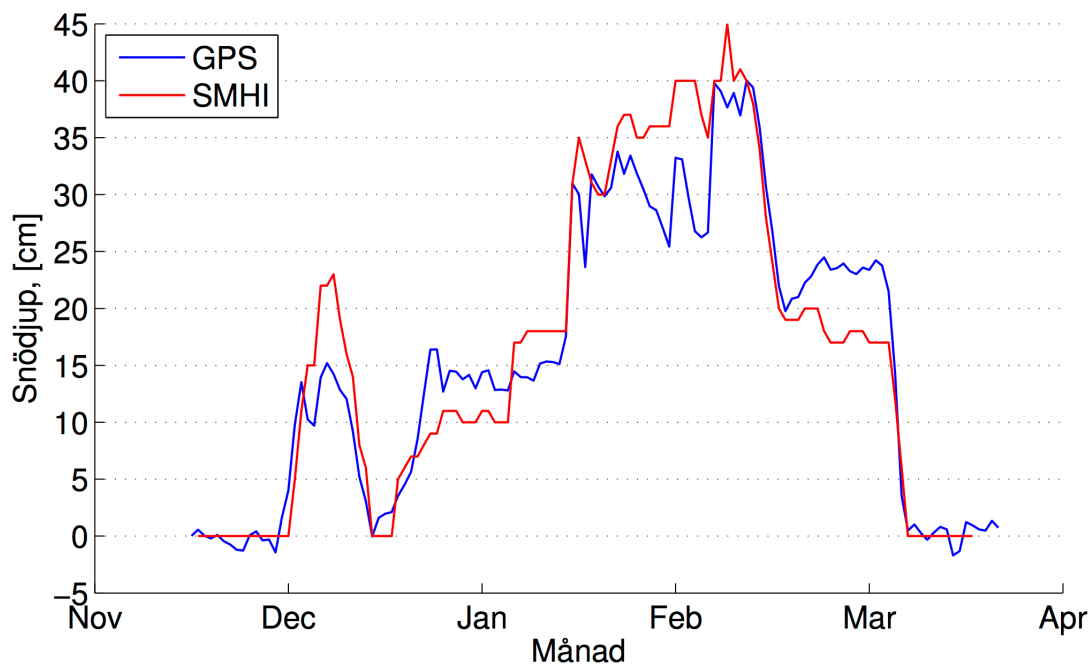




Estimering av snödjup genom analys av flervägsreflekterade GPS-signaler

Kandidatarbete inom Teknisk Fysik och Teknisk Matematik

MÅNS LARSSON
JOHAN NORDEVALL
RICKARD SIREFELT
EMIL STAF

Institutionen för Rymd- och geovetenskap
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2012
Kandidatarbete RRYX02-12-16

Sammanfattning

Snö är en viktig del av den hydrologiska cykeln eftersom snö binder upp stora mängder vatten. Det är därför fördelaktigt att kunna estimeras mängden snö, lokalt såväl som globalt. Med hjälp av programvaran MATLAB har en automatiserbar metod utvecklats för att estimeras snödjup genom att analysera oscillationer i SNR-data från GPS-signaler. Huvudresultaten från den utvecklade metoden följer trenderna hos referensdatan väl. För en GPS-station utanför Visby med referensvärden tagna 1,3 km bort, beräknades korrelationen till närmare 90 % medan RMS för avvikelserna blev cirka 4 cm.

Abstract

Snow is an important part of the hydrological cycle since the snow can hold large amounts of water. It is therefore beneficial to be able to estimate the amount of snow, both locally and globally. An automatable method to estimate snow depth has been developed by analyzing oscillations in SNR data from GPS signals using the software MATLAB. The main results from the method developed follows the trends of the reference data well. With reference values from a weather station 1.3 km (2.1 mi) away, the correlation was calculated to be close to 90 % while the RMS of the deviation was approximately 4 cm (1.6 in).

Tillkännagivanden

Vi vill ge ett stort tack till vår handledare Johan Löfgren som med stor entusiasm stöttat och bidragit med kloka insikter genom hela vårt arbete.

Tack även till SWEPOS för att ha tillhandahållit GPS-data samt information för de mätstationer vi har använt oss av i projektet. För mer information om SWEPOS besök gärna deras hemsida, <http://swepos.lmv.lm.se>.

Vi vill även tacka Kristine Larsen vars arbete inom fältet har varit till stor hjälp och för att hon låtit publicera våra resultat på hemsidan http://xenon.colorado.edu/reflections/GPS_reflections/SwedenSnow.html.

Innehåll

1	Introduktion	1
1.1	Syfte	2
1.2	Avgränsningar	2
1.3	Metod	3
2	Teori	5
2.1	Konventionella metoder för snömetning	5
2.1.1	Snödjupsmätningar av SMHI	5
2.1.2	Ultraljudsmätningar	6
2.1.3	SNOTEL	7
2.2	Global Positioning System	9
2.2.1	Satellitsignaler	9
2.3	Signal-brusförhållande	10
2.4	Flervägsreflektioner	11
2.5	Samband mellan SNR-frekvens och snödjup	13
2.6	Lutande reflektionsplan	15
2.7	Reflektion av GPS-signaler mot en snöyta	18
2.8	Mätområde	21
3	Genomförande	25
3.1	Val av GPS-stationer	25
3.2	SNR- och referensdata	26
3.3	Algoritm	27

Innehåll

4 Resultat	33
4.1 Visby	33
4.1.1 Statistisk analys	35
4.2 Långträsk	39
4.2.1 Statistisk analys	40
4.3 Mätområde och reflektionspunkter	44
4.4 Inverkan av lutande reflektionsplan	45
5 Diskussion	51
5.1 Förväntade resultat	51
5.2 Erhållna resultat	51
5.3 Avvikelser	52
5.3.1 Referensdata	53
5.3.2 Reflektion och inträngningsdjup	53
5.3.3 Ojämnheter i reflektionsytan	54
5.4 Jämförelse med andra metoder	54
5.5 Vidareutvecklingar	56
6 Slutsatser	57
Referenser	59
Appendix	61
A Teori	61
A.1 Härledning av 1:a Fresnel-zonen	61
A.2 Lomb-Scargle periodogram	64
B MATLAB-kod	67
B.1 Huvudprogram	67
B.1.1 snowest.m	67
B.1.2 get_files.m	69
B.1.3 load_data.m	69
B.1.4 extract_data.m	70
B.1.5 lomb_filter.m	70
B.1.6 get_height.m	71

B.1.7	get_snowheight.m	72
B.1.8	plot_data.m	72
B.1.9	get_location_params.m	72
B.2	Hjälpprogram	73
B.2.1	lomb.m	73
B.2.2	snipIndex.m	75
B.2.3	yearday.m	76
B.2.4	loadbrdc.m	77
B.2.5	dayofyear.m	79
B.2.6	isleapyear.m	80
B.2.7	ymdhms2s.m	80
B.2.8	get_all_orb_pars.m	81
B.2.9	eph2xyz.m	83
B.2.10	get_az_el.m	85
B.2.11	dt_rel.m	86
B.2.12	ecce_anom.m	87
B.2.13	llh2cart.m	87
B.2.14	cart2llh.m	87

Innehåll

Kapitel 1

Introduktion

Snö är en viktig del av den hydrologiska cykeln eftersom den binder upp stora mängder vatten. Det vore därför fördelaktigt att kunna estimeras mängden snö i flertalet områden, för att exempelvis förutsäga elproduktionen från vattenkraftverk eller för att estimeras vårfloden och därmed ha möjlighet att avvärja översvämningar. Dessutom är estimeringar av mängden snö viktiga inom både det lokala och globala klimatsystemet, då exempelvis förekomst av snö på marken har en betydande inverkan på jordens strålningsbalans och därmed på värmeväxlingen mellan jordytan och atmosfären [1, 2].

Det finns för närvarande inget nationellt automatiserat system för att mäta snödjup i Sverige. Mätningarna görs manuellt med mätstickor eller i enstaka fall med hjälp av ultraljud. Dock uppfyller ingen av dessa metoden kravet på både tillräckligt frekvent mätdata och mätdata baserad på tillräckligt stora områden, vilka ställs av både klimatmodellerare och resursplanerare [3]. Härav finns ett stort behov av ytterligare system som mäter snödjup och mängden bundet vatten i snön, så kallad *Snow Water Equivalence* (SWE). I nyutkomna studier har det visat sig möjligt att mäta snödjup med hjälp av GPS-signaler [1, 4].

GPS-signaler används vanligtvis till positionsbestämning, exempelvis vid navigering men även för att utföra geodetiska mätningar med stor noggrannhet. Noggrannheten i positionsbestämningen försämrar av det faktum att GPS-mottagare ej enbart mottar direkta GPS-signaler från satelliten, utan även registrerar flervägsreflekterade signaler

Kapitel 1. Introduktion

från marken och annan omgivning [5]. För att minimera denna effekt strävar tillverkare av GPS-mottagare och antenner därför efter att dämpa inverkan av de reflekterade signalerna.

I detta kandidatarbete kommer flervägsreflekterade signaler från marken att utnyttjas genom att studera de oscillationer dessa ger upphov till i SNR-datan, det vill säga signal-brusförhållandet, vilken registreras i GPS-mottagaren. Frekvensen hos dessa oscillationer har visat sig vara beroende på avståndet mellan mottagarens fascentrum och reflektionsytan för de flervägsreflekterade signalerna vilket gör det möjligt att exempelvis estimeras snödjup.

Idag finns det redan ett väl utbyggt nätverk med över 200 GPS-stationer runt om i Sverige kallat SWEPOS. Dessa stationer underhålls av Lantmäteriet och används till bland annat studier av rörelser i jordskorpan [6]. Med hjälp av data från dessa stationer finns det möjlighet att utveckla ett automatiserbart mätsystem av snödjup till en låg kostnad. Frågan är om detta mätsystem har möjlighet att tillgodose de efterfrågningar som ställs ovan.

1.1 Syfte

Syftet med projektet är att utveckla en algoritm som med så stor noggrannhet som möjligt kan mäta snödjupet i området kring en GPS-station med hjälp av SNR-data. Denna algoritm ska kunna lägga grunden för en ny metod av snödjupsmätning som sedan kan implementeras i Sverige och ersätta eller komplettera den nu rådande metoden.

1.2 Avgränsningar

Eftersom en helt generell undersökning av snödjupsmätning med SNR-data är väldigt komplex har vissa avgränsningar behövts göras. För det första har reflektionsytan antagits vara perfekt reflekterande samt helt plan. GPS-signalernas inträngningsdjup, inre reflektioner och ojämnheter på reflektionsytan har således ej tagits hänsyn till. Dessa antaganden har gjorts för att förenkla härledningen av sambandet mellan SNR-data

och snödjup i avsnitt 2.5. Analyser och resultat för hur dessa aspekter påverkar har däremot utförts och presenteras i avsnitten 2.6, 2.7 och 4.4.

På grund av att vi i modellen antagit en plan reflektionsyta har valet av GPS-stationer styrts av att stationerna bör ha en så plan och öppen omgivning som möjligt. Detta berörs närmare i avsnitt 3.1.

En sista avgränsning är att behandling av SWE-estimeringar med hjälp av SNR-data ej genomförts då detta ligger utanför arbetets ramar. SWE-mätningar med hjälp av SNR-data är dock ett användbart område som tillsammans med snödjupsmätningar kan ge en bra uppskattning av mängden bundet vatten i snön.

1.3 Metod

Arbetet inleddes med att bygga upp en grundläggande förståelse för hur GPS-systemet och SNR-datan är uppbyggda. Detta genom att söka efter och studera tekniska artiklar inom områdena. För att få fram dessa artiklar använde vi oss av Chalmers biblioteks söktjänst Summon¹ tillsammans med den öppna söktjänsten Google. De första veckorna ägnades åt litteraturstudier för att få en grundläggande idé om hur vår algoritm skulle se ut samt härleda de teoretiska samband som gör metoden möjlig. Efter detta började sökningen efter lämpliga GPS-stationer och utvecklingen av vår algoritm genom att använda programvaran MATLAB. Kontinuerligt under algoritmens utveckling gick vi tillbaka till litteraturstudier för att jämföra metoder samt leta efter eventuella förbättringar.

¹Summon är en söktjänst som söker igenom de databaser som är tillgängliga för studenter och anställda på Chalmers Tekniska Högskola via <http://chalmers.summon.serialssolutions.com/>.

Kapitel 2

Teori

2.1 Konventionella metoder för snömätning

Att mäta snödjup kan vid första anblick verka som en högst trivial uppgift. Dock finns det en mängd aspekter att ta hänsyn till. Snödjupet har en förmåga att variera mycket lokalt på grund av bland annat vind och ojämnheter i terräng. Snöns egenskaper kan också variera mycket, beroende på om det är nysnö eller om snön har hunnit att sjunka ihop kan dess SWE, alltså hur stor mängd vatten snön motsvarar, variera kraftigt.

I detta avsnitt kommer några olika metoder för mätning av snödjup att presenteras. Framför allt kommer den manuella metod som Sveriges Meteorologiska och Hydrologiska Institut (SMHI) använder undersökas eftersom det är därifrån referensvärdena som används i denna rapport hämtats. En automatisk metod med ultraljud som använder en *R50A Sonic Ranging Sensor* samt det amerikanska systemet *The Snowpack Telemetry Network* (SNOTEL), kommer också att presenteras.

2.1.1 Snödjupsmätningar av SMHI

SMHI mäter dagligen snödjup på ett antal väderstationer positionerade runt om i Sverige. Mätningarna utförs klockan sju på dagen från och med vinterns första snöfall. De första regelbundna mätningarna började utföras vintersäsongen 1904/05. Snödjupet

Kapitel 2. Teori

mäts med en smal mätpinne graderad i hela centimetrar och vid varje observationstillfälle utförs fem mätningar med några meters mellanrum inom ett område av 400 m^2 [7]. Det snödjup som rapporteras är medelvärdet av dessa fem mätpunkter avrundat till hela centimetrar [8]. Området som används ska dessutom vara någorlunda platt utan nämnvärd drivbildning [9].

Denna manuella metod för snömätning är väldigt pålitlig och påverkas inte av terrängen runt om mätstationen. Eftersom mätningarna oftast utförs av rutinerade väderobservatörer kan ett representativt värde för det aktuella snödjupet erhållas. En uppenbar nackdel med denna metod är den arbetskraft som manuellt behöver läggas varje dag. En annan nackdel är att metoden inte ger någon mer information om snön än just snödjupet. Många gånger kan det vara intressant att veta vad för sorts snö det är och vad den har för SWE samt hur pass utbrett och jämnt snölagret är till, exempelvis att kunna uppskatta mängden vatten som finns uppbundet i snön. Det kan även vara intressant att ha en högre tidsupplösning på mätningarna än en per dag för att noggrannare kunna analysera väderskiftningar.

2.1.2 Ultraljudsmätningar

En modernare metod än den som SMHI använder är att mäta snödjup med hjälp av ultraljud. Då används ett instrument som sänder ut korta pulser av ultraljud mot den relevanta ytan. Samma instrument registrerar sedan det reflekterade ljudet och beräknar hur lång tid det tog för ultraljudet att färdas till ytan och tillbaka till instrumentet igen. Med hjälp av detta och att ljudets hastighet i luft är känd kan avståndet till ytan beräknas. Genom att analysera hur detta avstånd ändras över tiden kan alltså tjockleken på snötäcket erhållas [10].

Ett exempel på ett ultraljudsinstrument för snödjupsmätning är *SR50A Sonic Ranging Sensor*. Instrumentet är speciellt utformat för just detta ändamål och har hög noggrannhet för de flesta typer av snö. Sensorn sänder ut ultraljud med frekvensen 50 kHz och mottar även det reflekterade ultraljudet. Beroende på ytans egenskaper reflekteras olika mycket av ultraljudet, vilket påverkar mätningarnas noggrannhet. Eftersom

2.1 Konventionella metoder för snömätning

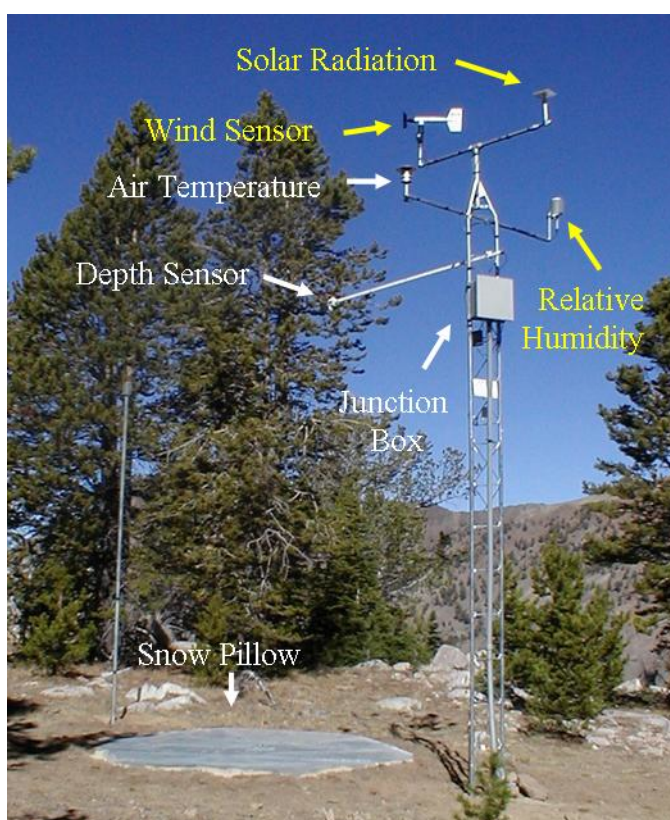
ljudets hastighet i luft varierar med temperaturen mäts även lufttemperaturen vid sensorn för att sedan korrigera mätvärdet. Enligt databladet för sensorn tar det ungefär en sekund att utföra en mätning samt att behandla datan. Upplösningen i mätningarna är 0,025 cm och med en noggrannhet på ± 1 cm [11].

En stor fördel med denna metod är den höga tidsupplösningen och att den är helt automatiserad. En nackdel är dock att den mätyta som mätvärdena registreras från är relativt liten. Mätytans area beror på hur högt sensorn är monterad över reflektionsytan h , enligt formeln $A \approx 0,23h^2$ [11]. Detta betyder att om sensorn är monterad 1,5 m över reflektionsytan blir mätytan endast 0,52 m². Eftersom snödjup ofta varierar mycket lokalt kan detta ge missvisande värden på snödjupet om det exempelvis bildats en snödriva under sensorn.

2.1.3 SNOTEL

The Snowpack Telemetry Network omfattar ett nätverk med över 600 väderstationer utplacerade i USA. Dessa stationer tar upp flera olika typer av väderdata, bland annat SWE och snödjup. SWE mäts med hjälp av vätskefyllda stålkuddar, så kallade *snow pillows*, medan snödjup mäts med en ultraljudssensor. Mätningar tas varje timme vilket ger en hög tidsupplösning. En bild på en SNOTEL-station där dess olika delar har markerats visas i figur 2.1 [12].

Fördelen med denna metod är som sagt att tidsupplösningen blir hög och att allt kan ske automatiskt. Nackdelen är densamma som togs upp i avsnitt 2.1.2 om snömätning med ultraljud, alltså framför allt att mätytan är liten.



Figur 2.1: Mätstation för SNOTEL - Foto över en SNOTEL-station med dess olika delar utmarkerade [12].

2.2 Global Positioning System

GPS eller *Navigation System with Timing And Ranging Global Positioning System* (NAVSTAR-GPS) som är dess fulla benämning, är ett navigeringsverktyg som använder satelliter för positionsbestämning. Det utvecklades under 70-talet av det amerikanska försvarsdepartementet och den första satelliten sattes i omloppsbana i februari 1978 [13].

I dagsläget finns det 31 stycken aktiva GPS-satelliter i omloppsbana cirka 20 000 km över jordytan. Satelliterna är fördelade på sex olika omloppsplan vilka är placerade så att det för varje tidpunkt går att ta emot signaler från minst fyra satelliter oavsett var på jorden man befinner sig. Varje satellit sänder kontinuerligt ut signaler innehållande bland annat information om var den befinner sig och vilken tid signalen skickades från satelliten enligt ett atomur ombord. Med hjälp av dessa signaler går det genom triangulering att bestämma positionen av en GPS-mottagare med en noggrannhet från 20 m ända ned till 1 mm. Noggrannheten beror på vilken utrustning och analysmetod som används. Att minst fyra satelliter används beror på att det krävs tre stycken för att bestämma positionen samt en fjärde för att minimera felet som uppstår på grund av osäkerheter i tidsmätningen. Den exakta tiden för där mottagaren befinner sig kan också bestämmas och det med en noggrannhet från 60 ns till 5 ns. Då både position och tid är tillgängliga kontinuerligt är det möjligt att härleda fart och riktning hos ett föremål i rörelse [13].

2.2.1 Satellitsignaler

Varje GPS-satellit sänder ut två bärsignaler, kallade L1 och L2, vars frekvenser ligger i mikrovågsområdet. L1-signalerna har en frekvens på 1575,42 MHz vilket motsvarar en våglängd på 19,03 cm i luft medan L2-signalerna har en frekvens på 1223,60 MHz vilket motsvarar en våglängd på 24,50 cm i luft. L1-signalen består av ett meddelande som i sin helhet tar 12,5 minuter att sända ut. Meddelandet innehåller information om tiden för satelliten, en synkroniseringssignal, exakt positionsdata för satelliten, ungefärlig positionsdata för alla GPS-satelliter, information om tidskorrektur för att få den exakta satellittiden, jonofärsdata och information om satellitens tillstånd. L2-signalerna bär

på ett krypterat meddelande kallad P-kod. P-koden finns även på L1-signalen och används mest av militära mottagare för mer precisa positionsbestämningar. Geodetiska mottagare kan dock använda både L1- och L2-signalen för att med hjälp av fasmätningar beräkna positionen med hög precision [13, 14].

