelseekvationerna. I detta senare fall kan också förankringarnas olinjära fjäderkaraktäristik tas med i rörelseekvationerna.

DIMENSIONERINGSKRITERIER

- o Tillåtna spänningar i strukturen.
- o Utmattningshållfasthet
- o Maximala förskjutningar, hastigheter och accelerationer.
- o Minsta avstånd mellan vattenytan och däckets undersida.
- o Tillåtna spänningar i ankarlinor, ankare och grund.
- o Tillåtna spänningar och krökningsradie hos borr och pumprör.

Kommentarer: Dimensioneringskriterierna för förskjutningar, hastigheter, accelerationer och relativläge samt kvasistatiska spänningen i ankarsystem och borr eller pumprör bör kunna ges som villkor i det dynamiska beräkningssystemet.

Tillåtna spänningar med hänsyn till utmattningshållfasthet ingår i ett strukturberäkningsprogram.

Beräknade accelerationer, miljölaster på pelare och överbyggnad, krafter från ankarlinorna och tryckfördelning mot skrovet bör kunna automatiskt överföras till ett strukturberäkningsprogram.

Rörelserna hos förankringslinornas och borrhörets ändpunkter bör kunna överföras till specialprogram för dynamiska beräkningar av dessa.

LASTFALL

- o Stokastiska belastningar (Frekvensplanet).
Kräver linjära beräkningssystem där responsen på olika belastningar kan adderas.
- o Dimensionerande lastfall (Tidsplanet).
(Design Wave Approach).
Bestämda tidsserier och belastningsantaganden används och för ett begränsat antal lastkombinationer beräknas tidsförloppet hos intressanta parametrar genom tidsintegrering av ett olinjärt ekvationssystem.

Kommentar: Linjära ekvationssystem kan också tidsintegreras men detta är inte nödvändigt eftersom samma information i princip erhålles ur frekvensplanet.

GEOMETRI OCH RANDVILLKOR

- o Vattendjup och bottenkonfiguration
- o Strukturgeometri
- o Massfördelning
- o Deformationssamband för kroppens delar
- o Snabbhet och maskinstyrka hos dynamiskt positionerings-system (propellrar eller ankarspel)
- o Kraft- förskjutningssamband för förankringssystemet

Kommentarer: Elementindelningen och massfördelningen i strukturen bör göras så att den kan automatiskt överföras till ett strukturberäkningsprogram.

Deformationssambanden för kroppens delar behöver normalt ej ingå i det hydrodynamiska beräkningssystemet.

Geometri och regleringsegenskaper hos det dynamiska positioneringssystemet måste väljas.

Geometri för förankringssystemet och varje lina ges som input. Programmet beräknar kraftförskjutningssambanden i sex frihetsgrader för hela systemet samt lineariserar sambanden för de fall beräkningarna skall göras i frekvensplanet. Lämpligt att begränsa sig till symmetriska förankringar?

MEKANISKT SYSTEM

- o Fixerad stel struktur
Kroppens rörelser och deformationer antas ej påverka kraftspelet
- o Rörlig stel struktur
Kroppens förskjutningar men ej deformationer inverkar på de dynamiska belastningarna
- o Flexibel struktur
Kroppens deformation påverkar de dynamiska belastningarna.

Kommentar: För en semisubmersible torde rörelseekvationerna endast behöva lösas för en rörlig stel struktur dvs utan hänsyn till eventuella deformationer.

För mycket korta vågor relativt strukturens mått eller för en mycket styvt förankrad semisub torde man kunna nöja sig med att beräkna belastningarna för en fixerad stel struktur.

Ankarkättingar, borrar och pumprör måste i specialprogram beräknas som flexibla strukturer.

BERÄKNINGSSYSTEM

Rörelseekvationer i sex frihetsgrader ställs upp. Härvid utnyttjas symmetrivillkor så att två eller tre okopplade ekvationssystem med vardera färre frihetsgrader uppstår.

Programmet skall själv beräkna koefficienterna i rörelseekvationerna ur "bästa teori" för varje strukturdela. För element med "liten" utsträckning i rörelseriktningen används härvid Morisons formel. För större diametrar försummas släpkraft och masströghetskoefficienter beräknas ur någon 2-D-potentialteori eller anges för vanliga profiler som input. För storvolymdelar används 3-D-potentialströmningsteori.

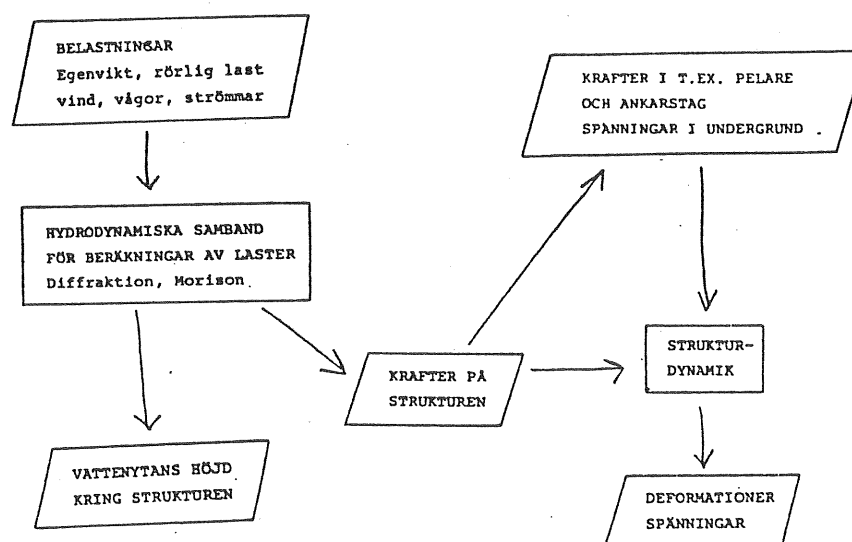
Något rationellt sätt att ta hänsyn till dämpning borde ingå i systemet, så att detta ej bleve en kalibreringsfråga för varje tillämpning.

4. FLÖDESPLAN FÖR BERÄKNINGAR

Komplexiteten av ett tänkt programsystem för beräkning av rörelserna hos en vågpåverkad konstruktion är starkt beroende av om den kan beräknas som en fixerad stel struktur, där dess rörelser inte påverkar krafterna, som en rörlig struktur, där förskjutningarna men inte deformationerna inverkar på de dynamiska belastningarna, eller som en flexibel struktur, där kroppens deformation eller rörelser mellan dess delar måste beaktas vid beräkningen av belastningarna.

I det första fallet med en stel fixerad struktur (t ex en bottenfast kassun) erhålles en enkel programstruktur där man först definierar belastningarna, sedan beräknar lasterna på strukturen och eventuellt vågmönstret runt den. De beräknade lasterna ger sedan genom jämvikt upplagsreaktionerna t ex i undergrunden. Se figur 4.1. De beräknade belastningarna och stödreaktionerna kan sedan appliceras på strukturen i ett program för den interna strukturdynamiken.

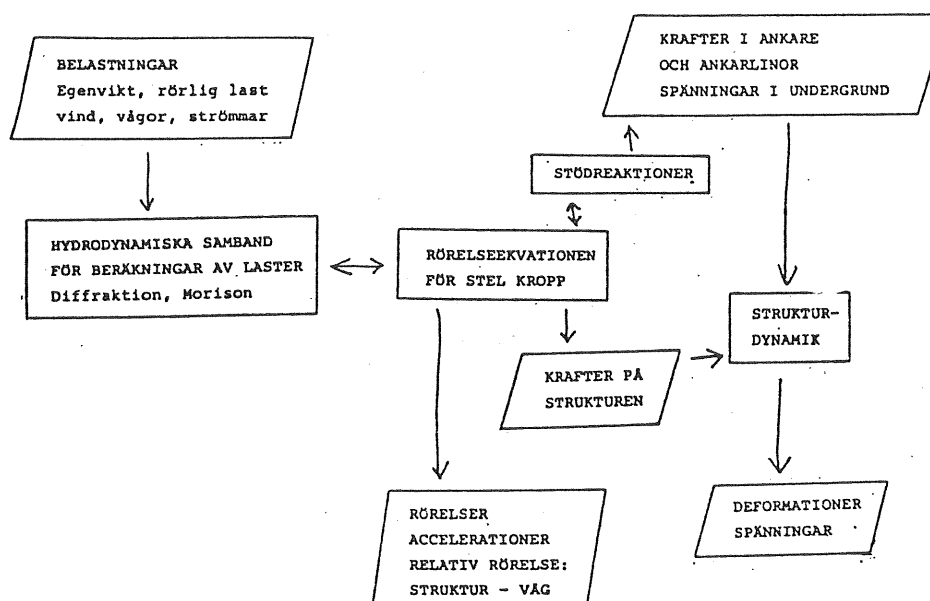
Sådana hierarkiska programsystem kan i princip tillämpas t ex på bottenfasta betongplattformer, jack-ups och fackverksplattformer.



Figur 4.1 Flödesschema för analys av en stel fixerad struktur.

I det andra fallet med en stel rörlig struktur måste de hydrodynamiska belastningarna på grund av kroppens rörelser och acceleration och stödreaktionerna från t ex ankarsystemet och displacementsändringarna inkluderas i kroppens rörelseekvation så att en större del av programmet blir kopplat. Se figur 4.2. Den drivande kraften beräknas dock fortfarande som om strukturen inte har förskjutit sig.

Denna sofistikeringsgrad är fullt tillräcklig för större flytande konstruktioner såsom råoljetankers, semisubmersibles och fabrikspråmar.

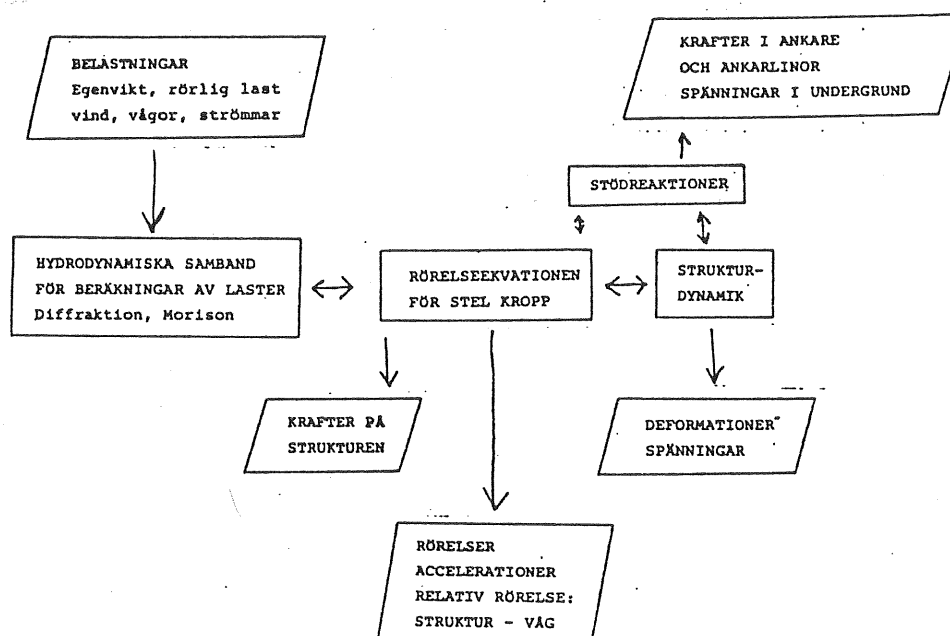


Figur 4.2 Flödesschema för analys av en stel rörlig struktur.

Vid beräkning av en flexibel struktur är deformationerna hos själva strukturen så stora att hänsyn till detta måste tas när man ställer upp kroppens rörelseekvationer. Se figur 4.3. Beräkningsarbetet blir då ytterligare komplicerat och behovet av sådana beräkningar är troligtvis begränsat vid beräkning av en större strukturs rörelser.

Vid analys av dynamiken hos en ankarkätting eller ett pumprör finns behovet, men löses då vanligtvis i ett specialprogram.

Vanligare är att ett par kroppar av ungefär samma storlek är sammankopplade med något flexibelt element och att de inbördes överförda krafterna och inverkan på vågpotentialen är så stora att ett kopplat dubbelt så stort ekvationssystem måste ställas upp. Problemet förekommer t ex om en stor råoljetanker är förtöjd till en lastningsboj eller vid vissa typer av vågenergi-omvandlare.

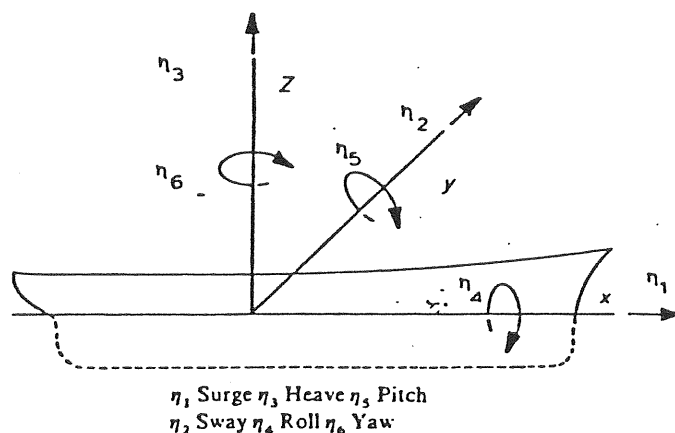


Figur 4.3 Flödesschema för analys av en flexibel struktur.

Projektet är tills vidare inriktat på strukturer som kan behandlas som stela fixerade eller stela och rörliga.

5. RÖRELSEEKVATIONERNA

Rörelseekvationerna för ett flytande föremål presenteras här översiktligt för att underlätta förståelsen av följande avsnitt. För utförligare beskrivning hänvisas till Løken et Olsen (1976) eller Garrison (1974, 1975). För en förankrad kropp hänvisas till Zarnick et Casarella (1972).



Figur 5.1 Koordinatsystem för rörelseekvationerna.

Koordinatsystemet och förskjutningarna för ett skepp definieras ofta enligt figur 5.1 med z-axeln riktad vertikalt uppåt genom tyngdpunkten, x-axeln framåt i skeppets rörelseriktning och med origo i lugnvattenytan. För flytande konstruktioner med symmetri bör x-z-planet användas som symmetriplan.

Låt vidare förskjutningarna i x-, y-, z-riktningarna benämnas respektive

$$\begin{aligned}\eta_1 &= \text{surge} \\ \eta_2 &= \text{sway}\end{aligned}$$

η_3 = heave (hävning)

och rotationerna kring respektive axel

η_4 = roll (rullning)

η_5 = pitch (stampning)

η_6 = yaw (gir)

Den generaliserade förskjutningsvektorn kan då skrivas $\eta = (\eta_1; \eta_2; \eta_3; \eta_4; \eta_5; \eta_6)$. Den drivande kraften (och momentet) kan tills vidare betecknas med vektorn $F = (F_x; F_y; F_z; M_x; M_y; M_z)$.

Rörelseekvationen kan nu komprimerat tecknas

$$(M + A)\ddot{\eta} + B\dot{\eta} + C\eta = F \quad \dots\dots (5.1)$$

där

M	är den generaliserade massmatrisen
A	matrisen för den hydrodynamiska massan
B	dämpmatrisen
C	styvhetsmatrisen för de återförande hydrostatiska krafterna och förankringssystemet

Om det uppankrade föremålet har lateral symmetri och dess tyngdpunkt ligger i $(0, 0, z_c)$ erhålles följande generaliserade massmatris

$$M = \begin{bmatrix} m & 0 & 0 & 0 & mz_c & 0 \\ 0 & m & 0 & -mz_c & 0 & 0 \\ 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -mz_c & 0 & I_4 & 0 & -D_{46} \\ mz_c & 0 & 0 & 0 & I_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -D_{64} & 0 & I_6 \end{bmatrix} \quad \dots\dots (5.2)$$

där m är skeppets massa

$I_{4,5,6}$ skeppets tröghetsmoment kring axlarna

D_{46} det enda deviationströghetsmomentet.

Om den flytande konstruktionen även har förlig-akterlig symmetri försvinner deviationströghetsmomentet i matrisen. Om dessutom origo placeras i tyngdpunkten försvinner de övriga elementen utanför diagonalen. Det är emellertid ofta bekvämast att ha origo i vattenytan.

För lateral symmetri gäller vidare att matriserna för hydrodynamisk massa och dämpning har schackbrädeskonfiguration:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & 0 & a_{15} & 0 \\ 0 & a_{22} & 0 & a_{24} & 0 & a_{26} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & 0 & a_{35} & 0 \\ 0 & a_{42} & 0 & a_{44} & 0 & a_{46} \\ a_{51} & 0 & a_{53} & 0 & a_{55} & 0 \\ 0 & a_{62} & 0 & a_{64} & 0 & a_{66} \end{bmatrix} \dots\dots (5.3)$$

Dessa matriser är symmetriska om strukturen inte har någon fart eller är förankrad.

För ett flytande föremål med lateral symmetri utan förankring är vidare de enda elementen i styvhetsmatrisen: c_{33} för heave, c_{44} för roll, c_{55} för pitch och en koppling $c_{35}=c_{53}$ mellan heave och pitch. Om förlig-akterlig symmetri föreligger är $c_{35}=c_{53}=0$.

Om föremålet är förankrat tillkommer andra återförande element. Ett dubbelsymmetriskt linjärt elastiskt förankringssystem med linorna i vattenytans plan ger element i diagonalen för surge (c_{11}), sway (c_{22}) och yaw (c_{66}). Eventuellt kan man räkna med ett tillskott i roll också. (Zarnick et Casarella, 1972). Ett

asymmetriskt eller olinjärt förankringssystem ger fler termer utanför diagonalen. Se kapitel 6.2.

För den dubbelsymmetriskt förankrade kroppen med lateral symmetri erhålles sammanfattningsvis

$$C = \begin{bmatrix} c_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & c_{22} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{33} & 0 & c_{35} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & c_{53} & 0 & c_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \quad \dots\dots (5.4)$$

Reducering av ekvationssystemet

Matriserna M, A, B och C innehåller endast element med båda index udda eller jämna. Detta gör att man kan dela upp ekvationssystemet (1) i två oberoende ekvationssystem med vardera tre frihetsgrader. Systemen kan sedan lösas oberoende av varandra.

Udda index ger ett ekvationssystem för surge (η_1), heave (η_3) och pitch (η_5). Om man förutsätter att det förankrade föremålet är smalt och långsträckt i x-led, som ett skepp eller som skroven på en semisubmersible, kan man visa att de hydrodynamiska krafter som är associerade till surgerörelsen är mycket mindre än krafterna associerade till de andra frihetsgraderna. Då så är fallet kan man för ett fritt flytande föremål dela upp ekvationssystemet ytterligare i ett system med två ekvationer för heave (η_3) och pitch (η_5) samt en ekvation för surge. (Salvesen m.fl., 1971). I flera beräkningsmetoder gör man samma uppspaltnings för förankrade kroppar utan närmare utredning. (Zarnick et Casarella, 1972).

För heave och pitch erhålles följande approximativa ekvationssystem i utskriven form

$$\left(\begin{bmatrix} m & 0 \\ 0 & I_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{33} & a_{35} \\ a_{53} & a_{55} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_3 \\ \ddot{\eta}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b_{33} & b_{35} \\ b_{53} & b_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_3 \\ \dot{\eta}_5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} c_{33} & c_{35} \\ c_{53} & c_{55} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_3 \\ \eta_5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_z \\ M_y \end{bmatrix} \quad \dots (5.5)$$

Viskösa dämpning

En förutsättning för att ekvation (5) skall gälla är att alla viskösa effekter kan försummas. Den enda dämpning som tas med är således energiförlusten på grund av bildandet av vågor vid kroppens svängningar. Detta är berättigat åtminstone för ett skepp eller kassun eftersom den viskösa dämpningen hos dessa vid vertikala rörelser är mycket liten. För en semisubmersible är antagandet mer tvivelaktigt.

För ett förankrat föremål, kan viskösa effekter vara betydelsefulla i alla de horisontella rörelserna surge (η_1), sway (η_2) och yaw (η_6). Trögheten hos ett stort förankrat föremål är i dessa frihetsgrader stor jämfört med de återförande krafter som åstadkommes av förtöjningssystemet. Därigenom tenderar systemet att få mycket låg resonansfrekvens i dessa frihetsgrader. Vid låga frekvenser går vågdämpningen mot noll och den viskösa dämpningen kommer därför att dominera. Eftersom vidare den långsamtvarierande vågdriftkraften kan uppträda vid dessa låga frekvenser är det nödvändigt att inkludera viskösa effekter i ekvationssystemet när föremål är förankrade eller förtöjda. (Zarnick et Casarella, 1972).

Med släpkraften proportionell mot hastigheten i kvadrat erhålles då för surge (η_1) den approximativa ekvationen

$$(m + a_{11})\ddot{\eta}_1 + (b_{11} + b_{11}^* |\dot{\eta}_1|) \dot{\eta}_1 + c_{11} \eta_1 = F_x \quad \dots (5.6)$$

Kopplingstermer försummas eftersom dessa är av underordnad betydelse vid lateral symmetri.

För de resterande tre frihetsgraderna sway (η_2), roll (η_4) och yaw (η_6) erhålles tre kopplade ekvationer

$$\begin{aligned}
 & \left(\begin{bmatrix} m & -mz_c & 0 \\ -mz_c & I_4 & -D_{46} \\ 0 & -D_{46} & I_6 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} a_{22} & a_{24} & a_{26} \\ a_{42} & a_{44} & a_{46} \\ a_{62} & a_{64} & a_{66} \end{bmatrix} \right) \begin{bmatrix} \ddot{\eta}_2 \\ \ddot{\eta}_4 \\ \ddot{\eta}_6 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} b_{22} + b_{22}^* |\dot{\eta}_2| & b_{24} & b_{26} \\ b_{42} & b_{44} + b_{44}^* |\dot{\eta}_4| & b_{46} \\ b_{62} & b_{64} & b_{66} + b_{66}^* |\dot{\eta}_6| \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\eta}_2 \\ \dot{\eta}_4 \\ \dot{\eta}_6 \end{bmatrix} \\
 & + \begin{bmatrix} c_{22} & 0 & 0 \\ 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & c_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_2 \\ \eta_4 \\ \eta_6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F_y \\ M_x \\ M_z \end{bmatrix} \quad \dots\dots\dots (5.7)
 \end{aligned}$$

Förutom i sway och yaw har här en viskös dämpterm infogats i diagonalelementet för roll. Denna korrektion måste vara med även vid fritt flytande skepp, eftersom det har visat sig vid jämförelse mellan teori och experiment att rullningsdämpningen påverkas avsevärt av viskösa effekter, även då slingerkölar saknas. (Vugts, 1968).

Frekvensberoende

Den hydrodynamiska massan och dämpningen i matriserna A och B i rörelseekvationen (5.1) är frekvensberoende för en kropp i närheten av den fria vattenytan. För hastiga vibrationer får A dock samma värde som gäller vid alla frekvenser för en djupt nedsänkt kropp. De icke viskösa elementen i matrisen B blir samtidigt noll eftersom inga ytvattenvågor bildas. För vibrationsproblem kan således ekvation (5.1) användas med konstanta koefficienter. (Lewis, 1929, se t.ex. Korvin Kroukovsky 1961).

För flytande föremål som svänger i närheten av sina resonansfrekvenser i heave och pitch eller vid lägre frekvenser är däremot koefficienterna starkt frekvensberoende och ekvationen gäller strängt endast för harmoniska belastningar eller linjärkombinationer av dessa. Vid sådana belastningar får man i stället problem med de viskösa dämptermerna.

Linjarisering av den viskösa dämpningen

Den viskösa dämpningen $B_{ii}^* |\dot{\eta}_i| \dot{\eta}_i$ är matematiskt obekvämt eftersom svängningsekvationerna genom dessa blir olinjära. Om man antar att svängningen är harmonisk blir dämpkraften i frihetsgraden i

$$B_{ii}^* \cdot \dot{\eta}_{\max}^2 \cdot |\cos \omega t| \cos \omega t \quad \dots \quad (5.8)$$

och approximeras detta uttryck med första termen i dess fourierserietveckling erhålles den viskösa dämpningen till

$$B_{ii}^* \frac{8}{3\pi} \dot{\eta}_{i\max} \dot{\eta}_i \quad \dots \quad (5.9)$$

En liknande kvasilinjär term används för rullningsdämpning av t.ex. Salvesen et al., 1971 med värden på B_{ii}^* enligt Kato (1958) och Tanaka (1960). Hogben (1979) använder samma linjarisering för cirkulära cylindrar och för semisubmersibla torde tekniken kunna användas i flera frihetsgrader.

Den drivande kraften

Den drivande kraften i ekvation (5.1) har hittills antagits inkludera alla tänkbara belastningar från vind, ström, vågor och förtöjningskrafter från andra kroppar i närheten. Vid lösningen av ekvationssystemet faller det sig naturligt att först beräkna systemet för ett tidsmedelvärde av belastningen, sedan utföra nödvändiga lineariseringar och därefter påföra den övriga lasten som en harmonisk serie. Denna del av belastningen kan för varje frekvens betecknas med vektorn

$$(F_1, F_2, F_3, F_4, F_5, F_6)^* e^{i\omega t} \quad \dots \quad (5.10)$$

där F_i är den komplexa amplituden för de harmoniska drivande krafterna och momenten. Realdelen av vektorn ger krafterna och momenten i varje tidsögonblick, ω är vinkelfrekvensen med vilken vågorna träffar föremålet (encounter angular frequency).

Den harmoniska drivande kraften på grund av vågorna kan anses bestå av första ordningens vågkrafter, med samma frekvens som vågorna, av en andra ordningens vågdriftkraft som i regelbundna vågor består av dels överton med dubbla frekvensen och dels en konstant kraft. Denna konstanta kraft är av en lägre storleksordning än första ordningens krafter, men är av vital betydelse vid dimensioneringen av ett positioneringssystem.

I oregelbundna vågor ger den "konstanta" driftkraften upphov till en långsamtvarierande vågdriftkraft, som kan variera med frekvenser i närheten av förankringssystemets resonansfrekvenser i surge, sway och yaw.

Den drivande kraften, hydrodynamiska massan och dämpningen beräknas med olika för varje problem lämpliga hydrodynamiska teorier. Dessa kommer att beskrivas översiktligt i senare kapitel.

6 FÖRANKRINGSSYSTEMETS EKVATIONER

6.1 Förankring

De konstruktioner som numera förankras på kontinentalsockeln varierar från små instrumentbojar till stora plattformar och skepp. Ankarsystemens utformning bestäms av storleken på den förankrade konstruktionen, kraven på positioneringsnoggrannhet och hur länge konstruktionen skall ligga på samma plats.

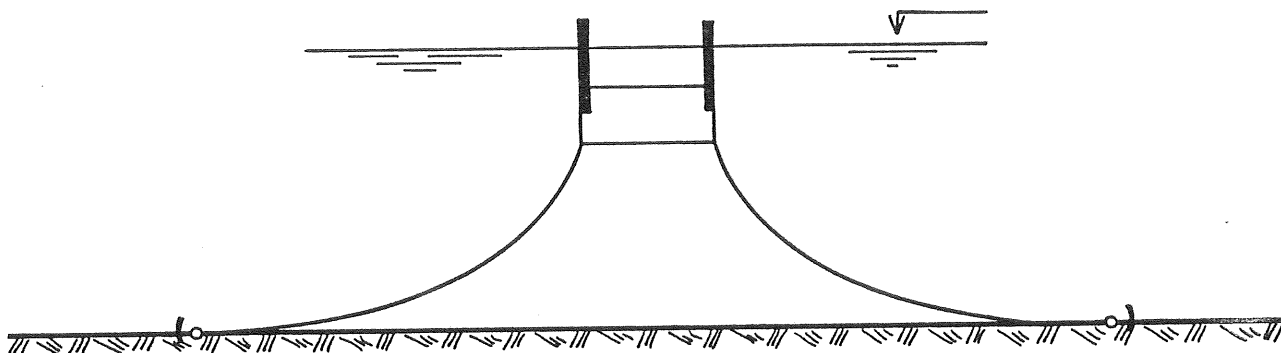
En i dag vanlig plattform har en slakförankring av åtta kättingar med diametern 76 mm och längden 1400 m. Kättingen väger 135 kg/m, ankarna 15 ton och deras vinchar cirka 50 ton vardera. Ankarsystemets totala vikt blir då cirka 1.800 ton. Om man istället haft en 76 mm vajer med längden 4000 m och vikten 25 kg/m skulle den totala vikten ha reducerats till cirka 1.100 ton (Furuholt, 1981).

Nedan redovisas några typiska förankringar.

Egenskaperna hos en slakförankring bestäms av kättingens vikt och längd. Längden skall vara så stor att en del av kättingen intill ankaret alltid ligger på botten och således kraften vid ankaret alltid är horisontell.

En fördel med en slakförankring är att den mjukt absorberar stora rörelser och krafter. Systemet får också ganska stor dämpning eftersom en del av energin läggs av på botten varje gång kättingen läggs ned på denna. Energi dissiperas också när kättingen rör sig genom vattnet.

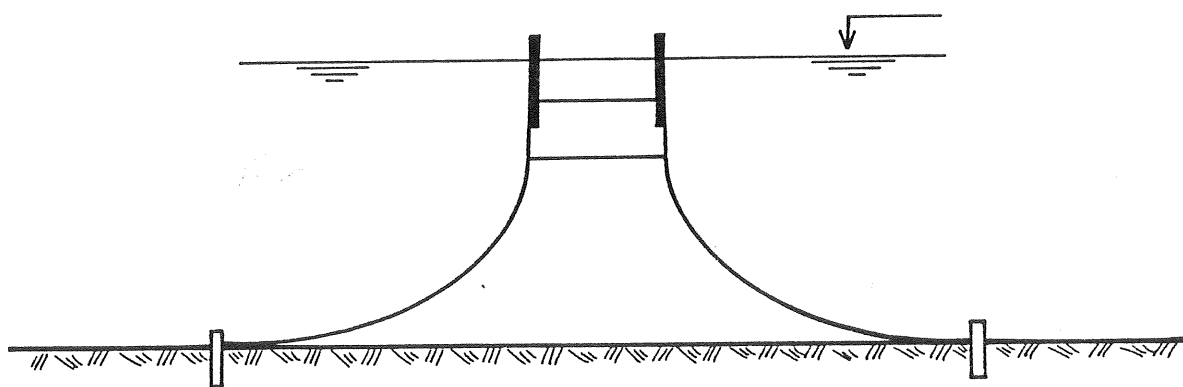
Nackdelar är bland annat att förankringen tar stor plats, att horisontalförskjutningarna hos plattformen kan bli stora vid stora djup och att totalvikten hos ankarsystemet och därigenom även kostnaden kan bli hög. Slitaget mot botten är stort speciellt när den består av berg och block.



Figur 6.1 Kedjeförankring (Catenary anchoring)
(Hosøy och Martinssen, 1980).

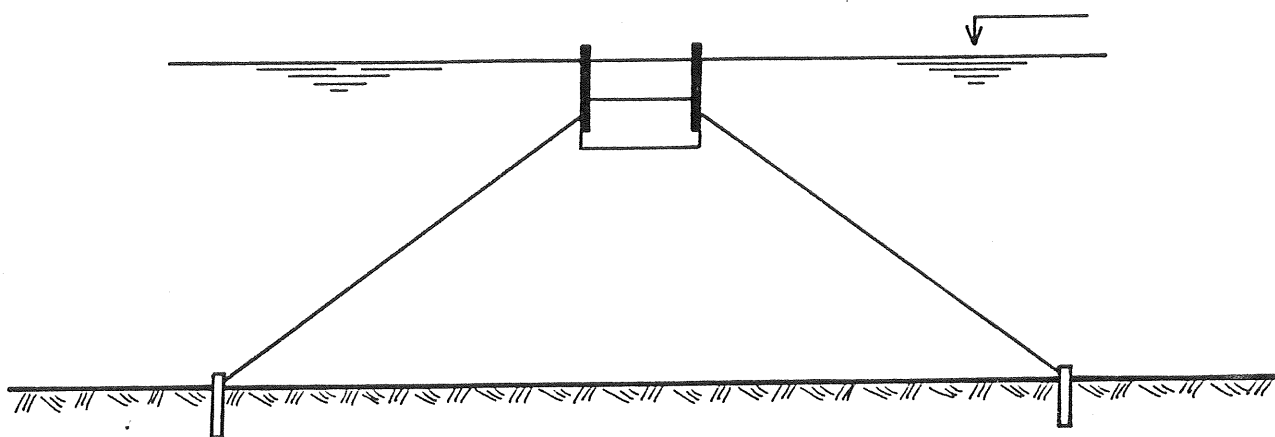
För att komma undan en del av problemen kan kättingarna sträckas så att de lyfter ända fram till ankaret (fig. 6.2). Härvid sparas utrymme på botten och kättinglängd. Samtidigt blir horisontalförskjutningarna mindre.

I gengäld måste ankarna kunna ta upp vertikalt uppåtriktad belastning. Risken att extrema spänningar i linan skall uppstå ökar samtidigt om denna vid en oförutsedd belastning skulle sträckas helt. Energidissipationsförmågan torde också bli sämre.