För att en mottagare ska kunna avgöra från vilken GPS-satellit som de mottagna signalerna skickats från har varje satellit tilldelats en unik signatur till sina L1-signaler. Dessa signaturer består av en sekvens av 1023 ettor och nollor kallad *Pseudo Random Noise Code* (PRN) och är ortogonala. I GPS-mottagaren genereras referenssignaler för alla satelliters signatursekvenser, genom att beräkna korrelationen mellan den mottagna sekvensen och de olika referenssekvenserna går det att avgöra vilken satellit signalen kommer från [14].

2.3 Signal-brusförhållande

Signal-brusförhållande eller *Signal to Noise Ratio* (SNR), definieras som kvoten mellan medeleffekterna hos signalen P_{signal} och bakgrundsbruset P_{brus} enligt

$$SNR = \frac{P_{signal}}{P_{brus}} \quad (2.1)$$

Om den mottagna signalen och bakgrundsbruset mäts över samma impedans kan SNR relateras till amplituden i kvadrat vilket ger att ekvation (2.1) kan skrivas om enligt [15]

$$SNR = \left(\frac{A_{signal}}{A_{brus}} \right)^2 \quad (2.2)$$

För en fast GPS-mottagare gäller det att bakgrundsbruset från omgivningen är i stort sett konstant vilket leder till att SNR direkt kan relateras till den mottagna signalstyrkan. Den registrerade SNR-datan beror på flera faktorer som satellitens utsända signalstyrka, atmosfäriska effekter, divergensen av signalen samt antennens *gain pattern*¹.

Idag finns inget standardiserat sätt att mäta och rapportera SNR på vilket leder till att amplituder och enheter för att ange SNR varierar hos olika tillverkare. Detta kan ge

¹Gain pattern eller mottagningsmönster för en antenn är ett mått på hur bra antennen registrerar signaler från olika riktningar.

upphov till problem vid analys av SNR-data, speciellt om den data som ska analyseras har genererats från flera olika typer av mottagare [16].

2.4 Flervägsreflektioner

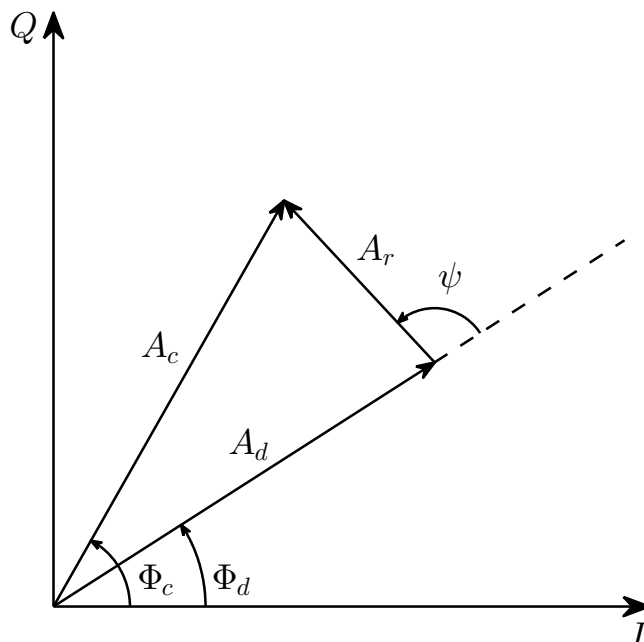
Som tidigare nämnts i introduktionen registrerar en GPS-mottagare inte enbart GPS-signaler som direkt träffar dess antenn utan även flervägsreflekterade signaler från marken eller annan omgivning. Om den övervägande största delen av de flervägsreflekterade signalerna kommer från markreflektioner blir den totala registrerade signalen en superposition av en direkt signal $\mathbf{A}_d$ och en markreflekterad signal $\mathbf{A}_r$.

De GPS-mottagare som har använts i detta arbete har en höjd på cirka 3 - 5 m över marken vilket ger upphov till att det blir en vägskillnad mellan den markreflekterade och den direkta signalen. Denna vägskillnad gör att signalerna fasförskjuts gentemot varandra vilket leder till destruktiv eller konstruktiv interferens, vid GPS-antennen [17]. För att beskriva fasförskjutningen mellan den direkta och reflekterade signalen kan med fördel ett fasdiagram användas, se figur 2.2.

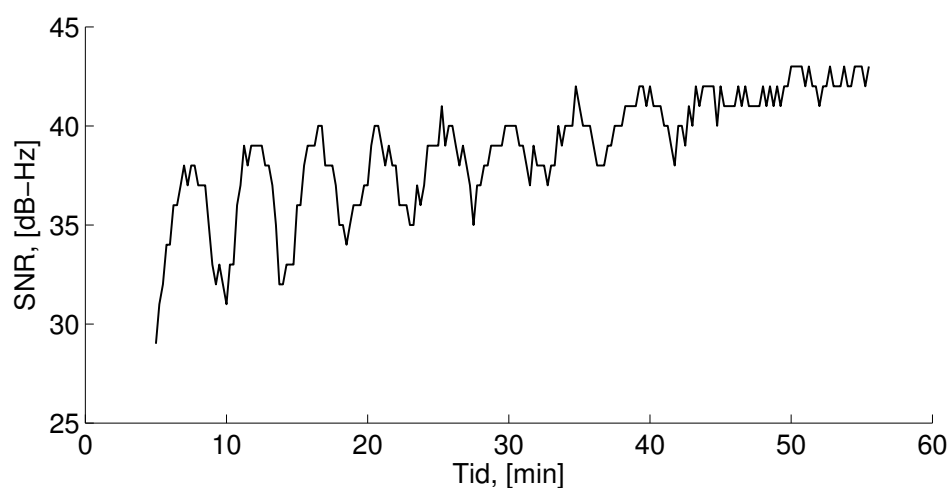
Från ekvation (2.2) framgår att SNR är proportionell mot amplituden i kvadrat av den sammansatta signalen $\mathbf{A}_c$, vilket från fasdiagrammet ger följande samband

$$SNR \propto \mathbf{A}_c^2 = (\mathbf{A}_d + \mathbf{A}_r)^2 = A_d^2 + A_r^2 + 2\mathbf{A}_d \cdot \mathbf{A}_r = A_d^2 + A_r^2 + 2A_dA_r \cos \psi \quad (2.3)$$

där ψ är fasförskjutningen mellan den direkta och reflekterade signalen. Från ekvation (2.3) noteras att SNR-datan kommer att oscillera med fasförskjutningen ψ , vilken enligt ovan är kopplad till vägskillnaden mellan den direkta och reflekterade signalen till GPS-antennen. Vägskillnaden är i sin tur direkt relaterad till GPS-satellitens elevationsvinkel, det vill säga dess vinkel över horisonten. Då satelliten propagerar över himlen kommer således skillnaden i fas mellan den direkta och reflekterade signalen att ändras. Detta medför att SNR-datan oscillerar med tiden allt eftersom vägskillnaden mellan de båda signalerna ändras. Se figur 2.3.



Figur 2.2: Fasdiagram - Ett generaliserat fasdiagram för GPS-signaler där mottagaren registrerar så kallade *In-phase* (I) och *Quadrature* (Q) komponenter av GPS-signalerna¹. Det som visas är en reflekterad signal med amplitud A_r superponerad med en direkt signal med amplitud A_d för att skapa den av mottagaren registrerade signalen A_c . ψ är fasförskjutningen mellan den direkta och reflekterade signalen [18].

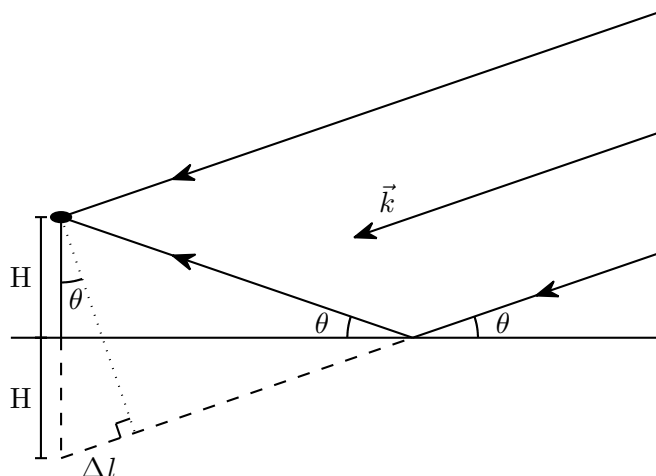


Figur 2.3: SNR mot tid - En plot av uppmätt SNR-data från en satellit med tydliga oscillationer orsakade av markreflektioner.

¹In-phase och Quadrature är inom signalbehandling ett sätt att beskriva en signal genom superposition av cosinus- och sinus där In-phase är cosinuskomponenten och Quadrature är sinuskomponenten.

2.5 Samband mellan SNR-frekvens och snödjup

I detta avsnitt kommer ett samband mellan frekvensen på den registrerade SNR-datan och snödjup att härledas. Detta genom att först härleda ett uttryck för sambandet mellan frekvensen på den registrerade SNR-datan och motsvarande höjdskillnad H mellan GPS-mottagaren och den reflekterande ytan, se figur 2.4. Snödjupet kan sedan fås fram genom att ta differensen mellan mottagarhöjden och höjdskillnaden H . I härledningen approximeras reflektionsytan till att vara plan och perfekt reflekterande.



Figur 2.4: Parallella strålar in mot en GPS-mottagare - Figuren visar de geometriska förhållanden mellan de inkommande parallella signalerna som används i härledningen för hur vägskillnaden Δl beror på elevationsvinkeln θ och höjdskillnaden H .

SNR-datan som registreras i mottagaren är som tidigare nämnts, se avsnit 2.4, en superposition av direkta samt reflekterade signaler och oscillerar med fasförskjutningen ψ mellan de båda signalerna enligt ekvation (2.3). Om ett samband mellan höjdskillnaden H och fasförskjutningen ψ , hittas kan sedan ekvation (2.3) användas för att bilda ett samband mellan frekvensen f hos SNR-datan och höjdskillnaden H .

GPS-signalerna sänds ut som sfäriska vågor men då satelliterna befinner sig på ett så pass stort avstånd från mottagaren kan de inkommande signalerna med god approximation ses som plana vågor. En plan våg kan beskrivas enligt

$$A(\vec{r}, t) = A \cdot e^{i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega t + \phi)} \quad (2.4)$$

Kapitel 2. Teori

där A är vågens amplitud, $\vec{k}$ vågvektorn vilken anger utbredningsriktningen, $\vec{r}$ Ortsvektorn, ω vinkelfrekvensen och ϕ en godtycklig fasförskjutning relativt en nollfas.

Eftersom de inkommande GPS-signalerna approximeras som plana vågor kan dessa ses som parallella. I härledningen nedan kommer GPS-signalernas spekulära reflektion att användas, det vill säga då infallsvinkeln är densamma som reflektionsvinkeln, se avsnitt 2.7. Figur 2.4 visar geometriska förhållanden mellan en direkt och en spekulärt reflekterad signal som infaller mot en mottagare.

Från trivial trigonometri fås ur figur 2.4 ett samband mellan vägskillnaden Δl och höjdskillnaden H enligt

$$\Delta l = 2H \sin \theta \quad (2.5)$$

där θ är satellitens elevationsvinkel. Vägskillnaden Δl kan i sin tur relateras till fasförskjutningen ψ enligt

$$\frac{\Delta l}{\lambda} = n + \frac{\psi}{2\pi} \rightarrow \psi = \frac{2\pi\Delta l}{\lambda} - 2\pi n \quad (2.6)$$

där λ är GPS-signalens våglängd i luft och n är antalet hela våglängder.

Då en elektromagnetisk våg reflekteras mot en yta kommer den att fasförskjutas med en vinkel Θ som beror på ytans dielektricitetsegenskaper. Denna fasförskjutning adderas till ψ och tillsammans med ekvationerna (2.5) och (2.6) fås det slutgiltiga sambandet mellan fasförskjutningen för de båda signalerna och höjdskillnaden enligt

$$\psi = \frac{4\pi H \sin \theta}{\lambda} - 2\pi n + \Theta \quad (2.7)$$

Genom att sätta in ekvation (2.7) i ekvation (2.3) fås ett uttryck för SNR-datan enligt

$$\begin{aligned} SNR &\propto A_d^2 + A_r^2 + 2A_d A_r \cos \psi = [A = A_d^2 + A_r^2, B = 2A_d A_r] \quad (2.8) \\ &= A + B \cos \left(\frac{4\pi H \sin \theta}{\lambda} - 2\pi n + \Theta \right) \\ &= A + B \cos \left(\frac{4\pi H}{\lambda} \sin \theta + \Theta \right) \\ &= \left[\omega = \frac{4\pi H}{\lambda}, t = \sin \theta \right] \\ &= A + B \cos(\omega t + \Theta) \end{aligned}$$

Från ekvation (2.8) noteras att vinkelfrekvensen för SNR-datan ω identifieras till $4\pi H/\lambda$ då man relaterar den mot $\sin(\theta)$, det vill säga sinus av elevationsvinkeln. Slutligen erhålls det sökta sambandet för avståndet mellan mottagaren och reflektionsytan samt SNR-datans frekvens enligt

$$\omega = \frac{4\pi H}{\lambda} \rightarrow [\omega = 2\pi f_{SNR}] \rightarrow H = \frac{f_{SNR}\lambda}{2} \quad (2.9)$$

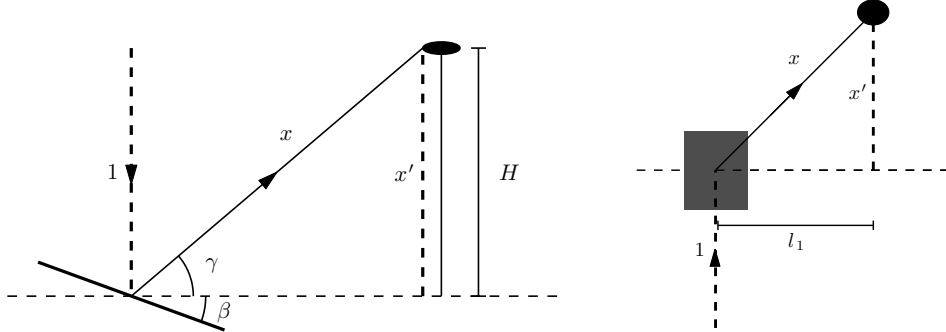
I härledningen ovan har som tidigare nämnts reflektionsytan approximerats till att vara helt plan och perfekt reflekterande. Analyser av dessa antaganden och hur de påverkar de estimerade snödjupen tas upp i avsnitt 2.6 och 2.7.

2.6 Lutande reflektionsplan

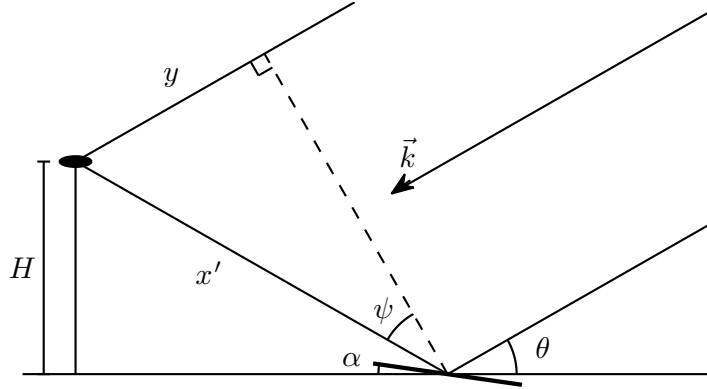
I detta avsnitt härleds påverkan av en lutande reflektionsyta för GPS-signalen. Till att börja med definieras två vinklar för reflektionsytan, α respektive β . Ett plan kan luta kring två vinkelräta axlar, vinkeln α definierar lutningen kring den axel som är vinkelrät mot den inkommande GPS-signalens horisontella komponent. Vinkeln β definierar lutningen kring planets andra axel. När båda dessa vinklar är 0° fås en plan reflektionsyta. Vinklar är utritade i figur 2.5 och 2.6 där även en schematisk skiss av mätstationen och GPS-signalernas strålgångar kan ses. Analysen begränsar sig till inverkan av en lokalt lutande reflektionsyta. Marken antas alltså vara plan förutom just vid reflektionspunkten.

I avsnitt 2.5 gavs en härledning av sambandet mellan frekvensen på den registrerade SNR-datan och höjdskillnaden H , mellan GPS-mottagaren och den reflekterande ytan. Det som behöver ändras för att ta hänsyn till reflektionsplanets lutning är vägskillnaden mellan den reflekterade och den direkta strålen. Vissa steg kommer därför utelämnas i detta avsnitt eftersom de redan förklarats i avsnitt 2.5.

För att härleda vägskillnaden analyseras först påverkan av att reflektionsplanet lutar i β -led, vilket visas i figur 2.5. Den reflekterade signalens strålgång x projiceras på x' , se figur 2.6, som alltså är strålgången i radiellt led sett från mätstationen. De



Figur 2.5: Skiss över strålgångar - Schematisk skiss över den infallande signalen och dess strålgång då reflektionsplanet lutar vinkelrätt mot strålens infallsriktning. Till vänster ses stationen horisontellt från den riktning strålen kommer från och till höger ses stationen ovanifrån. Den infallande strålen färdas längs den streckade linjen 1, lägg märke till att strålen färdas i riktningen nedåt och inåt i figuren till vänster. Strålen reflekteras sedan på den sneda ytan och färdas längs x till mätstationen. Den andra streckade linjen x' visar projektionen av strålgången i radiellt led ut från mätstationen.



Figur 2.6: Skiss över strålgångar - Schematisk skiss över den infallande signalen och dess strålgång då reflektionsplanet lutar i samma riktning som den infallande signalens strålgång.

trigonometriska samband som används är $\tan(\gamma) = H/l_1$, $x^2 = x'^2 + l_1^2$ och $\gamma = \frac{\pi}{2} - 2\beta$ vilka ger

$$x = \sqrt{x'^2 + H^2 \tan^2(2\beta)} \quad (2.10)$$

Ur figur 2.6 kan sedan sambandet mellan x' och höjdskillnaden H ges av

$$\frac{H}{x'} = \sin(\theta) \Rightarrow x' = \frac{H}{\sin(\theta)} \quad (2.11)$$

och sambandet mellan y och H ges av

$$\frac{y}{x'} = \sin(\psi) \Rightarrow y = x' \sin(\frac{\pi}{2} - 2(\theta + \alpha)) = \frac{H}{\sin(\theta)} \cos(2(\theta + \alpha)) \quad (2.12)$$

Med hjälp av ekvation (2.10) och (2.11) kan stäckan av den reflekterade signalens strålgång x skrivas enligt

$$x = H \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta)} + \tan^2(2\beta)} \quad (2.13)$$

Vägskillnaden Δl mellan den reflekterade och den direkta strålen ges nu av

$$\Delta l = x - y = H \sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta)} + \tan^2(2\beta)} - \frac{H}{\sin(\theta)} \cos(2(\theta + \alpha)) \quad (2.14)$$

$$= H \left(\sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta)} + \tan^2(2\beta)} - \frac{1}{\sin(\theta)} \cos(2(\theta + \alpha)) \right) \quad (2.15)$$

Fasförskjutningen ges av ekvation (2.6) vilken tillsammans med en extra fasförskjutning Θ som adderas vid markreflektion ger

$$\begin{aligned} SNR &\propto A + B \cos\left(\frac{2\pi\Delta l}{\lambda} + \Theta\right) \\ &= A + B \cos\left(\frac{2\pi H}{\lambda} \left(\sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta)} + \tan^2(2\beta)} - \frac{1}{\sin(\theta)} \cos(2(\theta + \alpha)) \right) + \Theta\right) \\ &= \left[t = \frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{1}{\sin^2(\theta)} + \tan^2(2\beta)} - \frac{1}{\sin(\theta)} \cos(2(\theta + \alpha)) \right) \right] \\ &= A + B \cos\left(\frac{4\pi H}{\lambda} t + \Theta\right) = \left[\omega = \frac{4\pi H}{\lambda} \right] \\ &= A + B \cos(\omega t + \Theta) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Alltså är vinkelfrekvensen ω enkelt relaterbar till höjden då SNR plottas mot t från ekvationen ovan. Slutligen fås sambandet mellan höjdskillnaden mot reflektionsytan och SNR-datans frekvens enligt

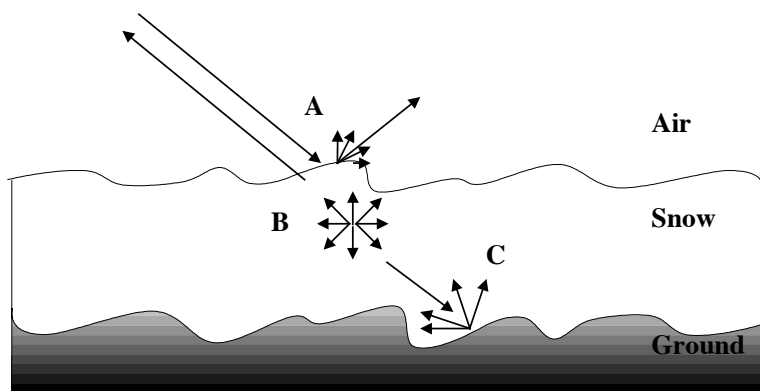
$$\omega = \frac{4\pi H}{\lambda} \rightarrow [\omega = 2\pi f_{SNR}] \rightarrow H = \frac{f_{SNR}\lambda}{2} \quad (2.17)$$

Påverkan av lutningen hos reflektionsplanet kommer alltså in vid valet av t eller i praktiken i vilka samplingspunkter som används då SNR-frekvensen bestäms.