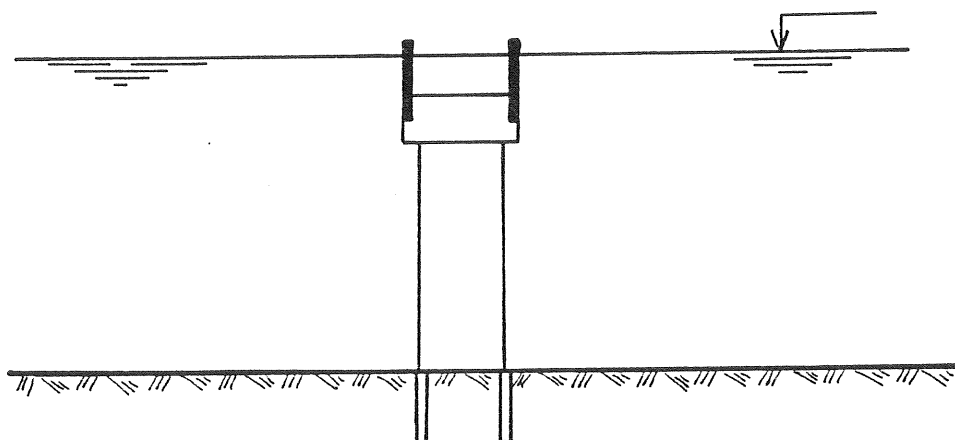
Figur 6.2 Sträckt kedjeförankring (Taut catenary anchoring)
(Hosøy och Martinssen, 1980).

På mycket stora djup blir slakförankringar av kättingtyp dyra och tunga. Då kan kombinationer av vajer och kätting användas där kättingen används längst ned vid botten. Rent elastiska linsystem kan också användas (se fig. 6.3), men ofta används dynamisk positionering om kravet på små förskjutningar är strängt.



Figur 6.3 Sträckt elastisk förankring (Taut elastic anchoring). (Hosøy och Martinssen, 1980).

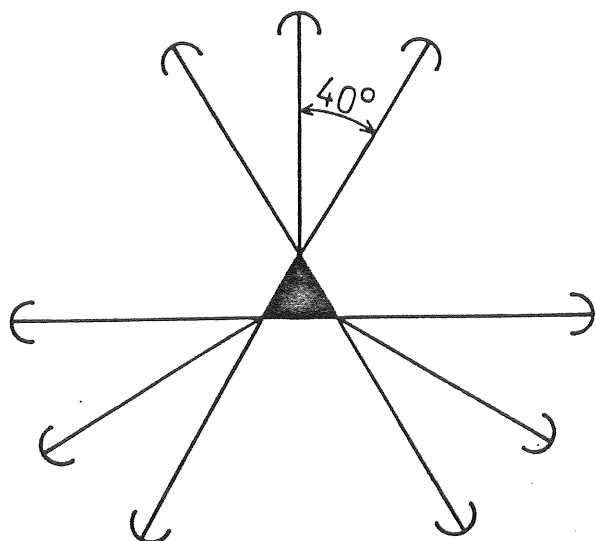
En variant av den sträckta förankringen är den så kallade tensioned-leg anchoring, där man förspänner plattformen med vertikala linor mot botten. Se figur 6.4. Denna typ av förankring planeras att användas på stora djup. Vertikalrörelserna blir små men horisontalrörelserna blir stora om endast vertikala linor används.



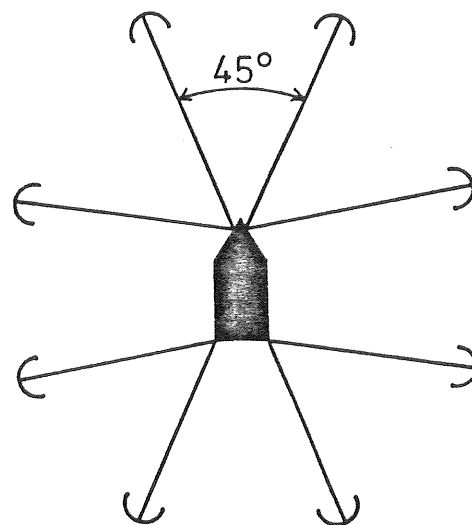
Figur 6.4 Tensioned-leg anchoring.

Hos ett rent elastiskt system ökar flexibiliteten med linornas längd. Högfrekventa belastningsväxlingar ger en uppvärmning av linornas kärna på grund av friktion mellan kardelarna. I grova syntetlinor kan kärnan på grund av detta komma att smälta.

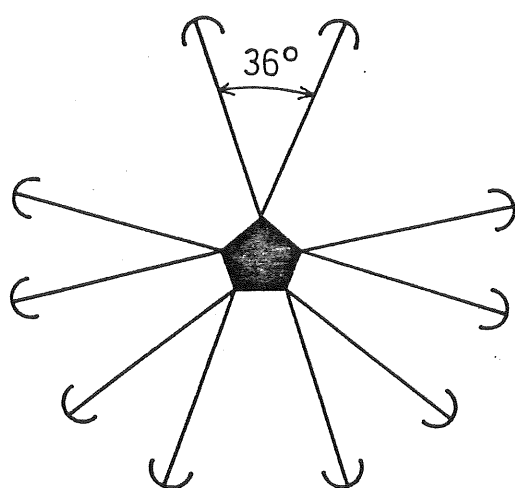
På figursidan 6.5 ges exempel på några typiska mönster av förankringslinor.



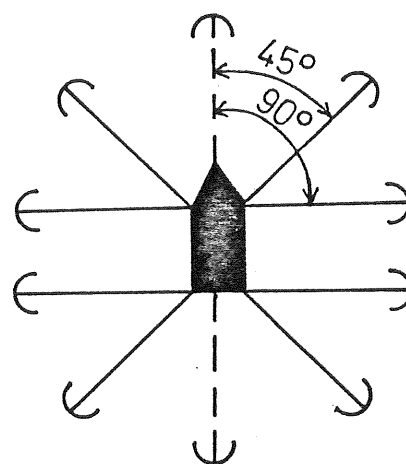
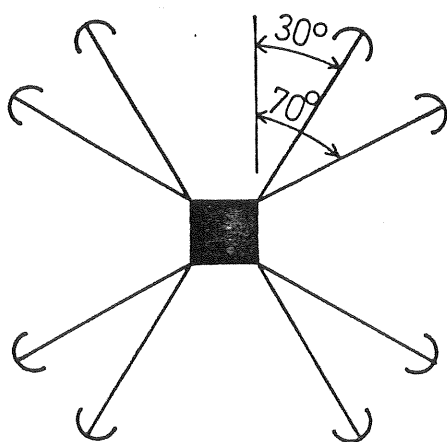
a) Symmetric nine line



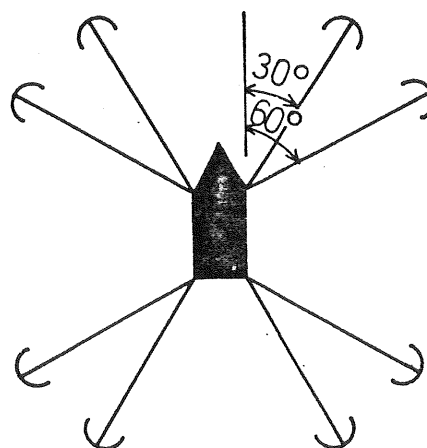
b) Symmetric eight line



c) Symmetric ten line

d) 45°-90° eight line
45°-90° ten line

e) 30°-70° eight line



f) 30°-60° eight line

Figur 6.5 Typical spread mooring patterns.
(Hosøy och Martinssen, 1980).

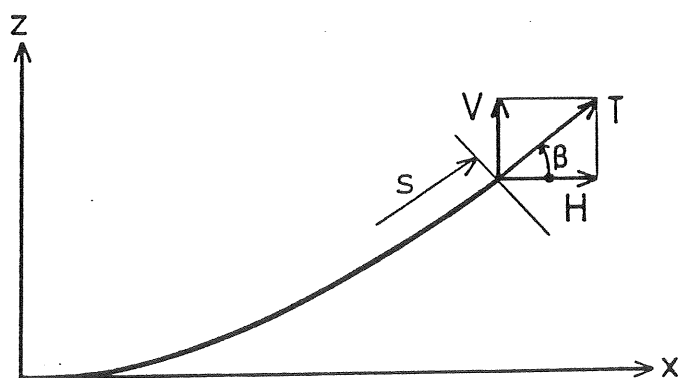
6.2 Ekvationer

I rörelseekvationen för en förankrad plattform ingår den mothållande kraften från förankringssystemet. Oftast tar man då endast med förankringssystemets styvhet men försummar dess massa och dämpningsegenskaper, samt linornas egen dynamik. En del av massan kan dock beräkningsmässigt hänföras till plattformens massa.

I många kvasistatiska beräkningar försummas även förankringssystemets styvhet i svängningsekvationen. Plattformens rörelser i vågorna beräknas då som om den vore fritt flyttande. Maximala förskjutningar hos ankarlinornas infästningspunkter används sedan för att bestämma krafterna i de mest belastade linorna.

Kedjelinjens ekvation

Kraft-förskjutningssambandet för en slak kätting är mycket olinjärt, vilket framgår av de ekvationer som redovisas nedan. För framställningen har valts axialstela kablar, dvs deras elastiska deformation har försummats. Oftast bör dock elasticiteten tas med i beräkningarna.



Figur 6.6 Definition av koordinater för en ankarkätting.

Antag att en kätting tangerar botten i origo enligt figur 6.6 och att dragkraften i linan är T på nivån z över botten.

Antag vidare att kättingens tyngd per längdenhet är q och att båglängden från origo räknat är s . Vertikal jämvikt ger då att vertikalkraften V eller dragspänningens vertikal-komponent måste vara lika med tyngden av den lyfta delen av kättingen

$$V = q \cdot s = T \sin \beta \quad \dots\dots (6.1)$$

Horisontalkomponenten H är konstant om inga yttre horisontella laster verkar på kättingen

$$H = T \cos \beta \quad \dots\dots (6.2)$$

vilket tillsammans ger

$$\tan \beta = qs/H = dz/dx \quad \dots\dots (6.3)$$

Längden av ett bågelement ds ges ur geometrin av uttrycket

$$ds^2 = dx^2 + dz^2 \quad \dots\dots (6.4)$$

Ur sambanden (6.1) - (6.4) erhålles kurvformen för kättingen till

$$z = \frac{H}{q} \cosh \left(\frac{qx}{H} \right) - 1 \quad \dots\dots (6.5)$$

alternativt båglängden

$$s = \frac{H}{q} \sinh \left(\frac{qx}{H} \right) \quad \dots\dots (6.6)$$

För härledning av kedjelinjen se t.ex. Ramsey (1960).

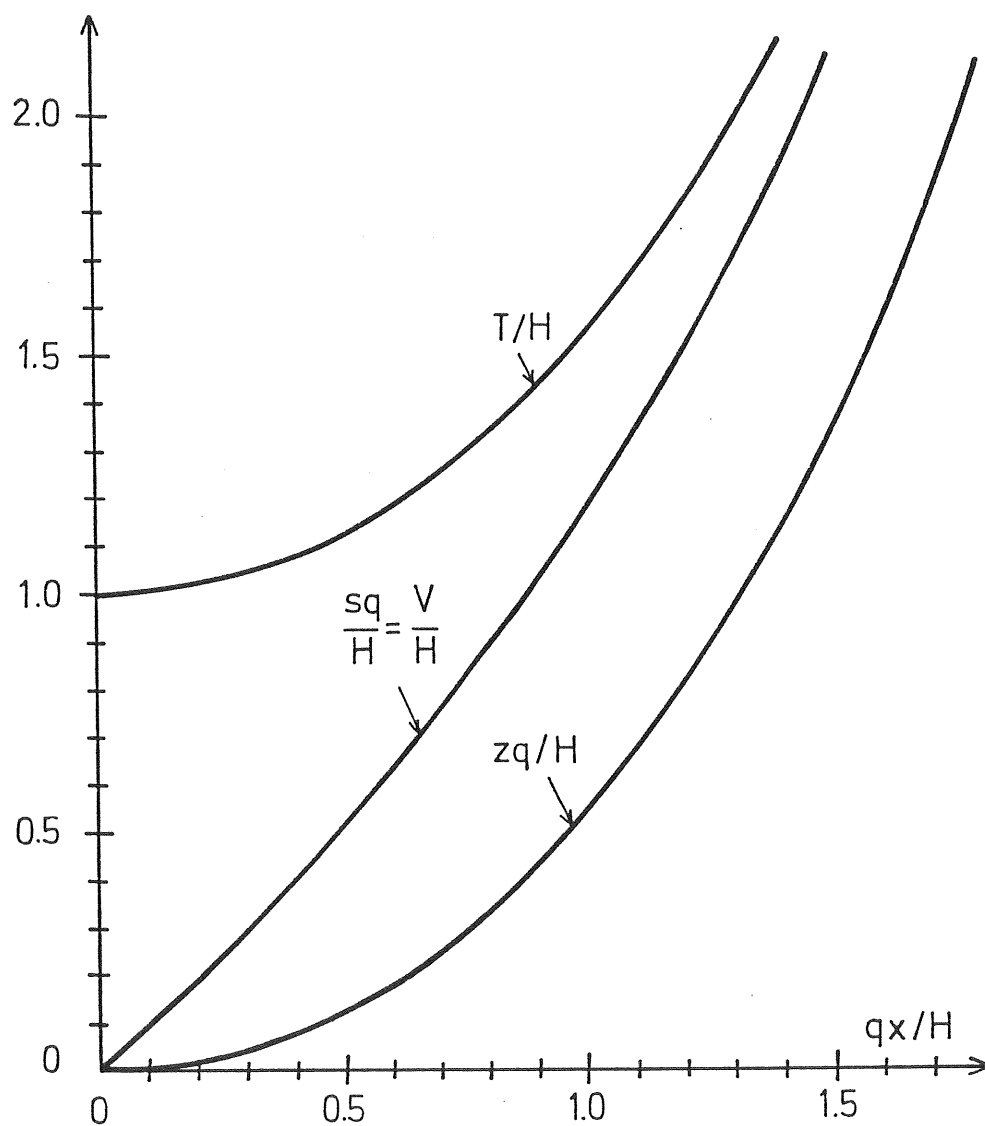
Som illustration har nedan z , s och linkraften T ritats upp i diagram nedan som funktioner av den dimensionslösa koordinaten $\zeta = qx/H$.

$$\frac{zq}{H} = (\cosh \zeta) - 1 \quad \dots\dots (6.7)$$

$$\frac{sq}{H} = \frac{V}{H} = \sinh \zeta \quad \dots\dots (6.8)$$

och

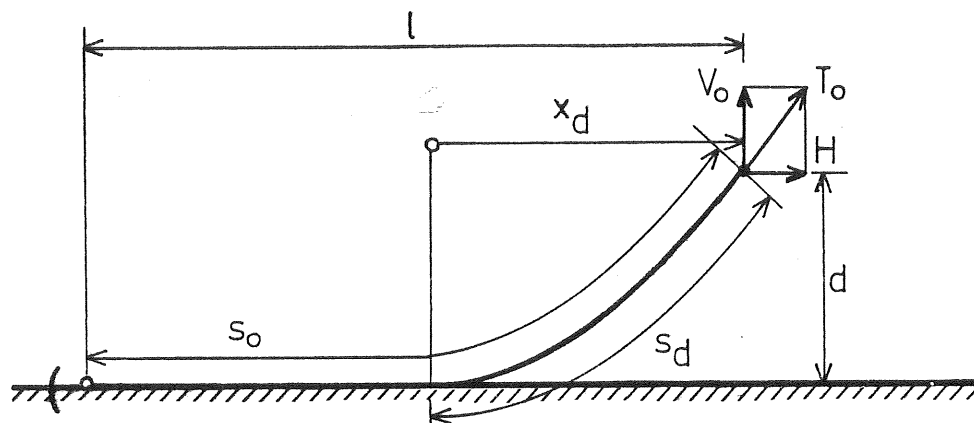
$$\frac{T}{H} = \cosh \zeta \quad \dots\dots (6.9)$$



Figur 6.7 Dimensionslös framställning av en ankarkättings kurvform (s och z), dragkraft (T) och vertikal-kraft (V) som funktion av horisontalavståndet (x) från tangeringspunkten.
 H = horisontalkraft q = tyngd per längdenhet

Slakförankring

För sambanden ovan har förutsatts att ankarkättingen tangerar botten vid origo ($x=0$). Vanligtvis känner man inte läget av tangeringspunkten. Kättingens längd, s_0 , och det horisontella avståndet, l , mellan ankare och infästningspunkt i plattformen borde dock i allmänhet kunna anges.



Figur 6.8 Definition av storheter för slakförankring.

Ur geometrin i fig. 6.8 samt ekvationerna (7.12) och (7.14) med $z = d =$ vattendjupet erhålles

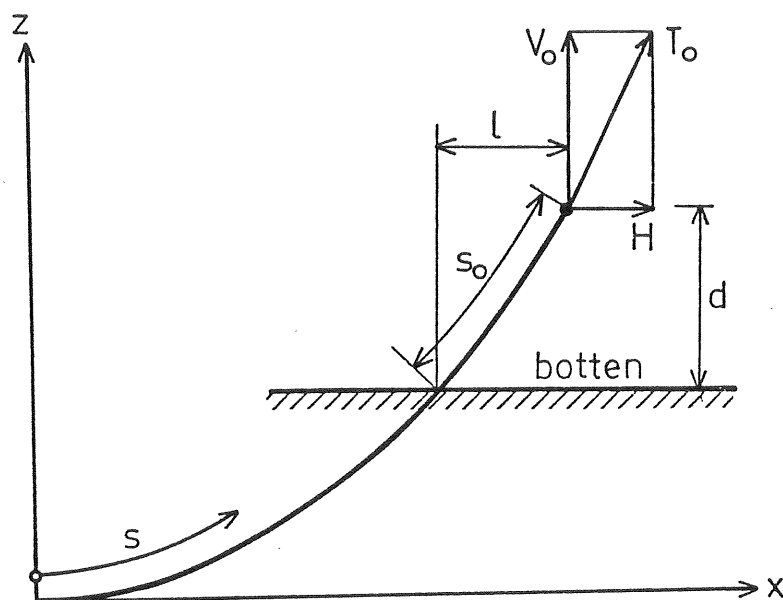
$$\begin{aligned}
 l &= x_d + s_0 - s_d = \\
 &= s_0 + \frac{H}{q} \operatorname{arccosh} \left(\frac{qd}{H} + 1 \right) - \sqrt{d^2 + 2Hd/q} = \\
 &= s_0 + \frac{H}{q} \left[\ln \left\{ \frac{qd}{H} + 1 + \sqrt{\left(\frac{qd}{H} \right)^2 + 2 \frac{qd}{H}} \right\} - \sqrt{\left(\frac{qd}{H} \right)^2 + 2 \frac{qd}{H}} \right] \dots (6.10)
 \end{aligned}$$

Derivatan dl/dH av ovanstående ekvation ger flexibiliteten för en kraftändring vid fästpunkten $s(x_d, d)$. Krafterna i fästpunkten erhålles ur tidigare formler med $z = d$ insatt.

Sträckt ankarkabel

Om horisontalkraften är så stor att kättingen lyfter vid ankaret kan inte de redovisade ekvationerna användas direkt.

Koordinaterna x , s och z måste i detta fall räknas från en fiktiv tangeringspunkt som ligger någonstans under botten och således inte är känd från början. Se fig. 6.9.



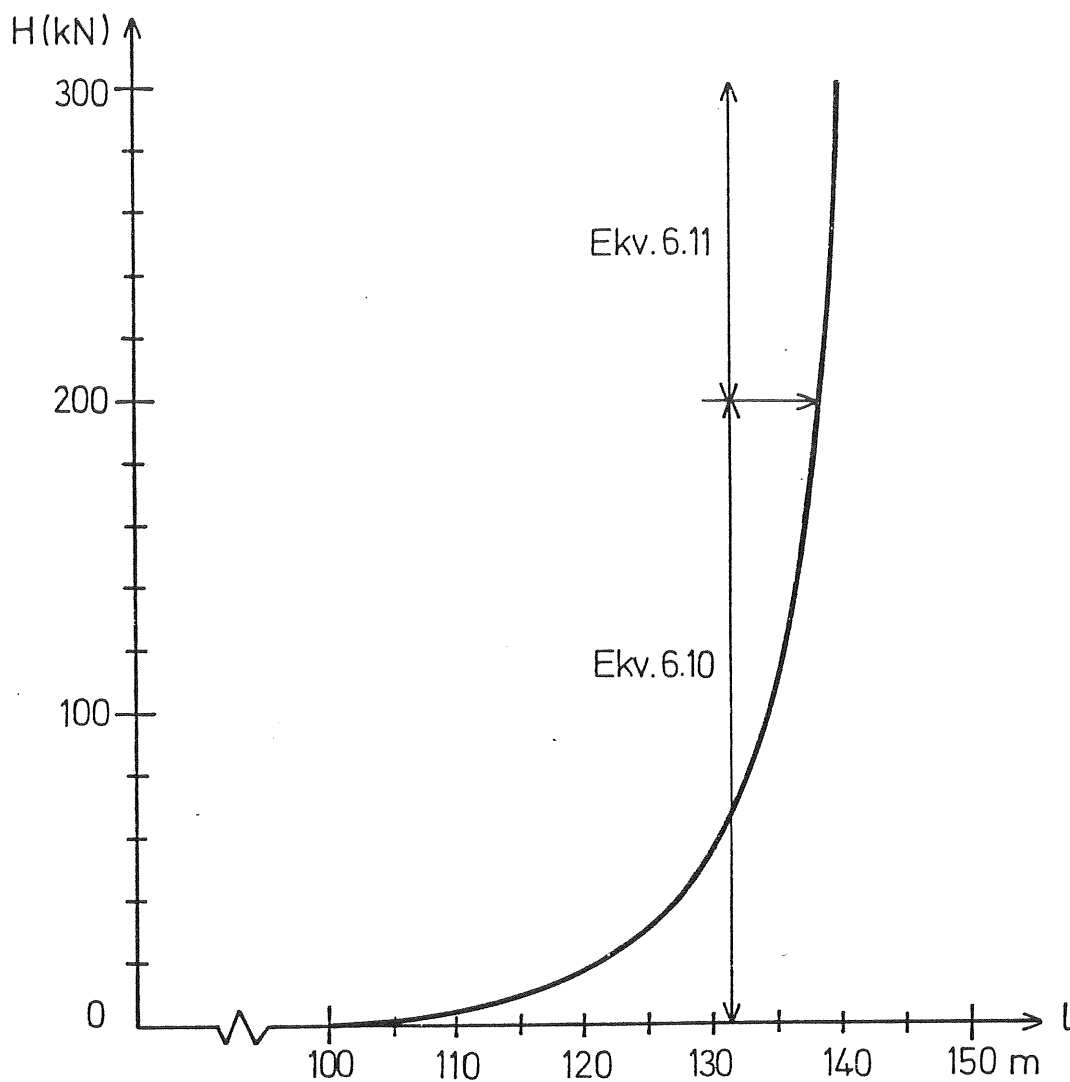
Figur 6.9 Koordinater för sträckt ankarkabel.

För detta fall erhålles sambandet $l = f(H)$ till

$$l = \frac{2H}{q} \operatorname{arcsinh} \left(\frac{q}{2H} (s_0^2 - d^2)^{1/2} \right) \dots \dots (6.11)$$

Ekvationerna (6.10) och (6.11) har använts av Zarnick och Casarella (1972) för att beräkna förankringssystemets styvhet under förutsättning att vertikallasterna tas upp av ankarbojar och att horisontella linor går från dessa till det förankrade föremålet.

Som illustration till kraft-förskjutningssambandet för en ankarkätting har i fig. 6.10 horisontalkraften H uppritats som funktion av horisontella avståndet l mellan ankare och fästpunkt. Följande parametrar gäller



Figur 6.10 Horisontalkraft som funktion av avståndet till ankaret med en 150 m lång kätting med tyngden 1000 N/m vid vattendjupet 50 m.

$$\begin{aligned}
 d &= 50 \text{ m} && \text{vattendjup} \\
 s_0 &= 150 \text{ m} && \text{kättingens längd} \\
 q &= 1 \text{ kN/m} && \text{dess tyngd per längdenhet}
 \end{aligned}$$

Av figuren framgår att kraft-förskjutningssambandet för en lina är starkt olinjärt. Linorna i ett symmetriskt ankar-system ger dock ett samband som uppvisar större linjaritet mellan summan av horisontalkrafterna och horisontalförskjutningen.

Linjariserade kabelstyvheter

För att kunna lösa rörelseekvationerna i frekvensplanet måste sambanden för förankringarna linjariseras. Först beräknas då en medelförskjutning p.g.a. approximativt konstanta belastningar såsom vind, ström och vågdriftkraften. Därefter bestäms en tangentstyvhetsmatris för systemet.

För en lina är tangentstyvhetsmatrisen inversen av derivatan till ekvation (6.10) och (6.11) dvs $k_{xx} = dH/dl$. En liten horisontell förskjutning $h=dl$ av linans infästningspunkt ger således upphov till den horisontella kraftförändringen dH men också en ändring i vertikalkraften $dV_0 = k_{xz} \cdot h$.

Jain (1980) har ställt upp styvhetsmatrisen analytiskt för en sträckt eller slak kabel för små förskjutningar kring medelläget på formen

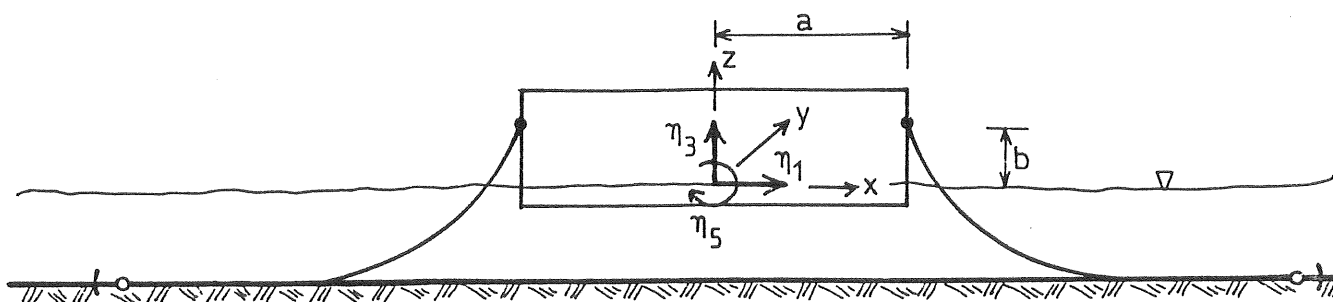
$$\begin{bmatrix} dH \\ dV_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{xx} & k_{xz} \\ k_{zx} & k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} h \\ v \end{bmatrix} \quad \dots\dots (6.12)$$

Ankarsystemets styvhetsmatris

För en pråm förankrad i ett plan parallellt vågutbredningsriktningen med en förlig och akterlig förankringskabel (se fig. 6.11) erhålles med Jains matris följande samband mellan reaktionskraften från ankarsystemet och förskjutningarna i de tre frihetsgraderna surge, heave och pitch,

$$\begin{bmatrix} F_x \\ F_z \\ M_y \end{bmatrix} = -2 \begin{bmatrix} k_{xx} & 0 & bk_{xx}+ak_{zx} \\ 0 & k_{zz} & 0 \\ bk_{xx}+ak_{zx} & 0 & b^2k_{xx}+ab(k_{zx}+k_{xz})+a^2k_{zz} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \eta_1 \\ \eta_3 \\ \eta_5 \end{bmatrix} \dots (6.13)$$

För beteckningar se figur 6.11.



Figur 6.11 En plant förankrad pråm.

Sambandet (6.13) visar t.ex. att pråmen kommer att vrida sig i negativ led kring y-axeln vid en förskjutning i positiv horisontalled, såvida inte ankarkablarna är infästa i origo.

För ett komplett dubbelsymmetriskt förankrat skepp erhålles följande symmetriska styvhetsmatris

$$C = \begin{bmatrix} C_{11} & 0 & 0 & 0 & C_{15} & 0 \\ 0 & C_{22} & 0 & C_{24} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C_{33} & 0 & C_{35} & 0 \\ 0 & C_{42} & 0 & C_{44} & 0 & 0 \\ C_{51} & 0 & C_{53} & 0 & C_{55} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & C_{66} \end{bmatrix} \dots\dots (6.14)$$

där elementen $C_{35} = C_{53}$ endast beror av skeppets utformning. Vid förlig akterlig symmetri även hos skeppet är de noll. Elementen C_{33} , C_{44} och C_{55} domineras av skeppets displacementsändringar. Övriga element uppstår enbart på grund av förankringssystemet. Vid osymmetri i ankarsystemet uppträder fler element i matrisen.

Götaverken/Arendal har ett program för ett åttalinors förankringssystem, som kan användas för att bestämma förankringsstyvheter.

Observera att om alla kablar hänger i plan som innehåller origo så blir $C_{66} = 0$ i det skisserade linjariserade fallet. I verkligheten uppstår givetvis ett mothållande moment då kablarnas plan vrids ur origo när infästningspunkterna flyttas. Detta är en olinjäritet och skulle kunna beskrivas med $C_{66} = \text{konstant} \cdot \eta_6$. Vid vridning kommer kablarna att sträckas så att det ger en vertikalbelastning på föremålet, vilket skulle motsvaras av ett element C_{36} i styvhetsmatrisen. Vid en vertikalförskjutning uppstår däremot ingen vridning av föremålet kring vertikalaxeln i det symmetriska fallet, varför $C_{63} \equiv 0$ även vid stora hävningar.

Dessa olinjäriteter och osymmetrier kan uppträda även om föremålet är förankrat i linjärt elastiska raka fjädrar som t.ex. en tension-leg plattform.

Ankarsystemets dynamik

I diskussionen ovan har endast ankarsystemets statiska egenskaper redovisats. I en fullständig beräkning skulle givetvis ankarsystemet ge upphov till element i mass- och dämpmatriserna också, även efter linjarisering. Ett sätt att approximativt göra detta beskrivs av Koterayama (1978), men tycks inte komma till användning i något programsystem.

Kättingdynamik

För att dimensionera själva kättingen och dess infästning i plattform och ankare måste kättingens egen dynamik undersökas. Då måste problemets olinjäritet tas med i beräkningarna. Detta problem har behandlats av t.ex. Per Johansson (1976) och Fylling (1980, 1981). En sammanställning av de styrande ekvationerna har gjorts av Jan Lindahl (1981).

7 LÖSNING AV RÖRELSEEKVATIONEN

Rörelseekvationen (5.1) för det betraktade systemet med en stel flytande kropp har i princip utseendet

$$(M+A)\ddot{\eta} + B\dot{\eta} + C\eta = F(t) \quad \dots\dots (7.1)$$

där M är kroppens massmatris

A matrisen för den hydrodynamiska massan

B dämpmatrisen p.g.a. vågbildning och viskositet

C styvhetsmatrisen p.g.a. displacementsändringar och ankarsystem

samt $F(t)$ den drivande kraften i högst sex frihetsgrader (Fig. 5.1)

och $\eta(t)$ de tillhörande förskjutningarna

Kraftverktorn ($F(t)$) är en funktion av vattnets acceleration ($\ddot{u}$), hastighet ($\dot{u}$) och vattenytans nivå (ζ) kring kroppen.

Den givna uppsättningen differentialekvationer (7.1) kan lösas på i huvudsak två sätt nämligen i frekvensplanet eller i tidsplanet, beroende på koefficienternas karaktär.

Olinjärt system $\implies$ lösning i tidsplanet

Om koefficienterna i rörelseekvationen är oberoende av svängningarnas frekvens men beroende av t.ex. kroppens förskjutning och hastighet så integreras lämpligast ekvationen numeriskt.

För belastningar på fackverkstorn och semisubmersibles i långa vågor, är detta den överskådligaste metoden, eftersom då släpkraftstermen $C_D(u-\dot{\eta})|u-\dot{\eta}|$ har stor betydelse. I integreringen kan man då också ganska enkelt beräkna krafterna på den i varje tidsögonblick nedsänkta delen av konstruktionen. Olinjära förankringskrafter kan också tas med olinjäriserade.

Vanliga integrationsmetoder är Newmarks β -metod, Runge-Kutte och Wilsons ϕ -metod.

En nackdel med tidsintegrationsmetoden är att krafterna och rörelserna endast beräknas för ett speciellt vågtåg i sänder. För att få en tillförlitlig riskbedömning måste därför dels för varje sjötillstånd (karaktäriserat av till exempel signifikant våghöjd H_s och medelfrekvens T_z) en serie olika vågtåg beräknas dels måste körningar göras med olika sannolika sjötillstånd.

Linjärt system $\Rightarrow$ lösning i frekvensplanet

För konstruktioner med stor utsträckning i horisontalplanet relativt våglängden är rörelseekvationen (7.1) inte en differentialekvation i vanlig mening, ty den hydrodynamiska massan A och dämpningen B beror av kroppens och vågornas frekvens f . Ekvationen kan då inte lösas för en godtycklig excitation $F(t)$.

I gengäld kan olinjariteterna på grund av släpkraften i dämpkoefficienterna B försummas eller linjariseras, eftersom de är små relativt den hydrodynamiska dämpningen (vågbildningsdämpningen). Om förankringarna vidare försummas eller linjariseras så blir differentialekvationen linjär och kan lösas på vanligt vis för varje frekvens om excitationen $F(t)$ antas vara sinusformad.

Genom superponering av olika frekvenser kan sedan erhållas en tidsfunktion för ett visst vågtåg men också statistiska mått på belastningar och rörelser i varje sjötillstånd. Ur denna korttidsstatistik kan sedan parametrar för långtidsstatistik och riskbedömning bildas.

7.1 Frekvensplanslösning

För varje konstant frekvens f utgör ekvation (7.1) ett system av ordinära differentialekvationer med konstanta koefficienter.

Om excitationskraften $F(t)$ kan beskrivas med en fouriersserie så kan då gavsvarsvektorn $\eta(t)$ beskrivas av en motsvarande fouriersserie vars koefficienter beror av lösningen till rörelseekvationen.

Vågspektrum

Vågrörelsen, som är den yttersta drivande kraften, kan definieras av vågens form och beskrivas med en fouriersserie.

$$\zeta(t) = \sum_{i=1}^{\infty} a_i \sin(2\pi f_i t + \alpha_i) \quad \dots\dots (7.2)$$

där ζ är vattenytans nivå vid tiden t
 a_i vågkomponentens amplitud
 f_i vågkomponentens frekvens
 α_i vågkomponentens fasvinkel

Frekvenserna f_i ges av

$$f_i = i\Delta f \quad \dots\dots (7.3)$$

där Δf kallas frekvensdelningen för serien.

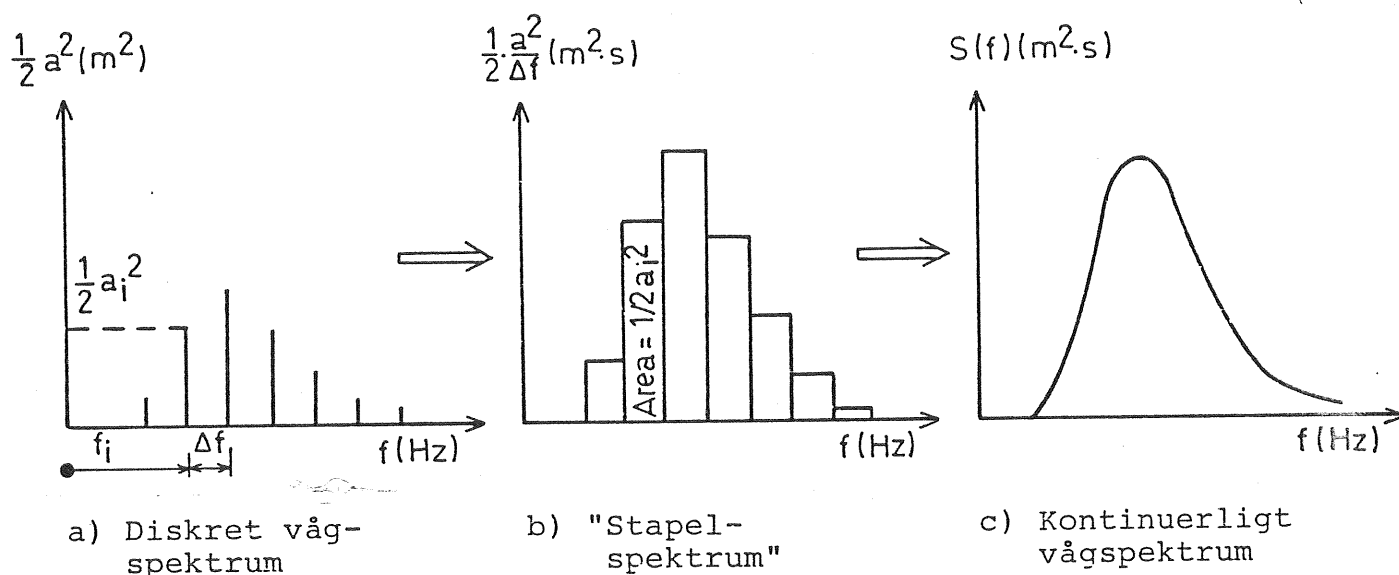
Energien är för en sinusvåg proportionell mot kvadraten på dess amplitud men oberoende av frekvensen. Vågenergiens fördelning på olika frekvensband i vågtåget 7.2 kan då beskrivas med t.ex. det diskreta vågspektrumet i figur 7.1a, där varje stapel är proportionell mot respektive komponents vågenergi $a_i^2/2$.

I en naturligt oregelbunden vågrörelse kan vågenergiens fördelning på olika frekvensband eller dess spektraltäthet $S(f_i)$ bättre uttryckas med ett stapelspektrum enligt figur 7.1b. Spektraltätheten blir

$$S(f_i) = \frac{1}{2} a_i^2 / \Delta f \quad \dots\dots (7.4)$$

Om frekvensdelningen Δf görs godtyckligt liten övergår $S(f_i)$ till ett kontinuerligt spektrum $S(f)$. Se figur 7.1c.

Vågspektrum kan bestämmas genom mätning av vågtåg och fourieranalys av dessa eller genom att tillämpa standardspektrum som kan beräknas ur uppgift om vindstyrka, stryklängd och vindens varaktighet. Dessa är också empiriska men bygger på medelvärden från många vågtåg bildade under likartade förhållanden. En sammanställning av olika spektrumformer finns hos t.ex. Chakrabarti (1980).



Figur 7.1 Illustration av begreppet vågspektrum.

Rörelsespektrum

Gensvarsrörelsen η orsakad av vågtåget ζ kan för varje frekvens f_i symboliskt tecknas

$$\eta_i = H(f_i) \cdot a_i \sin(2\pi f_i t + \alpha_i + \beta_i) \dots \quad (7.5)$$

där $H(f_i)$ symboliserar transferfunktionerna mellan vågrörelsen och de olika frihetsgraderna
och β_i är fasvinkeln mellan vågen och rörelsen.

Den totala rörelsen erhålles sedan genom superponering
dvs

$$\eta = \sum_{i=1}^{\infty} \eta_i = H(f_i) a_i \sin(2\pi f_i t + \alpha_i + \beta_i) \dots \quad (7.6)$$

Den pendlande energin i kroppens rörelse är också proportionell mot svängningsamplituderna i kvadrat. Vi kan då på samma sätt som för vågorna teckna energin för en komponent i gensvaret som

$$S_{\eta}(f_i) = \frac{1}{2} (H(f_i) a_i)^2 \quad \dots \quad (7.7)$$

vilket vid gränsövergång till oändligt antal komponenter ger spektraltätheten

$$S_{\eta}(f) = |H(f)|^2 S(f) \quad \dots \quad (7.8)$$

Vi ser då att gensvarsspektrum (7.8) kan bestämmas direkt ur vågspektrum utan att bilda tidsfunktionen (7.6). Vi går då miste om fasinformationen α_i i vågtåget och β_i i gensvaret, men eftersom vågorna och rörelserna kan betraktas som slumpmässiga är man oftast inte intresserad av denna information, som är specifik för varje vågtåg. Dimensionerande amplituder och krafter uppskattas i stället statistiskt. Metoden introducerades av St Denise & Pierson (1953), och är nu standard i de flesta större programsystem. Se t.ex. Løken & Olsen (1976).

Gensvarsspektrum kan bildas för vilken annan parameter som helst i den lineariserade rörelseekvationen. T.ex. för förankringskrafter, belastning på någon del av strukturen, snittkrafter, accelerationer eller hastigheter i valfria punkter.

Statistisk analys

Den oregelbundna rörelsen som beskrivs med serien (7.2) för vågorna eller (7.6) för gensvarsrörelsen är en summa av sinusfunktioner med amplituder fördelade enligt ett spektrum som karakteriserar sjötillståndet, men med slumpmässigt fördelade fasvinklar α_i . Av centrala gränsvärdes-satsen följer då att vattenytans nivå $\zeta(t)$ eller rörelserna $\eta(t)$ är normalfördelade stokastiska processer. Deras varians blir

$$\sigma_{\zeta}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \zeta^2(t) dt = \int_0^{\infty} S(f) df \quad \dots\dots (7.9)$$

respektive

$$\sigma_{\eta}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T \eta^2(t) dt = \int_0^{\infty} S_{\eta}(f) df \quad \dots\dots (7.10)$$

Frekvensfunktionen för t.ex. kroppens hävning blir då

$$p_3(\eta_3) = \frac{1}{\sqrt{2\pi} \sigma_{\eta_3}} \cdot \exp(-\eta_3^2 / 2 \sigma_{\eta_3}^2) \dots\dots (7.11)$$

och fördelningen

$$P_3(\eta_3) = \int_{-\infty}^{\eta_3} p_3(\zeta) d\zeta \quad \dots\dots (7.12)$$

ger då sannolikheten för att kroppens origo skall befinna sig under nivån η_3 .

En vanlig frågeställning är att bestämma våghöjderna i ett vågtåg eller dubbelamplituderna för någon kraft eller rörelse. Man kan visa att under vissa villkor är denna dubbelamplitud H Rayleighfördelad med frekvensfunktionen

$$p(H) = \frac{H}{4\sigma_{\zeta}^2} e^{-H^2/8\sigma_{\zeta}^2} \quad \dots\dots (7.13)$$

och fördelningensfunktion

$$P(H) = 1 - e^{-H^2/8\sigma_\zeta^2} \dots\dots (7.14)$$

Fördelningen $P(H)$ ger oss möjlighet att uppskatta sannolikheten för extrema amplituder under ett specificerat sjötillstånd. T.ex. kan antalet gånger midskeppsmomentet överstiger ett visst värde hos ett skepp under sex timmars gång bestämmas, alternativt hur stort det sannolikaste största värdet är under samma tid.

Genom att i ett visst havsområde bestämma förekomsten av olika sjötillstånd kan man sedan bestämma risken för olika händelser under konstruktionernas livstid. Sammanlagringen av korttidsfördelningar (7.13) vid olika sjötillstånd ger då upphov till långtidsfördelningar av Gumbel- eller Weibull-typ. För utförligare information se Nordenström (1973). Referat ges av Løken & Olsen (1976) för flytande konstruktioner och av Tickell & Holmes (1979) för fackverkstorn.

Nackdelar

Den beskrivna lösningen i frekvensplanet är begränsad till att lösa det linjära problemet (7.1) med koefficienter som endast får bero av frekvensen men ej av den beroende variabeln η . Tickell & Holmes (1979) behandlar även släpkraftstermen med en liknande teknik genom att använda en annan fördelning än normalfördelningen för totalkraften på en sträva.

Ett annat problem kan vara att försöka rita upp en spänningsfördelning eller deformationsbild för ett fall, vilket kan vara önskvärt ur konstruktions- och kontrollsynpunkt. Metoden ger ju för en viss sannolikhetsnivå, säg 1 %, inte krafter som upprätthåller dynamisk eller statisk jämvikt. Krafterna vid den givna nivån inträffar ej samtidigt i olika punkter i konstruktionen.

7.2 Tidsintegration

För det fall koefficienterna i rörelseekvationen är obereonde av frekvensen hos rörelsen kan ekvationen enkelt integreras i tiden. För en hävningsrörelse hos en semisubmersible kan ekvationen t.ex. få utseendet (Bergdahl 1981)

$$(m_{33} + a_{33}) \ddot{\eta}_3 + b_{33}^* \dot{\eta}_3 + c_{33} \eta_3 = F(t) \dots \quad (7.15)$$

där a_{33} är approximativt konstant
 c_{33} bestäms av det olinjära kättingsystemet
 men domineras av displacementsändringen
 b_{33}^* är en sorts släpkraftskoefficient

För de fall man har uttalade olinjariteter hos ankarsystemet och starkt frekvensberoende hos det förankrade föremålet, måste speciella metoder användas. Ocean Engineering Consultants (1978) och Zarnick & Casarella (1972) använder vid detta problem en faltningsteknik introducerad av Cummins (1962), där de frekvensberoende egenskaperna hos den hydrodynamiska massan och dämpningen inkluderas i en impulsresponsfunktion $g(\tau)$, vilken utgör svaret på en enhetsimpuls $F \, dt = 1$ vid $\tau = 0$.

Impulsresponsen $g(t)$ för ett linjärt system och dess transferfunktion $H(f)$ utgör ett fouriertransformpar

$$\begin{aligned} H(f) &= \int_{-\infty}^{\infty} g(t) \exp(-i2\pi ft) dt \\ &\dots \dots \dots (7.16) \\ g(t) &= \int_{-\infty}^{\infty} H(f) \exp(i2\pi ft) df \end{aligned}$$

Om den kraft $F(t)$ som verkar på systemet är känd som funktion av tiden kan responsens $\eta(t)$ tidsfunktion beräknas såsom

$$\eta(t) = \int_{-\infty}^t g(t-\tau) F(\tau) d\tau \quad \dots\dots (7.17)$$

Liknande impulssvar kan bildas för t.ex. förskjutningshastigheten. OEC Inc. anger t.ex. den drivande kraften i den i:te moden på grund av en rörelse i j:te moden till

$$-F_{ij} = \ddot{\eta}_j M_{h,ij} + \int_{-\infty}^t K_{ij}(t-\tau) \dot{\eta}_j d\tau \quad \dots\dots (7.18)$$

där $M_{h,ij}$ innehåller den högfrekventa konstanta delen av den hydrodynamiska massan

och K_{ij} är impulsresponsen vilken troligtvis är komplex och inkluderar både den frekvensberoende delen av den hydrodynamiska massan och den hydrodynamiska dämpningen.

Beskrivningen av tekniken är oklar i OEC Inc.'s programbeskrivning, men i princip inkluderas (7.18) i rörelseekvationen och denna integreras direkt med bibehållande av de olinjära termerna.

För konstruktioner förankrade på stort djup där den sakta varierande vågkraften har stor betydelse för svängningarna i horisontalled (surge, sway och yaw) torde undantagslöst tidsintegrering tillämpas. Koefficienterna i ekvationen ansätts då t.ex. som konstanter inom aktuellt frekvensområde och vågdriftkraften beräknas såsom en tidsserie. Behovet av sådana beräkningar ökar successivt (Furuholt 1981).

8 HYDRODYNAMISKA BELASTNINGAR

Det finns många metoder för att beräkna de hydrodynamiska belastningarna på föremål utsatta för vågrörelser. I vissa metoder kan endast totalkraften på hela struktursegment beräknas, i andra erhålles kompletta tryckfördelningar mot strukturens ytor. Valet av metod beror dels av strukturens karaktär t.ex.: fackverk eller skrov, dels av syftet med beräkningen t.ex.: rörelseuppskattningar eller dimensionering av byggnadselement.

I de följande avsnitten kommer några olika metoder att beskrivas översiktligt. Först kommer dock begreppet hastighetspotential och dess formulering för en fortskridande sinusvåg att förklaras, eftersom hastighetspotentialen är ett viktigt verktyg i de hydrodynamiska beräkningarna.

8.1 Hastighetspotentialen

Hastighetspotentialen ϕ är en funktion som har följande egenskaper

$$\begin{aligned} u &= -\partial\phi/\partial x \\ v &= -\partial\phi/\partial y & \dots\dots (8.1) \\ w &= -\partial\phi/\partial z \end{aligned}$$

dvs. strömningshastigheten u, v, w i en riktning (x, y, z) kan erhållas ur hastighetspotentialen genom att derivera med avseende på den önskade riktningen. ϕ är kontinuerlig och flera gånger differentierbar och existerar endast om strömningen kan betraktas som rotationsfri. Med vektorbeteckningar tecknas ekv. (8.1) $\vec{u} = -\nabla\phi$.

Villkoret för rotationsfri strömning tillsammans med kontinuitetsvillkoret ger att hastighetspotentialen uppfyller Laplace' differentialekvation

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2} = 0 \quad \dots\dots (8.2)$$

vilket kan skrivas $\Delta\phi = 0$ eller $\nabla^2\phi = 0$.

Rörelseekvationen

Ett samband mellan hastighetspotentialen ϕ och trycket p på en valfri nivå z i fluiden erhålles ur Navier-Stokes rörelse-ekvation, vilken för en inkompressibel vätska med densiteten ρ ger

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + \frac{1}{2} (u^2 + v^2 + w^2) + \frac{p}{\rho} + gz = f(t) \quad \dots\dots (8.3)$$

där $f(t)$ är en funktion som för en fortskridande vågrörelse är identiskt lika med noll.

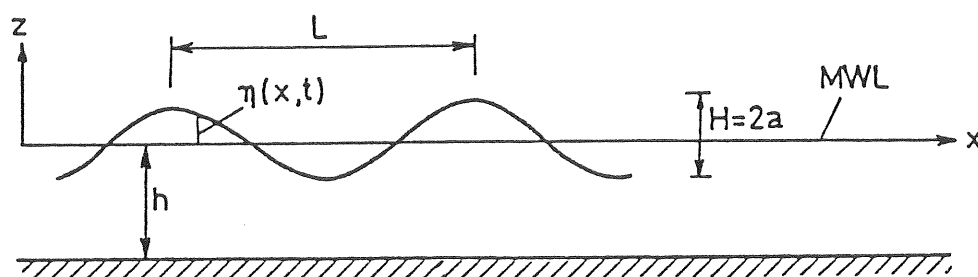
Differentialekvationerna (8.2) och (8.3) skall vara uppfyllda samtidigt. För en regelbunden långkammig vågrörelse erhålles ganska enkla analytiska lösningar till problemet, vilket då är tvådimensionellt med $\partial^2 \phi / \partial y^2 = v = 0$

Vågformen

I en första approximation brukar antas att vågen är sinusformad vilket erfarenhetsmässigt gäller bra vid liten våghöjd relativt våglängden. Detta skrivs

$$\eta = a \sin (kx - \omega t) \quad \dots\dots (8.4)$$

där η är vattenytans nivå
 a vågamplituden
 $k = 2\pi/L$ är vågtalet
 L våglängden
 $\omega = 2\pi/T$ cirkelfrekvensen
 T vågperioden



Figur 8.1 Några beteckningar för en plan sinusvåg.

Randvillkor

I vattenytan gäller vidare konstant lufttryck vilket då kan utgöra vårt referenstryck och sättas till $p=0$. Slutligen brukar hastighetens kvadrater i (8.3) försummas och då erhålles

$$-\frac{\partial \phi}{\partial t} + g a \sin(kx - \omega t) = 0 \quad \dots \quad (8.5)$$

Denna ekvation gäller egentligen för $z=\eta$, men approximativt antas den gälla för $z=0$. Integreras (8.5) med avseende på tiden erhålles

$$\phi_{z=0} = \frac{ga}{\omega} \cos(kx - \omega t) + f(x) \quad \dots \quad (8.6)$$

Lämpligt valt begynnelsevillkor ger $f(x) = 0$.

För att lösa Laplace' differentialekvation (8.2) krävs två randvillkor, varav det ena, för hastigheten i vattenytan, lyder enligt definitionen (8.1) och derivering av ekvation (8.4) m.a.p. tiden.

$$\text{RV1.} \quad -\frac{\partial \phi}{\partial z} = w_{z=0} = \frac{\partial \eta}{\partial t} = -a\omega \cos(kx - \omega t) \quad \dots \quad (8.7)$$

Det andra randvillkoret erhålles för botten, $z=-d$, där vertikalhastigheten måste vara $w=0$, eftersom denna är ogenomtränglig.

$$\text{RV2. } w_{z=-d} = 0 \quad \dots \quad (8.8)$$

Lösningen

En lösning till ekvationen (8.2) med givna randvillkor är

$$\phi = \frac{a\omega}{k} \frac{\cosh k(z+d)}{\sinh kd} \cos(kx - \omega t) \quad \dots \quad (8.9)$$

En identifikation med (8.6) ger för $z=0$ att

$$\omega^2 = gk \tanh kd \quad \dots \quad (8.10)$$

vilket t.ex. ger vågens fashastighet $c=\omega/k$

$$c = \omega/k = \sqrt{g/k \tanh kd} \quad \dots \quad (8.11)$$

Om man utnyttjar (8.11) i (8.9) erhålles

$$\phi = \frac{ag}{\omega} \frac{\cosh k(z+d)}{\cosh kd} \cos(kx - \omega t) \dots \quad (8.12)$$

vilket ibland är bekvämare. Ur denna ekvation kan nu alla önskade hastigheter och accelerationer erhållas genom derivering. Trycket i en valfri punkt i vätskan kan erhållas genom att sätta in (8.12) i (8.3). På "djupt" vatten $d > 0.5 L$ kan (8.9) approximeras med

$$\phi = \frac{a\omega}{k} e^{kz} \cos(kx - \omega t) \quad \dots \quad (8.13)$$

För en noggrannare härledning av vågpotentialen se t.ex. Bergdahl (1979).

Den beskrivna tekniken utnyttjas i princip i de flesta av de metoder som beskrivs i den följande texten och randvillkoren kompletteras då med villkoren för rörelsen hos de nedsänkta kropparnas begränsningsytor. Ett undantag utgör Morisons metod, där den ostörda vågens potential används direkt. Lösningarna på strömningsproblem kring nedsänkta eller flytande kroppar blir dock oftast så komplicerade att ganska invecklade analytiska lösningar måste ansättas och i de flesta fall måste numeriska metoder tillgripas.

8.2 Morisons formel

Föremål som har en utsträckning av upp till 0.2 våglängder tvärs eller parallellt vågkammarna förmår inte störa strömningen i en vågrörelse nämnvärt. För beräkning av kraften på ett sådant föremål kan man ansätta kraften som funktion av de hastigheter och accelerationer som skulle uppträda i vätskan om inget föremål störde strömningen. Metoden ger upphov till ett uttryck för kraften som brukar kallas Morisons formel (Morison m.fl. 1950).

Metoden har tillämpats på t.ex. vertikala pålar (Wiegel 1964), horisontella bottenförlagda rörledningar (Johansson 1965, Yamamoto m.fl. 1974), bottenförlagda cisterner (Garrison och Snider 1970), fackverk i borrhorn (Oljedirektoratet 1977) och skrovdelar i semisubmersibles (Langfeldt m.fl. 1974).

Begränsningen av storleken på föremålet till 0.2 våglängder innebär att även mycket stora konstruktioner kan beräknas på det förenklade sättet. Konstruktioner i Nordsjön skall t.ex. beräknas för en våg med våghöjden 30 m på 58-60° nordlig bredd och med en period mellan 13 och 20 s. (Oljedirektoratet, 1977). Våglängden varierar således mellan 250 och 500 m, ($L_0 = g \cdot T^2 / 2\pi$), vilket således tillåter att föremål med horisontalmått upp till 50 à 100 m kan beräknas med metoden.

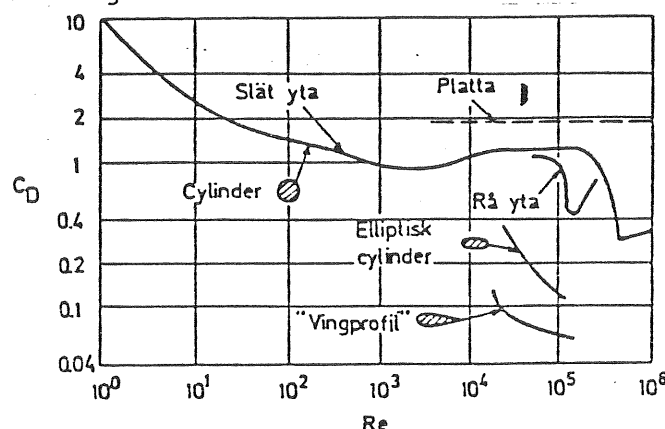
8.21 Yt- och formmotståndSläpkraft

En kropp som är nedsänkt i en strömmande vätska påverkas av en kraft på grund av yt- och formmotstånd. Ytmotståndet härrör från skärspänningarna i vätskan och formmotståndet beror på vätsketryckets fördelning mot kroppen. Fenomenet beskrivs utförligare t.ex. av Cederwall och Larsen (1976). Den resulterande kraften parallellt med vattnets hastighet brukar benämnas strömningsmotstånd eller släpkraft och tecknas

$$F_D = \frac{1}{2} C_D \rho A u |u| \quad \dots \quad (8.14)$$

där u är vätskans hastighet relativt kroppen, ρ densiteten och C_D släpkraftskoefficienten. (Engelska: drag coefficient). Beloppstecknet har införts på grund av att kraften har samma riktning som hastigheten. A är för de exempel vi diskuterar här normalt kroppens största tvärsnittsarea vinkelrätt strömningen. För t.ex. flygplansvingar och skepp förekommer andra konventioner.

Släpkraftskoefficienten som funktion av Reynolds tal återges för några tvådimensionella profiler i figur 8.2. Det framgår tydligt av figuren att C_D varierar avsevärt med hastigheten. Detta beror på olika strömningsmönster kring profilerna vid respektive hastighet.



Figur 8.2 Släpkraftskoefficienten C_D för några olika tvådimensionella profiler som funktion av Reynolds tal $Re = uD/v$ där D är t.ex. cylinderns diameter och v är vätskans kinematiska viskositet.

Lyftkraft

Om strömningen kring kroppen är osymmetrisk kring rörelseriktningen eller kroppen själv är osymmetrisk kommer en lateral kraft eller lyftkraft att verka på kroppen. Detta är t.ex. fallet för en flygplansvinge som i sig själv är krökt. Även en cirkulär rörledning som ligger på eller nära en plan botten kommer på grund av den osymmetriska hastighetsfördelningen att påverkas av en sådan kraft. Lyftkraften brukar tecknas

$$F_L = \frac{1}{2} C_L \rho A u^2 \quad \dots \quad (8.15)$$

där F_L alltså verkar vinkelrätt u. För de exempel som ges i detta kapitel används samma area A som i ekvation (8.14). Även lyftkraftskoefficienten C_L varierar med Reynolds tal och avstånden till begränsningsytor.

Observera att virvelavlösningen kring kroppen kan ge upphov till pulserande krafter i längs- och tvärled även hos symmetriska profiler. Se hydraulikkompndiet. Enligt Oljedirektoratet (1977) skall cirkulärcylindriska element vid Reynolds tal över $3 \cdot 10^5$ (och $K > 60$, $K = u_{\max} T/D$) beräknas för $C_L = 0.2$. För andra typer av tvärsnitt är värdena på C_L och C_D föga kända för pendlande strömning och det rekommenderas att man använder värden från försök i konstant strömningshastighet. Tvärkraften F_L skall antas uppstå samtidigt med maximal kraft parallellt vågutbredningsriktningen. I övrigt skall hänsyn till virvelavlösningens frekvens tas vid kontroll av egensvängningar. (Hallam m.fl. 1977).

8.22 Stillastående kropp i en accelererad vätska

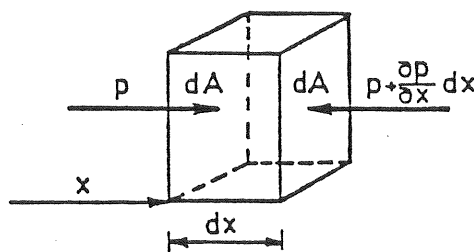
En kropp som är nedsänkt i en accelererad vätska påverkas av tryckgradienten i denna. Det är tryckgradienten som åstadkommer accelerationen i vätskan. I en vågrörelse ändras som vi visat tidigare accelerationen periodiskt i tiden.

En avgränsad del med massan m av en accelererad ideal vätska måste enligt Newtons andra lag påverkas av en total tryckkraft $F_K = m \cdot du/dt$ i x -led. En betraktelse av en litet vätskeelement ger enligt figur 6.2

$$dF_K = \rho dx dA \frac{du}{dt} \quad \dots \quad (8.16)$$

där $dF_K = (p(x) - p(x) - \frac{\partial p}{\partial x} dx) dA$. Integrering över volymen V ger ($dx dA = dV$)

$$F_K = \int \rho \frac{du}{dt} dV = \frac{du}{dt} \rho V \quad \dots \quad (8.17)$$



Figur 8.3 Ett accelererat vätskeelement med volymen $dV = dx \cdot dA$.

Om vågornas amplitud är liten kan den totala hastighetsderivatan du/dt sättas lika med den partiella derivatan $\partial u/\partial t$ dvs de konvektiva termerna kan försummas.

$$F_K = \frac{du}{dt} \rho V = \left[\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right] \rho V \approx \frac{\partial u}{\partial t} \rho V \quad \dots \quad (8.18)$$

Man brukar anta att ett föremål som sänks ned i en vätska påverkas av en kraft lika stor som den som skulle påverka den undanträngda vätskan. Detta gäller bra då kroppen har samma tyngd och hastighet som den undandträngda vätskan, och hastighetsgradienterna inom det område som upptas av

kroppen inte skulle vara stora i den undanträngda vätskan. Om kroppen anses stel så har alla punkter på dess yta samma hastighet.

F_K benämnes Froude-Krylovkraften och uppkommer på grund av den horisontella tryckgradienten och den har således samma karaktär som displacementskraften som ju uppkommer på grund av den vertikala tryckgradienten $\partial p / \partial z = -\rho g$. Froude-Krylovkraften antas verka oberoende av kroppens rörelser.

Den nedsänkta kroppen skulle således, om den inte störde strömningen, påverkas av en kraft proportionell mot vätskans acceleration $\partial u / \partial t$ och kroppens displacement ρV enligt (8.18). Det omgivande vattnet retarderas emellertid av en stillastående kropps närvaro varför en massa m_a måste läggas till ρV . Den resulterande kraften på en stillastående kropp på grund av vätskans acceleration, tröghetskraften, kan då tecknas

$$F_M = (\rho V + m_a) \frac{\partial u}{\partial t} \quad \dots \quad (8.19)$$

m_a brukar benämnas added mass eller hydrodynamisk massa och summan $\rho V + m_a$ brukar benämnas virtuell massa. Ett vanligare sätt att skriva tröghetskraften är

$$F_M = (1 + C_m) \rho V \partial u / \partial t = \rho C_M \rho V \partial u / \partial t \quad \dots \quad (8.20)$$

Här kallas C_m koefficienten för "added mass" och $C_M = 1 + C_m$ tröghetskoefficienten.

8.23 Vågkrafter mot en pÅle

När en vågrörelse påverkar en vertikal cirkulÄrcylindrisk pÅle, kommer pÅlen att utsättas bÅde för tröghetskraft och slÄpkraft. Den totala kraften f , pÅ en lÄngdenhet av pÅlen och med diametern D , kan med (8.14) och (8.20) skrivas

$$f = f_D + f_M = \frac{1}{2} C_D \rho D u |u| + C_M \rho \frac{\pi D^2}{4} \frac{\partial u}{\partial t} \dots \quad (8.21)$$

Detta är ursprungligen Morisons formel (Morison m.fl., 1950).

Experimentellt bestämda värden på C_D och C_M uppvisar ganska stor spridning. Se t.ex. Wiegel (1964) eller Nagai (1973). För praktiska dimensioneringar av cirkulär cylindriska pålar rekommenderar Nagai

$$C_D = 1$$

$$C_M = 2$$

Det senare värdet på C_M har konfirmerats i en serie försök av Lundgren m.fl. (1979) och visats vara relativt oberoende av vågfrekvenserna för ett rör nedsänkt helt under vattenytan.

8.24 Accelererande kropp i stillastående vätska

En kropp som förs med konstant hastighet genom en stillastående vätska påverkas av en motriktad släpkraft och eventuellt en lateral kraft på liknande sätt som när vattnet strömmar med konstant hastighet kring kroppen. Om kroppen rör sig längs x-axeln med hastigheten $\dot{x}$ måste den drivas framåt med kraften

$$F_s = \frac{1}{2} C_D \rho A \dot{x} |\dot{x}| \dots \quad (8.22)$$

och påverkas då i sidled av kraften

$$F_L = C_L \frac{1}{2} \rho A \dot{x}^2 \dots \quad (8.23)$$

Samma beteckningar som tidigare.

På grund av att kroppen rör sig genom vätskan, måste den vätska som finns framför kroppen trängas undan och i stället fylla det område som kroppen lämnar bakom sig. Då kommer

det i ett litet område kring kroppen att finnas rörelseenergi även hos vätskan. Områdets utbredning och hastigheternas storlek i detta förändras dock inte längs kroppens väg, bortsett från fluktuationer på grund av virvelavlösningen.

Koefficienterna C_D och C_L antas oftast ha samma storlek som för fallet när kroppen står still och vätskan rör sig. Omslagspunkterna mellan olika typer av strömningsmönster förskjuts dock något mot högre Reynolds tal, eftersom en stillastående vätska har liten eller ingen egen turbulens.

Om vi nu tänker oss, att vi vill accelerera kroppen genom den stillastående vätskan, måste vi både öka kroppens egen rörelseenergi och rörelseenergin i vätskan kring kroppen. Hastigheterna kring kroppen i vätskan ökar ju, och det område som berörs av kroppens rörelse blir större. Krafttillskottet på grund av vätskans och kroppens tröghet kan skrivas

$$F_m = (m + m_a) \ddot{x} = (m + C_m \rho V) \ddot{x} \quad \dots \quad (8.24)$$

där m är kroppens massa

m_a hydrodynamiska massan (added mass)

$\ddot{x}$ kroppens acceleration

V kroppens displacement

och C_m added mass-koefficienten

Den hydrodynamiska massan antas endast ge ett krafttillskott motriktat accelerationen. Värdet på koefficienten C_m har visat sig vara i stort sett lika som för det fall kroppen står still i en accelererad vätska. I en accelererad vätska skall dock hänsyn dessutom tas till Froude-Krylov kraften (se ekv. 8.20).

Under antagande av potentialströmning kan den hydrodynamiska massan beräknas teoretiskt. För det fall att kroppen är väl nedsänkt under vattenytan så att endast obetydlig vågbildning

inträffar så är koefficienten C_m oberoende av hastigheten eller frekvensen hos kroppens svängningar. Teoretiska värden för C_m finns återgivna av Myers et al. (1969) eller Korvin-Kroukovsky (1961) och används i många datorprogram t.ex. DnV:s NV407. (Langfeldt m.fl. 1974).