2.7 Reflektion av GPS-signaler mot en snöyta

För att beskriva hur en GPS-signal reflekteras mot en snötäckt yta behövs hänsyn tas till hur GPS-signalen växelverkar med snöytan, det underliggande snölagret samt den underliggande marken, se figur 2.7. Var och en av dessa växelverkansprocesser beror på flera olika parametrar, några av dess listas nedan [2].

- Andelen vatten i snön per volymenhet.
- Snölagrets tjocklek.
- Snökornens storlek och form.
- Snölagrets temperatur.
- Snölagrets densitet och struktur.



Figur 2.7: Spridning av signaler - Figuren illustrerar ett antal olika växelverkansprocesser som påverkar hur väl en GPS-signal reflekteras från en snötäckt yta [2].

På grund av mängden parametrar som inverkar är det väldigt komplext att modellera hur en GPS-signal reflekteras mot en snötäckt yta. Detta avsnittet kommer därför förenklas och främst ta upp hur en GPS-signal direkt växelverkar med själva snöytan.

Elektromagnetiska vågor kan reflekteras mot en yta på två olika sätt, antingen genom spekulär reflektion eller diffusiv reflektion. Spekulär reflektion beskrivs av reflektionslagen som säger att vågens infallsvinkel är densamma som dess reflektionsvinkel. Spekulär

2.7 Reflektion av GPS-signaler mot en snöyta

reflektion uppkommer främst då reflektionsytan är helt plan. Diffusiv reflektion uppkommer då den infallande vågen reflekteras från ytan i mer än en riktning. Denna reflektion beror framför allt på hur ojämn den reflekterande ytan är relativt vågens våglängden [19]. En snöyta är i allmänhet ganska ojämn vilket leder till att den diffusa reflektionen utgör en betydande del av den reflekterade signalen. I detta projekt är det dock spekulär reflektion som är mest intressant då det är denna typ av reflektion som används i härledningen för sambandet mellan SNR-frekvens och snödjup, se avsnitt 2.5.

Andelen intensitet som spekulärt reflekteras mot en plan yta från en infallande plan elektromagnetisk våg bestäms av reflektionskoefficienterna R_s och R_p , där R_s är reflektionskoefficienten för s-polariserat ljus och R_p är reflektionskoefficienten för p-polariserat ljus¹. Reflektionskoefficienterna är definierade för respektive polarisation som kvoten mellan den reflekterade och infallande vågens intensitet. Reflektionskoefficienterna bestäms från Fresnel-ekvationerna

$$R_s = \left| \frac{n_1 \cos(\theta_i) - n_2 \cos(\theta_t)}{n_1 \cos(\theta_i) + n_2 \cos(\theta_t)} \right|^2 = \left| \frac{n_1 \cos(\theta_i) - n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_i)\right)^2}}{n_1 \cos(\theta_i) + n_2 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_i)\right)^2}} \right|^2 \quad (2.18)$$

$$R_p = \left| \frac{n_1 \cos(\theta_t) - n_2 \cos(\theta_i)}{n_1 \cos(\theta_t) + n_2 \cos(\theta_i)} \right|^2 = \left| \frac{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_i)\right)^2} - n_2 \cos(\theta_i)}{n_1 \sqrt{1 - \left(\frac{n_1}{n_2} \sin(\theta_i)\right)^2} + n_2 \cos(\theta_i)} \right|^2 \quad (2.19)$$

där θ_i är infallsvinkeln, θ_t transmissionsvinkeln, n_1 brytningsindex för det medium vågen kommer från och n_2 brytningsindex för det medium vågen transmittas till [20].

Om den infallande vågen består av lika delar s-polariserat och p-polariserat ljus, vilket är fallet för en GPS-signal som till största del är höger-cirkulärpolariserad [17], kan reflektionskoefficienten R beräknas enligt

$$R = \frac{R_s + R_p}{2} \quad (2.20)$$

För att nu ta reda på hur mycket intensitet av en GPS-signal som reflekteras spekulärt från en snötäckt yta gäller det att känna till brytningsindex för snö. Brytningsindex för

¹En p-polariserad vågs elektriska fält svänger parallellt med infallsplanet medan en s-polariserad vågs elektriska fält svänger vinkelrätt mot en p-polariserad vågs elektriska fält [20].

Kapitel 2. Teori

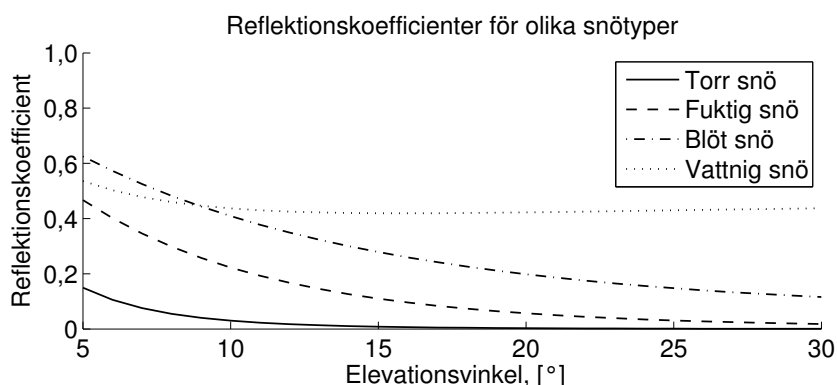
snö är dock komplicerat att modellera. För det första är snö en blandning av vatten och is, vilka har olika brytningsindex. För det andra har snö ofta en komplicerad struktur, då den består av oregelbundet orienterade snökorn. Detta leder till att brytningsindex för snö beror på hur mycket vatten kontra is den innehåller, men även på dess så kallade formfaktorn U som beskriver snökornens storlek och orientering. Förutom dessa parametrar beror även brytningsindex för snö på snöns temperatur samt frekvensen hos den inkommande signalen.

Genom en teoretisk modell av tidigare nämnda faktorer har brytningsindex för några olika typer av snö beräknats [21]. I tabell 2.1 presenteras de beräknade brytningsindexen för en signalfrekvens på 1,6 GHz vilken ligger nära L1-signalens frekvens på 1,575 GHz, vilket är den signal som används i projektet, där W anger andelen vatten snön innehåller mätt i procent och U är ett mått på snöns formfaktor.

Tabell 2.1: Brytningsindex för olika snötyper vid en signalfrekvens på 1,6 GHz [21].

Torr snö ($W=0,5\%$, $U=2$)	Fuktig snö ($W=1\%$, $U=8$)	Blöt snö ($W=7\%$, $U=20$)	Vattnig snö ($W=25\%$, $U=10^9$)
$1,016 + 1,264 \cdot 10^{-4}i$	$1,123 + 1,432 \cdot 10^{-3}i$	$1,653 + 1,592 \cdot 10^{-2}i$	$4,783 + 0,3818i$

Genom att sätta in brytningsindexen från tabell 2.1 i Fresnel-ekvationerna (2.18) och (2.19) fås en estimering av andelen intensitet som reflekteras spekulärt av en GPS-signal mot en snöyta beroende på satellitens elevationsvinkel och snötypen, se figur 2.8.



Figur 2.8: Spekulär reflektion från en snöyta - Plot för hur andelen intensitet som reflekteras spekulärt av en GPS-signal mot en snöyta varierar beroende på elevationsvinkel och snötyp.

I figur 2.8 noteras att andelen spekulärt reflekterad intensitet minskar med ökande elevationsvinkel och framför allt med minskande andel bundet vatten i snön. Det vill säga blötare snö reflekterar signaler vid 1,6 GHz starkare än torr snö.

Ovan resultat stämmer trots modellens enkelhet överens med experimentella resultat. Det har visats att ju torrare snön är desto mindre intensitet av mikrovågssignaler med en frekvens på 2 GHz reflekterades från ytan och mer intensitet reflekterades längre ned i snölagret eller från marken. För torr snö visade det sig till och med att mer reflektioner erhöles från marken än från snöytan. Viktigt att notera är att både diffusiv och spekulär reflektion registrerades. För våt snö ($W \approx 2\%$) visade det sig att den övergripande andelen reflektion kom direkt från snöytan [22].

2.8 Mätområde

En viktig aspekt vid analys av olika typer av snödjupsmätningar är hur stort mätområdet är. Mätområden för olika metoder vid snödjupsmätning berördes i avsnitt 2.1. Ett större mätområde ger en mindre inverkan av drivbildningar samt andra lokala variationer och ger därför ett snödjup som bättre representerar verkligheten. Genom att utnyttja så kallade Fresnel-zoner kan mätområdet för snödjupsmätning med hjälp av GPS-signaler härledas [3].

Fresnel-zoner uppkommer på grund av diffraktion av vågfronter då dessa träffar en reflektionsyta och de reflekterade vågfronterna interfererar sedan positivt eller negativt vid mottagaren. Om det blir positiv eller negativ interferens beror på vägskillnaden mellan signalen som går genom fascentrum på reflektionsytan¹ och signaler som ej reflekteras i fascentrum. Mätområdet som ges nedan beskrivs av den första Fresnel-zonen vars härledning finns i appendix A.1.

I ett plan vinkelrätt mot utbredningsriktningen formar Fresnel-zonerna cirklar med radier som ökar med ökande ordning på Fresnel-zonerna. Då signalerna infaller med en

¹Reflektionsytans fascentrum är den reflektionspunkt på ytan för den signal som färdas kortast sträcka mellan sändaren via reflektionsytan till mottagaren går.

Kapitel 2. Teori

elevationsvinkel skild från 90° kommer Fresnel-zonerna forma ellipser på reflektionsytan. Längden på halva stor- och lillaxlarna till dessa ellipser betecknas med a respektive b , vilka ges enligt

$$a = \frac{\sqrt{\lambda(H \sin \theta + \frac{\lambda}{4})}}{\sin^2 \theta}, \quad b = \frac{\sqrt{\lambda(H \sin \theta + \frac{\lambda}{4})}}{|\sin \theta|} \quad (2.21)$$

där λ är signalens våglängd i luft, θ satellitens elevationsvinkel och H höjdskillnaden mellan mottagaren och reflektionsytan.

Vidare är det viktigt att notera att fascentrum hos reflektionsytan inte är detsamma som ellipsens centrum. Det kan visas, se appendix A.1, att ellipsens centrum förskjuts utåt från mottagaren gentemot fascentrum med en sträcka c , vilken visas i figur 2.9 och ges av

$$c = \frac{\lambda \cos \theta}{2 \sin^2 \theta} \quad (2.22)$$

Fascentrums position ges av koordinaterna m_1 respektive m_2 vilka erhålls ur

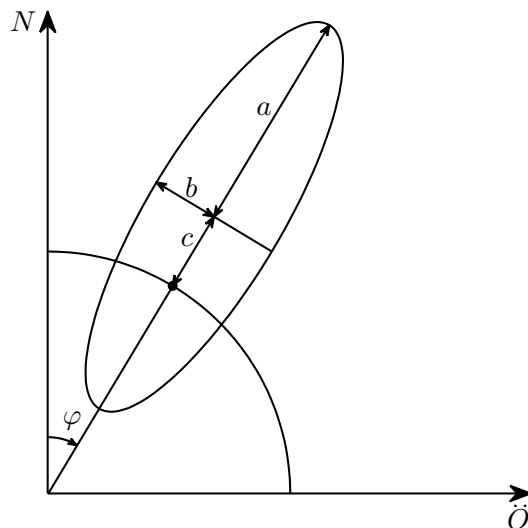
$$m_1 = \frac{H \sin \varphi}{\tan \theta}, \quad m_2 = \frac{H \cos \varphi}{\tan \theta} \quad (2.23)$$

där φ är satellitens azimutvinkel¹ i förhållande till mottagaren. Här gäller att m_1 är positionen i Väst-Östlig led och m_2 är positionen i Syd-Nordlig led och att mätstationen befinner sig i origo. Positionen för fascentrum visas i figur 2.10.

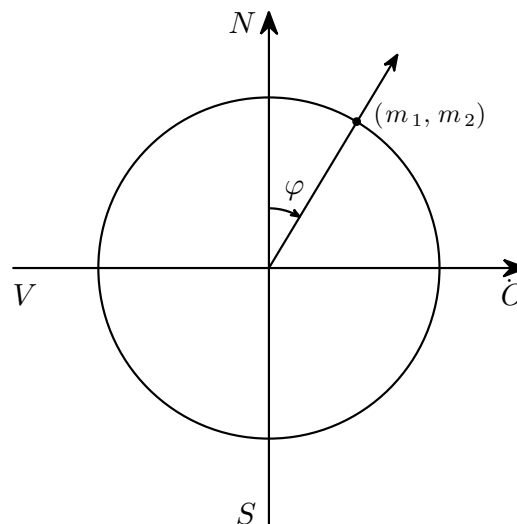
Genom att kunna bestämma fascentrum och reflektionsytans utbredning för olika parametrar kan vår metods mätområde beräknas. Detta undersöks och analyseras i avsnitt 4.3. För att få en uppfattning om mätområdets utbredning har den första Fresnel-zonen plottats för några låga elevationsvinklar och för en reflektionshöjd² på 3 m i figur 2.11.

¹Azmutvinkeln ligger i horisontalplanet och mäts från horisontens nordpunkt mot öster. Se figur 2.10.

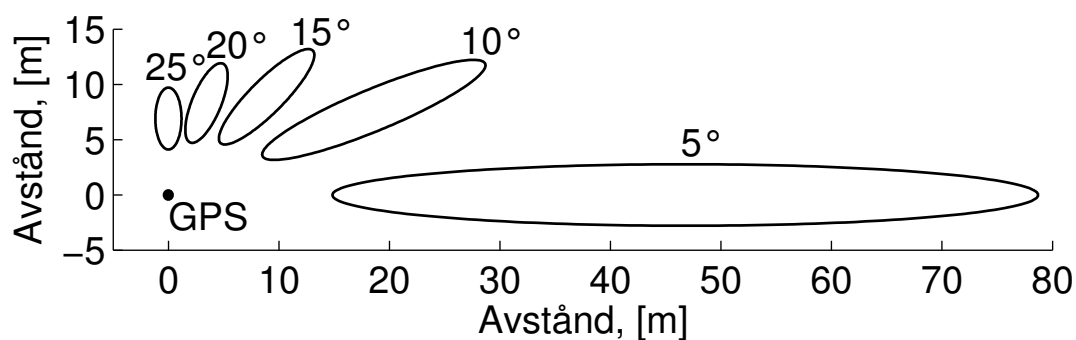
²Med reflektionshöjd menas höjdskillnaden H mellan antennen och reflektionsytan.



Figur 2.9: Mätområde - Längderna a och b betecknar halva storaxeln respektive halva lillaxeln på mätområdet. Notera att centrum för mätområdet förskjuts en sträcka c från mätområdets fascentrum.



Figur 2.10: Polär framställning av mätområdets fascentrum - GPS-station visas ovanifrån och befinner sig i origo. Reflektionsytans fascentrum ges av koordinaterna m_1 och m_2 . Vinkeln φ betecknar azimuthvinkeln.



Figur 2.11: Fresnel-zoner - Figuren visar första Fresnel-zonens utbredning för elevationsvinklar 5 - 25° då GPS-antennen befinner sig 3 m över reflektionsytan. Notera att skillnad i azimuthvinklar endast fyller ett illustrativt syfte.

Kapitel 3

Genomförande

3.1 Val av GPS-stationer

Innan utvecklingen av vår algoritm började lokalisera vi en GPS-station vars mätdata skulle användas. Då härledningen av sambandet mellan SNR-frekvens och höjd utgår från att reflektionsytan är plan försökte vi finna en GPS-station med en så öppen och plan omgivning som möjligt. En annan aspekt i valet av GPS-station var att det skulle finnas tillgång till referensdata för snödjupet i närheten av stationen. Efter att ha studerat fotografier från alla klass A-stationer¹ skötta av SWEPOS föll valet på en station utanför Visby. Denna GPS-station refereras från och med nu i rapporten som Visbystationen. Fotografier på Visbystationen och dess omgivning kan ses i figur 3.1.

Som kan ses på bilderna ligger Visbystationen relativt öppet med en väldigt plan omgivning vilket är idealt för vår modell. Referensdata för snödjupet erhöles från SMHI vilka har en väderstation vid Visby crika 1,3 km från SWEPOS station².

En nackdel som vi noterade var den röda stugan, vilken kan ses i figur 3.1, då denna skärmar av mottagaren från inkommande GPS-signaler under vissa azimuth- och

¹Klass A-stationer är utrustade med en Dorne Margolin-antenn och står på ett stadigt fundament. Stationerna har även ett backupsystem för att undvika dataförluster vid strömbrott [6].

²SMHI:s station har koordinaterna 57.6477, 18.3494 medan SWEPOS station har koordinaterna 57.653867, 18.367306. Avståndet mellan dessa kan beräknas på exempelvis följande sida: <http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>.



Figur 3.1: Visbystationen - Till vänster ses Visbystationen från norr och till höger ses den från söder. Notera den plana och öppna omgivningen kring stationen [23].

infallsvinklar.

Efter att ha utvecklat och testat vår algoritm på Visbystationen undersökte vi om den även gick att använda på stationer med mer snöfall. Därför valdes en station vid Långträsk i Norrland ut. Även denna station hade en öppen och plan omgivning, se figur 3.2, och sköts av SWEPOS. Dock är den av klass B och har inte samma hårda krav på fundamentet och backupsystemet som klass A-stationerna [6]. Referensdata för snödjupet erhöles även här från SMHI vilka har en väderstation 42,7 km från SWEPOS station¹. Detta avstånd är egentligen lite för långt för att kunna jämföra snödjup men det var den närmsta referensstation för snödjup som fanns tillgänglig.

3.2 SNR- och referensdata

GPS-datan erhållen från SWEPOS hade en samplingsfrekvens på 15 s. Denna data är angiven i RINEX-formatet² vilket underlättar inläsning och databehandling i exempelvis beräkningsprogrammet MATLAB. Vidare används den satellitpositionsdata som satelliterna själva utsänder, så kallade *broadcast ephemeris*.

¹SMHI:s station har koordinaterna 65.3397, 19.4250 medan SWEPOS station har koordinaterna 65.3821, 20.3393. Avståndet mellan dessa kan beräknas på exempelvis följande sida: <http://www.movable-type.co.uk/scripts/latlong.html>.

²För vidare detaljer gällande RINEX-formatet, se dess dokumentation på <http://igsceb.jpl.nasa.gov/igsceb/data/format/rinex211.txt>.



Figur 3.2: Långträskstationen - Till vänster ses Långträskstationen från nordöst och till höger ses den från sydväst. Notera den plana och öppna omgivningen kring stationen samt skillnaden i fundamentet jämfört med Visbystationen [23].

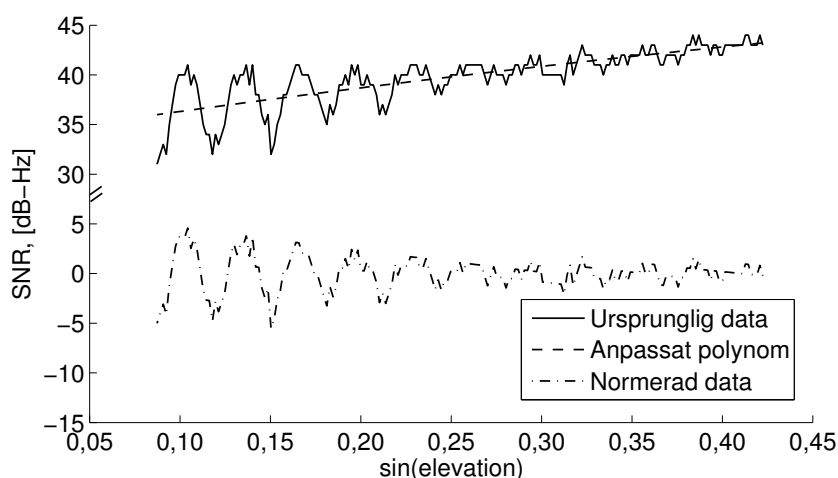
Referensvärden för snödjup har tillhandahållits av SMHI som utför dagliga mätningar med centimeternoggrannhet.

3.3 Algoritm

Vår algoritm hanterar den erhållna SNR-datan från avsnitt 3.2 i följande steg:

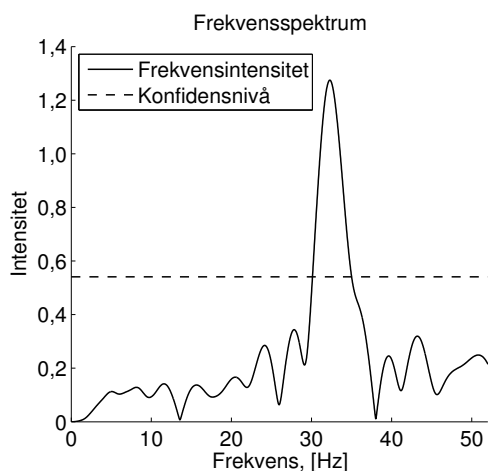
1. Daglig SNR-data läses in och varje satellits elevation- samt azimutvinklar under dagen beräknas utifrån GPS-stationens koordinater. För programkod, se appendix B.2.4 - B.2.14.
2. SNR-datan delas upp i mindre mätserier vilka innehåller data för en satellits upp- eller nedgång över horisonten. Därefter väljs endast elevationsvinklar inom intervallet $0 - 25^\circ$ ut. Se exempelvis figur 3.3, vilken definierar en mätning. Anledningen till att vi begränsar elevationsvinklarna till 25° är att vid högre vinklar blir oscillationerna i SNR-datan för små för att kunna avläsa deras frekvens. Vidare används endast mätningar med kontinuerlig data där satelliternas upp- eller nedgående banor stiger eller sjunker med mer än 15° . Detta för att välja bort de mätningar som inte innehåller tillräckligt många oscillationsperioder som behövs för att göra en noggrann frekvensbestämning.