Den totala kraft som kroppen måste drivas framåt med under den accelererade rörelsen ges slutligen av uttrycket

$$F = F_s + F_m = \frac{1}{2} C_D \rho A \dot{x} |\dot{x}| + (m + C_m \rho V) \ddot{x} \dots \quad (8.25)$$

8.25 Morisons modifierade ekvation

Om en våg sätter en pelare eller balk i svängning så att dess accelerationer och hastigheter inte blir små i förhållande till vätskans så kan en beräkning av krafterna göras med hjälp av relativaccelerationerna och relativhastigheterna. Den upplagskraft som krävs för ett element blir

$$F = \rho V (1 + C_m) \frac{du}{dt} - (m + C_m \rho V) \ddot{x} + \frac{1}{2} C_D \rho A (u - \dot{x}) |u - \dot{x}| \dots \quad (8.26)$$

eller

$$F = \rho V \frac{du}{dt} - m \ddot{x} + C_m \rho V \left(\frac{du}{dt} - \ddot{x} \right) + \frac{1}{2} C_D \rho A (u - \dot{x}) |u - \dot{x}| \dots \quad (8.27)$$

Även för detta fall bör man räkna med en lateral kraft (Oljedirektoratet, 1977)

$$F_L = \frac{1}{2} C_D \rho (u - \dot{x})^2 \dots \quad (8.28)$$

Den angivna formen (8.27) för krafterna på t.ex. en ponton i en semisubmersible gör ekvationssystemen olinjära, eftersom den innehåller kvadratiske hastighetstermer $(u - \dot{x}) |u - \dot{x}|$. De flesta programsystem försummar den "dubbla produkten" i detta uttryck dvs man sätter helt rätt

$$(u - \dot{x}) |u - \dot{x}| = :u|u| - \dot{x}|\dot{x}| \quad \dots\dots (8.29)$$

Detta görs för att man skall kunna separera den drivande kraften $C_D u|u|$ från dämptermen $C_D \dot{x}|\dot{x}|$.

För att få systemet linjärt fourier utvecklar man sedan $u|u|$ och $\dot{x}|\dot{x}|$. Om vattenhastigheten sätts till $u = a \omega \cos \omega t$ så är den första termen i fourierserien

$$\begin{aligned} F_s &= C_D u|u| = C_D a^2 \omega^2 \cos \omega t |\cos \omega t| \approx \\ &\dots\dots (8.30) \\ &\approx C_D a^2 \omega^2 \frac{8}{3\pi} \cos \omega t \end{aligned}$$

vilket också kan skrivas

$$F_s = C_D \frac{8a\omega}{3\pi} u = C_D \frac{8}{3\pi} u_{\max} \cdot u \quad \dots\dots (8.31)$$

där således "släpkraftskoefficienten" beror av både rörelsens amplitud a och frekvensen ω alternativt maxhastigheten $u_{\max}$.

Hogben (1979) diskuterar utförligt problem med Morisons formel och osäkerheten i valet av koefficienter. Ett referat av denna diskussion finns hos Bergdahl (1979).

8.3 Diffraktionsteori

Den följande genomgången av diffraktionsteorin baserar sig till stor del på Wehausen 1971. Newtons rörelseekvation

$$m \ddot{\eta} = F \quad \dots\dots (8.32)$$

gäller naturligtvis också för en flytande kropp. Den yttre kraften F kan delas upp i två delar, en innehållande alla kända återförande krafter, då kroppen förs ur jämviktsläget, hydrostatiska krafter och krafter från ett eventuellt ankar-system, dels en innehållande de hydrodynamiska krafterna. Med en sådan uppdelning kan Newtons rörelseekvation tecknas

$$m_{ij} \ddot{\eta}_j = -c_{ij} \eta_j - \rho \int_{s_0} \phi_{,t} n_i dS. \quad \dots\dots (8.33)$$

$$i, j = 1 \dots 6$$

Den i högerledet ingående integralen kommer av det lineariserade trycket $p = -\rho g \eta + \rho \phi_{,t}$

Matriserna m_{ij} och c_{ij} och vektorn η_j är införda eftersom problemet har sex frihetsgrader.

Betydelsen av de ingående beteckningarna är

η_j är avvikelserna från jämviktsläget i den j :te frihetsgraden. Frihetsgraderna definieras i fig. 8.4.

m_{ij} är en generaliserad massmatris innehållande massan, tröghets- och deviationströghetsmomenten

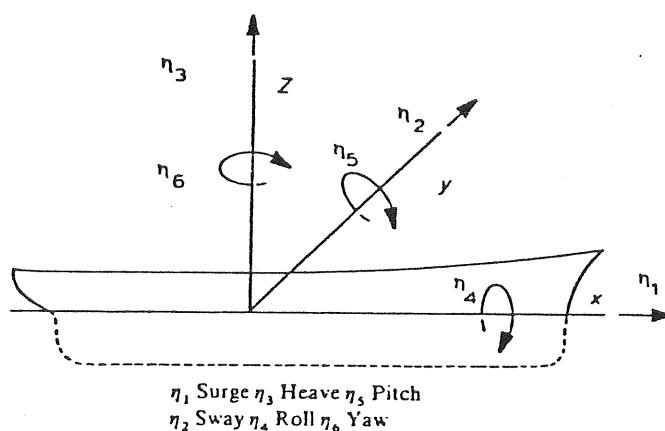
c_{ij} är en matris innehållande de statiska krafter som uppstår om kroppen flyttas ur jämviktsläget.

s_0 anger att integrationen skall ske över den yta kroppen upptar i jämviktsläget

$\phi_{,t}$ är hastighetspotentialen och kommatecknet anger att derivering m.a.p. allt till höger om kommat avses, här $\phi_{,t} = \frac{\partial \phi}{\partial t}$

n_i komponenterna av ytans normal projicerad i frihetsgraden i 's riktning. n_i definieras på följande sätt

n_1 x-komponenten
 n_2 y-komponenten
 n_3 z-komponenten
 $n_4 = y n_3 - (z - z_G) n_2$ komponenten i rollriktningen
 $n_5 = (z - z_G) n_1 - x n_3$ komponenten i pitchriktningen
 $n_6 = x n_2 - y n_1$ komponenten i yawriktningen
 här är z_G kroppens tyngdpunkts z-koordinat



Figur 8.4 Definition av axelsystem och benämningar på frihetsgraderna.

I rörelseekvationer ingår hastighetspotentialen hos vätskan. Denna skall enligt kap. 8.1 uppfylla följande ekvationer

$$\left\{ \begin{array}{llll}
 \Delta\phi = 0 & \text{i vätskevolymen} & \dots\dots & (8.34 \text{ a}) \\
 \phi_{,tt} + g\phi_{,z} = 0 & \text{på vattenytan} & \dots\dots & (\text{ " } \text{ b}) \\
 \phi_{,z} = 0 & \text{på bottnen} & \dots\dots & (\text{ " } \text{ c}) \\
 \phi_{,n} = v_n & \begin{array}{l} \text{på kroppen} \\ v_n \text{ är hastighetens} \\ \text{projektion i normal-} \dots\dots \\ \text{riktningen} \end{array} & \dots\dots & (\text{ " } \text{ d})
 \end{array} \right.$$

Vanligen delar man upp ϕ i tre olika delar så att $\phi = \phi_I + \phi_S + \phi_R$. Denna uppdelning kan fysikaliskt tolkas på följande sätt. ϕ_I är en infallande våg som skapats någons och betraktas som given (kap. 8.1) för problemet. ϕ_S är den våg som uppstår genom att föremålet sprider den infallande vågen olika mycket åt olika håll.

ϕ_R är den våg som uppstår genom att ϕ_I och ϕ_S sätter föremålet i rörelse och därmed skapas nya vågor som radieras ut från föremålet. För en kropp som rör sig i lugnt vatten är $\phi_I = \phi_S = 0$ se t.ex. kap. 8.4 halvsfär.. För en kropp som är fix i vattnet är $\phi_R = 0$ se t.ex. kap. 8.4 Vertikal cirkulär cylinder.

De tre potentialerna skall uppfylla randvillkoren

$$\phi_{S,n} \Big|_{S_0} = \phi_{I,n} \Big|_{S_0} \quad \dots\dots \quad (8.35)$$

$$\phi_{R,n} \Big|_{S_0} = 0 \quad \dots\dots \quad (8.36)$$

ϕ_S och ϕ_R skall dessutom uppfylla strålningsvillkoret utåtgående begränsade vågor då $R \rightarrow \infty$. Detta villkor lyder

$$\lim_{R \rightarrow \infty} R^{1/2} \{\phi_{R,n} - ik\phi\} = 0$$

Ett sätt att approximera potentialen som kallas Froude-Krylov teori är att anta att $\phi = \phi_I$ och alltså bortse från de radierade och spridda vågorna. Denna approximation kan användas om kropparna är små i förhållande till våglängden och därför bara påverkar vågorna lite, men om kropparna är större än ca $0,2 \cdot$ våglängden bör man ta hänsyn till de spridda och radierade vågorna.

Förutom den uppdelning av potentialen som behandlats ovan brukar den radierade vågens potential delas upp i sex olika delar, där var delpotential för sig är förknippad med respektive rörelse-frihetsgrad hos föremålet. Således skrivs den radierade potentialen

$$\phi_R = \sum_{k=1}^6 \phi_k \quad \dots\dots (8.37)$$

Om t.ex. föremålet utför en heaverörelse i för övrigt en ostörd vätskevolym är alla potentialer utom ϕ_3 i den radierade potentialen lika med 0. Eftersom problemet lineariserats och den infallande vågen antas vara sinusformad kommer föremålets rörelser att vara sinusformade. Detta innebär att man kan utnyttja komplex notering, där $\phi(x,y,z,t) = \text{Re}\{\psi(x,y,z) e^{-i\sigma t}\}$, tids- och rumsdel kan alltså separeras. $\psi(x,y,z)$ är en komplex funktion av x , y och z . Detta gäller även rörelsen så att

$$\begin{aligned} \eta_k &= \text{Re}\{\eta_k^c e^{-i\sigma t}\} = \\ &= \eta_k^{(1)} \cos \sigma t + \eta_k^{(2)} \sin \sigma t \end{aligned} \quad \dots\dots (8.38)$$

Om den infallande vågen skrivs $\phi_I = \psi_I e^{i\sigma t}$ och ψ_I är reell innebär det att vi fått en uppdelning av η_k i en del som är i fas med vågorna och en del som är färförskjuten 90° relativt de infallande vågorna. Samma sak gäller ϕ_S och ϕ_R . De radierade vågpotentialerna kan skrivas

$$\begin{aligned} \phi_R &= \text{Re}\left\{ \sum_{k=1}^6 -i\sigma \eta_k^c \psi_k e^{-i\sigma t} \right\} = \\ &= \sum_{k=1}^6 (\eta_k \psi_k^{(1)} + \sigma \eta_k \psi_k^{(2)}) \end{aligned} \quad \dots\dots (8.39)$$

som innebär att den radierade potentialen skrivits som en faktor $\psi^{(1)}$ i fas med hastigheten och en $\psi^{(2)}$ i fas med rörelsen.

Den komplexa potentialen $\psi_k = \psi_k^{(1)} + i\psi_k^{(2)}$ skall uppfylla Laplace-ekvation, randvillkoret på vattenytan och följande villkor på föremålets yta

$$\varphi_{k,n}^{(1)} \Big|_{S_0} = n_k \quad \dots\dots (8.40)$$

$$\varphi_{k,n}^{(2)} \Big|_{S_0} = 0 \quad \dots\dots (8.41)$$

Om man nu sätter in hastighetspotentialen i integralen i rörelseekvationerna och utnyttjar alla uppdelningarna som gjorts erhålles

$$\begin{aligned} \int_{S_0} \rho \phi_{,t} n_i dS &= \int_{S_0} \rho (\phi_I + \phi_S + \phi_R)_{,t} n_i dS = \\ &= \int_{S_0} \rho (\phi_I + \phi_S)_{,t} n_i dS + \rho \int_{S_0} \operatorname{Re} \left\{ \sum_{k=1}^6 -\sigma^2 \eta_k^c \varphi_k e^{-i\sigma t} \right\} n_i dS = \\ &= \int_{S_0} \rho (\phi_I + \phi_S)_{,t} n_i dS - \sigma^2 \operatorname{Re} \{ \eta_k^c e^{-i\sigma t} \} \int_{S_0} \rho \varphi_k^{(1)} n_i dS + \\ &+ \sigma^2 \operatorname{Im} \{ \eta_k^c e^{-i\sigma t} \} \int_{S_0} \rho \varphi_k^{(2)} n_i dS \quad \dots\dots (8.42) \end{aligned}$$

Men nu är $-\sigma^2 \operatorname{Re} \{ \eta_k^c e^{-i\sigma t} \}$ lika med accelerationen hos föremålet och $\sigma \operatorname{Im} \{ \eta_k^c e^{-i\sigma t} \}$ är lika med hastigheten. Den sista integralen kan därför betraktas som bestående av en del i fas med accelerationen och en del i fas med hastigheten.

De båda delarna brukar kallas added mass respektive added damping. Definitionerna blir enligt följande:

$$\text{added mass} \quad a_{ik} = \operatorname{Re} \left\{ -\rho \int_{S_0} \varphi_k n_i dS \right\} \dots (8.43)$$

$$\text{added damping} \quad b_{ik} = \operatorname{Im} \left\{ -\rho \sigma \int_{S_0} \varphi_k n_i dS \right\} \dots (8.44)$$

Dessa matriser beror endast på föremålets form och ej på rörelsen. De är båda symmetriska så länge föremålet ej har någon framdrivning. Rörelseekvationen (8.32) kan nu skrivas

$$\begin{aligned} (m_{ij} + a_{ij}) \ddot{\eta}_j + b_{ij} \dot{\eta}_j + c_{ij} \eta_j = \\ \dots\dots (8.45) \\ = -\rho \int (\phi_I + \phi_S)_{,t} n_i dS \end{aligned}$$

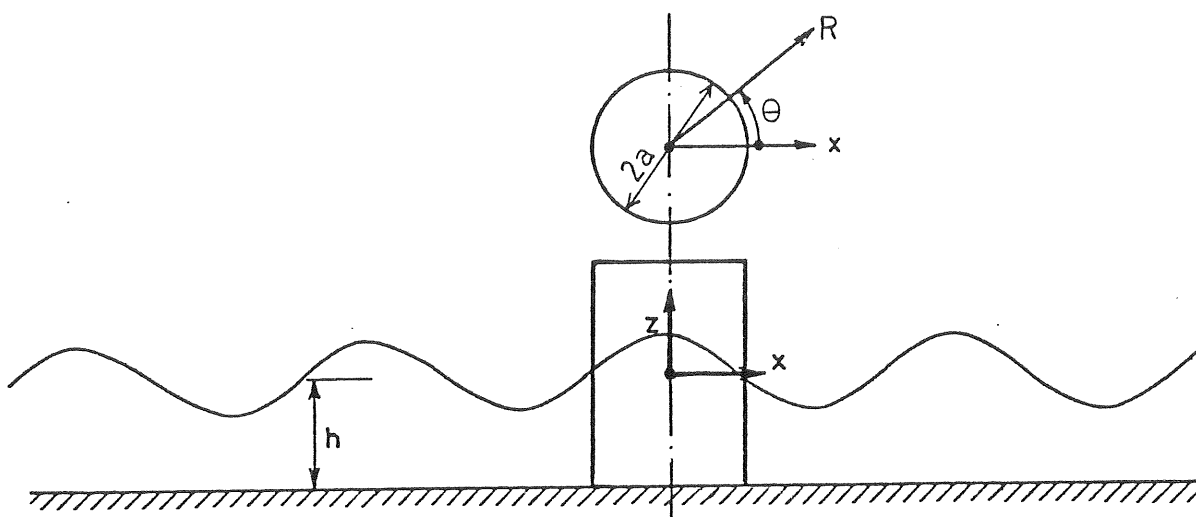
Matriserna a_{ij} och b_{ij} motsvarar de i ekv. (5.1) ingående matriserna A och B.

Det huvudsakliga problemet inom diffraktionsteorin är att bestämma a_{ij} och b_{ij} , rörelseekvationerna är sedan inte så svåra att lösa. De följande avsnitten beskriver hur potentialen kan finnas för några enkla föremål samt längre fram hur man går till väga, då man söker potentialen för mera komplicerade föremål.

8.4 Analytiska lösningar

Vertikal cirkulär cylinder

Problemet med vertikal cirkulär cylinder har behandlats av bl.a. Mac Camy & Fuchs (1954). Cylindern antas sträcka sig från botten till vattenytan och antas vara stel och orörlig så att ingen radierad våg uppstår. På grund av den radiella symmetrien är det lämpligt att lösa problemet i cylindriska koordinater (R, θ, z) . Se figur 8.5.



Figur 8.5 En cirkulär cylinder i en vågrörelse.

Lösningen av problemet (8.34) i avsnitt 8.3 ges i cylinderkoordinater av

$$\phi_S = \sum_{n=0}^{\infty} (A_n H_n^{(1)}(kR) \cos n\theta \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} e^{-i\sigma t} \dots (8.46)$$

där $H_n^{(1)}$ är en speciell kombination av besselfunktioner som brukar kallas en hankelfunktion av första slaget.

Den infallande vågens potential ges i cylinderkoordinater av en summa av besselfunktioner av första slaget J_n

$$\phi_I = \frac{g\zeta_0}{\sigma} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} \left[\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n J_n(kR) \cos n\theta \right] e^{i\sigma t} \dots (8.47)$$

Här är ζ_0 den infallande vågens amplitud

$$\begin{aligned} \epsilon_n &= 1 \quad \text{för } n = 0 \\ \epsilon_n &= 2 \quad \text{för } n = 1, 2, 3 \dots \end{aligned}$$

Den totala potentialen ϕ är summan av den spridda vågens ϕ_S och den infallandes ϕ_I . Koefficienterna A_n bestäms ur randvillkoret (8.34 d), $\phi_{,R}=0$ för $R=a$, dvs normalhastigheten på cylinderns yta skall vara noll. Detta ger

$$A_n = -\epsilon_n \frac{\zeta_0 g i^n}{\sigma} \sigma \frac{J_n'(ka)}{H_n^{(1)'}(ka)} \quad n=0, 1, 2, \dots \quad (8.48)$$

Den totala potentialen erhålles då till

$$\begin{aligned} \phi &= \phi_I + \phi_S = \frac{\zeta_0 g}{\sigma} \frac{\cosh k(d+z)}{\cosh kd} e^{-i\sigma t} \\ &\cdot \left[\sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n i^n \left(J_n(kR) - \frac{J_n'(ka)}{H_n^{(1)'}(ka)} H_n^{(1)}(kR) \right) \cos n\theta \right] \\ &\dots\dots (8.49) \end{aligned}$$

Nu när ϕ är känd kan kraften mot cylindern och det stjälpande momentet beräknas genom att trycket respektive tryckets moment m.a.p. botten integreras över hela den ned-sänkta delen av cylinderns mantelyta ($z < 0$).

Trycket ges av Bernoullis ekvation (8.3) vilken efter att ha försummat hastigheternas kvadrat $\rho |\nabla \phi|^2 / 2$ lyder

$$p = \rho \phi_{,t} - \rho g z$$

Integration ger totalkraften

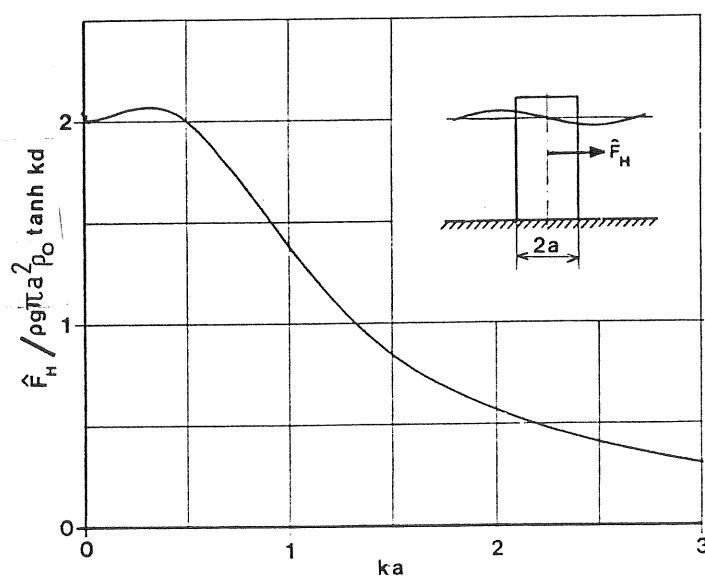
$$F = \rho g \frac{4\zeta_0}{k^2} \tanh(kd) [J_1^{-2}(ka) + Y_1^{-2}(ka)]^{-1/2} \cos(\sigma t - \beta) \quad \dots\dots (8.50)$$

där $\tan\beta = J_1^{-1}(ka)/Y_1^{-1}(ka)$

På liknande sätt erhålles momentet

$$M = \zeta_0 \frac{4}{k^3} \left[\frac{kd \sinh kd - \cosh kd + 1}{\cosh kd} \right] \cdot [J_1^{-2}(ka) + Y_1^{-2}(ka)]^{-1/2} \cos(\sigma t - \beta) \quad \dots\dots (8.51)$$

En dimensionslös framställning av totalkraften på cylindern ges i figur 3.1 där totalkraftens amplitud F har normaliserats med avseende på den nominella displacementsändringen $\rho g \pi a^2 \zeta_0$ och vågparametern $\tanh kd$.



Figur 8.6 Vågkraft på en stående cirkulär cylinder.

Halvsfär i vattenytan

Thorne visade 1953 hur lösningen av ekvationssystemet (8.34) kapitel 8.3 ser ut för en singularitet av ordningen n belägen i punkten $(0,0,f)$. Den ges av

$$\begin{aligned} \phi_n^m = & \left\{ \left[\frac{P_n^m(\cos\theta)}{r^{n+1}} + \frac{(-1)^{m+n-1}}{(n-m)!} \text{pV} \int_0^\infty \frac{k_o^{-k}}{k_o^{+k}} k^n e^{-k(z+f)} J_m(kR) dk \right] \right. \\ & + i \frac{(-i)^{m+n}}{(n-m)!} 2\pi k_o^{n+1} e^{-k_o(z+f)} J_m(k_o R) \left. \right\} \cos(m\alpha) e^{-i\sigma t} \\ & \dots\dots (8.52) \end{aligned}$$

Här är P_n^m de associerade legendrefunktionerna

$\bar{r}$ vektorn från multipolen till fältpunkten

$r = |\bar{r}|$ beloppet av $\bar{r}$

R projektionen av $\bar{r}$ på x-y-planet

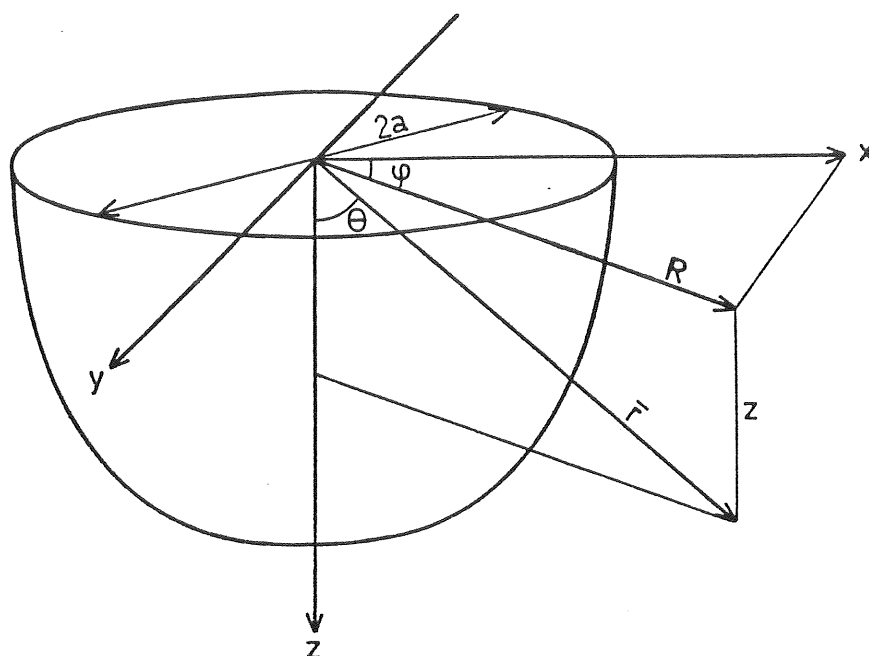
θ vinkeln mellan z-axeln och $\bar{r}$

α vinkeln mellan x-axeln och projektionen R

$k_o = \sigma^2/g$ vågtalet för oändligt djup

För beteckningar då $f=0$ se vidare figur 8.7.

Ovanstående potential försvinner som $r^{-1/2}$ då $r \rightarrow \infty$. Man kan emellertid konstruera lösningar, så kallade vågfria lösningar, som försvinner snabbare än r^{-2} då $r \rightarrow \infty$. Dessa ges av



Figur 8.7 Definition av koordinatsystem och beteckningar för en halvsfär.

$$\psi_{2n}^{2m} = \left[\frac{P_{2n}^{2m}(\cos\theta)}{r^{2n+1}} + \frac{k_0}{2(n-m)} \frac{P_{2n-1}^{2m}(\cos\theta)}{r^{2n}} \right] \cos(2m\alpha) e^{-i\sigma t}$$

$$\begin{cases} n = 1, 2, \dots, \infty \\ m = 0, 1, \dots, n-1 \end{cases} \quad \dots \quad (8.53)$$

$$\psi_{2n}^{2m-1} = \left[\frac{P_{2n+1}^{2m-1}(\cos\theta)}{r^{2n+2}} + \frac{k_0}{2(n-m+1)} \frac{P_{2n}^{2m-1}(\cos\theta)}{r^{2n+1}} \right] \cos((2m-1)\alpha) e^{i\sigma t} \begin{cases} n = 1, 2, \dots, \infty \\ m = 1, 2, \dots, n \end{cases} \quad \dots \quad (8.54)$$

Havelock löste 1955 problemet med en halvsfär som svängde vertikalt i ytan av en för övrigt ostörd vattenmassa. P.g.a. symmetrin blir för detta problem $m=0$ och endast ψ_{2n}^0 behöver tas med i lösningen. Detta medför också att P_n^m kan bytas mot P_n som är Legendrepolynomet av ordningen n . Då kan potentialen från multipolen skrivas:

$$\begin{aligned} \phi_n^0 = & \left(\left[\frac{P_n(\cos\theta)}{r^{n+1}} + \frac{(-1)^n}{n!} \text{pV} \int_0^\infty \frac{k+k_0}{k-k_0} k^n e^{-k(z+f)} J_0(kR) dk \right] + \right. \\ & \left. + i \frac{(-1)^n}{n!} 2\pi k_0^{n+1} e^{-k_0(z+f)} J_0(k_0 R) \right) e^{-i\sigma t} \\ & \dots\dots (8.55) \end{aligned}$$

På liknande sätt ges de vågfria potentialerna av

$$\begin{aligned} \psi_{2n}^0 = & \left[\frac{P_{2n}(\cos\theta)}{r^{2n+1}} + \frac{k_0}{2n} \frac{P_{2n-1}(\cos\theta)}{r^{2n}} \right] e^{-i\sigma t} \\ & \dots\dots (8.56) \end{aligned}$$

Lösningen till problemet med den hävande halvsfären ges av en utveckling i ϕ_n^0 eller, vilket är samma sak, i ψ_{2n}^0 och ϕ_0^0 alltså

$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} \Lambda_n \phi_n^0 \quad \Lambda_n \text{ är komplexa konstanter}$$

$$\phi = A_0 \phi_0^0 + \sum_{n=1}^{\infty} A_n \psi_{2n}^0 \quad A_n, n=0,1,2,\dots \text{ är komplexa konstanter}$$

Havelock har använt sig av den senare utvecklingen för att bestämma den resulterande potentialen. Härvid gäller det att bestämma de oändligt många obekanta A_n .

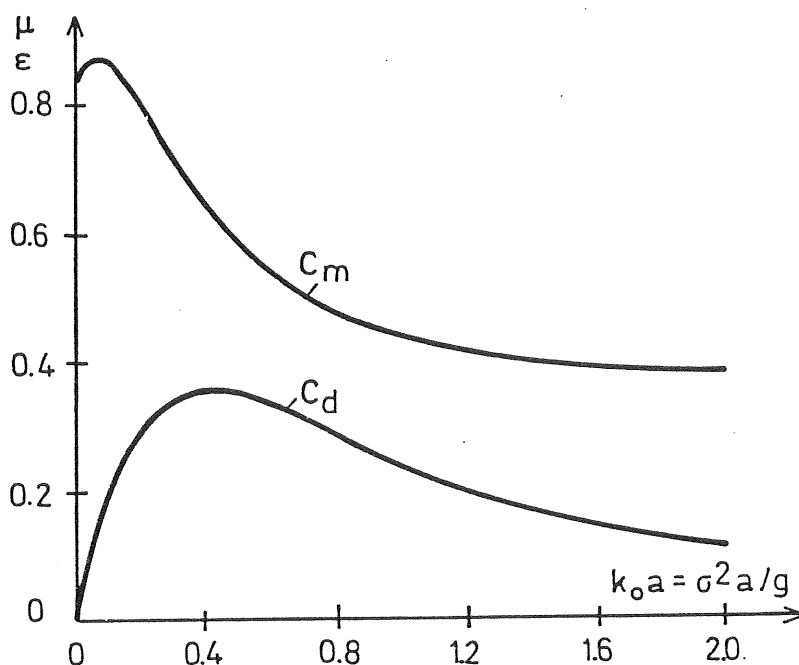
Detta sker genom att man sätter in uttrycket för ϕ i randvillkoret för normalhastigheterna på sfärens yta som för en harmoniskt svängande sfär med svängningsamplituden 1 ger

$$-\frac{\partial \phi}{\partial r} = P_1(\cos \theta) \cos \sigma t = \cos \theta \cos \sigma t \dots \dots (8.57)$$

Själva lösningsproceduren är ganska besvärlig och tas inte upp här. Resultatet av beräkningarna är kurvor över koefficienter för hydrodynamisk massa C_m och dämpning C_d . Dessa fås ur ekvationen för den hydrodynamiska kraften som blir

$$F_z = C_m \frac{2}{3} \pi \rho a^3 \sigma \sin \sigma t - C_d \frac{2}{3} \pi \rho a^3 \sigma \cos \sigma t \dots (8.58)$$

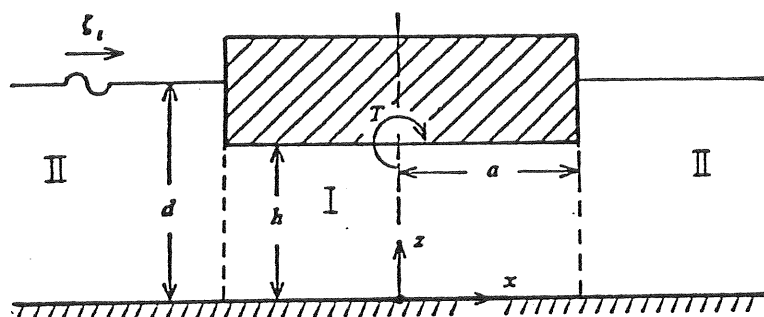
Kurvorna över C_m och C_d som funktion av parametern $k_0 a = \sigma^2 a / g$ är återgivna i figur 8.8.



Figur 8.8 Koefficienterna för hydrodynamisk massa C_m och dämpning C_d som funktion av vågtalet gånger radien $k_0 a = \sigma^2 a / g$.

Vertikal orörlig cylinder nedstucken en bit under vattenytan

Problemet med en neddoppad avskuren cirkulär cylinder påverkad av en vågrörelse har behandlats av Garret 1970. Cylinderns mått, koordinatsystem m.m. definieras i figur 8.9. Cylindern antas stel och orörlig.



Figur 8.9 Definitioner av mått, koordinatsystem m.m.

Fluiden delas för lösningen upp i två regioner dels den inre under cylinderns botten och dels den yttre utanför cylinderns radie.

Region I

$$0 \leq R \leq a = \text{cylinderns radie}$$

$$0 \leq z \leq h = \text{cylinderns botten}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

och Region II

$$a \leq R < \infty$$

$$0 \leq z \leq d = \text{vattenytan}$$

$$0 \leq \theta < 2\pi$$

På gränsytan mellan de båda regionerna skall potentialen ϕ och derivatan $\partial\phi/\partial r$ båda vara kontinuerliga. I regionerna skall ϕ vara en lösning till ekvationssystemet (8.34) i avsnitt 8.3.

Potentialen antas kunna utvecklas på ett liknande sätt som i Mac Camy & Fuchs' lösning, nämligen

$$\phi(R, \theta, z) = \zeta_0 \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m i^m \psi_m(R, z) \cos m\theta \dots \quad (8.59)$$

där $\epsilon_m = 1$ för $m = 0$

$\epsilon_m = 2$ för $m = 1, 2, 3 \dots$

och ζ_0 är den infallande vågens amplitud.

I gränsen mellan regionerna I och II ansätts $\frac{1}{d} \psi_m(a, z) = f_m(z)$.

I region I kan då $f_m(z)$ utvecklas i en fouriersserie

$$f_m(z) = \sum_{n=0}^{\infty} \epsilon_n F_{nm} \cos \frac{n\pi z}{h} \text{ för } 0 \leq z \leq h \dots \quad (8.60)$$

$$F_{nm} = \frac{1}{h} \int_0^h f_m(z) \cos \left(\frac{n\pi z}{h} \right) dz$$

Om detta sätts in i den allmänna lösningen till ekvations-systemet (8.34) i avsnitt 8.3 som lyder

$$\frac{1}{d} \psi(R, z) = (A_m R^m + 2 \sum B_m I_m \left(\frac{\pi n R}{h} \right)) \cos \left(\frac{n\pi z}{h} \right) \dots \quad (8.61)$$

så erhålles

$$\frac{1}{d} \psi(R, z) = F_{m0} \left(\frac{R}{a} \right)^m + 2 \sum_{n=1}^{\infty} F_{mn} \frac{I_m(n\pi R/h)}{I_m(n\pi a/h)} \cos \left(\frac{n\pi z}{h} \right) \dots \quad (8.62)$$

I region II utvecklas $f_m(z)$ i stället i egenfunktionerna i z -led till ekvationssystemet (8.34) i avsnitt 8.3. Dessa lyder

$$Z_{\alpha}(z) = \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sin 2\alpha d}{2\alpha d} \right) \right\}^{-1/2} \cos \alpha z \dots \quad (8.63)$$

$$Z_k(z) = \left\{ \frac{1}{2} \left(1 + \frac{\sinh 2kd}{2kd} \right) \right\}^{-1/2} \cosh kz \dots \quad (8.64)$$

α är de reella rötterna till $\alpha \tan \alpha d + \sigma^2/g = 0$ och k de komplexa rötterna.

Systemet ovan är fullständigt och ortonormalt i området $|0, d|$.

Om $f_m(z)$ uttrycks i detta system fås

$$f_m(z) = \sum_{\alpha} \mathcal{F}_{m\alpha} Z_{\alpha}(z) + \mathcal{F}_{mk} Z_k(z) \dots \quad (8.65)$$

där

$$\mathcal{F}_{m\alpha} = \frac{1}{d} \int_0^d f_m(z) Z_{\alpha}(z) dz \dots \quad (8.66)$$

och

$$\mathcal{F}_{mk} = \frac{1}{d} \int_0^d f_m(z) Z_k(z) dz \dots \quad (8.67)$$

$\frac{1}{2} \Psi(R, z)$ kan också utvecklas i $Z_{\alpha}(z)$, $Z_k(z)$ -systemet och man får på samma sätt som för den inre regionen

$$\begin{aligned} \frac{1}{d} \Psi(R, z) = & \left\{ J_m(kR) - \frac{J_m(ka)}{H_m^{(1)}(ka)} H_m^{(1)}(kR) \right\} \frac{Z_k(z)}{Z_k'(z)} + \\ & \dots \quad (8.68) \\ + \sum_{\alpha} \mathcal{F}_{m\alpha} & \frac{K_m(\alpha R)}{K_m(\alpha d)} Z_{\alpha}(z) + \mathcal{F}_{mk} \frac{H_m(kR)}{H_m(kd)} Z_k(z) \end{aligned}$$

Den första termen representerar en infallande våg plus en spridd våg så att nettobidraget på randen mellan regionerna I och II blir 0. Resterande bidrag till den spridda vågen fås från sista termen.

Kravet att $\frac{\partial \Psi}{\partial r}$ skall vara kontinuerlig i gränsen mellan region I och region II, dvs då $r=a$ och $0 \leq z < h$ samt att $\frac{\partial \Psi}{\partial r} = 0$ på kroppens yta, dvs då $r=a$ och $h < z$, ger upphov till två ekvationer.

$$\begin{aligned}
 -2i \frac{Z_k(z)}{d\pi H_m^{(1)}(ka) Z_k^-(d)} &= \sum_{\alpha} \frac{K_m(\alpha a)}{\alpha a K_m^-(\alpha a)} \mathcal{F}_{m\alpha} Z_{\alpha}(z) + \\
 &+ \frac{H_m^{(1)}(ka)}{ka H_m^{(1)}(ka)} \mathcal{F}_{ka} Z_k(z) + \\
 &+ \sum_{n=1}^{\infty} \varepsilon_n \frac{n\pi a}{h} \frac{I_m^-(n\pi a/h)}{I_m^-(n\pi a/h)} F_{mn} \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) \quad 0 \leq z < h \\
 &\dots\dots (8.69)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 -2i \frac{Z_{ik}(z)}{d\pi H_m^{(1)}(ka) Z_k^-(d)} &= \sum_{\alpha} - \frac{K_m^-(\alpha a) \cdot \alpha a}{K_m^-(\alpha a)} \mathcal{F}_{m\alpha} Z_{\alpha}(z) + \\
 &+ \frac{ka H_m^{(1)}(ka)}{H_m^{(1)}(ka)} \mathcal{F}_{ka} Z_k(z) \quad h \leq z < d \\
 &\dots\dots (8.70)
 \end{aligned}$$

Om utvecklingen

$$f_m(z) = \sum_{\alpha} \mathcal{F}_{m\alpha} Z_{\alpha}(z) + \mathcal{F}_{mk} Z_k(z) \dots \quad (8.71)$$

sätts in i $F_{mn} = \frac{1}{h} \int_0^h f_m(z) \cos\left(\frac{n\pi z}{h}\right) dz$ kan F_{mn} uttryckas i $\mathcal{F}_{m\alpha}$.

Sätts detta så in i ekvationen för region I fås två ekvationer ur vilka $\mathcal{F}_{m\alpha}$ kan bestämmas.

För att bestämma $\mathcal{F}_{m\alpha}$ används en relativt besvärlig procedur som innebär att ett ekvationssystem med utseendet

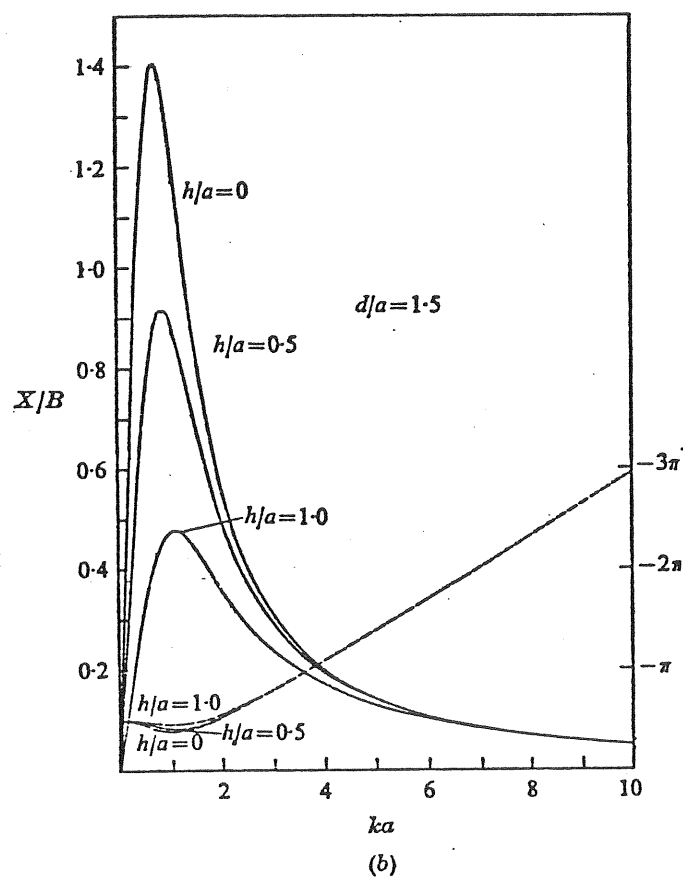
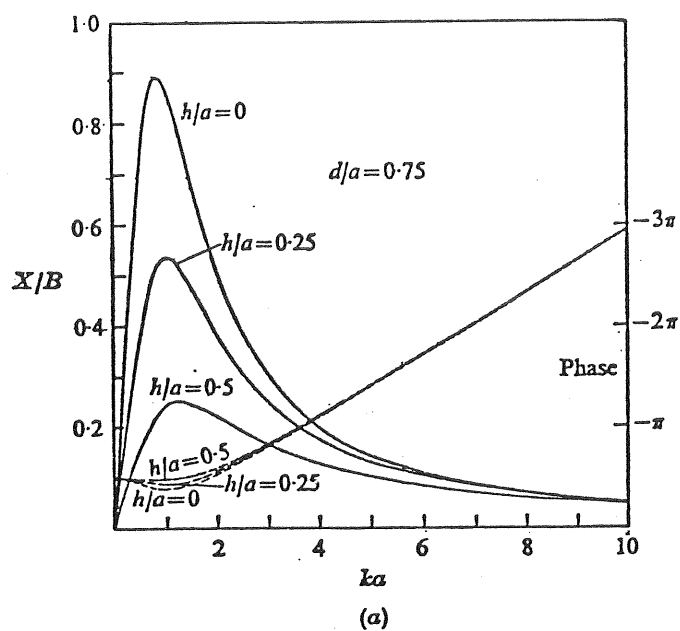
$$\sum_{\alpha} E_{\beta\alpha} \mathcal{F}_{m\alpha} = B_m \delta_{k\beta}$$

löses, där E är en komplex matris med kända koefficienter, β_m ett tal och $\delta_{k\beta}$ är Kroneckers delta.

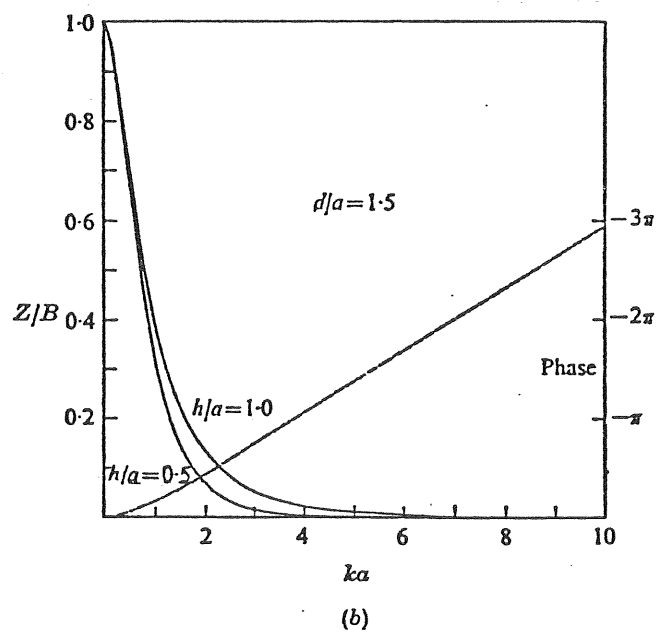
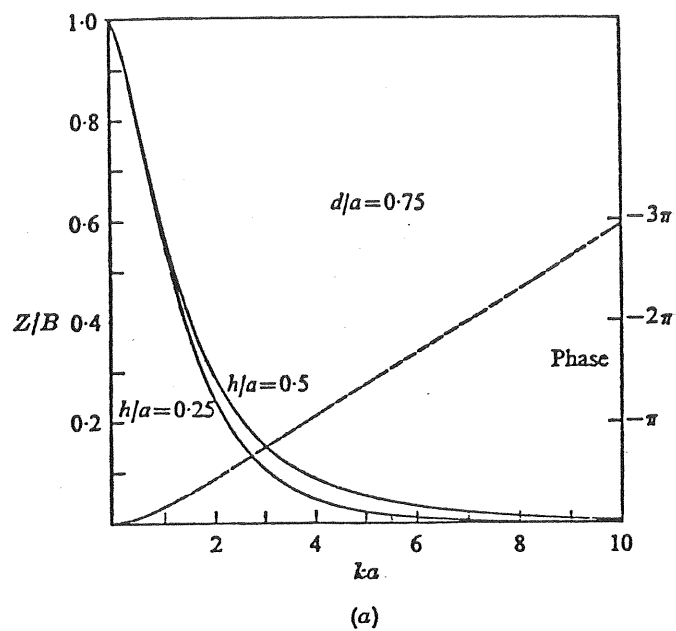
För att sedan erhålla krafterna i horisontalld resp. vertikallad integreras trycket på mantelytan resp. bottenytan på samma sätt som Mac Camy & Fuchs gjorde.

Figur 8.10 och 8.11 visar kurvor på krafternas variation med vågtalet. Krafterna är normerade med massan av det fiktiva displacementet bottenarean gånger våghöjden

$$B = \pi a^2 \zeta_0 \rho g \dots \quad (8.72)$$



Figur 8.10 Horisontalkraftens amplitud X (—) och fasvinkel (---). Rät avskuren cylinder.



Figur 8.11 Vertikalkraften Z (—) och fasvinkel (---). Rät avskuren cylinder.

8.5 Semianalytiska lösningar

Vi kallar vissa lösningar semianalytiska på grund av att man ansätter en serieutveckling i analytiska funktioner i någon del av fluiden. Koefficienterna i serieutvecklingen bestäms sedan genom randvillkoren på randen mellan den fluid-del där serieansatsen gäller och den övriga fluiden. Här tas två olika metoder upp, nämligen metoden med ringelement och hybridelementmetoden.

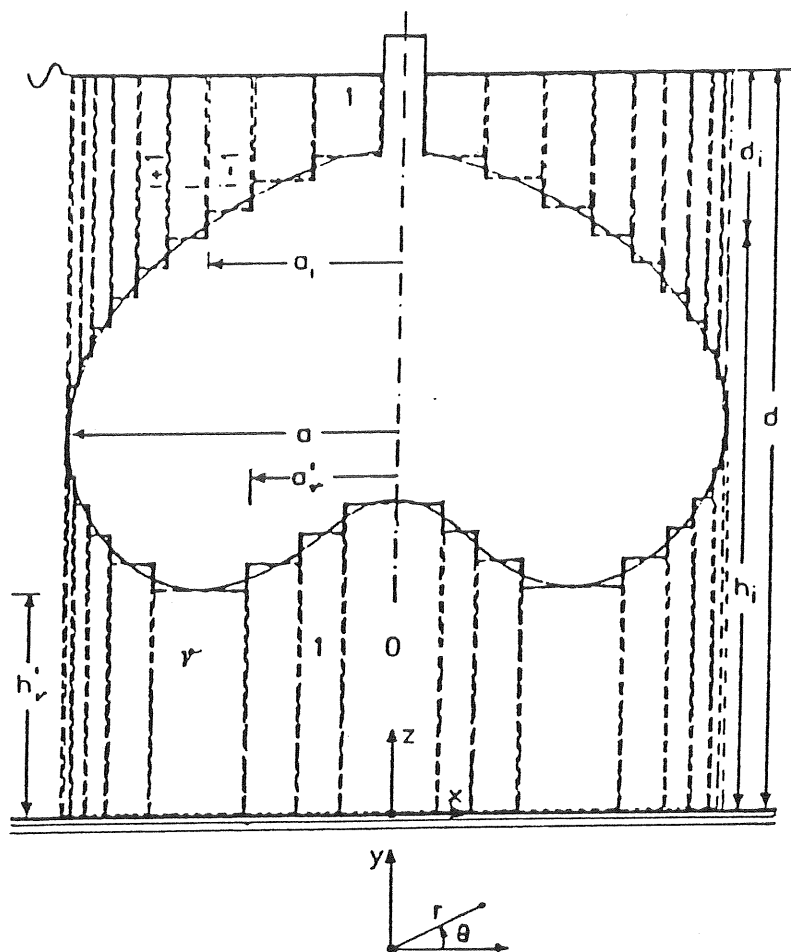
Metod med ringelement

Metoden med ringelement är en utveckling av Garretts metod för lösning av en cylinder neddoppad i vattnet. Metoden är beskriven av K. Kokkinowrachos 1978 och är användbar då man har cirkulärsymmetriska kroppar med vertikal symmetriaxel.

I Garretts fall kunde fluiden delas in i två regioner men för mera generella kroppar med cirkulär symmetri kring vertikalen måste fluiden delas upp i flera regioner. Dessa regioner bildar, med undantag av den yttersta och den innersta, ringar i fluiden. Genom att för varje ring ansätta en lösning liknande den som Garrett ställde upp och sedan matcha ihop de olika lösningarna på randytorna mellan ringarna kan man få en lösning gällande i hela fluidvolymen.

Indelningen i regioner ger tre olika elementtyper: se fig. 8.12.

- 1) element med oändlig ytterradie
- 2) element med ändliga ytter- och innerradier
båda $\neq 0$
- 3) element med innerradien = 0

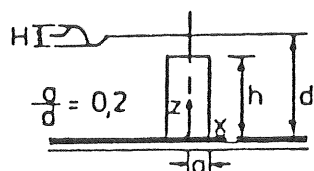


Figur 8.12 Idealisering av en rotationssymmetrisk kropp med hjälp av ringelement.

Elementen skiljer sig dessutom åt om de sträcker sig från botten till kroppens yta eller från kroppens yta till vattenytan. Vidare fås olika serieutveckling beroende på rörelsemoden hos kroppen. För att kunna lösa potentialen i fluiden för en godtycklig rörelse hos kroppen måste således 35 olika serieansatser användas.

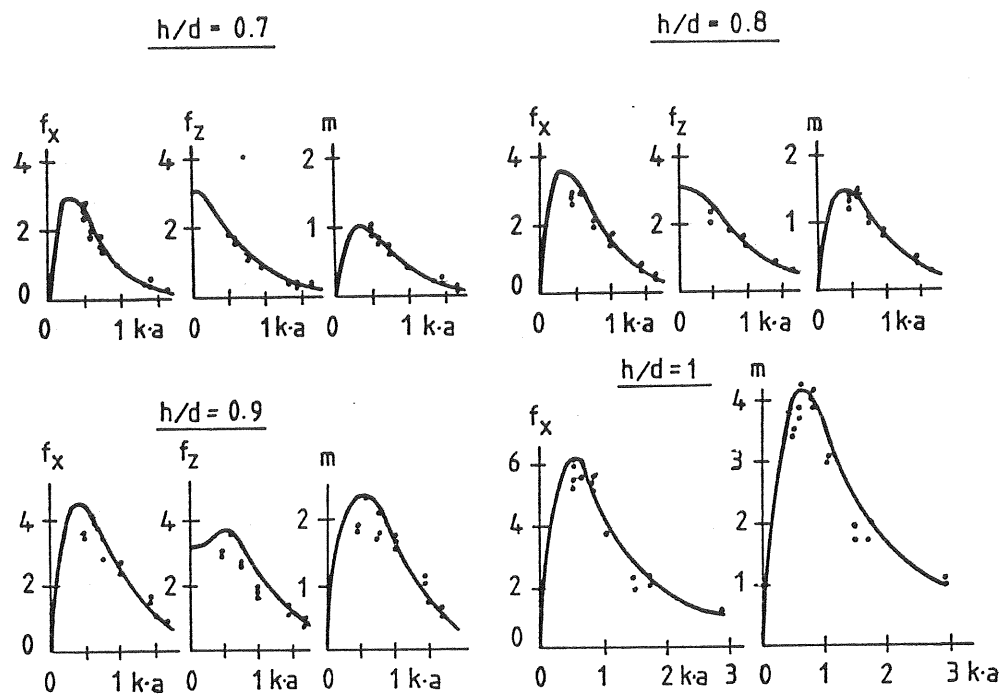
Resultatet av proceduren ovan ger ett ekvationssystem med koefficienterna i serieutvecklingarna som obekanta och sedan dessa lösts kan potentialen i vilken punkt som helst i fluiden erhållas.

Metoden har använts för att beräkna krafter, added mass och added damping för några olika konstruktioner. Här finns några redovisade i fig. 8.13–8.15.

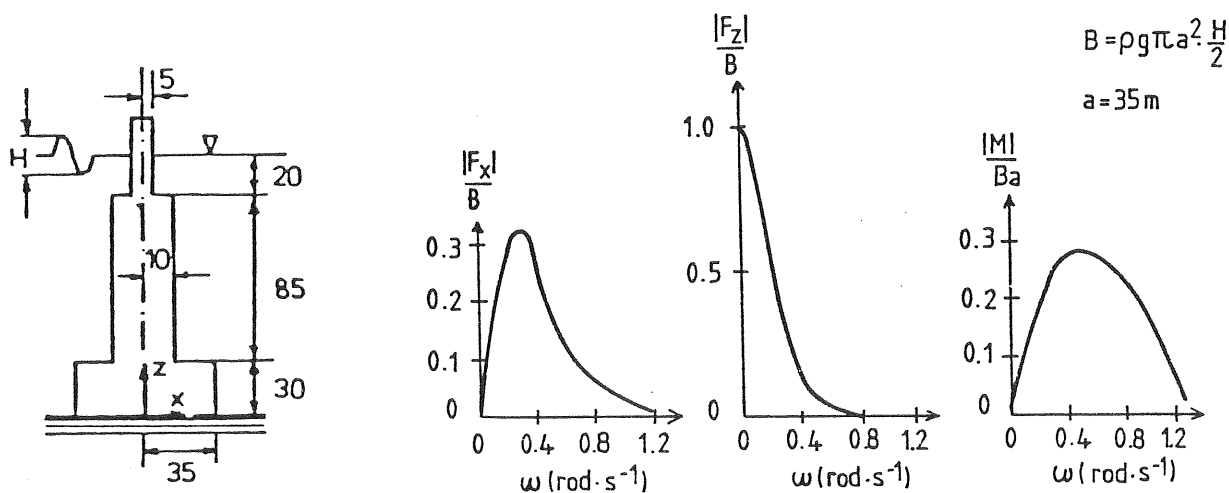


$$f_x = \frac{|f_x|}{\rho g a^2 H/2} \quad f_z = \frac{|f_z|}{\rho g a^2 H/2} \quad m = \frac{|M|}{\rho g a^2 d H/2}$$

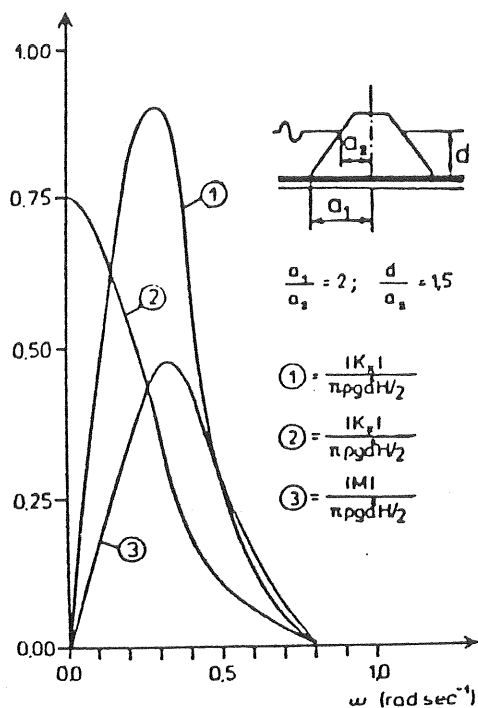
• experiment enl. Hogben (H/a mellan 0.11 och 0.33)
— aktuell teori



Figur 8.13 Beräknade och mätta kraftamplituder och moment på en cirkulär avskuren pelare.



Figur 8.14 Vågkraftamplituder och moment på en sammansatt struktur.



Figur 8.15 Våkraftsamplituder och moment på en konisk struktur.

Hybridelementmetoden

I hybridelementmetoden delar man in fluiden i två områden; ett inre som innehåller alla föremål och eventuella förändringar hos botten och ett yttre som antas ha konstant botten djup och vara fritt från föremål, se fig. 8.16a. Det inre området delas in i ett antal finita element, medan man i det yttre ansätter en serieutveckling av potentialen på följande sätt:

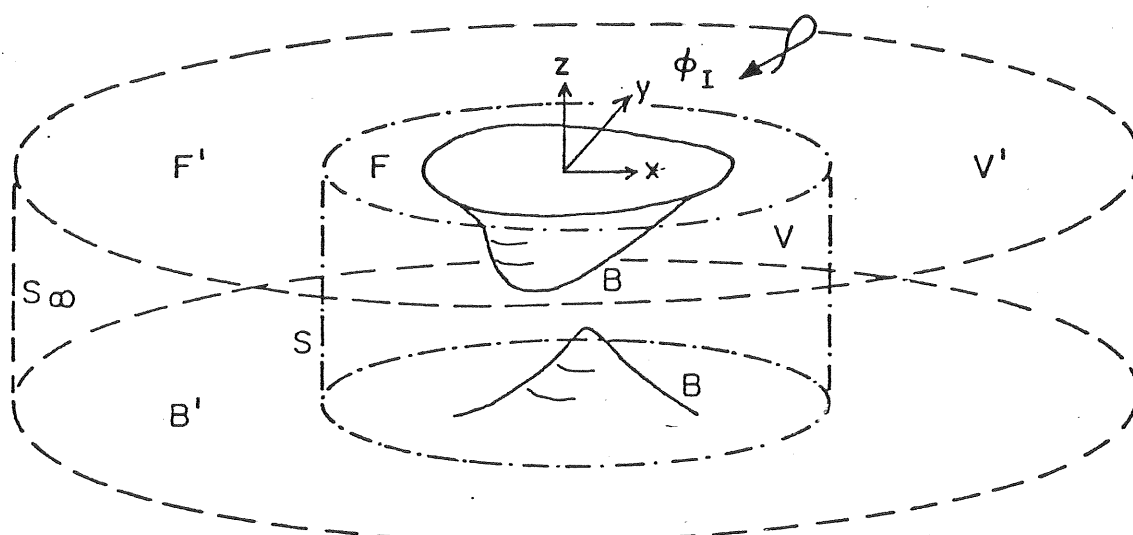
$$\phi = \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_{on} \cos n\theta + \beta_{on} \sin n\theta) \cosh k_o(z+h) H_n^{(1)}(k_o R) +$$

$$+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=1}^{\infty} (\alpha_{mn} \cos n\theta + \beta_{mn} \sin n\theta) \cos k_m(z+h) K_n(k_m R)$$

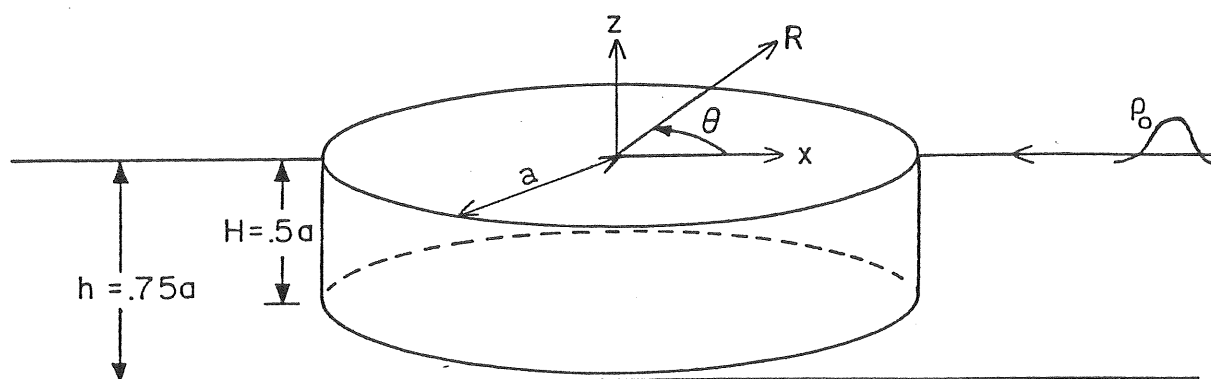
..... (8.73)

för definitioner se figur 8.16b.

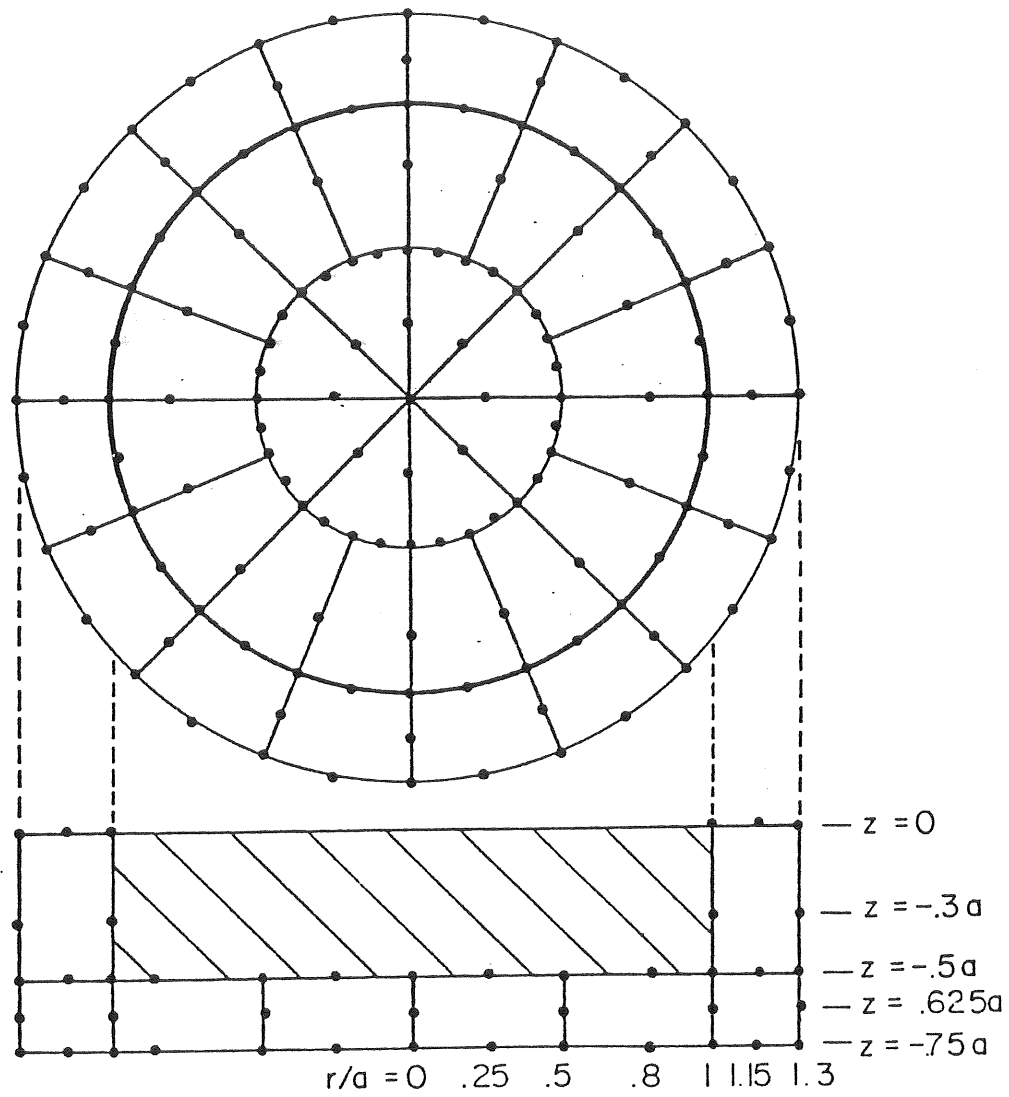
I det inre området, där den finita elementomsatsen görs, uttrycks problemet så att en funktional skall vara stationär för den potential som löser problemet (8.34) i avsnitt 8.3.



Figur 8.16a Indelning av fluiden i två områden för lösning med hybridelementmetoder.



Figur 8.16b Våg infallande mot en flytande cylinder



Figur 8.16c Elementstruktur för en flytande cylinder.

Funktionalen ges av

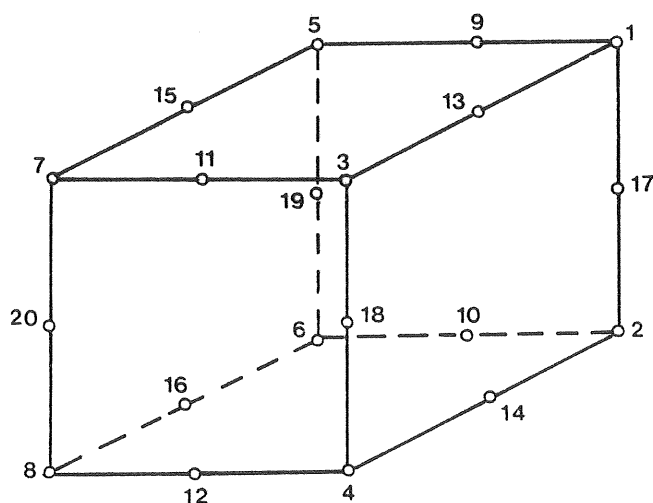
$$I(\phi) = \int_V \frac{1}{2} (\nabla \phi)^2 dV - \int_F \frac{\omega^2}{2g} \phi^2 dF + \dots \quad (8.74)$$

$$\int_S \left(\left(\frac{\phi_s^-}{2} - \phi_s \right) \frac{\partial \phi^-}{\partial r} - \frac{\phi_s^-}{2} \frac{\partial \phi_I}{\partial r} \right) dS$$

där V är inre regionens volym, F dess vattenyta och S dess mantelyta. Se figur 8.16a. Här betyder $-$ att potentialen gäller i det yttre området, alltså serieansatsen.