3. Till varje mätning approximeras ett andragradspolynom vilket subtraheras från densamma för att bli av med signalstyrkans elevationsberoende, se figur 3.3. Elevationsberoendet uppkommer främst på grund av att signalen färdas en längre sträcka genom atmosfären vid lägre elevationsvinklar, men även på grund av mottagarens gain pattern.

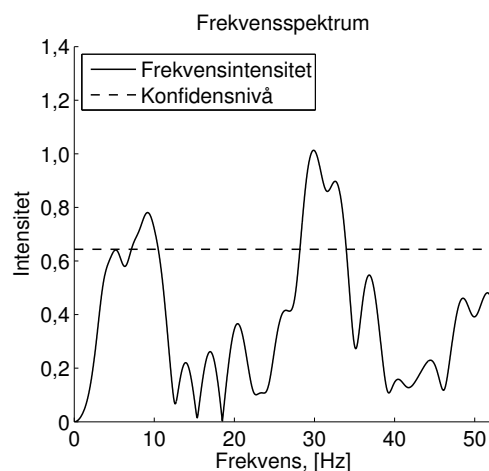


Figur 3.3: Normering av SNR-data - Ursprunglig SNR-data mot $\sin(\text{elevation})$ tillsammans med motsvarande normerad data.

4. Varje mätning frekvensanalyseras med ett så kallat normaliserat Lomb-Scargle periodogram för att hitta den sökta frekvensen i SNR-datan, vilken beskrevs i avsnitt 2.5. För en detaljerad genomgång av Lomb-Scargle-metoden, se appendix A.2. Frekvensomfånget begränsas till intervallet 0 - 53 Hz vilket motsvarar reflektionshöjder 0 - 5 m för L1-signalen enligt ekvation (2.9). Endast mätningar som är statistiskt signifikanta, det vill säga mätningar vars frekvensamplitud överstiger en nivå som med 99% sannolikhet ej är brus tas med. Se figur 3.4 samt 3.5 vilka visar Lomb-Scargle periodogrammen för två olika mätserier.
5. Den reflektionshöjd som den maximala frekvensamplituden motsvarar beräknas sedan enligt ekvation (2.9). I samma steg beräknas även hur tydlig frekvenstoppen var genom att definiera en relativ frekvensstyrka vilken ges av frekvenstoppens intensitet delat med den genomsnittliga intensiteten över frekvensbandet. Dessutom beräknas medelvärdet av satellitens azimutvinkel.

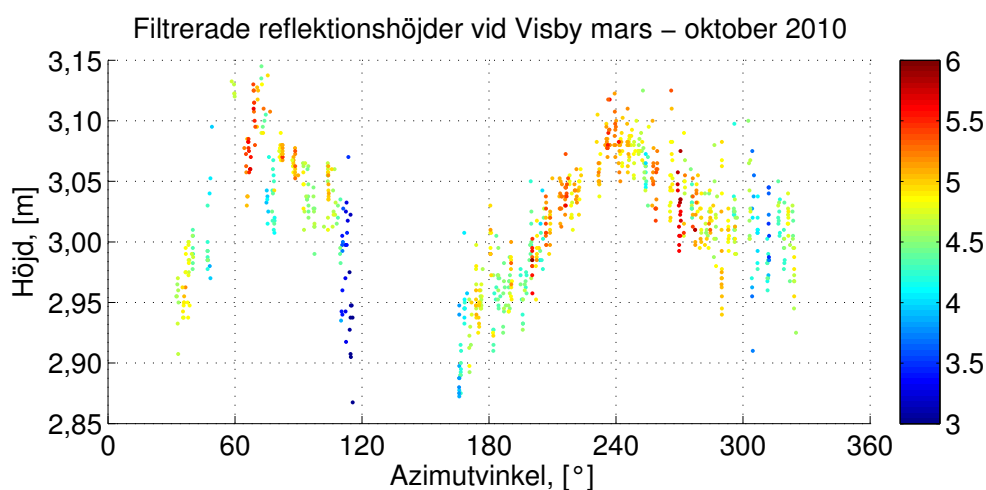


Figur 3.4: Frekvensspektrum med väldefinierad topp - Frekvenstopp med relativ frekvensstyrka 5,26. Notera att toppens intensitet är ca 2 gånger starkare än konfidensnivån vid 0,6.



Figur 3.5: Frekvensspektrum med svag topp - Frekvenstopp med relativ frekvensstyrka 2,63. Notera att två toppar når över konfidensnivån vid 0,6.

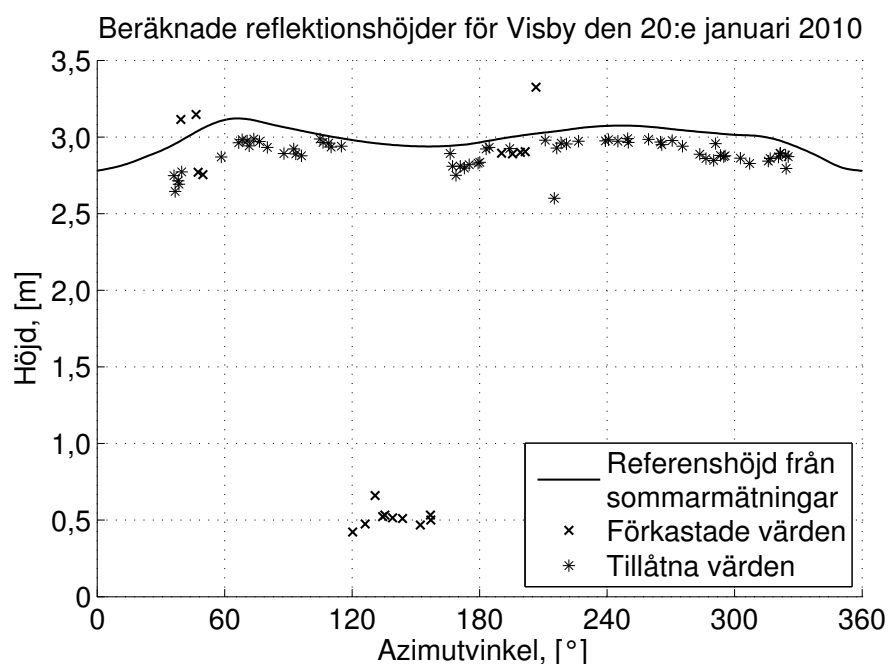
Med ovan metod analyseras SNR-data från perioder utan snö för att ta fram en referenshöjd från GPS-antennen ned till marken. Denna används sedan på SNR-data från vintern för att ta fram snödjupet. I figur 3.6 visas de reflektionshöjder från sommarmätningar som senare används vid beräkningen av snödjup.



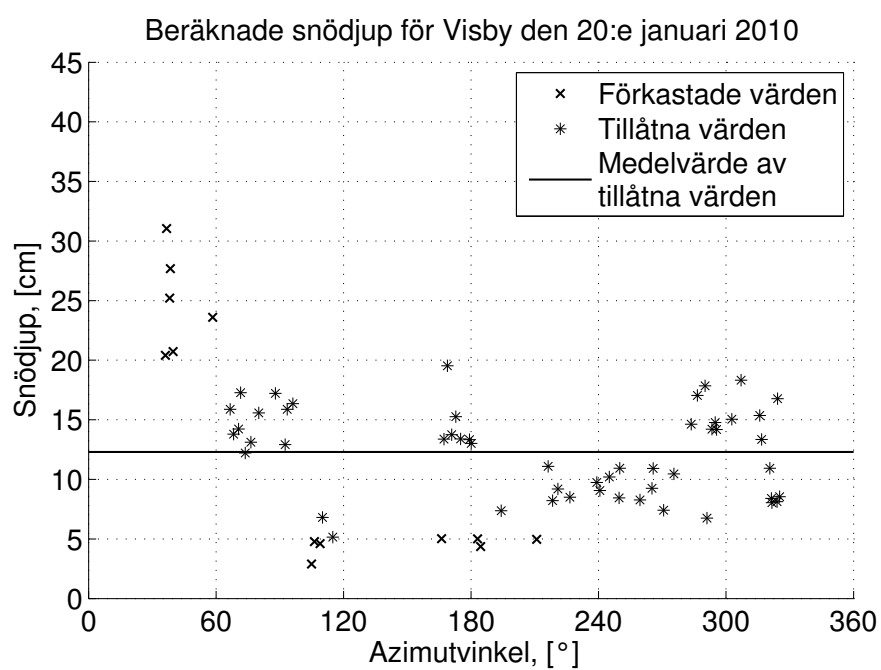
Figur 3.6: Reflektionshöjder - Figuren visar reflektionshöjder för olika azimutvinklar för Visby under sommaren 2010.

Därefter beräknas snödjupet för varje dag enligt följande metod:

- Reflektionshöjder under en dag begränsas till azimutintervall där tydliga markreflektioner från sommarmätningarna har uppmätts. Se figur 4.1 och 4.7. Vidare förkastas reflektionshöjder som är högre än GPS-mottagarens höjd över marken plus en offset på 10 cm för att ta hänsyn till eventuella störningar.
- Vidare förkastas även mätningar vars relativa frekvensstyrka är mindre än tre.
- Snödjupen beräknas nu genom att subtrahera enligt tidigare kriterier utvalda reflektionshöjder från den beräknade referenshöjden som erhållits från sommarmätningar. Se figur 3.7.
- Därefter utesluts de yttersta 10 percentilerna för att minska inverkan av extremvärden. Snödjupet beräknas nu som medelvärdet av de kvarvarande snödjupen. Se figur 3.8.



Figur 3.7: Urval av reflektionshöjder - Figuren visar steg a - b angivna ovan.



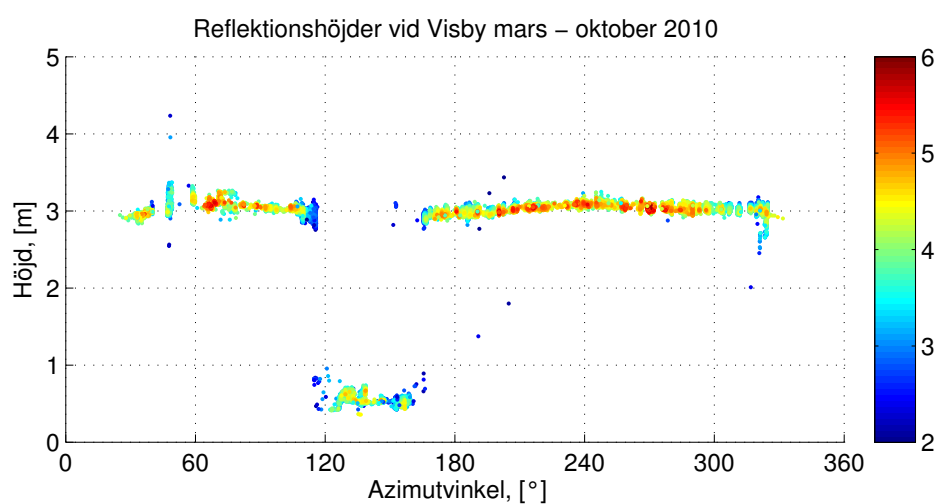
Figur 3.8: Urval av snödjup - Figuren visar steg c - d angivna ovan.

Kapitel 4

Resultat

4.1 Visby

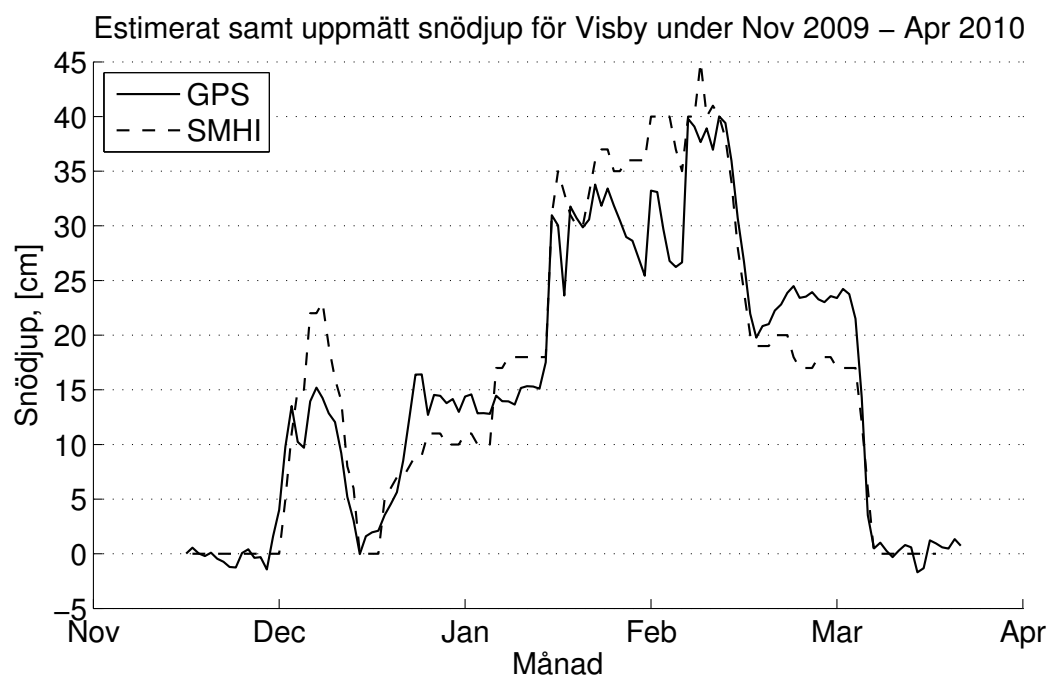
I detta avsnitt analyseras resultat från Visbystationen över vintrarna 2009 - 2010 och 2010 - 2011 samt sommaren 2010. I figur 4.1 plottas reflektionshöjder mot azimutvinkel för sommaren 2010. Där kan även den relativa frekvensstyrkan för alla mätningar ses.



Figur 4.1: Höjdestimeringar vid Visby - Figuren visar reflektionshöjder samt varje mätningens relativa frekvensstyrka vid Visby under perioden mars - oktober 2010. Ett tydligt hopp i reflektionshöjder kan urskiljas för azimutvinklarna 120 - 170°, vilka motsvarar azimutintervallet som skärmas av stugan, se figur 4.16.

Kapitel 4. Resultat

I figur 4.2 samt 4.3 har beräkningar från vår metod, GPS-snödjup, plottats tillsammans med referensvärden från SMHI, SMHI-snödjup. Genom att studera resultaten över hela vintrar kan mer övergripande egenskaper hos beräkningsmodellen analyseras.

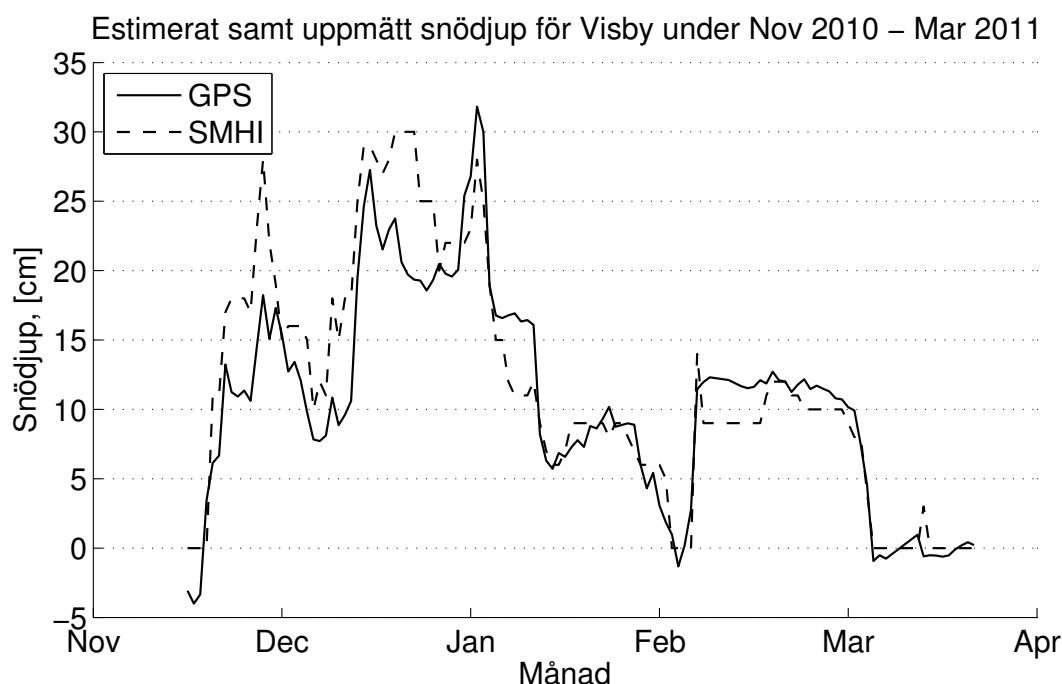


Figur 4.2: Snöestimeringar Visby 2009 - 2010 - Beräknat GPS-snödjup tillsammans med SMHI-snödjup.

Vad som kan ses i figur 4.2 samt figur 4.3 är att snödjupsestimeringarna från vår metod tenderar i stort att följa referensdatan insamlad av SMHI, 1,3 km från GPS-stationen.

En jämförelse mellan beräknade snödjup och referenssnödjup har plottats i figur 4.4 för vintrarna 2009 - 2010 och 2010 - 2011. SMHI-snödjupet har plottats på y -axeln och GPS-snödjupet har plottats på x -axeln. Om all beräknad data hade följt referensdatan perfekt hade alla punkterna legat på linjen $y = x$.

I fallet Visby ligger den anpassade linjen något över $y = x$. Detta betyder att GPS-snödjupen tenderar att vara något lägre än SMHI-snödjupen.



Figur 4.3: Snöestimeringar Visby 2010 - 2011 - Beräknat GPS-snödjup tillsammans med SMHI-snödjup.

4.1.1 Statistisk analys

Något som är viktigt att analysera är korrelationen mellan SMHI-snödjup och GPS-snödjup som vid kvadrering är ett mått på hur stor del av variationen i GPS-snödjup som är direkt relaterat till variationen i SMHI-snödjup. För att få ett konkret mått på hur mycket GPS-snödjupet och SMHI-snödjupet avviker från varandra används metoden *Root Mean Square* (RMS). Differensen mellan SMHI-snödjup och GPS-snödjup är också intressant att studera, denna visas för vintern 2009 - 2010 samt 2010 - 2011 i figur 4.5 respektive 4.6.

Korrelationen mellan SMHI-snödjup och GPS-snödjup för vintern 2009 - 2010 beräknades till 0,95. Kvadraten av korrelationen blir således 0,90 vilket betyder att om SMHI-snödjupet ökar är sannolikheten 90 % att GPS-snödjupet också ökar. Denna vintern beräknades RMS till 4,41 cm.

Figurerna 4.5 samt 4.6 visar på att de två metoderna att mäta snödjup med GPS-

Kapitel 4. Resultat

signaler och med mätstickor skiljer sig åt. Detta kommer att beröras närmare i senare diskussion, se avsnitt 5.3.

När en sannolikhetsfördelning inte är känd kan en metod som kallas *bootstrap*¹ användas för att analysera datan. Hur ett konfidensintervall genom användning av bootstrap erhålls finns beskrivet i [25].

Ett konfidensintervall på 95 % för medelvärdet av differensen mellan GPS-snödjup och SMHI-snödjup beräknades vintern 2009 - 2010 till att vara [-0,30 cm; 1,25 cm], från ett bootstrap-test med 1500 återsamplingsar.

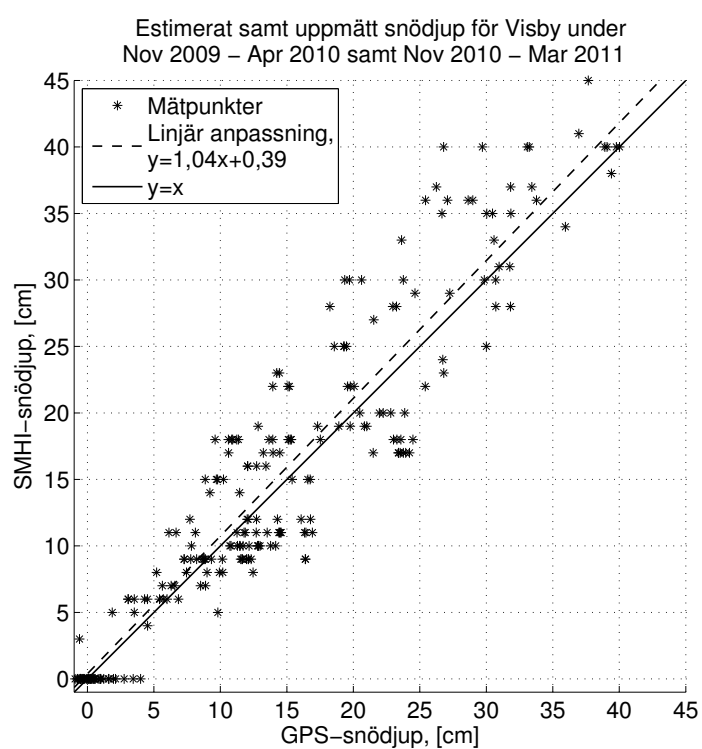
Ovanstående analys utförs även för datan från Visbystationen över vintern 2010 - 2011. Korrelationen mellan SMHI-snödjup och GPS-snödjup beräknades till att vara 0,91 för denna vintern. Kvadraten av korrelationen blir således 0,83. Denna vintern beräknades RMS till att vara 3,85 cm. Ett konfidensintervall på 95 % för medelvärdet av differensen mellan GPS-snödjup och SMHI-snödjup beräknades vintern 2010 - 2011 till att vara [0,61 cm; 1,95 cm], från ett bootstrap-test med 1500 återsamplingsar.

Nedan ges en kort sammanfattning av den statistiska analysen för Visby i tabell 4.1, där R = korrelationskoefficienten och KI = konfidensintervallet för medelvärdet.