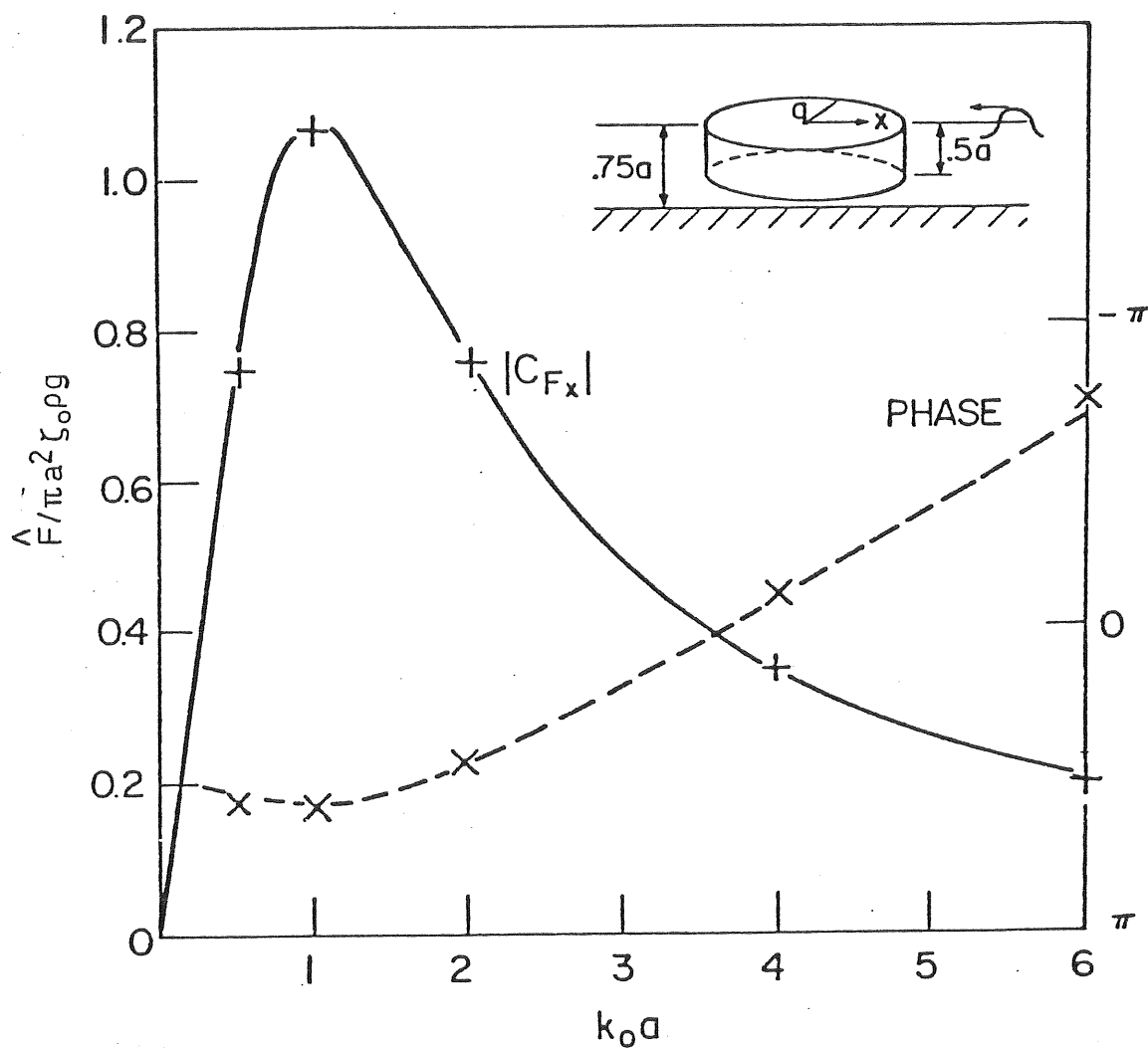
På gränsytan mellan det yttre och det inre området skall gälla $\phi = \phi^-$ och $\frac{\partial \phi}{\partial r} = \frac{\partial \phi^-}{\partial r}$.

Det inre området delas in i 20 noders isoparametriska, hexaedriska element med kvadratiska interpolationsfunktioner, se figur 8.17. Denna elementindelning ger efter litet fixande ett ekvationssystem innehållande både potentialen i nodpunkterna och koefficienterna i serieutvecklingen som obekanta.

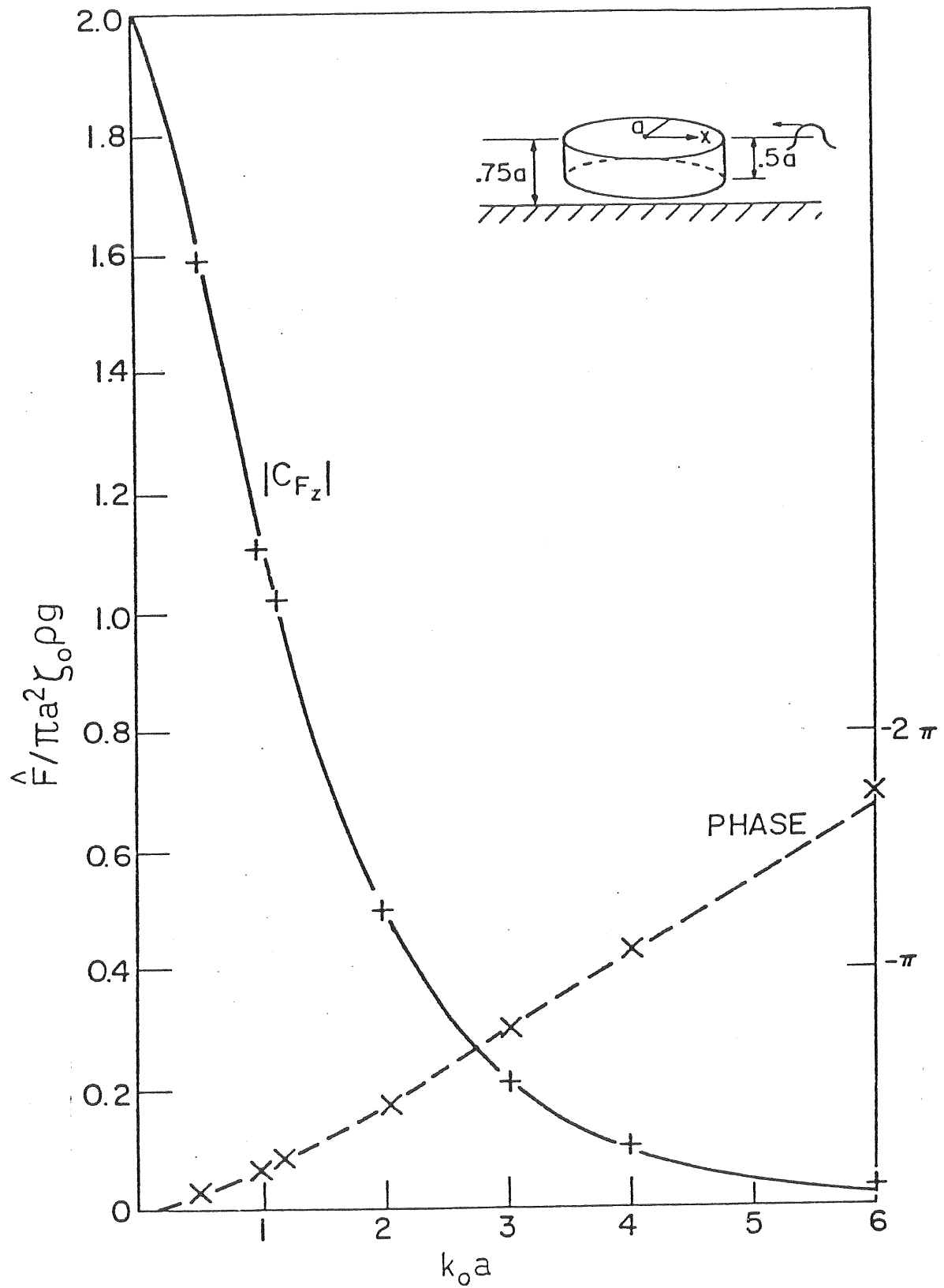


Figur 8.17 Element med noder

I figur 8.18 och 8.19 har lösningen med hybridlementmetoden jämförts med Garretts lösning av problemet med en cylinder delvis neddoppad i vattnet.



Figur 8.18 Horisontell kraftamplitud $\hat{F}_x$ som funktion av $k_0 a$ ($h/a = 0.75$, $\zeta_0/a = 0.25$).
 + amplitud, x fas hybridlementmetoden
 - amplitud, --- fas Garretts (1971) resultat.



Figur 8.19 Vertikal kraftamplitud $\hat{F}_y$ som funktion av $k_0 a$

8.6 Tvådimensionella lösningsmetoder

Vid lösandet av tvådimensionella potentialströmningsproblem är det ofta fördelaktigt att använda komplexa variabler. Man inför då en komplex strömningspotential

$$f(z,t) = \phi(x,y,t) + i\psi(x,y,t) \quad \dots\dots (8.75)$$

$$z = x + iy$$

där x motsvarar x -koordinaten
 y motsvarar y -koordinaten
 ϕ är hastighetspotentialen
 ψ är strömfunktionen

Eftersom ϕ och ψ är relaterade genom $\phi_x = \psi_y$ och $\phi_y = -\psi_x$, som är H Cauchy-Riemanns ekvationer, så är $f(z,t)$ analytisk i alla punkter där ϕ_x och ϕ_y existerar. Hastighetsfältet i fluiden kan fås genom att man definierar en "komplex hastighet"

$$f'(z,t) = \omega(z,t) = -u(x,y,t) + iv(x,y,t) \quad (8.76)$$

där $u(x,y,t)$ är hastigheten i x -led

$v(x,y,t)$ är hastigheten i y -led

Genom den komplexa strömningspotentialen kan många grundläggande strömningsmönster erhållas som enkla analytiska funktioner. Några exempel på sådana strömningsmönster och strömningspotentialer är:

Enhetlig parallellströmning $f(z) = -ke^{-i\alpha}z$

Strömning från en tvådimensionell källa $f(z) = -k \ln z$

Potentialvirvel $f(z) = ik \ln z$

Dipolströmning $f(z) = -\frac{k}{z} e^{i\alpha}$

Hörnströmning $f(z) = -\frac{kz^n}{n}$

Lösningen till mera besvärliga strömningsproblem kan erhållas genom superponering av de enkla analytiska funktionerna.

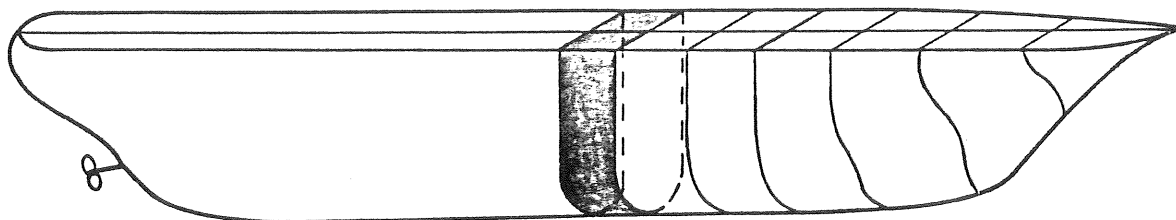
Dessutom medger införandet av den komplexa strömningspotentialen att man kan utnyttja s.k. konform avbildning.

Helt allmänt kan konform avbildning utnyttjas för att bestämma funktioner som uppfyller Laplace's ekvation och antar vissa föreskrivna värden längs en given kurva C . Kurvan C avbildas konformt på en ny kurva C' i ett nytt talplan. I det nya talplanet bestäms en analytisk funktion som antar de föreskrivna värdena på kurvan C' . Om avbildningen mellan C och C' är känd, fås lösningen till det ursprungliga problemet genom inversavbildning av den bestämda funktionen tillbaka till det gamla talplanet.

Kurvan C' brukar vanligen vara en enkel kurva t.ex. enhetscirkeln eller en rät linje. En svårighet med den konforma avbildningen är att bestämma avbildningsfunktionen mellan C och C' så att C' får ett lämpligt utseende.

Stripteori

Problem med långa smala kroppar t.ex. ett skepp i vågor kan lösas med en teknik som kallas strip-teori. Denna går ut på att kroppen delas in i skivor s.k. strips i längsled. Varje skiva betraktas sedan som en oändligt lång cylinder med sektionens form. Se fig. 8.20. Problemet att beräkna krafter och moment på varje skiva är tvådimensionellt och genom att summerna inverkan från alla skivorna längs kroppen kan en approximativ lösning för den totala lasten på hela kroppen fås. Proceduren innebär alltså att man måste lösa flera tvådimensionella problem för att få lösningen för det tredimensionella problemet.



Figur 8.20 Indelning av ett skepp i skivor enligt stripteorin.

Det finns två olika metoder för att lösa problemet nämligen Lewisformmetoden och Frank Close-Fit-metoden. Den förra använder sig av komplexa variabler och konform avbildning, medan den senare använder en greensfunktionsmetod som är analog med den som beskrivs i kapitlet om tredimensionella integralmetoder.

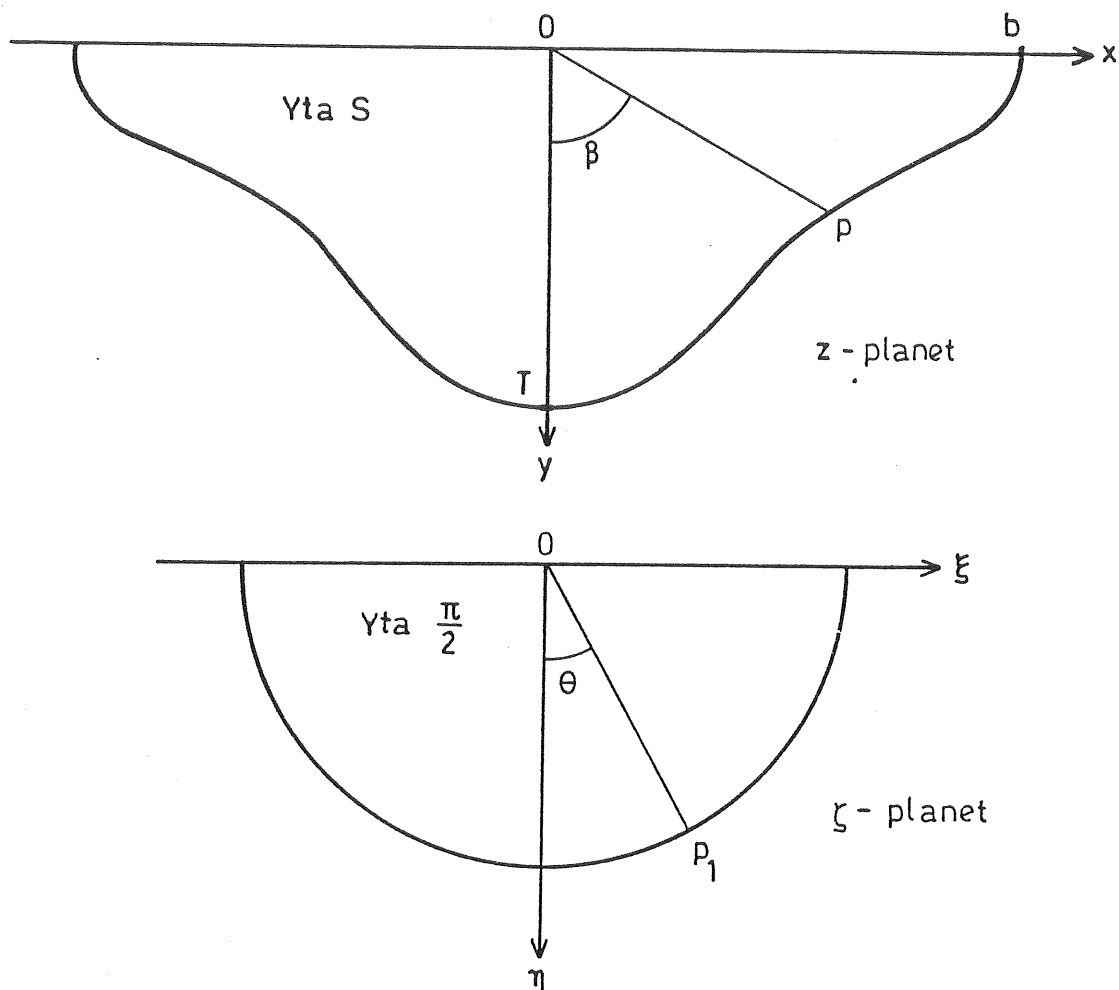
Lewisformmetoden

De tvådimensionella sektionerna representeras i ett komplext z -plan så att (x,y) koordinaterna motsvaras av $z=x+iy$. Se fig. 8.21. Genom att avbilda enhetscirkeln i ett ζ -plan på sektionens form i z -planet med avbildningen $z/M = \zeta + \sum_{n=1}^{\infty} a_{2n-1} \zeta^{-(2n-1)}$ kan problemet förenklas till att lösa problemet med en cirkulär cylinder i vågorna.

Om man trunkerar den oändliga summan erhålles i z -planet endast en approximation till den verkliga formen. Trunkeras summan efter två termer så att avbildningen ges av

$$z/M = \zeta + \frac{a_1}{\zeta} + \frac{a_3}{\zeta^3} \quad \dots \quad (8.77)$$

för det som vanligen kallas Lewisformmetod. Det finns andra metoder där fler termer tas med, se t.ex. Makagno (1968),



Figur 8.21 Konform avbildning från en tvådimensionell sektionsform i ett komplext plan till en enhetscirkel i ett reellt talplan.

Landweber & Makagno (1967) eller Guoping (1980). Här berörs endast Lewis formmetod så som den beskrivs av Mitsui Shipbuilding & Engineering Co., Ltd. 1975.

Bilden i z -planet av enhetscirkeln ges av

$$x = M\{(1+a_1)\sin \theta - a_3 \sin 3\theta\} \quad \dots\dots (8.78)$$

$$y = M\{(1-a_1)\cos \theta + a_3 \cos 3\theta\} \quad \dots\dots (8.79)$$

där de ingående variablerna definieras i fig. 8.21. Sätter man in villkoren på sektionens area (S), bredd (b) och djup (T) erhålles ett ekvationssystem ur vilket M , a_1 och a_3 kan bestämmas

$$M = b/(1+a_1+a_3) \quad \dots\dots (8.80)$$

$$H_0 = b/T = (1+a_1+a_3)/(1-a_1+a_3) \quad \dots\dots (8.81)$$

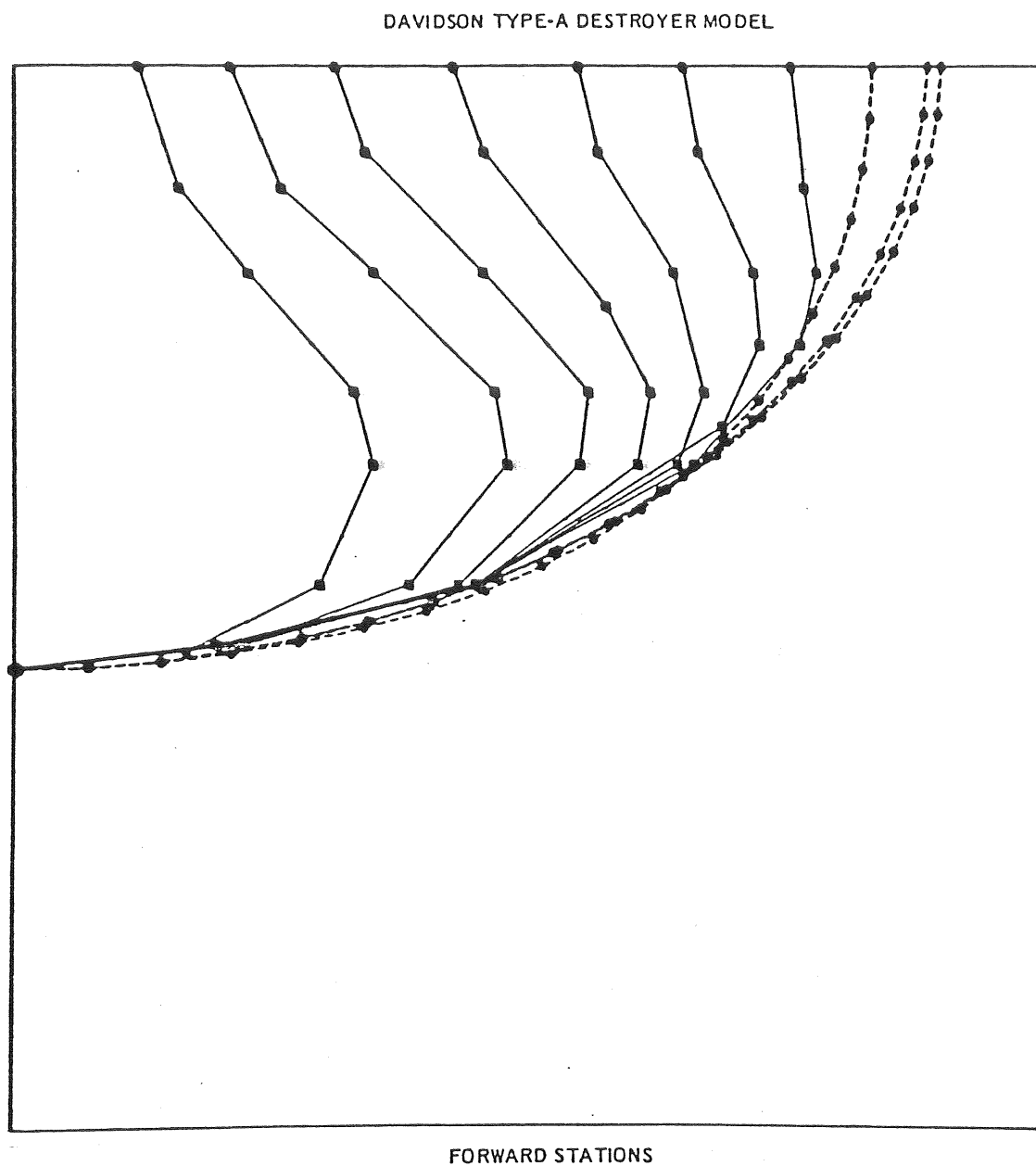
$$S = \frac{\pi}{2} b^2 \frac{1-a_1^2-3a_3^2}{(1+a_1+a_3)^2} \quad \dots\dots (8.82)$$

Nu när M , a_1 och a_3 är kända kan lösningen till problemet med en cirkulär cylinder transformeras över till z -planet och en approximativ lösning till det aktuella problemet erhållas.

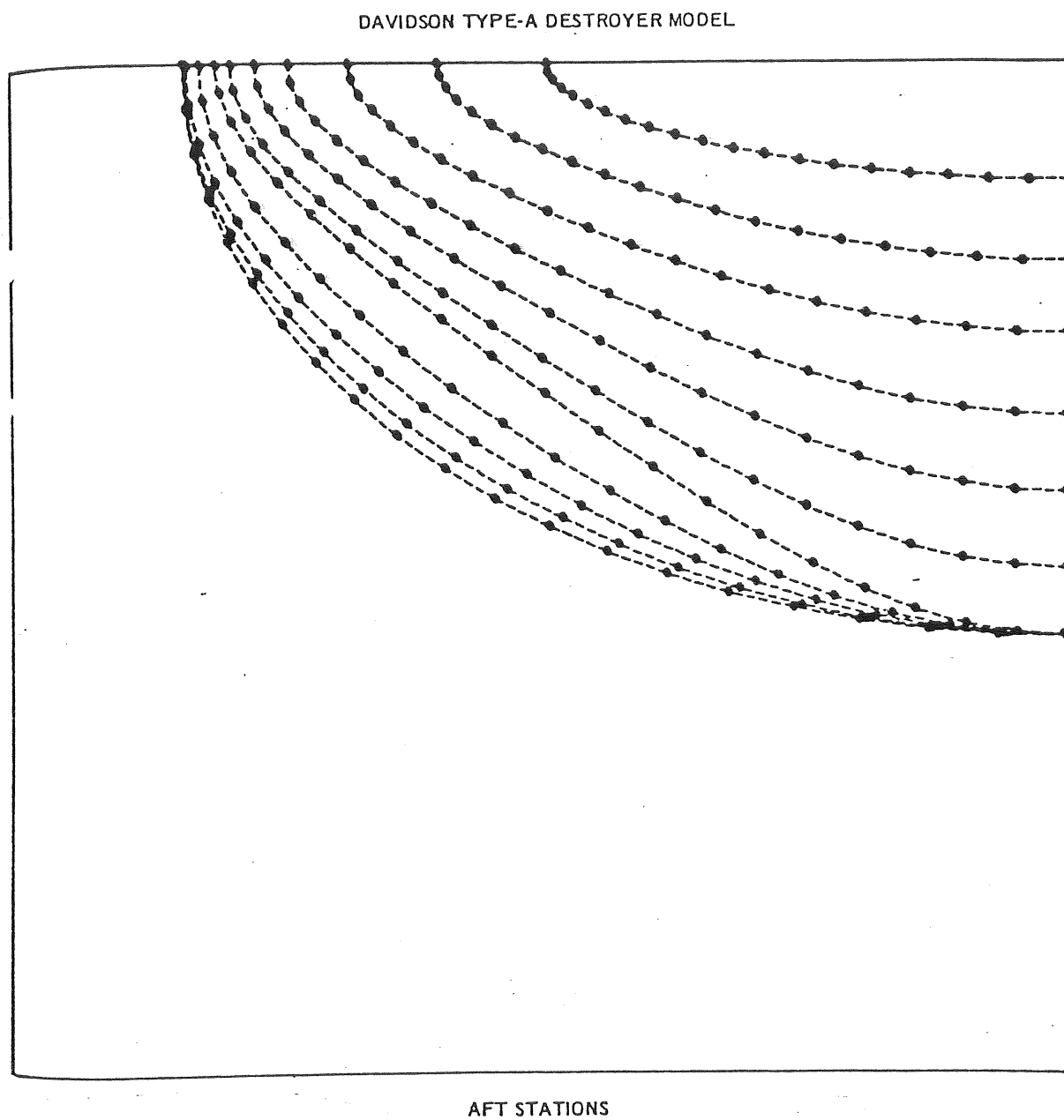
Frank Close-Fit-metoden

Denna metod går ut på att man i stället för att använda komplexa variabler och konform avbildning modellerar sektionformen med räta linjesegment, se figur 8.22 och 8.23. På varje linjesegment antas en konstant källfördelning finnas. Lösningsförfarandet är sedan analogt med det vid tredimensionella integralmetoder men Greensfrunktionen byts mot en tvådimensionell sådan och ytintegralerna mot linjeintegraler. Greensfunktionen är i det tvådimensionella fallet

$$\begin{aligned} G(x, y, \xi, \eta) = & \frac{1}{2\pi} \left[\log \frac{r}{h} + \log \frac{r_2}{h} - \right. \\ & - 2pV \int_0^\infty \left(\frac{k+v}{k} \frac{e^{-kh} \cosh k(h+\eta) \cosh k(y+h) \cos k(x-\xi)}{k \sinh kh - v \cosh kh} - \right. \\ & \left. \left. - \frac{e^{-kh}}{k} \right) dk \right] \cos \sigma t: \\ & - \frac{v+m_0}{m_0} \frac{e^{-m_0 h} \sinh m_0(h) \cosh m_0(h+\eta) \cosh m_0(y+h) \cos m_0(x-\xi)}{vh + \sinh^2 m_0 h} \\ & \sin \sigma t \quad \dots\dots (8.83) \end{aligned}$$



Figur 8.22 Beräkningsmässig representation av förliga sektioner hos Davidson A.



Figur 8.23 Beräkningsmässig representation av
akterliga sektioner hos Davidson A.

där h är vattendjupet

$$v = \sigma^2/g$$

σ = vinkelfrekvensen

$$m_0 \tanh m_0 h - v = 0$$

$$r = ((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2)^{1/2}$$

$$r_2 = ((x-\xi)^2 + (y+2h+\eta)^2)^{1/2}$$

8.7 Tredimensionella integralmetoder

Ett sätt att representera potentialen är med en fördelning av punktkällor med varierande styrka.

Man vet att potentialen från en pulserande punktkälla har följande utseende (Wehausen 1960):

$$\begin{aligned} G(x,y,z,\xi,\eta,\zeta) = & \frac{1}{r} + \frac{1}{r'} + \\ & + 2pv \int_0^\infty \frac{(\mu+v)e^{-\mu h} \cosh(\mu(\eta+h)) \cosh(\mu(y+h))}{\mu \sinh(\mu h) - v \cosh(\mu h)} J_0(\mu R) d\mu + \\ & + i \frac{2\pi(k^2 - v^2) \cosh(k(\eta+h)) \cosh(k(y+h))}{k^2 h - v^2 h + v} J_0(kR) \\ & \dots\dots (8.84) \end{aligned}$$

där k ges av $k \tanh(kh) - v = 0$

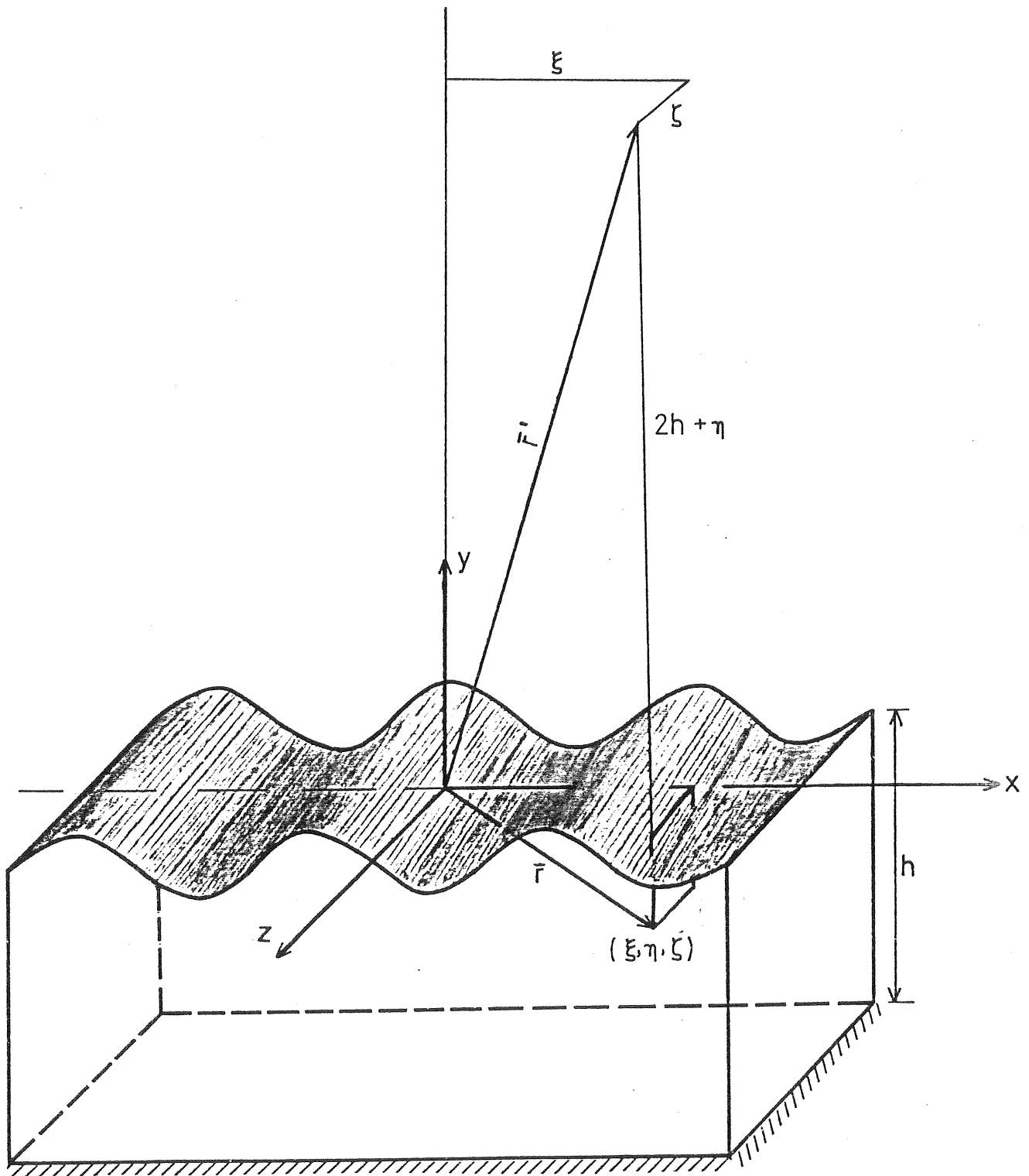
$$v = \frac{\omega^2}{g}$$

$$r = ((x-\xi)^2 + (y-\eta)^2 + (z-\zeta)^2)^{1/2}$$

$$r' = ((x-\xi)^2 + (y+2h+\eta)^2 + (z-\zeta)^2)^{1/2}$$

$$R = ((x-\xi)^2 + (z-\zeta)^2)^{1/2}$$

Koordinatsystem och andra variabler definieras i fig. 8.24.



Figur 8.24 Koordinatsystem m m för tredimensionella integralsmetoden.

Alternativt kan potentialen tecknas

$$G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) = \frac{2\pi(v^2 - k^2)}{k^2 h - v^2 h + v} \cosh(k(\eta + h)) \cosh(k(y + h))$$

$$[Y_0(kR) - iJ_0(kR)] + 4 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\mu_n^2 + v^2}{\mu_n^2 h + v^2 h - v} \cos[\mu_n(\eta + h)] \cdot$$

$$\cos[\mu_n(y + h)] K_0(\mu_n R) \dots \quad (8.85)$$

med de vanliga beteckningarna för Besselfunktionerna och μ_n är de positiva reella rötterna till

$$\mu_n \tan(\mu_n h) + v = 0$$

Potentialen från en punktkälla kallas ofta för en greensfunktion till problemet. Greensfunktionen definierad enligt ovan satisfierar alla randvillkor utom de på ett eventuellt föremål i fluiden.

Eftersom problemet är linjärt betyder detta att om två källor finns i fluiden så ges potentialen i en punkt av summan av potentialerna från källorna. P.s.s. om flera källor är närvarande, dvs

$$\phi(x, y, z) = \sum_i f_i G(x, y, z, \xi_i, \eta_i, \zeta_i) \dots \quad (8.86)$$

där f_i är källan i :s styrka dvs flödet ut från den och (ξ_i, η_i, ζ_i) är koordinaterna för källans läge.

Om ett föremål finns i fluiden så antas dess yta vara täckt av en kontinuerlig fördelning av källor. Detta innebär att potentialen i en punkt kommer att ges av en integral över föremålets yta i stället för att en summa som i det diskreta fallet så att

$$\phi(x, y, z) = \frac{1}{4\pi} \iint_S f(\xi, \eta, \zeta) G(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) dS \quad \dots \quad (8.87)$$

där $f(\xi, \eta, \zeta)$ är källstyrkans fördelning över kroppens yta S . Problemet är nu att finna den rätta fördelningen $f(\xi, \eta, \zeta)$ för det givna föremålet. Detta sker genom att $\phi(x, y, z)$ sätts in i randvillkoret på föremålets yta som lyder

$$\frac{\partial \phi}{\partial n} = u_n$$

där u_n är normalhastigheten i punkten på ytan. Detta ger en integralekvation ur vilken $f(\xi, \eta, \zeta)$ skall lösas.

$$\begin{aligned} 2 \frac{\partial \phi}{\partial n}(x, y, z) = & -f(x, y, z) + \\ & + \frac{1}{2\pi} \iint_S f(\xi, \eta, \zeta) \frac{\partial G}{\partial n}(x, y, z, \xi, \eta, \zeta) \dots \dots \dots \quad (8.88) \end{aligned}$$

I regel kan inte $f(\xi, \eta, \zeta)$ lösas analytiskt ur denna ekvation utan man måste tillgripa någon numerisk metod.

Vanligen gör man så att kroppens yta approximeras med plana facetter och fördelningen $f(\xi, \eta, \zeta)$ antas vara konstant över hela facetten. Denna diskretiseringsprocedur ger upphov till två ekvationssystem. Det första ger källstyrkan på varje facett. Det andra ger potentialen på ytan

$$-f_i + \alpha_{ij} f_j = 2u_{ni} \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad \dots \quad (8.89)$$

$$\phi_i = \beta_{ij} f_j \quad i, j = 1, 2, \dots, N \quad \dots \quad (8.90)$$

där dubbelindex implicerar summering.

N är antalet facetter kroppen delats in i

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{2\pi} \iint_{\Delta S_j} \frac{\partial G}{\partial n} (x_i, y_i, z_i, \xi, \eta, \zeta) dS \dots (8.91)$$

$$\beta_{ij} = \frac{1}{\pi} \iint_{\Delta S_j} G (x_i, y_i, z_i, \xi, \eta, \zeta) dS \dots (8.92)$$

ΔS_j är facetten j :s yta.

Genom att modifiera β litet kan den andra ekvationen användas för att beräkna potentialen var som helst i fluiden. Nu när potentialen är känd kan trycket på kroppens yta och därmed krafter och moment bestämmas.

9. DATORPROGRAM

De korta beskrivningar av datorprogram för beräkning av rörelser hos offshorekonstruktioner, som redovisas nedan, är resultatet av en litteraturstudie som genomförts vintern 1980/81.

Sökning har genomförts via ORBIT IV SDC's International Search Service varvid uppsatser i tidskrifter och vid konferenser erhållits. Dessa uppsatser avhandlar ofta beräkningar av speciella offshorekonstruktioner, och beskrivningen av beräkningsvertyget (datorprogrammet) är då ofullständigt. Genom kontakter inom arbetsgruppen SSPA, VBB och Götaverken/Arendal samt med DnV och Norges Tekniske Høgskole har manualer och utförligare programbeskrivningar erhållits.

Underlaget till programbeskrivningarna är således av mycket skiftande kvalitet. Det är därför svårt att göra ett komplett och likvärdigt referat av alla program. Det är också troligt att några, kanske betydande, program inte nått författarnas kännedom. För några program som anges med namn har vi saknat underlag för beskrivning.

Eftersom det successivt tillkommer ny programvara så skulle en "fullständig" inventering ständigt få utvidgas och omarbetas. Den föreliggande inventeringen utgör dock troligtvis en god bild av tillgänglig programvara t.o.m. våren 1981.

Indelningsgrund

Programreferaten nedan har samlats i grupper efter den hydrodynamiska beräkningsmetod som använts:

- o "Morison-program", som grundar sig på Morisons formel vid beräkning av belastning på strukturens element. Koefficienterna i svängningsekvationen beräknas antingen i subrutiner eller ges som input. Oftast tillämpat på långa och smala element.
- o Tvådimensionella program, som bygger på den s.k. stripmetoden för beräkning av den drivande kraften och koefficienterna i svängningsekvationen. Tillämpas främst på skepp och andra långsträckta föremål i vattenytan.

- o Hybridelementprogram, som bygger på tredimensionella element intill kroppen och utveckling i ortogonala funktioner utanför detta område. Metoden tillämpas främst på stora flytande eller nedsänkta konstruktioner.
- o Integralmetodsprogram som bygger på tredimensionella källor på kroppens yta och Greens funktion. Tillämpas främst på stora flytande eller nedsänkta föremål.
- o Kombinerade program, som utnyttjar den enklast tillämpliga metoden på resp. byggnadsdel. T.ex. Morisons metod på pelarna i en semisub kombinerat med integralmetod på andra skrovdelar.

Hybridelementprogrammen och 3-D integralmetodsprogrammen benämnes ofta diffraktionsprogram. Man bör emellertid notera att även stripprogrammen och ofta också uppskattningen av masskoefficienterna i Morisons formel bygger på diffraktionsberäkningar och potentialteori. Den grundläggande skillnaden är att greensfunktionsprogrammen och hybridelementprogrammen är tredimensionella, medan stripprogrammen bygger på tvådimensionell strömning, och Morison-elementen endast beräknas för translationsrörelser.

Inom varje grupp gäller huvudsakligen en ordning med äldre enklare program först och nyare ofta mer avancerade program sist.

9.1 Morisonprogram

NV 426

Den vanligaste typen av Morisonprogram är utvecklade för att beräkna fasta fackverkstorn jack-ups och pålgrupper. Ett exempel på detta är Det norske Veritas (1978) program NV 426.

Programmet kan ta hänsyn till en godtycklig strömpofil genom att addera denna vektoriellt till vattenhastigheterna orsakade av vågorna. Sinusvågor eller 5:e ordningens vågteori enligt Stokes kan användas.

Programmet kan köras både i tidsplanet och frekvensplanet. I frekvensplanet linjariseras släpkrafterna.

Alla belastningar och geometrin kan överföras till ramberäkningsprogrammet SESAM-69 via tape eller hålkort.

Exxon

Exxon har utvecklat ett starkt förenklat program för beräkning av vågbelastning på fasta konstruktioner såsom fackverkstorn, jack-ups och pelare. Konstruktionen antas inte ha någon utsträckning i vågutbredningsriktningen. Den totala fasta volymen och den i vågutbredningsriktningen projicerade arean används i tröghets- resp. dragtermen i Morisons formel. Totalkraften ansätts sedan såsom $(F_D + F_I)^{1/2} = F_{tot}$. F_{tot} taylorutvecklas. Hela kraften antas angripa i vattenytans plan.

Strukturen och undergrunden antas vidare vara linjärt elastiska och normalmodresponserna beräknas för spänningar och förskjutningar. (Wirsching et Prasthofer, 1976).

NV_419

En typ av program används enbart för att beräkna hydrodynamisk massa och dämpkoefficienter för strukturdelar såsom pelare och balkar för att kunna använda dessa koefficienter som input i program för rörelseberäkningen. Ett exempel på sådana program är Det norske Veritas' NV 419, som beräknar hydrodynamisk massa och dämpkoefficienter i två dimensioner för pelare och balkar. (Faltinsen, 1969). Dylika program ingår som en integrerad del av några stora programsystem och används då för sådana element, där koefficienter inte kan fås ur litteraturen eller frekvensberoendet är stort för att de ligger nära eller i vattenytan.

WAVLOA

Ett annat exempel är WAVLOA från University of Glasgow (1980) som beräknar vågkrafter och -moment på cirkulär-cylindriska element i fasta och flytande offshorestruktioner med tvådimensionell diffraktionsteori. Programmets resultat är en tredimensionell lastfördelning i form av knutlaster.

PLATDYN

Atkins Franlab Marine Ltd har ett tidsintegrationsprogram som beräknar laster med Morisons formel för den del av konstruktionen som är under vattenytan i varje tidssteg. Strålningsdämpning kan tas med om koefficient ges i input. Alla slags förtöjningskablar kan tas med i beräkningarna. Förloppet av rörelserna och spänningarna i kablarna beräknas successivt och behandlas även statistiskt.

Programmet bör kalibreras mot modellförsök eller andra program. Det kan tillämpas på semisubmersibler, pråmar, catamaraner och vanliga skepp (efter kalibrering n.b.).

Stevens_Institute (Mercier, 1970)

Mercier har utfört tvådimensionella modellförsök med dels påtvingad svängning, dels fasthållen kropp i vågor. Erhållna koefficienter för skrovdelar har sedan använts för att beräkna rörelsen hos en hel flytande konstruktion i regelbundna vågor. Dessa beräkningar har också jämförts med modellförsök på hela kroppen fritt flytande. Amplituderna blev väl beräknade men fasförskjutningen stämde dåligt. Exemplifierat på en trimaran.

Mitsubishi Heavy Industries

Mitsubishi har ett liknande Morisonprogram för semisubmersibles med tre eller fyra lika ben med fötter. Hydrodynamisk massa och dämpning har erhållits för delarna ur modellförsök.

Rörelseekvationen uppställd i tre frihetsgrader: surge, heave, pitch. Inga driftkrafter, inga förankringar. (Fujii et Takahashi, 1970)

Frederic R. Harris Inc.

Harris Inc. (Bomze, 1974) har utvecklat ett tidsintegrationsprogram, i vilket ett rektangulärt flytande block indelas i delblock och var och en tilldeles en "korrekt" koefficient för hydrodynamisk massa och dämpning (enligt beskrivningen gäller detta även volymer som inte når ut till skrovsidorna eller botten). Tidsintegrationen görs med Newmarks β -metod.

Krafterna i upp till 30 icke-linjära linor eller fendrar kan inkluderas i beräkningen. Rörelser, accelerationer och krafter i sex frihetsgrader beräknas för vågor ur godtycklig riktning och för tornado, vind- och strömkrafter.

MOSAS (1974)

Koninklijke Shell Nederländernas MOSAS är ett program för främst förankrade semisubmersibles. Koefficienter för hydrodynamisk massa och diffraktionskrafter tas ur litteraturen. Både viskös dämpning och strålningsdämpning försummas för elementen, men sätts in i dämpmatrisen för hela strukturen med schablonvärden.

För vind, ström och andra konstanta laster beräknas förankringssystemet olinjärt. Hydrostatisk jämvikt och belastning bestäms. Vid beräkning av våglaster och rörelser i 6 frihetsgrader lineariseras förankringsskrafterna kring medelläget.

I direkt anslutning till den hydrodynamiska beräkningen kan en strukturanalys göras med ett ramberäkningsprogram (Strudl). Detta ramprogram är cirka 50 ggr dyrare att köra än det hydrodynamiska programmet, och körs först sedan semisubmersiblens geometri bestämts.

Jämförelser med modellförsök har givit bra överensstämmelse (Van Opstal m.fl. 1974).

UCLTBP, UCLRIG

University College of London Centre for Marine Technology har nyligen utvecklat två program för beräkning av rörelserna hos dels en tensioned buoyant platform (TBP), dels en semisub borrhigg. Båda programmen bygger på Morisons metod och linjariserad släpkraftsterm. Programmen kräver relevanta tröghets- och släpkraftskoefficienter som input.

Rörelser och vågkrafter beräknas i 6 frihetsgrader för olika vattendjup, våghöjd, vågperiod och vågriktning. UCLTBP innehåller stödreaktioner medan UCLRIG kräver extra input för förankringskrafter. (Science Research Council, 1980).

FLUID_4A

Våglaster, rörelser, lastfördelning och strukturanalys för en semisubmersible med två cirkulära skrov och många pelare utvecklat vid University of Glasgow (Science Research Council, 1980). Programmet väljer tröghets plus släpkraftsterm eller diffraktionskoefficient beroende på förhållandet diameter/våglängd. Icke-linjärt randvillkor för den fria vattenytan.

Tre frihetsgrader: heave, pitch, roll.

Beräknade laster appliceras i ett ramprogram FRAN.

Preliminary Motion Design

Vid University of Glasgow (Science Research Council, 1980) har utvecklats en serie program för preliminär dimensionering som bygger på Morisons formel. Masskoefficienter beräknas av programmet självt ur diffraktionsteori. Släpkraftskoefficienter och dämpkvoter måste ges som input för varje frihetsgrad. Sex frihetsgrader i två frikopplade ekvationssystem om vardera tre frihetsgrader).

Följande programvarianter finns

- 1) Semisub med cirkulära kassunfötter mer än tre ben
- 2) Semisub med två rektangulära skrov med högst 5 pelare
- 3) Dito med cirkulära skrov
- 4) Sparbuoy

ASAS

Atkins Franlab Marine Ltd har en fullständig programsvit för analys av fasta och flytande fackverkskonstruktioner som bygger på Morisons formel

ASASMASS beräknar hydrodynamisk massa för strukturen

ASASWAVE beräknar vind-, ström- och våglaster på rörelement med Stokes 5:e ordningens vågteori och Morisons ekv.

ASASFEM spänningsanalys

ASASDYNAMICS naturliga frekvenser och moder

Input: massa alt styvheter samt resultat från ASASMASS

ASASRESPONS Responsanalys och transferfunktioner för förskjutningar och spänningar

JACKAS jämförelser av beräkningar mot normer:

API, AISC, DnV, Dep. of Energy

FATJACK Spektralanalys för utmattningsberäkningar, årliga

sannolikheter m.m. Input H_s, T_z

riktningsspridning, scatterdiagram och spektrum PM eller Jonswap

ASASFLOAT flytstabilitet vid fyllning av rördelar

ASASLAUNCH dynamisk sjösättningsanalys

ASBAND Reducerar bandbredd hos ekvationssystem

SEACON

Aker Engineering har några olika program som bygger på Morison-teknik, men specialiseras för olika tillämpningar. Dels beräknas linjariserad respons, dels kan krafterna beräknas momentant för ett visst läge och acceleration i en bestämd våg.

Olika programnamn är SEASPECTRA, SEARESPONS och SEARISER (Rindby och Sörman, 1980).

Exxon Prod.Res.Co

Stanton et Kuang (1974, 1975) har utvecklat ett program för semi-submersibles där först hydrodynamisk massa och dämpning beräknas för skrovdelarna med 2-D sink-source teknik, och den viskösa dämpningen lineariseras. Rörelseekvationen tillämpas sedan för små vågor och hydrodynamisk verkan mellan skrovdelarna försummas.

Programmet beräknar rörelser i sex frihetsgrader samt spänningar med snittmetoden eller FEM-metoden. Responsfunktioner utnyttjas med linjär superponering. Stabilitet för skadade eller hårt lastade konstruktioner kan undersökas.

CONVIB

SINTEF (Bell m.fl. 1975) har utvecklat ett linjärt program för dynamiken hos bottenfasta gravitationsplattformer.

Sinusvågor används. Vågbelastningarna på tornen och andra delar beräknas med hänsyn endast till tröghetstermen i Morisons formel. Masskoefficienten i denna kan anges i input eller för grövre cirkulära pelare beräknas ur Mc Camy and Fuchs samband för en stående vertikal cylinder. Våglasterna på bottenkassunen beräknas ur semiempiriska samband. (Hafskjold m.fl. 1973).

Undergrunden och strukturen approximeras med fjädrar och endast rörelser i ett plan beräknas dvs i varje nod finns tre frihetsgrader. Dämpning kan anges som extern dämpning för vilken nod och frihetsgrad som helst eller som dämpning proportionell mot mass och/eller styvhetsmatrisen.

Programmet beräknar

- a) egenfrekvenser och noder
- b) responsen på harmoniska belastningar med hänsyn till dynamisk förstärkning
- c) korttidsspektra för responsen för olika vågspektrum och varaktighet hos sjötillstånden

Fem olika vågspektra kan användas i 2 olika versioner av P-M spektrum, JONSWAP, Darbyshire-Scott (Wiegel) eller ett allmänt numerisk definierat spektrum.

DYNOGS

Programmet DYNOGS (Bell, 1978) tycks vara en vidareutveckling av programmet CONVIB. Den viktigaste skillnaden är att strukturen beräknas för sex frihetsgrader i varje nod.

Beträffande dämpningen kan programmet beräkna en ekvivalent dämpkraft som $C_D \frac{8}{\pi} \sigma_u U$ där U är vattenhastigheten och σ_u standard-

avvikelsen för denna.

För att kunna beräkna dynamiska förstärkningsfaktorer kan statisk respons också beräknas.

Fortfarande används plana vågor utan riktningsspridning, men dessa kan anges för godtycklig riktning. Masskoefficienten i Morisons formel och krafterna på bottenkassunen behandlas på samma sätt som i CONVIB.

FASTRUDL, Offshore Structures

Programmet FASTRUDL Offshore Structures (CTICM, 1980) är ett ramberäkningsprogram för fasta konstruktioner i havet. Laster på varje element från vind, ström och vågor beräknas automatiskt med hjälp av Morisons formel för valfria vågor, i godtycklig riktning. Vågor enligt Skjelbreia, solitära vågor, knoidala vågor och sinusvågor kan användas. Beträffande strömprofilen kan konstant ström, linjär eller parabolisk profil väljas. Vinden antas konstant och en släpkraftskoefficient anges för hela överbyggnaden. Ökad diameter på grund av beväxning kan anges för olika djup. Luftfyllda eller öppna element definieras i indata.

Om konstruktionen är grundlagd på pålar kan samverkan med undergrunden beräknas.

Spänningarna i konstruktionen kollas mot AISC och API normer. Utmattningsberäkning beräknas. Alla beräkningar är statiska. Dynamiska förstärkningsfaktorer måste ges eller beräknas med andra program.

9.2 Stripprogram

SSPA_Datorprogram_43

Sedan 1965 har SSPA använt ett datorprogram för beräkning av stampning och hävning i mot- och medsjö. Programmet är baserat på ett algolprogram av Grim och Kirsch (Norrbin, 1966).

Grims teorier för medsvängande vattenmassor och dämpkoefficienter tillämpas i programmet för approximativa Lewisformer med hjälp av konform avbildning.

För alla aktuella regelbundna vågor beräknas för- och akterskeppets vertikallrörelser, förskeppets läge relativt vattenytan samt böjande moment och fasvinkel mellan hävning och stampning.

Jämförelse med modellförsök gav tillfredsställande överensstämmelse utom för fasvinkeln mellan hävning och stampning.

Frank_Close-Fit_Ship-Motion_Program (NSRDC 3289, SSPA 116)

Naval Ship Research and Development Center har utvecklat ett förbättrat stripprogram, som dels har något annorlunda korrektions-termer för skeppets fart, dels innehåller möjligheten att använda antingen Lewis former med konformavbildning eller en greensfunktionslösning för beräkning av hydrodynamiska massor och dämpstermer. Programmet kan därigenom användas för t.ex. bulbstävar eller andra sektionsformer som inte kan approximeras med en lewisform. (Frank et Salvesen, 1970).

Programmet finns tillgängligt på SSPA (Datorprogram 116) och beräknar stampning och hävning i regelbundna vågor. För PM-spektrum kan sedan genom superponering statistiska responsparametrar beräknas för stampning och hävning såväl som för absolut och relativ vertikalförskjutning, hastighet och acceleration längs skeppet. För fem olika skrov har modellförsök jämförts med teorier och överensstämmelsen var därvid bra både för hävnings- och stampningsamplituder och fasvinklarna mellan dessa.

Frank Close Fit

(NSRDC 3376, SSPA 206, NV 417)

NSRDC har förbättrat Frank Close Fit Motion Program till sex frihetsgrader och programmet kan i denna form förutom rörelserna beräkna vertikala och horisontella tvärkrafter, böjmoment och vridmoment för skepp med konstant fart och godtycklig riktning i regelbunden sjö.

Jämförelse med modellförsök visar speciellt bra överensstämmelse för hävning, stampning och vertikallaster. Är även bra för kopplad svaj och rullning i sidovågor. Tillfredsställande för horisontella laster i snett infallande sjö. (Salvesen, Tuck et Faltinsen, 1971, och Meyers, Sheridan et Salvesen, 1975).

MOT 35 och MOT 246

(SSPA 244 och 246)

MOT 35 och MOT 246 är en ytterligare utveckling av Frank Close Fit-programmen (McCreight et Lee, 1976). Programmet har därvid förbättrats för att bättre återge heave-, pitch- och rulldämpningen genom att en empirisk viskös dämpning införts. Programmet kan också beräkna tvåskrovsskepp (katamaraner), enskrovsskepp med asymmetrisk tvärsektion och effekten av stabiliserande fenor.

Programmet har i gengäld förenklats genom att surgesvängningar inte beräknas och att heave-pitch beräknas separat i MOT 35 och sway-roll-yaw i MOT 246. För snett infallande sjö kan resultaten av beräkningarna kombineras med hjälp av ett tredje program.

Transferfunktionerna beräknade i MOT 35 och 246 kan användas i programmet SMOTION för att signifikanta amplituder hos förskjutningar, hastigheter och accelerationer såväl som relativa vertikala och laterala rörelser längs skeppet. Det ger också långtidsfördelningar för Nordatlanten.

ANKER_SEAK_70

Skibsteknisk Laboratorium (Jacobsen, 1977) har ett programpaket för beräkning av förankrade fartyg som bygger på det beskrivna Frank Close Fit programmet (Salvesen, Tuck, Faltinsen 1971). En speciell teknik för att beräkna den tvådimensionella hastighetspotentialen används för att spara minnesutrymme. Stripprogrammet heter SEKS-SEAK-68 och används för att ställa upp rörelseekvationerna.

Programmet ANKER SEAK 70 ger fjäderkonstanterna för förankrings-systemet och rörelseekvationerna löses sedan i programmet MOT SEAK 69.

Rörelseekvationerna kan antingen lösas konventionellt först för surge, sedan för heave-pitch och sist för sway-roll-yaw eller så kan de lösas simultant.

Lågfrekventa svängningar i surge beräknas enligt Pinkster. Skeppets massfördelning kan ges som input eller approximeras av programmet. I övrigt innehåller programmet de flesta av de responsberäkningar och statistiska bearbetningar som beskrivits tidigare och dessutom krafterna i ankarlinorna.

LR_SHIPS

Lloyd's Register of Shipping har ett programpaket för oförankrade skepp. Detta programpaket innehåller bland annat hydrostatisk lastberäkning, massfördelningsberäkning.

LRP1M6 är ett stripprogram som bl.a. ger transferfunktioner, spänningsfördelning midskepps etc.

LR SEAS	ger miljölasterna vågor, strömmar
LR SEAS 1	är ett annat stripprogram
LR SEAS 2	beräknar varianser för responser
LR SEAS 3	ger långtidsfördelningar av dessa
LR SEAS 4	beräknar shocktryck och formfaktor
LR WASH	beräknar laster i delvis fyllda tankar på väggar och spant
LR SAFE	är ett strukturanalysprogram med NASTRAN och kringprogram

Mitsui Shipbuilding and Engineering Co Ltd (1975)

Mitsui shipbuilding har ett stripprogram som bygger på konform avbildning av Lewis former och vissa modifieringar av Tasai och Tagaki. För att beräkna surgerörelser används en metod enligt Motora.

Programmet är upplagt så att hydrodynamisk massa och dämpning först beräknas och sparas i "tabellform" så att sedan olika sjötillstånd kan köras utan ny beräkning av koefficienterna. Rörelserna beräknas i sex frihetsgrader med tre ekvationssystem, ett för surge (en ekvation), ett för heave-pitch (två ekv.) och ett för sway-roll-yaw.

Programmet kan beräkna rörelser, fördelning av tryck på skrovet, balkkrafter, vatten på däck, propeller i luften, relativrörelse, slamming, acceleration, motståndsökning. Inverkan av en antirullningstank eller Frahm-tank kan också tas med.

Kort- och långtidsfördelningar för ovanstående parametrar kan beräknas.

SCORES (SSPA 207)

SCORES är ett stripprogram med konform avbildning av Lewisformer. I pitch-heave används Grims ansatser och i sway-roll-yaw Tasais ansatser för hydrodynamisk massa och dämpning. Viskositet och slingerkölarna beräknas enligt Vugts.

Källprogrammet (Raff, 1972) har fem frihetsgrader, vertikal och lateral tvärkraft och böjmoment samt torsionsmoment. Tre typer av vågspektra kan användas nämligen Neuman, Pierson-Moskowitz och PMISSC med eller utan riktningsspridning. Resonsspektra framräknas.

Sparrentoft (1975) har kompletterat programmet för tryck på skrovet och med långtidsfördelningar av ovanstående rörelser och belastningar.

SSPA har sedan kompletterat sitt program (nr 207) med vertikal rörelse och acceleration, relativrörelse och relativhastighet samt tvärskeppsacceleration.

Kaplan, Raff och Sargent (1972) har lagt till surge-frihetsgraden. Kaplan och Sargent (1975) har slutligen lagt in linjära förankringsreaktioner i programmet, kompletterat med driftforces och gjort modifieringar enligt Kim för pråmar och katamaraner.

Zarnick och Casarella (1972)

Vid Catholic University har Zarnick och Casarella (1972) byggt vidare på det tidigare beskrivna Frank Close Fit programmet (Salvesen, Tuck, Faltinsen, 1971).

Programmet har utvidgats med kättingförankringar burna av bojar så att endast horisontalbelastningar uppstår från förankringarna. Programmet kan sedan köras med linjariserade förankringsreaktioner eller med olinjariserade samband med hjälp av tidsintegrering. Härvid används en faltningsteknik presenterad av Cummins (1962).

Förankringarna räknas kvasistatiskt med en del liggande på bottnen eller helt lyft ända från ankaret. Eftersom förankringarna endast ger horisontella belastningar räcker det att köra programmet för fyra frihetsgrader vid studiet av förankringarna: sway-roll-yaw samt surge.

SEABERTH

Sugin et Seidl (1975) har byggt upp ett program grundat på stripteori med Lewisformer för förankrade och förtöjda fartyg. Fjäderkonstanter från förankringarna har härvid endast införts i surge samt sway och yaw.

Rörelsespektra kan genereras i alla sex frihetsgraderna. För olinjäriteterna hos ankarsystemet används Ritz-Galerkin.

Alternativt kan rörelseekvationerna integreras i tiden med ett 4:de ordningens Runge-Kutta schema.

Programmet sägs kunna användas för alla fartygsstorlekar och kombinationer av fendrar, bojar och avvisare, symmetriskt eller osymmetriskt förankringssystem, oelastisk förankringskaraktäristik, valfritt antal förtöjningslinor, varierande vattendjup under kölen, regelbunden och oregelbunden sjö, strömmar och vindar, riktnings-spridning och den skyddande effekten av öar.

Se även Koman et Seidl (1979).

MOSA_2

Ocean Engineering Consultants Inc. (1978) har ett program MOSA 2 som verkar vara närbesläktat Zarnicks och Casarellas. Dessutom verkar ett visst samarbete föreligga med Seidl, som arbetat med SEABERTH. Se Cuthbert et Seidl (1977) och Koman et Seidl (1979).

Programmet kan användas i moduler:

- o Respons i sex frihetsgrader beräknas i regelbunden sjö med linjariserat förankringssystem.
- o Fördelningar för förtöjningskrafter och skeppsrörelser i oregelbunden sjö med linjariserat förankringssystem
- o Tidsintegrering av förankringsresponsen av långsamt-varierande driftkrafter med icke-linjärt förankringssystem
- o Tidsintegrering av rörelser och krafter i sex frihetsgrader för regelbunden och oregelbunden sjö med icke-linjärt förankringssystem
Samma faltningsteknik som hos Zarnick et Casarella.
- o Känsligheten för subharmoniska svängningar undersöks.

Lockheed Missiles and Space Co (Chung, 1976)

Lockheed har utvecklat ett program, som kan beräkna rörelserna i sex frihetsgrader för en semisubmersible med två långa pontoner (MOHOLE) eller stora fötter (SEDCO).

I det förra fallet används Frank Close-Fit och i det senare fallet experimentellt bestämda koefficienter. En lineariserad släpkraftsterm läggs till dämpningen. Påverkan mellan pontonerna försummas.

RELMO

D A Davis (1975) beskriver ett program RELMO för relativrörelsen mellan två flytetyg i oregelbunden sjö. Rörelserna för de två flytetygen t.ex. en pråm och ett skepp förtöjt vid dess sida beräknas oberoende av varandra med Grims metod. Båda flytetygen kan vara linjärt förankrade i surge. Ingen interferens mellan dem antas förekomma. Relativrörelsen och fenderkraften beräknas sedan med hjälp av den vanliga spektrumtekniken.

9.3 Hybridelementprogram

COREV och TRITON

COREV och TRITON (Atkins Franlab Marine Ltd) är två franska hybrid-elementprogram som bygger på finita element i kroppens närhet och utveckling och i ortogonala funktioner utanför detta område.

Båda programmen är helt linjära. COREV är gjort för axisymmetriska kroppar medan TRITON kan utnyttjas för godtyckligt formade stela kroppar, även katamaraner.

Programmen ger

- a) tryckfördelningen på ytan av kroppen
- b) krafter och moment på grund av spridda och radierade vågor
- c) matriserna för hydrodynamisk massa och dämpning
- d) rörelsen för det fall då kroppen flyter fritt och endast är utsatt för vågrörelse.

Elementindelningen görs automatiska i COREV. För TRITON måste indelningen göras i programmet MAILLAGE.

De resultat som karaktäriserar strukturens hydrodynamik kan överföras till andra olinjära program såsom TRITIR och MOORING vilka beräknar rörelsen i tidsplanet hos en förankrad eller bogserad kropp utsatt för vågor, vind och strömmar. Integration av krafterna sker i varje tidssteg över den nedsänkta delen av kroppen

University College of London

R.Eatock Taylor och J. Zietsman

Uppgifter saknas

MIT

Finns eventuellt ett dokumenterat program.

9.4 Tredimensionella integralsmetoder

NSMB:DIFFRACTION

Vid The Netherlands Ship Model Basin finns ett diffraktionsprogram för fasta och flytande konstruktioner (Boreel 1974, van Oortmerssen 1976).

Programmet utnyttjar Greensfunktionsteori med punktformiga källor. Ett speciellt särdrag är att källorna inte ansätts på kroppens yta utan på en yta som är helt omskriven av kroppen. Fast denna teknik kräver något mera input, så förhindrar man att s.k. irregulära frekvenser uppkommer i beräkningarna.

I en senare framställning (Pinkster, van Oortmerssen) antyds att källorna har fördelats likformigt över varje plant facettelement.

Programmet ger förutom den drivande kraften och matrisen för hydrodynamisk massa och dämpning även vågmönstret kring kroppen.

Program associerade till DIFFRACTION (Wichers, de Boom 1978) är
MASCON för beräkning av massfördelning och massmatris
SPRINGCOE för styvhetsmatrisen på grund av displacementsändring
och förankringssystem

DYNAMIC LOAD löser rörelseekvationen i sex frihetsgrader och är överordnat DIFFRACTION, MASCON, SPRINGCOE. Alla tryck och belastningar på kroppen och förankringslinor kan beräknas för olika vågfrekvenser och vågriktningar, som belastningar i fas och 90° ur fas med vågen.

Dessa belastningar kan sedan matas in i ramberäkningsprogrammet NASTRAN som i sin tur ger responsfunktionen för spänningarna i konstruktionen.

Dessa transferfunktioner och de för rörelserna och linkrafterna kan sedan användas i ett spektralanalysprogram för bestämning av responsspektra.

FASTOR

CTICM:s (1978) program FASTOR är ett programpaket för beräkning av våglaster på främst fasta gravitationsplattformer.

Våglasterna på storvolymdelar beräknas med ett diffraktionsprogram som bygger på Greens funktion och punktformiga källor. Sinusformade vågor antas och den resulterande vågpotentialen och trycket mot konstruktionen beräknas. Den resulterande vågpotentialen används sedan vid beräkningen av kraften på tillhörande delar med liten utsträckning i förhållande till våglängden, t.ex. fackverk eller de smalare delarna av betongtorn. På dessa delar tillämpas Morisons formel utan släpkraftsterm. Alla beräkningar är lineariserade.