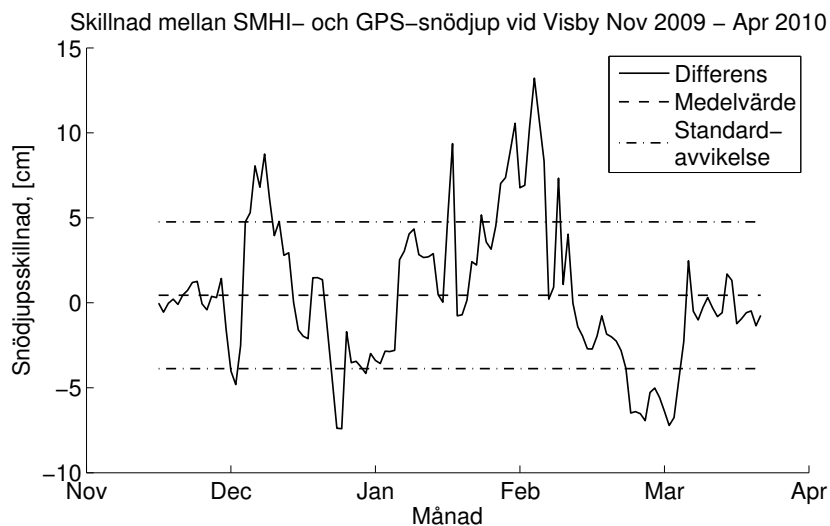
Tabell 4.1: Sammanställning av statistisk analys för Visby.

Vinter	R	R^2	RMS [cm]	KI [cm]
2009 - 2010	0,95	0,90	4,41	[-0,30; 1,25]
2010 - 2011	0,91	0,83	3,85	[0,61; 1,95]

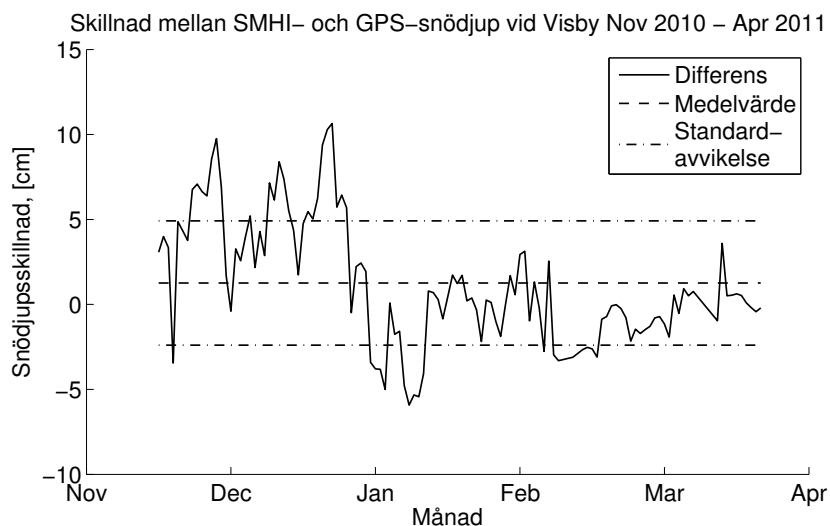
¹För en introduktion till bootstrap hänvisas läsaren till [24].



Figur 4.4: Jämförelseplot - SMHI-snödjup plottat mot motsvarande GPS-snödjup. En linjär anpassning av mätpunkterna har gjorts och dess ekvation visas i figuren.



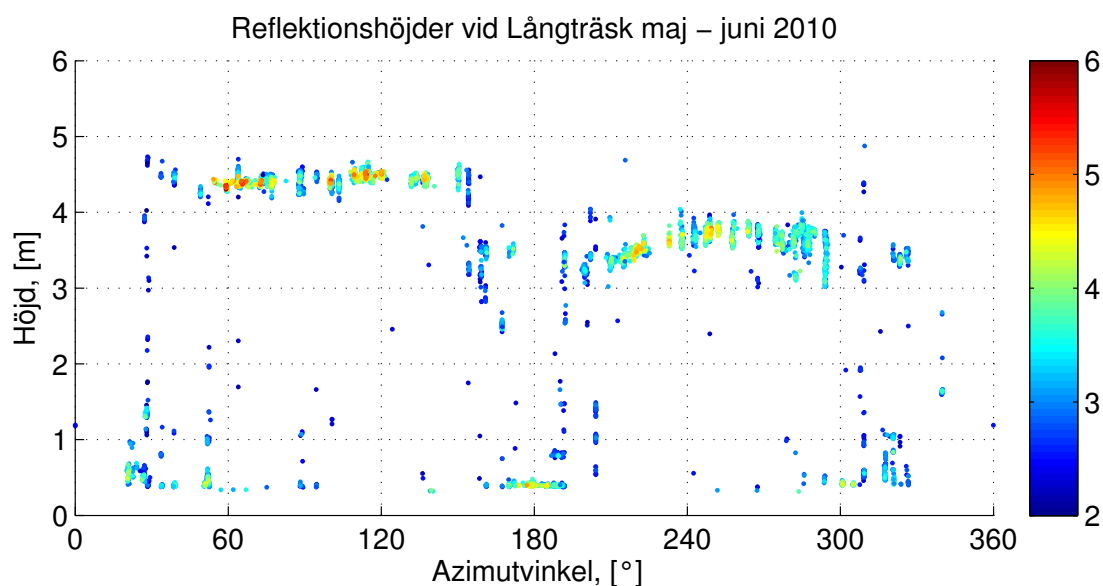
Figur 4.5: Differensplott Visby vintern 2009 - 2010 - Figuren visar skillnaden mellan GPS-snödjup och SMHI-snödjup under vintern 2009 - 2010. Den heldragna linjen visar medelvärdet, 0,49 cm, av differensen medan de streckade linjerna är medelvärdet $\pm$ standardavvikelsen, 4,40 cm. Då differensen är positiv betyder det att SMHI:s mätvärde är större än det beräknade GPS-snödjupet.



Figur 4.6: Differensplott Visby vintern 2010 - 2011 - Figuren visar skillnaden mellan SMHI-snödjup vid referensstationen och GPS-snödjup under vintern 2010 - 2011. Den heldragna linjen är medelvärdet 1,26 cm, av differensen medan de streckade linjerna är medelvärdet $\pm$ standardavvikelsen 3,66 cm. Då differensen är positiv betyder det att SMHI:s mätvärde är större än det beräknade GPS-snödjupet.

4.2 Långträsk

I detta avsnitt analyseras resultat från Långträskstationen över vintrarna 2009 - 2010 och 2010 - 2011 samt sommaren 2010. I figur 4.7 visas reflektionshöjder mot den azimutvinklar för sommaren 2010. Där visas den relativa frekvensstyrka för alla mätningar. Dessa reflektionshöjder används senare när snödjupet beräknas.

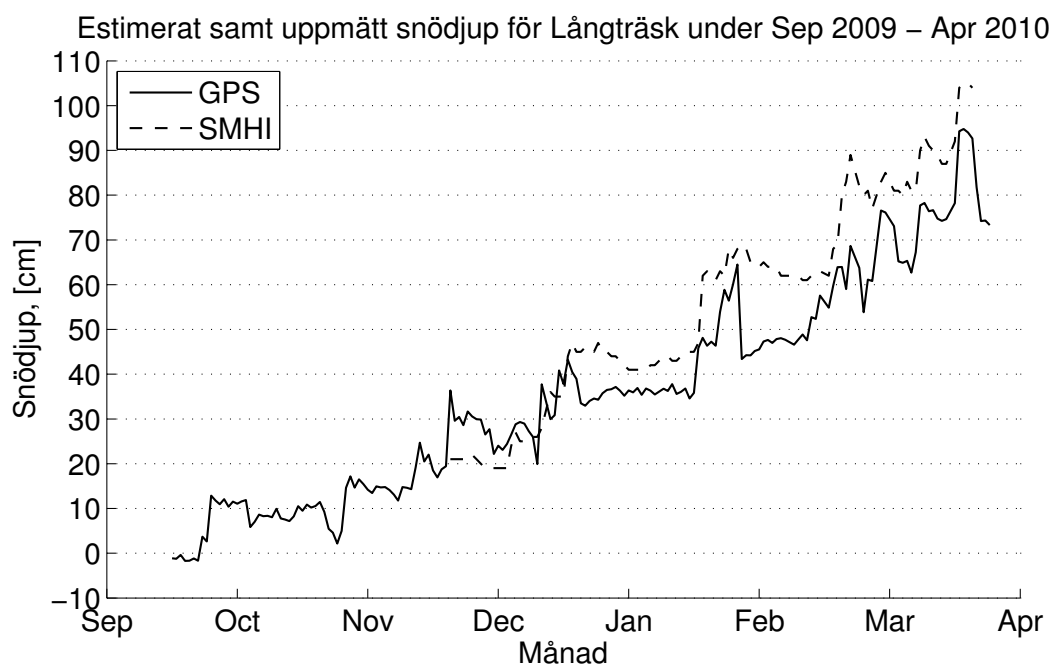


Figur 4.7: Höjdestimering vid Långträsk - Figuren visar reflektionshöjder samt varje mätningens relativa frekvensstyrka vid Långträsk under perioden maj - juni 2010.

I figur 4.8 samt 4.9 har GPS-snödjup plottats tillsammans med SMHI-snödjup. Genom att studera estimeringarna över hela vintrar kan mer övergripande egenskaper hos beräkningsmodellen analyseras.

Vad som kan ses i figur 4.8 samt figur 4.9 är att snödjupsestimeringarna från vår metod tenderar att följa referensdatan insamlad av SMHI väl, trots det långa avståndet på 42,7 km mellan stationerna.

En jämförelse mellan beräknade GPS-snödjup och SMHI-snödjup visas i figur 4.10 för vintrarna 2009 - 2010 och 2010 - 2011. SMHI-snödjupet har plottats på y -axeln och GPS-snödjupet har plottats på x -axeln. Om all beräknad data hade följt referensdatan perfekt hade alla punkterna legat på linjen $y = x$.



Figur 4.8: Snöestimeringar Långträsk 2009 - 2010 - Filtrerad och behandlad data tillsammans med motsvarande referensvärden från SMHI.

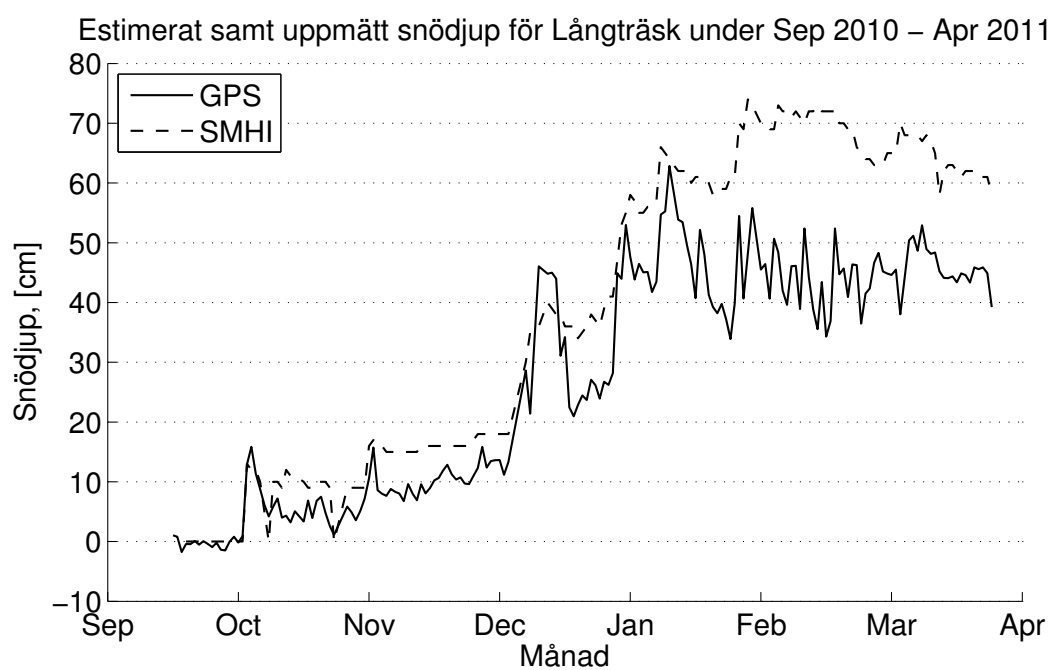
Här kan en tydlig överblick för hur bra den beräknade datan följer referensdatan fås. I detta fall har den anpassade linjen lutningen 1,19 för båda vintrarna. Detta betyder att GPS-snödjupet genomgående är något lägre än SMHI-snödjupet.

4.2.1 Statistisk analys

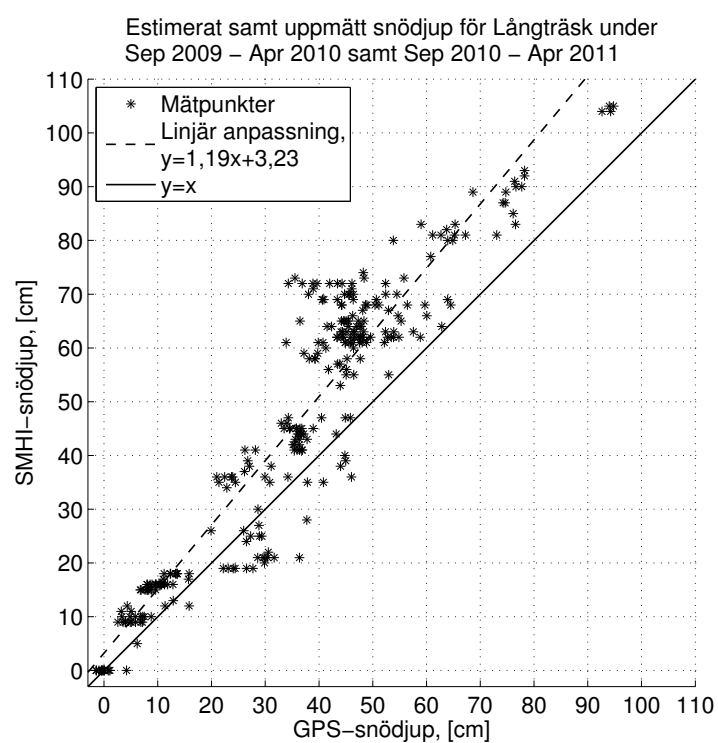
Analysen för Långträsk görs på samma sätt som för Visby i avsnitt 4.1.1. Resultaten från analysen presenteras i tabell 4.2. Differensen mellan SMHI-snödjup och GPS-snödjup för vintern 2009 - 2010 samt vintern 2010 - 2011 visas i figur 4.11 respektive 4.12.

Tabell 4.2: Sammanställning av statistisk analys för Långträsk.

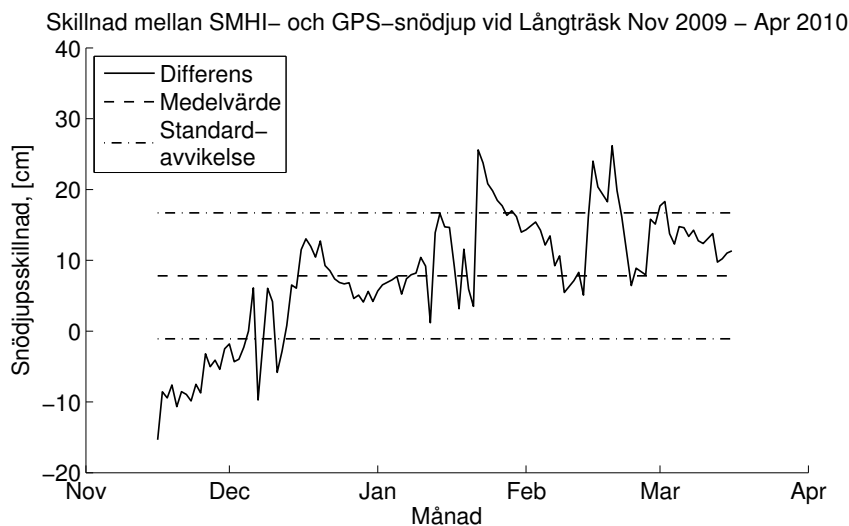
Vinter	R	R^2	RMS [cm]	KI [cm]
2009 - 2010	0,95	0,90	11,80	[6,19; 9,41]
2010 - 2011	0,96	0,92	15,11	[10,14; 13,03]



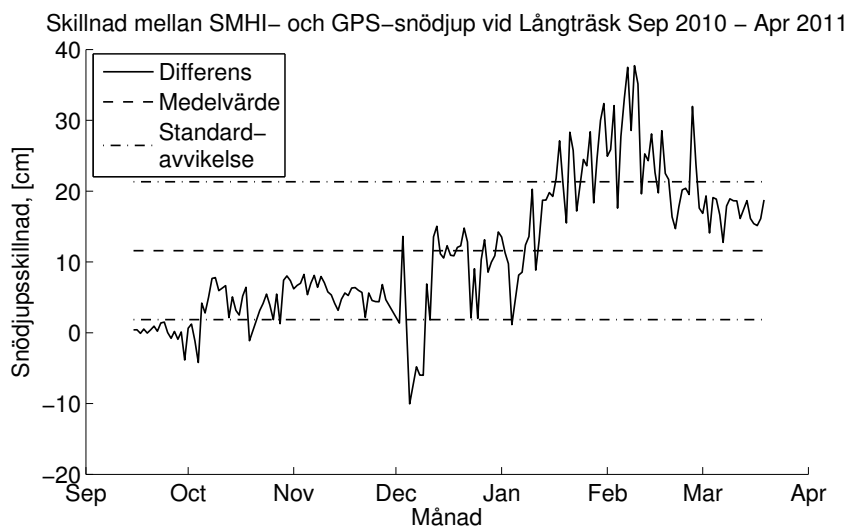
Figur 4.9: Snöestimeringar Långträsk 2010 - 2011 - Filtrerad och behandlad data tillsammans med motsvarande referensvärden från SMHI.



Figur 4.10: Jämförelseplot - SMHI-snödjup plottat mot motsvarande GPS-snödjup. En linjär anpassning av mätpunkterna har gjorts och dess ekvation visas i figuren.



Figur 4.11: Differensplott Långträsk vintern 2009 - 2010 - Figuren visar skillnaden mellan SMHI-snödjup vid referensstationen och GPS-snödjup under vintern 2009 - 2010. Den heldragna linjen är medelvärdet, 7,81 cm, av differensen medan de streckade linjerna är medelvärdet $\pm$ standardavvikelsen 8,89 cm. Då differensen är positiv betyder det att SMHI:s mätvärde är större än det beräknade GPS-snödjupet.



Figur 4.12: Differensplott Långträsk vintern 2010 - 2011 - Figuren visar skillnaden mellan SMHI-snödjup vid referensstationen och GPS-snödjup under vintern 2010 - 2011. Den heldragna röda linjen är medelvärdet, 11,58 cm, av differensen medan de streckade linjerna är medelvärdet $\pm$ standardavvikelsen 9,74 cm. Då differensen är positiv betyder det att SMHI:s mätvärde är större än det beräknade GPS-snödjupet.

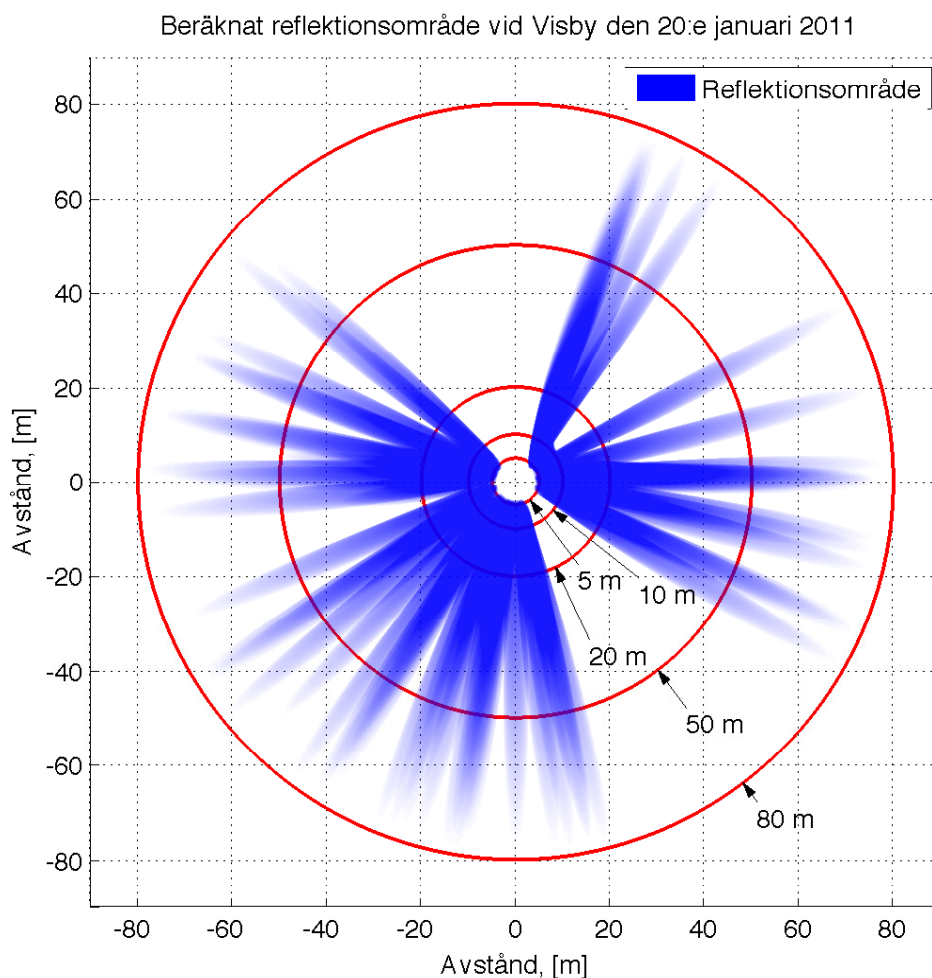
4.3 Mätområde och reflektionspunkter

I avsnitt 2.8 beskrevs metoden för att kalkylera mätområdet som bidrar till beräkningen av snödjupet. Genom att beräkna formen samt positionen på reflektionsområdena och sedan plotta dem kan en tydlig överblick över det totala området som bidragit till mätvärdet fås. Detta har gjorts för Visbystationen i figur 4.13 och för Långträskstationen i figur 4.14. Områdena som plottats i dessa figurer beskriver reflektionsytan för de GPS-signaler som sedan träffar mottagaren och tas med i beräkningen av snödjupet.

För att få en uppskattning av storleken på den totala mätytan som bidragit till mätvärdet för Visby respektive Långträsk beräknas först storleken på hela den yta som mätvärden kan tas från. Som kan ses i figur 4.13 och figur 4.14 hamnar reflektionsområdena på ett avstånd mellan 5 m och 80 m från stationen. Storleken på detta område blir då $\pi((80\text{ m})^2 - (5\text{ m})^2) \approx 2,0 \cdot 10^4 \text{ m}^2$, det vill säga differensen av arean hos två cirklar med radierna 80 m respektive 5 m. Uppskattningsvis täcks ungefär 15 - 50 % av denna yta av mätområdet beroende på vilken station som mätningarna sker vid vilket ger ett totalt mätområde med en area mellan 3000 - 10000 m². Det är dock inte säkert att hela detta område har bidragit till mätvärdena eftersom ett värde kan registreras av mottagaren även om signaler från hela första fresnelzonen inte har gått fram. Som slutsats går det med god marginal att säga att mätområdet är minst av storleksordningen 10³ m². Lägg märke till att data från hela området på $2,0 \cdot 10^4 \text{ m}^2$ har kunnat registrerats och analyserats, så indirekt påverkar hela detta område mätningen.

Dessa typer av plottar kan också användas för att undersöka terrängen runt mätstationen. Genom att endast plotta fascentrum för reflektionerna kan en tydligare överblick över mätstationen erhållas. De områden där det saknas reflektionspunkter innehåller då någon form av terräng som hindrar signalen. Det kan till exempel vara att reflektionsytan lutar för mycket eller att det står något som blockerar signalerna i den riktningen.

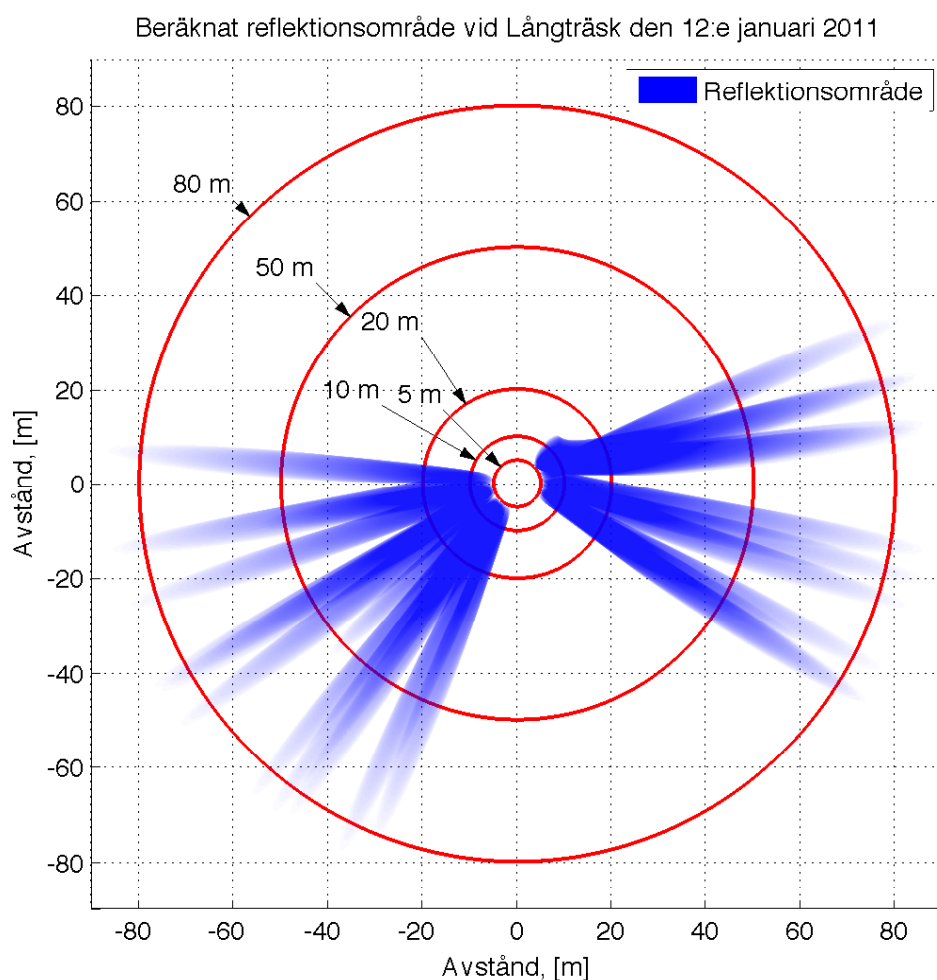
I figur 4.15 har denna typ av analys gjorts för Visbystationen och där syns tydligt att signaler som inkommer från sydsydost inte tas med i beräkningen. Vid undersökning av mätstationen noterades att det stod ett hus där som blockerar inkommande signaler, se figur 4.16. Lägg märke till att endast mittpunkten av mätområdet plottats i figur 4.15 för att ge en tydligare överblick.



Figur 4.13: Reflektionsområde - Plot av det reflektionsområde som bidrog till mätningen vid Visby den 20 januari 2011. Mottagarantennen befinner sig i origo och x-axeln går i Väst-Östlig led medan y-axeln går i Syd-Nordlig led. Ju mörkare en yta är, desto fler gånger har den använts i mätningen. Cirklarna markerar radiella avstånd från stationen.

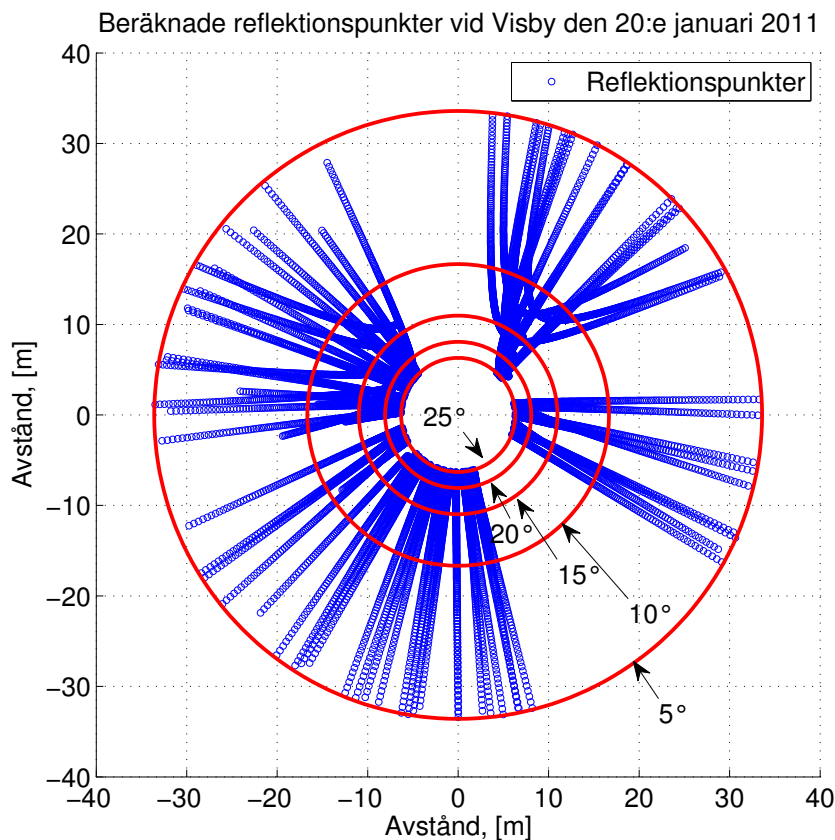
4.4 Inverkan av lutande reflektionsplan

I avsnitt 2.6 härleddes hur en lutande reflektionsyta bör hanteras vid beräkning av snödjup med hjälp av SNR-data. Eftersom det oftast är svårt att ta hänsyn till hur marken runt en mätstation lutar så är det viktigt att analysera hur mycket ett lutande



Figur 4.14: Reflektionsområde - Plot av det reflektionsområde som bidrog till mätningen vid Långträsk den 12 januari 2011. Mottagarantennen befinner sig i origo och x-axeln går i Väst-Östlig led medan y-axeln går i Syd-Nordlig led. Ju mörkare en yta är, desto fler gånger har den använts i mätningen. Cirklarna markerar radiella avstånd från stationen.

reflektionsplan påverkar motsvarande beräknad reflektionshöjd. Detta kommer att göras genom att beräkna reflektionshöjden som fås för ett visst segment av mätdata då det antas att reflektionplanet har en viss lutning. Den mätdata som analyseras kommer från en signal som har reflekteras på en plan yta, det vill säga $\alpha = 0$ och $\beta = 0$ enligt definitionerna i avsnitt 2.6. Värdet på höjden för $\alpha = 0$ och $\beta = 0$ är alltså det riktiga



Figur 4.15: Reflektionspunkter - Plot av de reflektionspunkter som bidrog till mätningen vid Visby den 20 januari 2011. Mottagarantennen befinner sig i origo och x-axeln går i Väst-Östlig led medan y-axeln går i Syd-Nordlig led. De röda cirklarna markerar reflektionspunkter för markerad elevationsvinkel.

värdet vilket även stämmer väl överens med medelvärdet över hela dagen.

De höjder som beräknats då reflektionsplanet antagits ha en viss lutning visas i figur 4.17. Det syns att avvikelser från det verkliga värdet har ett regelbundet beteende då α inte är större eller mindre än $\pm 5^\circ$. Det beräknade värdet blir då något större än det verkliga värdet. För stora α blir avvikelserna oregelbundna och det kan uppstå extrema avvikelser för den beräknade reflektionshöjden. För β är inverkan inte lika stor, β skilt från noll ger ett något lägre beräknat värde än det verkliga värdet.

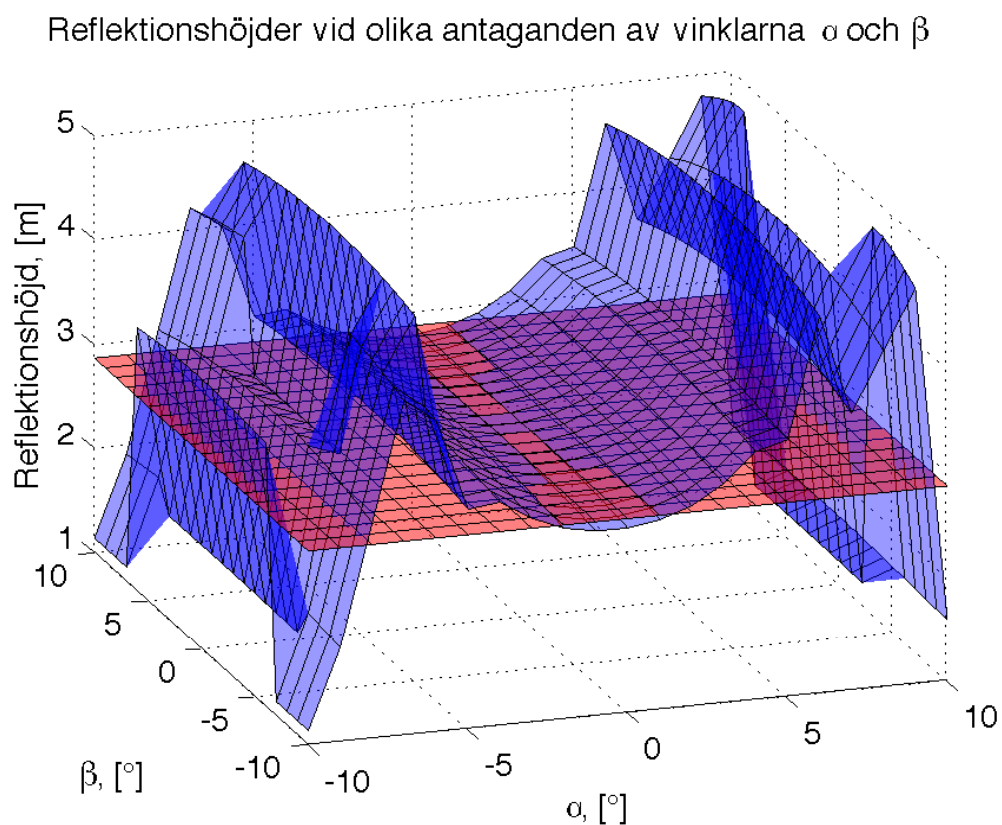
I figur 4.18 har den relativa frekvensstyrkan för olika antaganden av α respektive β



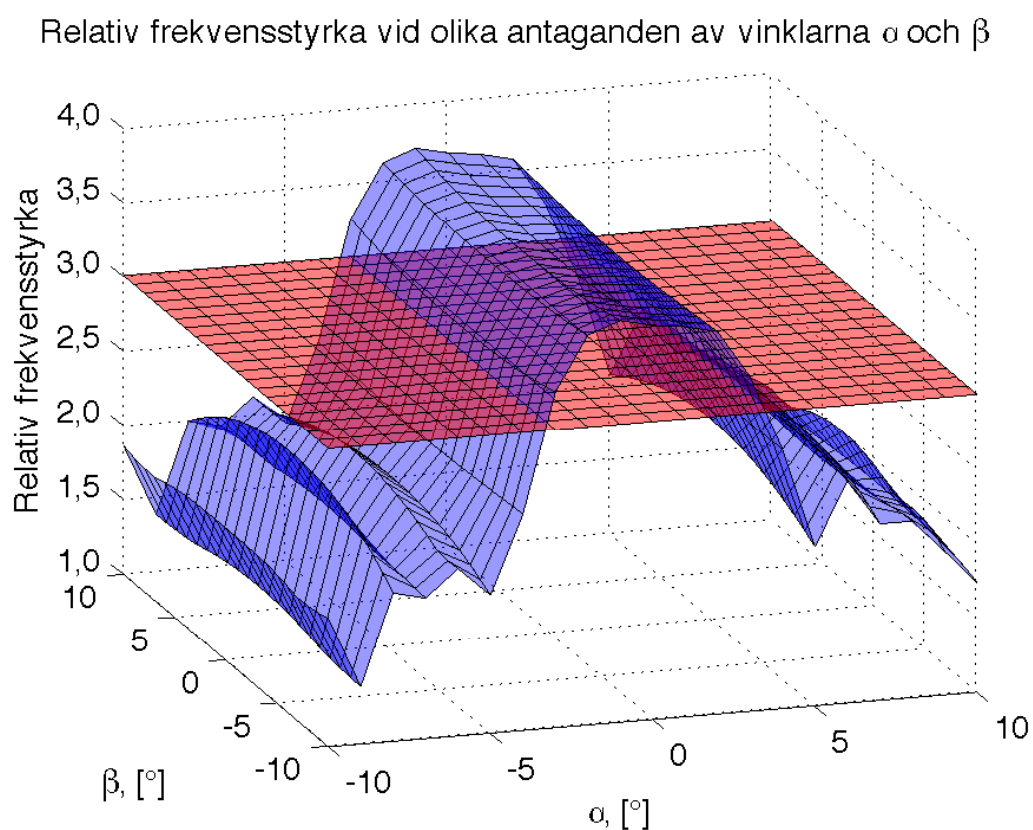
Figur 4.16: Visbystationen - Bild på GPS-stationen vid Visby tagen från norr [23].

plottats. Ett framträdande fenomen för α är att vid större vinklar blir den relativa frekvensstyrkan lägre. För vinklar på $\pm 4^\circ$ är den beräknade relativa frekvensstyrkan under den lägst tillåtna gränsen och skulle alltså ha sorterats bort av algoritmen. För β är effekten inte så stor och den relativa frekvensstyrkan blir ungefär lika hög oavsett värdet på β .

Detta visar att denna metod är väldigt känslig för ojämnheter i terrängen runt mätstationen. Även en svag lutning av reflektionsplanet i α -led kan medföra starka avvikelser på de beräknade reflektionshöjderna, en positiv iakttagelse är dock att den relativa frekvensstyrkan även påverkas tydligt då reflektionsplanet lutar. Detta utnyttjas vid sållandet av datan vilket beskrevs i avsnitt 3.3.



Figur 4.17: Reflektionshöjder - Plot av de reflektionshöjder som beräknats då reflektionsplanet antagits ha lutningen α och β . Den plana ytan representerar det verkliga värdet medan den krökta ytan representerar reflektionshöjder beräknade för ett lutande reflektionsplan.



Figur 4.18: Relativ frekvensstyrka - Plot av den relativa frekvensstyrkan då reflektionsplanet antagits ha lutningen α och β . Den plana ytan representerar gränsen för vilka värden som sorteras bort av algoritmen, det vill säga alla värden med en relativ frekvensstyrka lägre än 3. Den krökta ytan visar de beräknade relativa frekvensstyrkorna för respektive lutning.

Kapitel 5

Diskussion

5.1 Förväntade resultat

Eftersom det för närvarande inte finns något vedertaget sätt att estimerar snödjup automatiskt i Sverige, hade vi förhoppningar om att vår metod skulle bli tillräckligt allmängiltig för att kunna appliceras på ett flertal befintliga GPS-stationer. Framför allt förväntade vi oss att GPS-snödjupen i stort skulle följa SMHI-snödjupen. Detta för att om så var fallet skulle en GPS-metod för att estimerar snödjup med redan existerande GPS-stationer kunna installeras och användas runt om i Sverige. Tillsammans med förväntningen av en automatiserbar metod skulle ett system för att mäta snödjup med GPS-signaler kunna komplettera eller ersätta nuvarande system.

5.2 Erhållna resultat

För att kunna analysera vår modell togs resultaten i avsnitt 4.1 samt 4.2 fram med antagandet att SMHI:s mätningar var de korrekta snödjupen. Senare i avsnitt 5.3.1 tas det upp att avstånden till referensstationerna kan vara för stora för att dessa ska kunna ge rättvisa referensdata vid jämförelse. Detta betyder att analysen som gjordes i avsnitt 4.1.1 samt i 4.2.1 kan ha gett missvisande resultat. För att kunna göra mer korrekta analyser skulle referensmätningarna behöva göras på plats.

Kapitel 5. Diskussion

I figurerna 4.2 samt 4.3 för Visby och 4.8 samt 4.9 för Långträsk, kan tydligt ses att vår modell följer trenderna i SMHI-snödjupen. Korrelationsfaktorerna som erhöles i avsnitten 4.1.1 och 4.2.1 visar också de på att GPS-snödjupen tenderar att följa SMHI-snödjupen. Det faktum att GPS-snödjupen från modellen följer trenderna kan ses som ett tecken på att modellen reagerar då det snöar eller töar, vilket är en grundläggande egenskap för ett snödjupmätningssystem.

Korrelationskoefficienterna för Långträsk var större än korrelationskoefficienterna för Visby vilket innebär att GPS-snödjupet att följer SMHI-snödjupet bättre för Långträsk än för Visby. Att enbart studera korrelationskoefficienterna ger dock inte en rättvis bild över vilken GPS-station som gett de mest pålitliga mätningarna. Genom att studera korrelationskoefficienterna tillsammans med RMS fås en mer rättvis bedömning. RMS var 4,41 cm samt 3,85 cm för Visby jämfört med 11,80 cm samt 15,11 cm för Långträsk, för vintrarna 2009 - 2010 respektive 2010 - 2011. På grund av att RMS var mycket lägre för Visby och korrelationskoefficienterna var höga för både Visby och Långträsk kan man dra slutsatsen att GPS-snödjupen från Visby är mer tillförlitliga än snödjupen från Långträsk.

Slutsatsen ovan styrks ytterligare genom att studera jämförelsefigurerna 4.4 för Visby samt 4.10 för Långträsk där SMHI-snödjup har plottats mot GPS-snödjup. Den linjära anpassningen till punkterna för Visby följer kurvan $y = x$ bättre än vad den gör för Långträsk, då dess lutning är 1,04 jämfört med Långträsk på 1,19. Detta skulle kunna innebära att metoden fungerar sämre vid högre snödjup, vilket är fallet för Långträsk, dock får noteras att referensvärden för snödjup tas från en station cirka 4 mil bort.

5.3 Avvikelser

Som vi kan se avviker våra erhållna resultat från SMHI-snödjupen. Det finns ett flertal olika faktorer som detta kan bero på och de med störst inverkan undersöks i detta avsnitt.

5.3.1 Referensdata

Den referensdata som vi använt har som tidigare nämnts erhållits från SMHI:s väderstationer. Där mäts snödjupet enligt den metod som beskrivs i avsnitt 2.1.1. Dessa värden är alltså pålitliga och ger ett representativt värde på snödjupet. Dock ligger SMHI:s väderstationer en bit bort från de SWEPOS-stationerna som vi har fått vår data från. För Visby är detta avstånd 1,3 km medan det för Långträsk är 42,7 km. På så stora avstånd finns det en stor risk att snödjupen skiljer sig åt. Det går alltså inte dra slutsatsen att skillnaden mellan våra resultat och referensdatan inte beror på verkliga skillnader i snödjup mellan SWEPOS-stationen och SMHI-stationen, framför allt inte för Långträsk.

5.3.2 Reflektion och inträngningsdjup

Vårt antagande att GPS-signaler helt reflekteras mot en snöyta är en betydande felkälla. I avsnitt 2.7 visade det sig att andelen reflekterad intensitet till stor del beror på snötypen och elevationsvinkeln. Något som visade sig i exempelvis figur 2.8 var att desto mer vatten snön innehåller desto mer intensitet kommer att reflekteras direkt från snöytan. För torrare snö betyder detta att en viss del av signalen kommer att transmitta snöytan och reflekteras inifrån snölagret eller från marken. Viktigt att notera i figur 2.8 är att den kraftigt överdriver andelen transmitterad signal då figuren enbart visar andelen intensitet som reflekteras spekulärt.