Programmets yttersta syfte är att beräkna utmattning hos gravitationsplattformer, men i mellanled erhålles andra resultat:

- a) Vibrationsmoderna med hänsyn till undergrundens fjädring och den hydrodynamiska massan
- b) Hydrodynamiska transferfunktioner för flera riktningar
- c) Korttidsstatistik över trycken på valfria punkter på strukturen för olika sjötillstånd. Värden på första, andra och fjärde momenten ges samt spektrumviddsparametern ϵ .
- d) Beräkning av ackumulerad utmattning för varje sjötillstånd och slutligen bestämning av livslängden

NV 459

NV 459 är ett diffraktionsprogram för fasta och flytande konstruktioner (Faltinsen et Michelsen, 1975). Det utnyttjar Greens funktionsteori med punktkällor på plana fasettelement. Den horisontella långsamtvarierande driftkraften beräknas enligt Newman (1967).

Totalkrafterna och momenten samt tryckfördelning på skrovet beräknas. Trycket och partikelhastigheterna kan ges för godtyckliga punkter i vätskan.

För flytande konstruktioner krävs ett symmetriplan hos kroppen, hydrodynamisk massa och dämpning beräknas, och rörelseekvationerna löses i sex frihetsgrader.

Resultaten från beräkningarna kan via band eller kort överföras till NV 432 för beräkning av kort- och långtidsstatistik (Løken et Olsen, 1976). Automatisk överföring av data till SESAM 69 för dynamisk och statisk strukturanalys och utmattningsberäkningar i NV 432 är under utveckling (DnV 1978).

University College of London

HYDRA London Univ. Eatock Taylor

HYDRAX Axisymmetrisk -"-

Uppgifter saknas

9.5 Programsystem med flera hydrodynamiska teorier

Bureaux Veritas

Pincemin m.fl. (1974) beskriver ett program av Morisontyp för semisubmersibles där koefficienterna erhålls med numeriska metoder (ej spec.), konform avbildning eller från modellförsök. Ingen släpkraftsterm tas med i de lineariserade rörelseekvationerna, som ställs upp i sex frihetsgrader.

Linjär superponering för vågor med 15 olika våglängder och 3 å 4 vågriktningar kan genomföras. För PM spektrum kan kort- och långtidsfördelningar av rörelser, spänningar och deformationer bestämmas.

För en dimensionerande våg kan det olinjäriserade systemet med kvadratisk släpkraftsterm lösas iterativt. Ingen växelverkan anses uppträda mellan pontonerna.

Programmet är kopplat till ett rymdramprogram för preliminär dimensionering. För slutligt vald utformning kan sedan en beräkning göras i ett FEM-program.

NV 407B (Langfeldt m.fl, 1974)

Det norske Veritas har en serie program som beräknar laster och rörelser hos olika typer av konstruktioner i havet

NV 407 för semisubmersibles

NV 426 för fasta fackverksplattformar (se avsnitt 9.1)

NV 429 för ledade torn (articulated towers)

NV 459 för storvolymkonstruktioner (se avsnitt 9.3)

Dessa program ger utdata, som i form av kort eller tape kan utgöra indata till associerade program som t.ex.

NV 427 för statisk och kvasidynamisk beräkning av förankringssystem. Dynamisk analys av ankarlinorna kan sedan genomföras med NV 430

NV 406 ger kort- och långtidsfördelningar av rörelser, hastigheter och accelerationer med hjälp av de linjära transferfunktioner som beräknats för t.ex. en semisub i NV 407B

NV 429 ger alternativt korttidsfördelningar eller tidsförloppet av rörelser och belastningar i oregelbunden kortkammig sjö.

NV 336/337 (SESAM-69) kan med hjälp av de beräknade tidsserierna av lastfördelningen ge en analys av strukturen.

För beräkning av de hydrodynamiska belastningarna på en semi-submersible (NV 407B) delas denna in i "katamaranelement", "cylinderelement" och "tredimensionella element".

För katamaranelementen beräknas koefficienterna för hydrodynamisk massa (added mass) och dämpning (radiation damping) med Frank Close-Fit metoden (NV 417, se avsnitt 9.2), som är ett strip-program.

För de cylindriska elementen, med godtycklig form av tvärsnitt, tas koefficienten för hydrodynamisk massa ur litteraturen eller beräknas med NV 419. Dessa element skall vara 5 ggr så långa som deras största diameter, och diametern skall vara mindre än 1/5-dels våglängd.

De tredimensionella elementen bör också ha en största diameter av 1/5-dels våglängd. Koefficienterna för hydrodynamisk massa tas även här ur litteraturen eller beräknas de med det tredimensionella sink-source programmet NV 459. (Se avsnitt 9.3).

Observera att strålningsdämpning (radiation damping) endast tas med för katamaranelementen (pontonerna) och att för de andra typerna av element ansätts en dämpning på grund av släpkrafter. Denna linjariseras genom att en uppskattad relativ hävningshastighet anges i indata, så att ett uttryck för släpkraften av formen (5.9) erhålles.

NMIWAVE (Standing 1978,1979) (Finns hos VBB).

NMIWAVE är ett program, som tillämpar diffraktionsteori med punktformiga tredimensionella källor på storvolymdelen och en lineariserad Morisons formel på ben och strävor. Den lineariserade släpkraftskoefficienten sätts till $8u C_D/3$. All integration sker till medelvattenytan, och programmet är således helt linjärt.

Vid beräkning av krafterna på "Morison-delarna" används den ur diffraktionsteorin beräknade hastighetspotentialen. Morison-delarnas inverkan på strömfältet försummas.

Programmet kan behandla fasta och flytande konstruktioner. Konstruktionen kan vara förankrad med viktlösa, linjärt elastiska och strakspända kablar. Resultat kan fås för en dimensionerande våg, eller kan transferfunktioner för vidare spektralanalys beräknas. Hydrostatiska egenskaper kan beräknas. Släpkraft kan ansättas för diffractionselement och hastigheter och accelerationer hos kroppen kan bestämmas för valfria punkter.

Programmet finns hos NMI i en version som kan beräkna "articulated structures" dvs stela konstruktioner ledat förbundna med varandra eller botten.

Mitsui Shipbuilding and Engineering Co.Ltd. (1979)

Mitsui har utvecklat ett stort programpaket för beräkning av semi-submersibles. På stag och smala pelare tillämpas Morisons formel, på pontoner stripteori (i övervattenläge Lewisformer) och på pelare med cylindriska fötter FEM. Alternativt kan experimentella koefficienter anges i indata.

Programsystemet kan beräkna hydrostatiska egenskaper och flytstabilitet, rörelserespons i sex frihetsgrader, vågkrafter och dynamiska belastningar.

Systemet inkluderar ett rymdramprogram för hållfasthetsanalys, och ett paket för statistisk analys.

Förutom regelbundna sinusvågor för det linjäriserade fallet kan beräkningar genomföras för en dimensionerande våg enligt 5:e ordningens vågteori.

LAMS

Lloyd's Register (1979) har utvecklat ett programpaket kallat Lloyd's Analysis of Mooring Systems. Programmet beräknar första ordningens vågkrafter med Morisons formel för element med liten diameter, från potentialteori för storvolymdelar och från stripteori för skepp och skepplika konstruktioner.

Programsystemet kan behandla

- a) Kedjeförankrade små instrumentbojar
- b) Kedje- eller strakförankrade stora förrådsbojar
- c) Skepp förankrade med många bojar och kablar
- d) Skepp förankrade med stel "gaffel"
- e) Ledade torn med stelt eller flexibelt förankrad tanker
- f) Förankrad resident tanker med supply fartyg
- g) Flerpunktsförankrade pråmar och flytdockor
- h) Vågkraftverk

Utdata skall vara

- a) Rörelsen i sex frihetsgrader som funktion av tiden
- b) Tryck och lastfördelningar
- c) Spänningsanalys för utvalda element
- d) Jämviktskonfiguration
- e) Egenperioder
- f) Respons-spektrum
- g) Förväntade maximum för rörelser, laster och spänningar

Programmet bygger på tidsintegration. För varje sjötillstånd konstrueras en tidshistoria för vågrörelsen med hjälp av en Monte-Carlometod. Vågkrafterna beräknas sedan ur tillämplig teori för första ordningens vågkrafter. Driftkrafterna bestäms ur driftkraftsspektrum.

Analyssystemet är uppbyggt kring NONSAP, ett NONlinear finite element Structural Analysis Program utvecklat av University of California, Berkeley.

Systemet har karaktären av utvecklingssystem och har endast "släppts" internt hos Lloyd's. (Winkworth 1981).

MARINA

CTICM och CNEXO (1980) har byggt upp programpaketet MARINA som kan behandla alla typer av flytande konstruktioner såsom fackverk, pråmar, kassuner och konstruktioner sammansatta av fackverk och storvolymdelar. Konstruktionen betraktas som stel och får ha högst sex frihetsgrader. Den kan vara helt fixerad eller vara ledad infäst i någon yttre punkt (t.ex. botten). Den kan också vara linjärt eller olinjärt elastiskt infäst. Alternativt kan kättingförankringar anslutas.

Det framgår inte av programmanualen hur krafterna på storvolymdelarna beräknas. På fackverkselementen tillämpas Morisons formel.

Förutom våglasterna tas hänsyn till tröghetslaster, egentynghet, konstanta tilläggsbelastningar, godtyckliga tidsberoende laster, hydrostatisk belastning, strömkrafter och vindlaster.

Vågorna kan vara sinusformade, Stokes 3:e eller 5:e ordningens teori, knoidala, solitära, strömfunktion och slumpmässiga med eller utan riktningsspridning.

Statisk och dynamisk beräkning av belastningarna kan genomföras som funktion av tiden eller i frekvensplanet. I det förra fallet kan olika grader av olinjäriteter bibehållas. I det senare fallet tas ingen hänsyn till släpkrafter.

De beräknade lasterna på elementen kan direkt överföras till FASTRUDL för utmattningsanalys eller via en generell väldefinierad fil, lätt att läsa in i valfritt dynamiskt ramberäkningsprogram.

9.6 Udda program

SOLA-SURF

Alexander m.fl. (1979) har modifierat ett tvådimensionellt differensmetodprogram SOLA-SURF som utvecklats av Los Alamos Scientific Laboratory. Programmet bygger direkt på Navier-Stokes ekvationer med ett "realistiskt" antagande om viskositeten.

Programmet kan användas på fasta nedsänkta kroppar i regelbundna vågor. Överensstämmelsen med modellförsök bra för kroppar nedsänkta mer än halva vattendjupet. Konstant ström eller transient strömning kan också behandlas.

REFERENSER

- Aranha, J.A., Mei, C.C., Yue, S.K.P. (1979): Some Properties of a Hybrid Element Method for Water Waves. Int.Journ.Num.Meth.Eng. v.14, pag. 1627-1641.
- Atkins Franlab Marine Programme Directory (1980)
- Alexander, H.C., Herbich, J.B., Kettleborough, C.F. (1979): Wave Force Prediction by Computer Simulation. Civ.Eng. in the Oceans 4 Proc. of the Spec. Conf., San Francisco Sep. 10-12, 1979
- Bell, K., Sigbjörnsson, R., Smith, E.K. (1975) CONVIB - A Computer Program for Dynamic Analysis of Gravity Type Off-Shore Platforms (and arbitrary frame structures). User's manual - SINTEF, STF71, A75042, Trondheim
- Bell, K., (1978) DYNOS - A Computer Program for Dynamic Analysis of Off-Shore Gravity Platforms. Theoretical manual. SINTEF, STF71 A78009, Trondheim 1978.
- Bergdahl, L. (1979): Beräkning av vågkrafter. Undervisnings-skrift Nr 1979:07, Inst.f.vattenbyggnad CTH.
- Bergdahl, L. (1981): Flytande förankrade konstruktioner. Rörelser och förankringskrafter. Kompendium i havsresursteknik för M4 och V4, Inst.f.vattenbyggnad CTH, Undervisningsskrift 1981:09.
- Berteaux, H.O. (1976): Buoy Engineering. John Wiley and Sons, 1976
- Bomze, H. (1974): Analytical Determination of Ship and Mooring Forces. Offshore Technology Conference, 6th Annual Paper 2072, p. 429-443
- Boreel, L.J. (1974): Wave Action on Large Offshore Structures. Conference on Offshore Structures, Paper A2, Inst. of Civil Engineers, London, 1974
- Cederwall, Klas, o. Larsen, Peter (1976): Hydraulik för väg- och vattenbyggare, Liber Läromedel, Lund
- Chakrabarti, S.K. (1980): Impact of Analytical Model and Field Studies on the Design of Offshore Structures. International Symposium on Ocean Engineering-Ship Handling
- Chung, J.S. (1976): Motion of a Floating Structure in Water of Uniform Depth. J.Hydronautics Vol.10 No.3 July 1976
- CTICM (1978) FASTOR-CTICM, Calculs des Structures Marines, Manuel d'utilisation fatigue des plateformes poids. Jan. 1978
- CTICM (1980) FASTRUDL, Offshore Structures, June 1980, Reference: SI.10.80 CTICM, Puteaux
- CTICM, CNEXO (1980) MARINA, Version 1, Design of Offshore Structures, User's manual first edition Nov. 1980. Rapport no. 11002-4 CTICM, Puteaux

- Cummins, W.E. (1962): The Impuls Respons Function and Ship Motions. David Taylor Model Basin, Washington DC, Report 1661, October 1962
- Cuthbert, D.R., Seidl, L.H. (1977): Mathematical Analysis of Ship Mooring Systems and Comparisons with Hydraulic Scale Model Investigations.
POAC 1977, Port and Ocean Engineering Under Arctic Conditions, St. John's, New Foundland
- Davis, D.A. (1975): The Motion of a Floating Advanced Base Components in Shoal Water--- A Comparison Between Theory and Field Test Data.
Civ.Eng.Lab. (Navy) Port Hueneme, California, Jan.1975
- Denis, St., Pierson, W.J. (1953): On the Motions and Loads of Ships in Confused Seas. Trans SNAME Vol.61, 1953
- Det norske Veritas: Environmental Loading on Marine Structures. An integrated computer program system with automatic transfer of load data to the structural analysis program system SESAM 69. Folder DnV Feb 1978
- Faltinsen, O. (1969): A Study of the Two-Dimensional Added-Mass and Damping Coefficient by the Frank Close-Fit Method.
Det norske Veritas, Oslo DnV Rep. No. 69-10-S
- Faltinsen, O.M., Michelsen, F.C. (1975): Motions of Large Structures in Waves at Zero Froude Numbers.
DnV Publ. 90, Sep. 1975
- Frank, W., Salvesen, N.: The Frank Close-Fit Ship-Motion Computer Program. Naval Ship Research and Development Center Report 3289, June 1970, Washington DC
- Fujii, H., Takahashi, T.: Estimation of Hydrodynamical Forces Acting on a Marine Structure. Mitsubishi Heavy Industries, Technical Revue May 1970
- Furuholt, E.: Grunnlag for design av ankersystemer. Erfaringer fra dagens forankringssystemer og krav till morgendagens. Norske Sivilingenjørerers Forening. Stavanger 10-12 juni 1981
- Fylling, I.J. (1979): Analysis of Towline Forces in Ocean Towing Systems. Dr.ing. Thesis UR-79-05. The Norwegian Institute of Technology, Div. of Marine Structures, Trondheim
- Fylling, I.J.: Analysis of Anchoring Systems Offshore Marine Operations. Fagernes Hotel, Fagernes 10-11 April 1980. Norske Sivilingenjørerers Forening
- Fylling, I.J.: Erfaringer av dagens forankringssystemer og krav til morgendagens - Norske Sivilingenjørerers Forening, Stavanger, 10-12 juni 1981
- Garrett (1971): Waveforces on a Circular Dock. Journ. of Fluid Mech. 1971 V.46 p.1 pp 129-139
- Garrison, C.J. (1974): Hydrodynamics of Large Objects in the Sea 1:Hydrodynamic Analysis. Journal of Hydronautics, Vol.8, No.1

- Garrison, C.J. (1975): Hydrodynamics of Large Objects in the Sea 2. Motion of Free-Floating Bodies, Journal of Hydro-nautics Vol.9 No.2
- Garrison, C.J., Snider, R.H. (1970): Wave Forces on Large Submerged Tanks. COE Report No.117, Texas A & M University
- Guoping, Miao (1980): On the Computation of Ship Motions in Regular Waves. Div. of Ship Hydromechanics, Chalmers Univ. of Techn., Rep. No. 58
- Hallam, Heaf, Wooton (1977): Dynamics of Marine Structures. Ciria underwater engineering group, London
- Hafskjold, P.S., Tørum, A., Eie, J. (1973): Submerged Offshore Concrete Tanks, Proc. XIII International Navigation Congress of PIANC, Canada, July 1973
- Hasselmann, K. m.fl.: Measurements of Wind-Wave Growth and Swell Decay During the Joint North Sea Wave Project. Deutsche Hydrographisches Zeitschrift, Hamburg, Reihe A, Nr 12 1973
- Hogben, N.: Wave Loads on Structures. Mar.Sci Commun, V.4, Nr 2, p.89-119
- Hogben, N. (1979): The Behaviour of Stationary Objects - Theory and Experiments. International Symposium on Advances in Maritime Technology, Vol.1, pp 305-333, NTH, Trondheim
- Hosøy, Ø., Marthinsen, A. (1980): Prinsipppløsninger, problem-stillinger og generelt om hoved komponenter in et forankrings-system. Gruppen för vågenergiforskning: Förankringsseminarium i Göteborg 12-14 maj 1980. Rapport GR:33.
- Jain, R.K. : A Simple Method of Calculating the Equivalent Stiffnesses in Mooring Cables. Applied Ocean Research, 1980, Vol.2, No.3, p.139-142
- Johansson, Börje: Vågkrafter mot en på havsbotten liggande cirkulär rörledning. Inst.f.vattenbyggnad KTH, Stockholm 1965
- Johansson, P.I. (1976): A Finite Element Model for Dynamic Analysis of Mooring Cables. Ph.D.Thesis, Massachusetts Institute of Technology
- Kaplan, P., Raff, A.I., Sargent, T.: Experimental and Analytical Studies of Buoy. Hull Motions in Waves NOAA Report NDBCM6113.3, April 1972
- Kaplan, P., Sargent, T.: The Application and Extension of Ship Motion Theory to Prediction of Motions and Loads of Various Types of Offshore Platforms. OTC May 5-8 1975, Houston
- Kim, H.C.: Potential and Wave Height Expressions for Multipoles Moving Under the Free Surface. Journ. of Ship Research June 1968, pp.137-141
- Kinsman, B. (1965): Wind Waves, Their Generation and Propagation on the Ocean Surface, Prentice Hall, Englewood Cliffs, New Jersey

- Kokkinowrachos, K. (1978): Hydrodynamic Analysis of Large Offshore Structures. Mitt. aus dem Lehrgebiet Grundlagen der Meeres-technik der Rheinisch-Westfälischen Technischen Hochschule, Aachen, UP 78-02
- Koman, B., Seidl, L.H.: Mooring and Breasting Forces at an Offshore Berth. Civ.Eng. in the Oceans 4, Sep. 10-12, 1979 San Fransisco
- Korvin-Kroukovsky, B.V. (1961): Theory of Seakeeping. The Society of Naval Architects and Marine Engineers, New York
- Koterayama, W.: Motions of Moored Floating Body and Dynamic Tension of Mooring Lines in Regular Waves. Reports of Research Institute for Applied Mechanics, Volume XXVI No. 82, Sep. 1978
- Lamb, H.: Hydrodynamics, Cambridge Univ. Press, 1932
- Landweber & Makagno (1967): Added Masses of Two-Dimensional Forms by Conformal Mapping. Journal of Ship Research. June 1967.
- Langfeldt, J.N., Egeland, O., Gran, S.: (1974): NV 407 B Motions and Loads for Drilling Platforms. User's Manual, DnV Report No. 74-63-S
- Lewis, F.M. (1929): The Inertia of the Water Surrounding a Vibrating Ship. SNAME Vol.37, p 1-20
- Lindahl, J. (1981): Rörelseekvationer för en kabel. Institutionen för Vattenbyggnad, CTH, Report Series B:24
- Lloyd's Register of Shipping (1980): Computer Services of Lloyd's Register, London
- Longuet-Higgins, M.S.: On the Statistical Distribution of the Heights of Sea Waves. Journal of Marine Research Vol.11, No. 3, 1952
- Lundgren, H., Mathiesen, B., Gravesen, H. (1979): Wave Loads on Pipelines on the Seafloor. BOSS '76, Trondheim
- Løken, A.E., Olsen, O.A.: Diffraction Theory and Statistical Methods to Predict Wave Induced Motions and Loads for Large Structures. DnV, Publ. No. 98, Oct. 1976
- MacCamy, R.C., Fuchs, R.A. (1954): Wave Forces on Piles: A Diffraction Theory. US Army Corps of Engineers, Beach Erosion Board, Techn.Mem. No. 69, Washington
- Makagno, M (1968): A Comparison of Three Methods for Computing the Added Mass of Ship Sections. Journal of Ship Research. December 1968
- McCreight, K.K., Lee, C.M.: (1976): Manual for Mono-Hull or Twin-Hull Ship Motion. Prediction Computer Program. David W. Taylor Naval Ship Research and Development Center, Bethesda, Maryland AD-A038 061

- Mei, C.C.: Numerical Methods in Waterwave Diffraction and Radiation. Ann.Rev.Fluid Mech. 1978 10:393-416
- Mercier, J.A. (1970): A Method for Computing Float-Platform Motions in Waves. Journal of Hydronautics, Vol.4, No.3, pp 98-104
- Meyers, Sheridan, Salvesen: Manual NSRDC Ship-Motion Program, Naval Ship Research and Development Center, Report 3376, Feb. 1975
- Mitsui Shipbuilding and Engineering Co. Ltd.: A Computer Program System for Theoretical Calculation of Sea-Keeping Quality of Ships. Japan Shipbuilding and Marine Engineering, Vol.9 No. 3, 1975
- Mitsui Shipbuilding and Engineering Co. Ltd. (1979): A Design and Analysis Program System for Offshore Structures. Japan Shipbuilding and Marine Engineering Vol.13, No.1
- Mogridge, G.R., Jamieson, W.W.: Wave Loads on Large Circular Cylinders, a Design Method. Nat.Res.Counc.Can.Div.Mech.Eng. Rep. MH-11 Dec. 1976
- Morison, J.R., O'Brien, M.P., Johnsson, J.W., Shaaf, S.A. (1950): The Force Exerted by Surface Waves on Piles. Petroleum Transactions, AIME, Vol.189, TP2846
- Nagai, S. (1973): Wave Forces on Structures. Advances in Hydro-science, Vol.9, New York, Academic Press
- Namork, J. (1980): Nåvaerende og fremtidige analysmetoder av forankringsproblemer. Förankringsseminarium i Göteborg 12-14 maj, Gruppen för vågenergiforskning. Rapport GR:33
- Newman, J.N.: The Drift Force and Moment on Ships in Waves. J.Ship Research 1967
- Nordenström, N.: A Method to Predict Long-Term Distributions of Waves and Wave Induced Motions and Loads on Ships and Other Floating Structures. Det norske Veritas Publication No. 81, Oslo 1973
- Norrbin, N.: Beräkning av rörelser och böjande moment för ett fartyg i regelbundna vågor. En presentation av SSPA data-program 43, baserat på Grims teori. Allm. rapport SSPA Nr 18, 1966
- Ocean Engineering Consultants, Inc.: Introduction to Program Package MOSA 2 Mooring System Analysis. Techn. Rep. No.125-5, May 1978.
- Oljedirektoratet (1977): Tentative Rules for the Design of Off-Shore Structures, Stavanger
- van Oortmerssen, G.(1976): The Motions of a Ship in Shallow Water. Ocean Engineering Vol.3

- van Opstal, Hans D., Salomons, van der Vlies (1974): MOSAS: A Motion and Strength Analysis System for Semisubmersible Units and Floating Structures. Offshore Technology Conf. 6th Annual Houston, May 6-8, Vol.2, Paper 2105, p 721-738
- Pierson, W.J. & Moskowitz, L.: A Proposed Spectral Form for Fully Developed Wind Seas Based on the Similarity Theory of Kitaigorodskii, Journal of Geophysical Research Vol.69, No. 24, Dec. 1964
- Pincemin, M., Planeix, J.M., Huard, G., Dupuis, G., Duval, G: Integrated Program for the Dynamic Structural Calculation of Mobil Offshore Units. OTC May 6-8, 1974, Houston
- Pinkster, J.A., van Oortmerssen, G. (197): Computation of the First and Second Order Wave Forces on Oscillating Bodies in Regular Waves
- Raff, A.I.(1972): Program Scores - Ship Structural Response in Waves. SSC-230. Ship Structure Committee, US Coast Guard HQ, Washington DC, Rep No 230, 1972.
- Ramsey, A.S. (1960): Statics, Cambridge at the University Press
- Rice, S.O. (1944, 1945): Mathematical Analysis of Random Noise Bell System Technical Journal, Vol. 23, 1944 och Vol. 24, 1945
- Rindby, T., Sörman, L-O, Wahlstrand (1979): Rapport från besök i Oslo 1979-12-07. Reserapport RR:20. Gruppen för vågenergiforskning, CTH
- Salvesen, N, Tuck, E.O., Faltinsen, O. (1971): Ship Motions and Sea Loads. Det norske Veritas, Publ. No. 75.
- Science Research Council (1980): Computer Programs presented at Europec 1980 at Olympia London
- Ship Research Institute of Norway (1980): MOSSI, An Offline Simulation Program for Mooring System Simulation. User's Manual, Trondheim. Unpublished
- Sparrentoft, K. (1975): SCORES-Ett program för beräkning av rörelser och dynamiska belastningar på fartyg. Institutionen för skeppsbyggnad, KTH. Rapport nr E-47, 1975
- Standing, R.G. (1978 a): Application of Wave Diffraction Theory. Int. J. Numer. Methods Eng. Vol. 13, No. 1
- Standing, R.G. (1978 b): User Manual for Operation of the NMI Wave Program Suite to Compute Wave Loads and Motions of Offshore Structures. National Maritime Institute
- Standing, R.G. (1979): Use of Wave Diffraction Theory with Morison's Equation to Compute Wave Loads and Motions of Offshore Structures. Commission by the Dep. of Energy Techn. Board. OT-R-7607, NMI R74 Sep 1979

- Stanton, P.N., Kuang, J.G. (1974, 1975): Evaluation of Semisubmersible Drilling Vessels.
Journal of Petroleum Technology, Vol 27, April 1975
pp 422-426, Åven i OTC 6th Annual May 6-8 1974.
Paper 2031 p 905-913
- Statens Skeppsprovsningsanstalt: Programbeskrivning
Datorprogram 207
- Stoker, J.J.(1958): Water Waves. Interscience 1958
- Sugin, L., Seidl, L.H. (1975): SEABERTH - A Program for the Calculation of Motions and Mooring Forces for Ships at a Terminal. Civ.Eng. in the Oceans 3rd Conference.
- Thorne, R.C. (1953): Multipole Expansion in the Theory of Surface Water Waves. Proc. Camb. Royal Soc. 1953
- Tickell, R.G. & Holmes, P. (1979): Approaches to Fluid Loading, Probabilistic and Deterministic Analyses. Numerical Method in Offshore Engineering.
Editors Zienkiewicz, Lewis Stagg, John Wiley 1979
- University College of London (1980): Computer Programs presented at Europec 1980 at Olympia London
- University of Glasgow (1980): Computer Programs presented at Europec 1980 at Olympia London
- Wehausen, I.V., Laitone, E.V. (1960): Surface Waves, Handbuch der Physik IX, Springer Verlag 1960
- Wehausen, J.V. (1971): The Motion of Floating Bodies. (Tidskriften okänd)
- Vugts, J.H. (1968): The Hydrodynamics Coefficients for Swaying, Heaving and Rolling Cylinders in a Free Surface. Laboratorium vor Scheepsbouwkunde, Technische Hogeschool Delft, Rep 194
- Wichers, J.E.W., de Boom, W.C. (1978): The Dynamic Loads for the Strength Design of Moored Offshore Structures Under Storm Conditions.
OTC 10th Annual May 8-11 1978, Houston, Paper 3249
- Wiegel, R.L. (1964): Oceanographical Engineering, Prentice Hall
- Winkworth, W.J., (1981): Analysis of Offshore Structures, Offshore, Göteborg 81
- Wirsching, P., Prasthofer, P. (1976): Preliminary Dynamic Assessment of Deepwater Platforms. ASCE Journal of Struct. Div., Vol 102 No 7 p 1447-1462
- Yamamoto, Nath, Slotta (1974): Wave Forces on Cylinders Near a Plane Boundary, ASCE WW4

Yue, D.K.P., Chen, H.S., Mei, C.C. (1976): A Hybrid Element Method for Calculating Three-dimensional Water Wave Scattering. Ralph M Parsons Laboratory for water resources and hydrodynamics. MIT Dept. Civ.Eng. Report 215, Aug. 1976

Zarnick. E.E., Casarella, M.J. (1972): The Dynamics of a Ship Moored by a Multilegged Cable System in Waves. 8th Annual Conference and Exposition, Marine Technology Society Sep 11-13, 1972, Washington DC

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

Report Series A

- A:1 Bergdahl, L.: Physics of ice and snow as affects
thermal pressure. 1977.
- A:2 Bergdahl, L.: Thermal ice pressure in lake
ice covers. 1978.
- A:3 Häggström, S.: Surface Discharge of Cooling Water.
Effects of Distortion in Model Investigations. 1978.
- A:4 Sellgren, A.: Slurry Transportation of Ores and
Industrial Minerals in a Vertical Pipe by Centrifugal
Pumps. 1978.
- A:5 Arnell, V.: Description and Validation of the
CTH-Urban Runoff Model. 1980.
- A:6 Sjöberg, A.: Calculation of Unsteady Flows in Regulated
Rivers and Storm Sewer Systems. (in Swedish). 1976.
- A:7 Svensson, T.: Water Exchange and Mixing in Fjords.
Mathematical Models and Field Studies in the Byfjord. 1980.

Report Series B

- B:1 Bergdahl, L.: Beräkning av vågkrafter. 1977. Ersatts med 1979:07
- B:2 Arnell, V.: Studier av amerikansk dagvattenteknik. 1977.
- B:3 Sellgren, A.: Hydraulic Hoisting of Crushed Ores. A feasibility study and pilot-plant investigation on coarse iron ore transportation by centrifugal pumps. 1977.
- B:4 Ringesten, B.: Energi ur havsströmmar. 1977.
- B:5 Sjöberg, A. and Asp, T.: Brukar-anvisning för ROUTE-S. En matematisk modell för beräkning av icke-stationära flöden i floder och kanaler vid strömmande tillstånd. 1977
- B:6 Annual Report 76/77.
- B:7 Bergdahl, L. and Wernersson, L.: Calculated and expected Thermal Ice Pressures in Five Swedish Lakes. 1977.
- B:8 Göransson, C-G. and Svensson, T.: Drogue Tracking - Measuring Principles and Data Handling.
- B:9 Göransson, C-G.: Mathematical Model of Sewage Discharge into confined, stratified Basins - Especially Fjords.
- B:10 Arnell, V. and Lyngfelt, S.: Beräkning av dagvattenavrinning från urbana områden. 1978.
- B:11 Arnell, V.: Analysis of Rainfall Data for Use in Design of Storm Sewer Systems. 1978.
- B:12 Sjöberg, A.: On Models to be used in Sweden for Detailed Design and Analysis of Storm Drainage Systems. 1978.
- B:13 Lyngfelt, S.: An Analysis of Parameters in a Kinematic Wave Model of Overland Flow in Urban Areas. 1978.
- B:14 Sjöberg, A. and Lundgren, J.: Manual for ILLUDAS (Version S2). Ett datorprogram för dimensionering och analys av dagvattensystem.
- B:15 Annual Report 78/79.
- B:16 Nilsdal, J-A. and Sjöberg, A.: Dimensionerande regn vid höga vattenstånd i Göta Älv.
- B:17 Stöllman, L-E.: Närkes Svartå. Hydrologisk inventering. 1979.
- B:18 Svensson, T.: Tracer Measurements of Mixing in the Deep Water of a Small, Stratified Sill Fjord.
- B:19 Svensson, T., Degerman, E., Jansson, B. and Westerlund, S.: Energiutvinning ur sjö- och havssediment. En förstudie.

Report Series B

- B:20 Annual Report 1979
- B:21 Stöllman, L-E.: Närkes Svartå. Inventering av vattentillgång och vattenanvändning. 1980.
- B:22 Häggström, S. och Sjöberg, A.: Effects of Distortion in Physical Models of Cooling Water Discharge. 1979.
- B:23 Sellgren, A.: A Model for Calculating the Pumping Cost of Industrial Slurries. 1981.
- B:24 Lindahl, J.: Rörelseekvationen för en kabel. 1981
- B:25 Bergdahl, L. och Olsson, G.: Konstruktioner i havet. Vågkrafter, rörelser. En inventering av dator-program.
- B:26 Annual Report 1980.
- B:27 Nilsdal, J-A.: Teknisk-ekonomisk dimensionering av avloppsledningar. En litteraturstudie om datormodeller. 1981.
- B:28 Sjöberg, A.: The Sewer Network Models DAGVL-A and DAGVL-DIFF. 1981.
- B:29 Moberg, G.: Anläggningar för oljeutvinning till havs. Konstruktionstyper, dimensioneringskriterier och positioneringssystem. 1981
- B:30 Sjöberg, A. och Bergdahl, L.: Förankringar och förankringskrafter. 1981