På grund av att GPS-signalerna tränger in och reflekteras längre in i snön, än vad vår metod tar hänsyn till, kommer vår algoritm att ge ett för lågt värde på snödjupet. Detta stämmer väl överens med det vi kan se i avsnitten 4.1 och 4.2 där vi generellt erhåller ett för lågt värde på snödjupet jämfört med SMHI:s referensvärden.

Det faktum att andelen transmitterad GPS-signal minskar avsevärt då andelen snöbundet vatten ökar betyder att vår modell borde fungera mycket bättre för blöt snö jämfört med torr snö. Detta kan vara en av orsakerna till att vi i figurerna 4.5, 4.6, 4.11 samt 4.12 noterar att vår algoritm tenderar att fungera sämre för stora snödjup jämfört med små. En möjlig förklaring är att snön troligtvis är torrare, vilket skulle betyda att signalerna således reflekteras till största delen inifrån snölagret.

5.3.3 Ojämnheter i reflektionsytan

I modellen som använts i denna rapport har vi utgått från att reflektionsytan runt stationen är helt jämn och plan. Detta är för det mesta inte fallet och det är därför viktigt att algoritmen som vi använder även klarar av icke ideala förhållanden. Istället för att försöka modellera påverkan av en ojämn och lutande yta vilket oftast är väldigt invecklat, framför allt om stationens topologi inte är känd, har vi istället utnyttjat det faktum att vi har tillgång till väldigt stora mängder data för varje dag som vi ska beräkna snödjupet för.

Vi har således försökt minimera påverkan av dessa aspekter genom att filtrera bort signaler som troligtvis kommit från en ojämn yta. De signaler vi använder vid själva beräkningen av snödjupet kommer därför från relativt släta och plana ytor.

Dock kan även en väldigt liten lutning av planet ge stor inverkan, vilket har visats i avsnitt 4.4. Där visas även hur den relativa frekvensstyrkan minskar för lutande reflektionsplan. Den beräknade höjdskillnaden mellan GPS-mottagaren och reflektionsytan blir enligt avsnitt 4.4 oftast något högre än det verkliga värdet för lutande reflektionsplan. Denna effekt tillkommer dock både vid sommarmätningarna och vintermätningarna vilket gör att den inte påverkar resultatet lika mycket.

En annan aspekt som vi inte har tagit hänsyn till är att snötäcket vid större snödjup tenderar att fylla ut gropar och ojämnheter i marken. På så sätt blir inte formen på snöytan samma som för marken, vilket leder till missvisande värden på grund av vår azimutberoende reflektionshöjd från sommaren.

5.4 Jämförelse med andra metoder

I avsnitt 2.1 berördes några andra metoder för snödjupsmätning och deras för- samt nackdelar. När vi jämför vår metod med andra metoder för snödjupsmätning så finns det framförallt tre egenskaper vilka vi anser bör jämföras:

- **Noggrannhet** - Hur stor mätupplösningen är samt hur väl värdet stämmer överens med verkligheten.

- **Känslighet** - Hur känslig metoden är exempelvis drivbildning eller andra avvikelser i terrängen.
- **Underhåll** - Hur mycket arbete metoden kräver.

Hur väl värdet stämmer överens med verkligheten kan vara svårt att uppskatta, framförallt för vår metod eftersom vi inte har tillgång till referensvärden vid stationerna. Dock är det rimligt att anta att vår metod skiljer sig något mer från verkligheten jämfört med SMHI:s metod samt ultraljudsmätningar. SMHI:s metod är väldigt pålitligt eftersom de väderobservatörer som utför mätningarna kan leta upp mätpunkter som ser ut att representera medelvärdet bra. Ultraljudsmätningarna har väldigt bra mätupplösning och ger ett värde som stämmer väl överens med verkligheten på den mätyta som används.

När det gäller känslighet för drivbildningar och andra avvikelser i terrängen är det oftast storleken på mätarean som är intressant. Här klarar sig vår metod jämförelsevis bra med en mätarea i storleksordningen 10^3 m^2 . SMHI:s metod klarar sig även den rätt bra eftersom de som utför mätningarna lätt kan ta hänsyn till avvikelser i terrängen. Vid varje observationstillfälle ska också fem mätningar inom ett område på 400 m^2 tas, vilket ger en minskad påverkan för avvikelser i terrängen. För ultraljudsmätning är känsligheten klart högre då mätytan uppgår till några få kvadratmeter. Skulle det då ha bildats en lokal avvikelse på denna mätyta har den väldigt stor inverkan på snödjupsvärdet vilket gör att det lätt kan bli missvisande.

Vid utvecklandet av vår metod har vi försökt att göra den så automatisk som möjligt. I nuläget är det enda som behöver göras, efter att vi skapat en azimutberoende reflektionshöjd från sommaren, att mata in GPS-data från vintern i ett MATLAB-program. Även ultraljudsmätningen kan ske relativt automatiskt när uppställningen väl ha monterats upp. SMHI:s metod är dock uppenbarligen klart mer resurskrävande eftersom det krävs en person på varje station som varje dag utför snömätningen för hand. Detta betyder även att denna metod är kostsammare än de övriga. Prismässigt har vår metod även fördel gentemot ultraljudsmätningar eftersom all utrustning som behövs redan är utplacerad och underhålls av andra anledningar.

Sammanfattningsvis kan vi säga att det finns fördelar och nackdelar med alla tre metoder. Om det går att få vår metod ännu noggrannare samt visa att den är pålitlig för fler typer av stationer så är den ett bättre alternativ än de två andra. Dels eftersom all utrustning i princip redan finns utplacerad i Sverige och dels eftersom det går att automatisera metoden helt.

5.5 Vidareutvecklingar

Det finns ett flertal möjliga och intressanta vidareutvecklingar på detta arbete. Ett första steg vore att göra algoritmen som sorterar ut användbar reflektionsdata och beräknar snödjupet mer generell så att den bättre kan hantera ojämn och skyddad terräng. För väldigt ojämn och skyddad terräng skulle det antagligen krävas detaljerad topografisk data på området omkring GPS-mottagaren.

En annan tänkbar förbättring av algoritmen skulle vara att ordna så att den kan ta hänsyn till olika sorters snökvalité och på så sätt kompensera för olika inträngningsdjup. Om dessa två generaliseringar genomförs skulle i princip ett billigt, relativt noggrant och automatiserat system för snödjupsmätning vara realiserbart.

Redan i inledningen konstaterades att det vore mycket användbart att kunna estimerar andelen snöbundet tvatten. För att kunna göra detta krävs det förutom vetskap om snödjupet även vetskap om SWE. Av denna anledning skulle en annan vidareutveckling vara att ta fram en algoritm som utifrån SNR-data estimerar värden på SWE. Detta har i ett antal tidigare artiklar och rapporter visat sig möjligt [4, 26].

Kapitel 6

Slutsatser

Detta projekt visar att det på grund av att GPS-signaler flervägsreflekteras är möjligt att mäta snödjup med hjälp av utrustning som redan finns utplacerad i Sverige. Metoden som används ger ett snödjup som följer tendenserna hos referensdatan mycket väl. För de två stationer som metoden testades på blev RMS för differensen mellan SMHI-snödjup och GPS-snödjup runt 4 cm för stationen vid Visby och runt 13 cm för stationen vid Långträsk. Mätarean för metoden beräknades till att vara i storleksordningen 10^3 m^2 vilket betyder att den inte är känslig för drivbildningar eller lokala variationer i snödjupet. Modellen som har använts detta projekt innehåller antaganden om att reflektionsytan är plan och perfekt reflekterande. Detta leder till att metoden kan ge missvisande resultat vid stationer med kuperad terräng och då kvalitén på snön ändras. För att konkurrera med den nu rådande metoden för snödjupsmätning bör därför denna metod vidareutvecklas för att bli mer allmängiltig och pålitlig.

Referenser

- [1] K. M. Larson, E. D. Gutmann, V. U. Zavorotny, J. J. Braun, M. W. Williams, and F. G. Nievinski, "Can we measure snow depth with GPS receivers?" *Geophys. Res. Lett.*, vol. 36, no. 17, 09 2009.
- [2] J. Koskinen, "Snow monitoring using microwave radars," Doktorsavhandling, Ph.D., Helsinki University of Technology, 2001.
- [3] K. M. Larson and F. G. Nievinski, "Gps snow sensing: Results from the earthscope plate boundary observatory," November 2011, GPS Solutions, Under tryckning.
- [4] M. Jacobson, "Dielectric-covered ground reflectors in gps multipath reception – theory and measurement," *Geoscience and Remote Sensing Letters, IEEE*, vol. 5, no. 3, s. 396–399, july 2008.
- [5] M. Ozeki and K. Heki, "Gps snow depth meter with geometry-free linear combinations of carrier phases," *Journal of Geodesy*, s. 1–11, 2011.
- [6] SWEPOS, "Swepos, ett nationellt nät av fasta referensstationer för gps," <http://swepos.lmv.lm.se/>, 2012, [Elektronisk: Åtkomst 3-April-2012].
- [7] SMHI, "Kunskapsbanken : Snötäckets utbredning och varaktighet," <http://www.smhi.se/kunskapsbanken/meteorologi/snotackets-utbredning-och-varaktighet-1.6323>, 2011, [Elektronisk: Åtkomst 13-Mars-2012].
- [8] SMHI, *Handbok för väderobservatörer*, ser. Instruktioner för tjänstens tekniska bedrivande. Sveriges meteorologiska och hydrologiska institut, 1979.
- [9] SMHI, "Kunskapsbanken: Snö," <http://www.smhi.se/kunskapsbanken/meteorologi/sno-1.647>, 2009, [Elektronisk: Åtkomst 13-Mars-2012].
- [10] N. Carpmann, "Utvärdering av automatiska snödjupsmätningar med en SR50A Sonic Ranging Sensor," *Examensarbete vid Institutionen för geovetenskaper*, 2010.
- [11] *Instruction Manual SR50A Sonic Ranging Sensor*, Campbell Scientific Inc., 2011, <http://www.campbellsci.com/documents/manuals/sr50a.pdf>, [Elektronisk: Åtkomst 2012-Mars-14].
- [12] "United states department of agriculture, natural resources conservation service," <http://www.wcc.nrcs.usda.gov/snow/>, 2012, [Elektronisk: Åtkomst 29-April-2012].

Referenser

- [13] J.-M. Zogg, "GPS: Essentials of Satellite Navigation", U-Blox AG, 2002, [http://zogg-jm.ch/Dateien/GPS_Compendium\(GPS-X-02007\).pdf](http://zogg-jm.ch/Dateien/GPS_Compendium(GPS-X-02007).pdf), [Elektronisk: Åtkomst 18-Januari-2012].
- [14] M. Woessner and A. Koehne, "Gps explained: The signals transmitted by the gps satellites," <http://www.kowoma.de/en/gps/signals.htm>, 2009, [Elektronisk: Åtkomst 18-Februari-2012].
- [15] B. Carlson, *Communication Systems: an Introduction to Signals and Noise in Electrical Communication*. McGraw-Hill, 1968.
- [16] A. Bilich, K. M. Larson, and P. Axelrad, "Observations of signal-to-noise ratios (snr) at geodetic gps site casa: Implications for phase multipath," *Journal of Geodesy*, vol. 78, s. 77–83, 2005.
- [17] V. U. Zavorotny, K. M. Larson, J. J. Braun, E. E. Small, E. D. Gutmann, and A. L. Bilich, "A physical model for gps multipath caused by land reflections: Toward bare soil moisture retrieval," *IEEE J-STARS*, 2010.
- [18] A. Bilich, P. Axelrad, and K. M. Larson, "Scientific utility of the signal-to-noise ratio (snr) reported by geodetic gps receivers," in *Proceedings of ION GNSS 2007*. 20th International Technical Meeting of the Satellite Division of The Institute of Navigation, September 2007, s. 1999–2010.
- [19] E. Hecht, *Optics*, 4th ed. Addison Wesley, 2002, s. 99,104.
- [20] D. K. Cheng, *Fundamentals of Engineering Electromagnetics*. Prentice Hall, 1993, s. 321–327.
- [21] M. N. O. Sadiku, "Refractive index of snow at microwave frequencies," *Appl. Opt.*, vol. 24, no. 4, s. 572–575, Feb 1985.
- [22] G. Koh, N. D. Mulherin, J. P. Hardy, R. E. Davis, and A. Twombly, "Microwave interaction with snowpack observed at the cold land processes field experiment," *Journal of Hydrometeorology*, Nov 2002.
- [23] SWEPOS, "Fotografier från SWEPOS-stationer," Personlig kommunikation, 2012.
- [24] P. Hall and A. Sarkar, "Bootstrap methods in statistics," *Resonance*, vol. 5, s. 41–48, 2000.
- [25] M. E. Calzada, "Confidence intervals for the mean: to bootstrap or not to bootstrap," *Mathematics and Computer Education*, vol. 45, no. 1, s. 28–38, 2011.
- [26] E. Gutmann, K. Larson, M. Williams, F. Nievinski, and V. Zavorotny, "Snow measurement by gps interferometric reflectometry: an evaluation at Niwot Ridge, Colorado," *Hydrologic Processes*, 2011.
- [27] J. van Houten, "Analysis of phase correcting and elliptical fresnel-zone plate antennas," Examensarbete, Eindhoven University of Technology, 1993.
- [28] N. R. Lomb, "Least-squares frequency analysis of unequally spaced data," *Astrophysics and Space Science*, vol. 39, s. 447–462, Feb. 1976.
- [29] J. D. Scargle, "Studies in astronomical time series analysis. II - Statistical aspects of spectral analysis of unevenly spaced data," *Astrophysical Journal*, vol. 263, s. 835–853, Dec. 1982.

Appendix A

Teori

A.1 Härledning av 1:a Fresnel-zonen

Vad som ligger till grunden för Fresnel-zoner är Huygens princip som lyder: *Varje punkt på en propagerande vågfront fungerar som en källa till små sekundära sfäriska vågor så att vågfronten vid ett senare tillfälle är superpositionen av dessa små vågor* [19].

En viktig detalj är att om den propagerande vågen utbreder sig i ett medium med en frekvens f , och en hastighet v , så gäller att de sekundära vågfronterna har samma frekvens och fart.

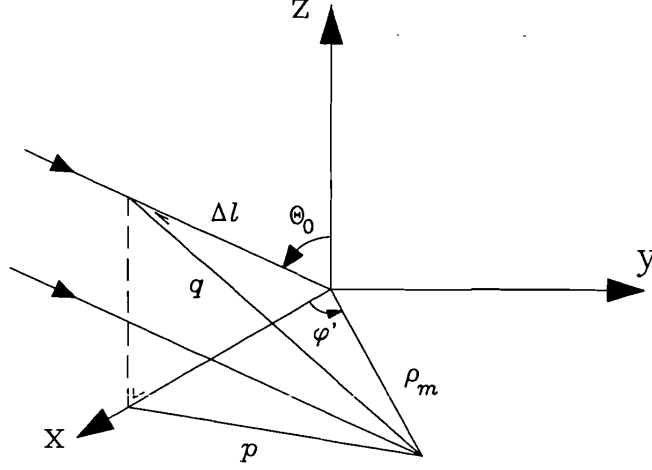
Randen av Fresnel-zon nummer n ges av de punkter på reflektionsytan vars avstånd från sändaren till mottagaren via dessa punkter är $n\lambda/2$ större än det kortaste avståndet mellan sändaren och mottagaren, via reflektionsytan [27].

Genom att studera figur A.1 kan följande trigonometriska samband tas fram

$$\begin{cases} \rho_m^2 = (\Delta l)^2 + q^2 \\ p^2 = \rho_m^2 + (\Delta l \sin \Theta_0)^2 - 2\rho_m \Delta l \sin \Theta_0 \cos \varphi' \\ q^2 = p^2 + (\Delta l \cos \Theta_0)^2 \end{cases} \quad (\text{A.1})$$

Genom att utnyttja de trigonometriska sambanden i ekvation (A.1) erhålls ett explicit uttryck för Δl .

$$\Delta l = \rho_m \sin \Theta_0 \cos \varphi' \quad (\text{A.2})$$



Figur A.1: Koordinatsystem - Beräkning av vägskillnad mellan två parallella inkommande signaler som träffar xy -planet, det vill säga reflektionsytan [27].

Antag att mottagaren finns belägen i punkten (x_m, y_m, z_m) . Då beskrivs avståndet från en godtycklig punkt på xy -planet, som uppfyller sambanden i ekvation (A.1), till mottagaren i ekvation (A.3).

$$D_{sm} = \sqrt{(\rho_m \cos \varphi' - x_m)^2 + (\rho_m \sin \varphi' - y_m)^2 + (-z_m)^2} \quad (\text{A.3})$$

För att ta fram randen för 1:a Fresnel-zonen används ekvation (A.4).

$$D_{sm} = \Delta l + F + \frac{\lambda}{2} \quad (\text{A.4})$$

där F är fokalavståndet vilket ges av $F = \sqrt{x_m^2 + y_m^2 + z_m^2}$.

Ekvation (A.2), (A.3) samt (A.4) ger tillsammans

$$(\rho_m \sin \Theta_0 \cos \varphi' + F + \frac{\lambda}{2})^2 = (\rho_m \cos \varphi' - x_m)^2 + (\rho_m \sin \varphi' - y_m)^2 + z_m^2 \quad (\text{A.5})$$

Genom att låta mottagaren ligga i punkten $(x_m, y_m, z_m) = (-F \sin \Theta_0, 0, -F \cos \Theta_0)$, då samma resultat erhålls genom att spegla mottagaren i xy -planet kan detta motiveras, utvecklas ekvation (A.5) utvecklas till följande andragsgradsfunktion

$$(1 - \sin^2 \Theta_0 \cos^2 \varphi') \rho_m^2 - (\lambda \sin \Theta_0 \cos \varphi') \rho_m - F \lambda - \frac{\lambda^2}{4} = 0 \quad (\text{A.6})$$

Detta är en kvadratisk ekvation $\alpha \rho_m^2 + \beta \rho_m + \gamma = 0$ med den enda relevanta lösningen

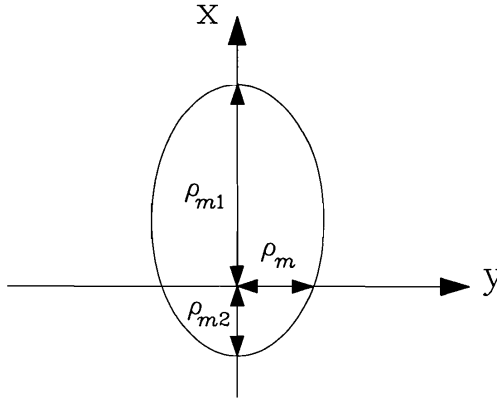
$$\rho_m = \frac{-\beta + \sqrt{\beta^2 - 4\alpha\gamma}}{2\alpha} \quad (\text{A.7})$$

Där koefficienterna ges av

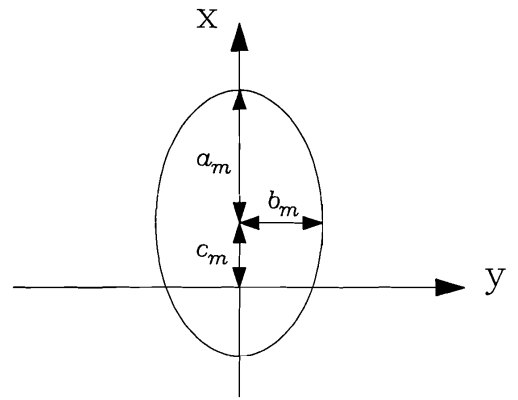
$$\begin{cases} \alpha = 1 - \sin^2 \Theta_0 \cos^2 \varphi' \\ \beta = -\lambda \sin \Theta_0 \cos \varphi' \\ \gamma = -F\lambda - \frac{\lambda^2}{4} \end{cases} \quad (\text{A.8})$$

Den allmänna ekvationen för en ellips ges av

$$\left(\frac{x - c_m}{a_m} \right)^2 + \left(\frac{y}{b_m} \right)^2 = 1 \quad (\text{A.9})$$



Figur A.2: Första Fresnel-zonen - Figuren visar måtten ρ_m , ρ_{m1} samt ρ_{m2} vilka utgår från ellipsens fascentrum [27].



Figur A.3: Första Fresnel-zonen - Figuren visar måtten a_m , b_m samt c_m vilka utgår från ellipsens centrum [27].

Explicita formler för a_m , b_m och c_m kan härledas genom att utnyttja uttrycken för ρ_m givna i ekvation (A.6) samt (A.7) som kan ses i figur A.2.

Genom att sätta $\varphi' = 0^\circ$ kan ρ_{m1} lösas till

$$\rho_{m1} = \frac{\lambda \sin \Theta_0 + \sqrt{4\lambda(F - F \sin^2 \Theta_0 + \frac{\lambda}{4})}}{2(1 - \sin^2 \Theta_0)} \quad (\text{A.10})$$

På liknande sätt kan ρ_{m2} hittas genom att sätta $\varphi' = 180^\circ$ vilket ger

$$\rho_{m2} = \frac{-\lambda \sin \Theta_0 + \sqrt{4\lambda(F - F \sin^2 \Theta_0 + \frac{\lambda}{4})}}{2(1 - \sin^2 \Theta_0)} \quad (\text{A.11})$$

Nu kan a_m och c_m uttryckas som följer

$$a_m = \frac{\rho_{m1} + \rho_{m2}}{2} = \frac{\sqrt{\lambda(F \cos^2 \Theta_0 + \frac{\lambda}{4})}}{\cos^2 \Theta_0} \quad (\text{A.12})$$

Appendix A. Teori

$$c_m = \rho_{m1} - a_m = \frac{2\rho_{m1}}{2} - \frac{\rho_{m1} + \rho_{m2}}{2} = \frac{\rho_{m1} - \rho_{m2}}{2} = \frac{\lambda \sin \Theta_0}{2 \cos^2 \Theta_0} \quad (\text{A.13})$$

Det som är kvar nu är att beräkna b_m vilket kan göras genom att sätta $\varphi' = 90^\circ$ i ekvation (A.7) med vilket fås att

$$\rho_{mb} = \sqrt{\lambda(F + \frac{\lambda}{4})} \quad (\text{A.14})$$

Genom att substituera in $y = \rho_{mb}$ och $x = 0$ i ekvation (A.9) fås följande uttryck

$$\left(\frac{c_m}{a_m}\right)^2 + \left(\frac{\rho_{mb}}{b_m}\right)^2 = 1 \quad (\text{A.15})$$

Från ekvation (A.15) kan b_m lösas ut till att bli

$$b_m = \frac{\rho_{mb}}{\sqrt{1 - \left(\frac{c_m}{a_m}\right)^2}} \quad (\text{A.16})$$

genom förenkling erhålls

$$b_m = \frac{\sqrt{\lambda(F \cos^2 \Theta_0 + \frac{\lambda}{4})}}{|\cos \Theta_0|} \quad (\text{A.17})$$

I denna härledning har vinkeln Θ_0 använts. För denna vinkeln gäller det att $\Theta_0 = \frac{\pi}{2} - \theta$, där θ är elevationsvinkeln som annars används i detta projektet.

A.2 Lomb-Scargle periodogram

För att analysera SNR-datans frekvensspektrum används så kallade Lomb-Scargle periodogram [28, 29]. Denna metod har fördelen gentemot vanlig snabb fouriertransform (FFT) att den kan hantera data som är samplad med varierande tidsintervall. Detta behövs då den eftersökta frekvensen är relaterad till sinus av en satellits elevationsvinkel, vilken i sin tur inte är linjärt proportionell mot GPS-mottagarens samplingsfrekvens.

Lomb-Scargles metod går ut på att för olika vinkelfrekvenser ω minsta-kvadrat-anpassa sinus- och cosinusfunktioner till uppmätt data för att på så sätt få ett mått på intensiteten hos varje vinkelfrekvens i den uppmätta datan. Genom att utföra denna analys för ett spektrum av frekvenser kan man ta reda på den mest sannolika bakomliggande frekvensen.

För en serie mätdata $\{X_j\}$ vid respektive tidpunkter $\{t_j\}$, som ej nödvändigtvis är jämnt fördelade, definieras periodogramintensiteten för en vinkelfrekvens ω som

$$P_X(\omega) = \frac{1}{2} \left\{ \frac{\left[\sum_j X_j \cos \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)} + \frac{\left[\sum_j X_j \sin \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau)} \right\} \quad (\text{A.18})$$

där tidsförskjutningen τ leder till ortogonalitet mellan sinus- och cosinusfunktionerna vid samplingstidpunkterna vilket ger upphov till högre noggrannhet [29]. Tidsförskjutningen ges av sambandet

$$\tan(2\omega\tau) = \frac{\sum_j \sin(2\omega t_j)}{\sum_j \cos(2\omega t_j)} \quad (\text{A.19})$$

Istället för ovan metod används i denna rapport en variant av denna metod, Lombs normaliserade periodogram, vilken definieras som

$$P_N(\omega) = \frac{1}{2\sigma^2} \left\{ \frac{\left[\sum_j (X_j - \bar{X}) \cos \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \cos^2 \omega(t_j - \tau)} + \frac{\left[\sum_j (X_j - \bar{X}) \sin \omega(t_j - \tau) \right]^2}{\sum_j \sin^2 \omega(t_j - \tau)} \right\} \quad (\text{A.20})$$

där $\bar{X}$ och σ^2 betecknar medelvärdet respektive variansen hos datan, vilka som vanligt ges av

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N X_j, \quad \sigma^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{j=1}^N (X_j - \bar{X})^2 \quad (\text{A.21})$$

Denna variant har fördelen att det enkelt går att beräkna och jämföra periodogramintensiteter sinsemellan olika mätserier. En implementering i MATLAB av denna metod återfinns under bilaga B.2.1.

Appendix B

MATLAB-kod

B.1 Huvudprogram

B.1.1 snowest.m

```
1  function [snow smhi dates rawdata] = snowest(directory, limitdays, limityears, show)
    min_sample_rise = 15/180*pi;
    sample_time = 15;

5  heights = NaN*zeros(1, 3e4);
    azimuth = heights;
    lombpeak = heights;
    timedata = heights;
    height = NaN*zeros(1, 400);
10  days = height;
    years = height;
    used_inds = cell(1,400);

    % File identifiers indices, e.g. for '0vis2920.10o.GS1'
15  loc_id = 2:4;
    day_id = 5:7;
    year_id = 10:11;

    day_count = 0;
20  meas_count = 0;

    files = get_files(directory);
    location = files{1}(loc_id);
    loc = get_location_params(location);
25
```

Appendix B. MATLAB-kod

```
for file = files
    day = str2double(file{:}(day_id));
    year = str2double(file{:}(year_id));

30    if isempty(limitdays) || ...
        (ismember(day, limitdays) && ismember(year, limityears))
        GPS_DATA = load([directory, '/', file{:}]);

        if length(GPS_DATA) == 5760
35            day_count = day_count+1;
            meas_start = meas_count+1;
            disp(['Day: ', num2str(day)]);

            [SNR el az] = load_data(GPS_DATA, loc.coordinates, sample_time);

40            % Extract indices of 'good' data for each satellite as cells
            C = extract_data(SNR, el);

            % Extract reflection height, azimuth angle and lombpeak data
45            for i=1:32
                for j=1:length(C{i})
                    ind = C{i}{j};
                    % At least min_sample_rise angles worth of data
                    if range(el(ind,i)) > min_sample_rise
50                        meas_count = meas_count+1;
                        [H A L T] = lomb_filter(el(ind,i), SNR(ind,i), az(ind,i));
                        heights(meas_count) = H;
                        azimuth(meas_count) = A;
                        lombpeak(meas_count) = L;
55                        timedata(meas_count) = yearday(year+2000, day) + T*sample_time/86400;
                    end
                end
            end

60            days(day_count) = day;
            years(day_count) = year;
            [height(day) measind] = get_height(heights(meas_start:meas_count), ...
                                                azimuth(meas_start:meas_count), ...
                                                lombpeak(meas_start:meas_count), ...
65                                                meas_start:meas_count, loc);
            used_inds{day} = measind;
        end
    end
end

70 c={};
for i=days(~isnan(days))
    c{end+1}=used_inds{1,i};
end
75 i=[];
for j=1:length(c)
    i=[i, c{j}];
end
```



```

end

80 rawdata.i = c; % used index per day
   rawdata.j = i; % all used index
   rawdata.t = timedata;
   rawdata.h = heights;
   rawdata.a = azimuth;
85 rawdata.l = lombpeak;
   rawdata.s = 100*(loc.reflector_height(rawdata.a)'-rawdata.h);

   days = days(~isnan(days));
   years = years(~isnan(years));
90 snow = height(days)*100;

   smhi = get_snowheight(loc.snow_data, years, days);
   dates = zeros(1, length(years));
   for i=1:length(years)
95     dates(i) = yearday(years(i)+2000, days(i));
   end

   if show
       plot_data(snow, smhi, dates, loc.string);
100 end
end

```

B.1.2 get_files.m

```

1 function [files] = get_files(directory)
   filelist = dir([directory, '/*.GS*']);

   n = length(filelist);
5   % For string of type '0vis2920.10o.GS1'
   year_id = 10:11;

   filenames = cell(1,n);
   year = zeros(1, n);
10
   for i = 1:n
       filenames{i} = filelist(i).name;
       year(i) = str2double(filenames{i}(year_id));
   end
15
   sort = year < max(year);
   files = [filenames(sort), filenames(~sort)];
end

```

B.1.3 load_data.m

Appendix B. MATLAB-kod

```
1 function [SNR el az] = load_data(GPS_DATA,coordinates, sample_time)
    GPS_DATA(:,1) = GPS_DATA(:,1) + 2000; % yyyy year
    ind = GPS_DATA == -999.999;
    GPS_DATA(ind) = NaN;

5

    [az el] = loadbrdc(GPS_DATA(1,1:3), coordinates, sample_time);

    %Changes azimuthal angles from -180:180 to 0:360
    ind = az < 0;
10    az(ind) = az(ind) + 2*pi;

    SNR = GPS_DATA(:,8:end);
end
```

B.1.4 extract_data.m

```
1 function [C] = extract_data(SNR, el)
    el_lim = [0 25]*pi/180;

    % Exclude poor data
5    L = ~isnan(SNR) & el >= el_lim(1) & el <= el_lim(2);

    % Splits continuous data at peak elevation angles
    for i=1:32
        [~,index] = findpeaks(el(:,i));
10        L(index,i) = false;
    end

    % Indices of each continuous true segment in L as cells
    C = cell(1,32);
15    for i=1:32
        C{i} = snipIndex(L(:,i));
    end
end
```

B.1.5 lomb_filter.m

```
1 function [height azimuth lombpeak timedata] = lomb_filter(el, snr, az, ind)
    freq2height = .5*299792458/1575.42e6; % Frequenct to height conversion
    ofac = 50; % Oversamplig factor
    hifac = .25; % Sample length times Nyquist frequency
5    deg = 2; % Polynomial degree

    el = sin(el);
    p = polyfit(el, snr, deg);
    snr = snr - polyval(p, el);
10

    [f,P,~,conf] = lomb(el, snr, ofac, hifac);
```

```

[amplitude,index] = max(P);

if amplitude > conf
15     height = f(index)*freq2height;
        lombpeak = P(index)/mean(P);
        timedata = mean(ind);

        % Calculate correct mean azimuth in case of 360<->0 movement
20     m = min(az);
        M = max(az);
        if M-m > pi
            azimuth = mod((M+m)/2+pi, 2*pi);
        else
25         azimuth = (M+m)/2;
        end
    else
        height = NaN;
        azimuth = NaN;
30         lombpeak = NaN;
        timedata = NaN;
    end
end

```

B.1.6 get_height.m

```

1 function [height measinds] = get_height(hday, aday, lday, meas, loc)
    lomb_prctile = [10 90];
    hoffset = 0.1;
    min_lombpeak = 3;

5
    % First selection, height, azimuth
    ind = hday > loc.hmin & ~isnan(hday) ...
        & hday < loc.reflector_height(aday)' + hoffset ...
        & ( (aday > loc.azmin(1) & aday < loc.azmax(1)) ...
10         | (aday > loc.azmin(2) & aday < loc.azmax(2)));

    aday = aday(ind);
    hday = hday(ind);
    lday = lday(ind);
15    meas = meas(ind);

    % Second selection, min lombpeak value
    inx = lday > min_lombpeak;
    aday = aday(inx);
20    hday = hday(inx);
    meas = meas(inx);

    heights = loc.reflector_height(aday) - hday;

25    % Third selecton, disregards outliers

```

Appendix B. MATLAB-kod

```
prc = prctile(heights, lomb_prctile);
ind = heights > prc(1) & heights < prc(2);
heights = heights(ind);
measinds = meas(ind);
30 height = mean(heights);
end
```

B.1.7 get_snowheight.m

```
1 function [snow] = get_snowheight(snowdata, years, days)
    n = length(years);
    snow = zeros(n, 1);

5     for i=1:n
        j = snowdata(:,1)==years(i) & snowdata(:,2)==days(i);
        if max(j)
            snow(i) = snowdata(j, 3);
        else
10         snow(i) = NaN; % no snow data found
        end
    end
end
```

B.1.8 plot_data.m

```
1 function plot_data(snow, smhi, dates, location)
    hold on
    plot(dates, snow, 'LineWidth', 1)
    plot(dates, smhi, 'r', 'LineWidth', 1)

5     set(gca, 'FontSize', 14, 'YGrid', 'on')
    datetick('x', 'mmm 'yy', 'keepticks')

    xlabel('Datum')
10    ylabel('Snodjup, [cm]')
    title(['Estimerat samt uppmatt snodjup for ', location, ' under ', ...
           datestr(dates(1), 'mmm yyyy'), ' - ', datestr(dates(end), 'mmm yyyy')])
    legend('Estimerat snodjup', 'Uppmatt snodjup', 'Location', 'NorthWest')
end
```

B.1.9 get_location_params.m

```
1 function [loc] = get_location_params(location)
switch location
    % Visby
```

```

    case 'vis'
5      loc.string = 'Visby';
      tmp=load('visby_reflektor');
      loc.reflector_height = tmp.reflector_height;
      tmp=load('visby_sno');
      loc.snow_data = tmp.snow_data;
10     loc.coordinates = [57.653867 18.367306 79.7783];
      loc.hmin = 2.3;
      loc.azmin = pi/180*[10 160];
      loc.azmax = pi/180*[120 350];

15     % Langtrask
    case 'lat'
      loc.string = 'Langtrask';
      tmp=load('langtrask_reflektor');
      loc.reflector_height = tmp.reflector_height;
20     tmp=load('langtrask_sno');
      loc.snow_data = tmp.snow_data;
      loc.coordinates = [65.3821 20.3393 330];
      loc.hmin = 2.5;
      loc.azmin = pi/180*[50 200];
25     loc.azmax = pi/180*[140 280];

      % Annars
    otherwise
      loc = [];
30 end
end

```

B.2 Hjälpprogram

B.2.1 lomb.m

```

1  function [f,P,prob,conf] = lomb(t,h,ofac,hifac)
   % LOMB(T,H,OFAC,HIFAC) computes the Lomb normalized periodogram (spectral
   % power as a function of frequency) of a sequence of N data points H,
   % sampled at times T, which are not necessarily evenly spaced. T and H must
5  % be vectors of equal size. The routine will calculate the spectral power
   % for an increasing sequence of frequencies (in reciprocal units of the
   % time array T) up to HIFAC times the average Nyquist frequency, with an
   % oversampling factor of OFAC (typically >= 4).
   %
10 % The returned values are arrays of frequencies considered (f), the
   % associated spectral amplitude(P), estimated noise significance of the power
   % values (prob), and the 99% confident level amplitude. Note: the significance
   % returned is the false alarmprobability of the null hypothesis, i.e. that the
   % data is composed of independent gaussian random variables. Low probability
15 % values indicate a high degree of significance in the associated periodic signal.

```

Appendix B. MATLAB-kod

```
%
% Although this implementation is based on that described in Press,
% Teukolsky, et al. Numerical Recipes In C, section 13.8, rather than using
% trigonometric recurrences, this takes advantage of MATLAB's array
20 % operators to calculate the exact spectral power as defined in equation
% 13.8.4 on page 577. This may cause memory issues for large data sets and
% frequency ranges.
%
% Example
25 % [f,P,prob,conf95] = lomb(t,h,4,1);
% plot(f,P)
% hold on; plot(f,conf95)
% I got this from Nick Pedatella

30 %sample length and time span
N = length(h);
T = max(t) - min(t);

%mean and variance
35 mu = mean(h);
s2 = var(h);

%calculate sampling frequencies
%f = (1/(T*ofac):1/(T*ofac):hifac*N/(2*T)).';
40 % NEW
freq2height = .5*299792458/1575.42e6; % Frequenct to height conversion
ho=2.5e-3:2.5e-3:5; % heights from 2.5 mm to 5.0 m
f=ho'/freq2height;

45 %angular frequencies and constant offsets
w = 2*pi*f;
tau = atan2(sum(sin(2*w*t.'),2),sum(cos(2*w*t.'),2))./(2*w);

%spectral power
50 cterm = cos(w*t.' - repmat(w.*tau,1,length(t)));
sterm = sin(w*t.' - repmat(w.*tau,1,length(t)));
P = (sum(cterm*diag(h-mu),2).^2./sum(cterm.^2,2) + ...
    sum(sterm*diag(h-mu),2).^2./sum(sterm.^2,2))/(2*s2);

55 %estimate of the number of independent frequencies
M=2*length(f)/ofac;

%statistical significane of power % alarm probability rather confident
prob = M*exp(-P);
60 inds = prob > 0.01;
prob(inds) = 1-(1-exp(-P(inds))).^M;

% amplitude
P=2.*sqrt(s2*P/N); %amplitude
65 % 99% confident level amplitude
cf=.99; cf=1-cf;
```

```
conf=-log(1-(1-cf)^(1/M));    %% power
conf=2.*sqrt(s2*conf/N);    %%amplitude
```

B.2.2 snipIndex.m

```
1  function cell_out = snipIndex(arr)
   % snipIndex
   %   Input: arr – one dimensional logical array
   %
5  %   Output: cell_out – a cell array
   %
   %   This function takes in a 1D logical array and outputs a cell array that
   %   finds the indices of arr. If arr was a 1xN logical array, used to index
   %   into another 1xN array, then each cell of cell_out can be used to also
10  %   index into that 1xN array.

   % Initialization
   cell_out = cell(1);
15  cell_out_iter = 1;
   prev_val = arr(1);
   prev_ind = 1;

   for ii = 2:length(arr)
20
       % Continue if the previous value is equal to the current value, i.e.
       % this point will only be passed if the logical array arr changes from
       % 1 to 0 or from 0 to 1
       if prev_val == arr(ii)
25         continue
       end

       % If the previous value was 0, then we have entered a string of ones,
       % set prev_val and prev_ind
30       if ~prev_val

           prev_val = 1;
           prev_ind = ii;

35       % Otherwise, the previous value was 1, so write out the indices to
       % cell_out. This statement can also be reached if the prev_ind was the
       % first index of arr. This second way of getting into this statement
       % looks for a string of ones at the start of arr.
       elseif prev_val || prev_ind == 1
40
           cell_out{cell_out_iter} = prev_ind:ii-1;
           prev_val = 0;
           prev_ind = ii;
           cell_out_iter = cell_out_iter + 1;
45
```

Appendix B. MATLAB-kod

```
        end
    end

    % This final check looks for a string of ones at the end of arr.
50 if arr(end)
        cell_out{cell_out_iter} = prev_ind:length(arr);
    end

55 end
```

B.2.3 yearday.m

```
1 function theResult = yearday(theYear, theDay)

    % yearday — Convert date to year and day-of-year.
    % yearday(theDate) returns [year day], where the day
5 % is a decimal date-number. The given date can be
    % a Matlab datenum, datestr, or datevec.
    % yearday([theYear theDay]) returns the Matlab datenum
    % corresponding to theYear and theDay.
    % yearday(theYear, theDay) same as above.
10 % yearday (no arguments) demonstrates itself by showing
    % a round-trip, using "now".

    % Copyright (C) 1998 Dr. Charles R. Denham, ZYDECO.
    % All Rights Reserved.
15 % Disclosure without explicit written consent from the
    % copyright owner does not constitute publication.

    % Version of 09-Nov-1998 08:17:43.

20 if nargin < 1, theYear = 'demo'; end

    if isequal(theYear, 'demo')
        help(mfilename)
        a = now;
25 disp(datestr(a))
        b = yearday(yearday(a));
        disp(datestr(b))
        year_day_round_trip_error = b-a;
        return
30 end

    % Two arguments: year and day ==> datenum.

    if nargin == 2, theYear = [theYear theDay]; end
35 if length(theYear) == 2
        theDay = theYear(2);
```



```
delta = (theDate-newYearsDay);
```

55

```
sat_nr=reshape(ones(n_epochs,1)*(1:32),n_epochs*32,1);
sat_cl_ref=ones(n_epochs,1)*eph(19,:)+reshape(dt_rel(t,eph(:,sat_nr)),n_epochs,32);
sat_cl1=sat_cl_ref-ones(n_epochs,1)*eph(18,:);
60
%satellite coordinate transformation kepler=>geocentric cartesian
sat_pos=eph2xyz(t,eph(:,sat_nr),-0.075);

%get azimuth and elevation
65 [az,el]=get_az_el(sat_pos(:,1:3),sta_pos);
az=reshape(az,n_epochs,32);
el=reshape(el,n_epochs,32);
```

B.2.5 dayofyear.m

```
1 function yd = dayofyear(varargin)
%DAYOFYEAR Ordinal number of day in a year.
%
% DAYOFYEAR(YEAR, MONTH, DAY, HOUR, MINUTE, SECOND) returns the ordinal
5 % day number in the given year plus a fractional part depending on the
% time of day.
%
% Any missing MONTH or DAY will be replaced by 1. HOUR, MINUTE or SECOND
% will be replaced by zeros.
10 %
% If no date is specified, the current date and time is used. Gregorian
% calendar is assumed.

% Author: Peter J. Acklam
15 % Time-stamp: 2002-03-03 12:52:04 +0100
% E-mail: pjacklam@online.no
% URL: http://home.online.no/~pjacklam

nargsin = nargin;
error(nargchk(0, 6, nargsin));
if nargsin
    argv = { 1 1 1 0 0 0 };
    argv(1:nargsin) = varargin;
else
25     argv = num2cell(clock);
end
[year, month, day, hour, minute, second] = deal(argv{:});

days_in_prev_months = [0 31 59 90 120 151 181 212 243 273 304 334];
30
% Day in given month.
yd = days_in_prev_months(month) ... % days in prev. months
    + ( isleapyear(year) & ( month > 2 ) ) ... % leap day
    + day ... % day in month
35     + ( second + 60*minute + 3600*hour )/86400; % part of day
```

Appendix B. MATLAB-kod

end

B.2.6 isleapyear.m

```
1 function t = isleapyear(year)
   %ISLEAPYEAR True for leap years.
   %
   % ISLEAPYEAR(YEAR) returns 1's for the elements of YEAR that are leap
5  % years and 0's for those that are not. If YEAR is omitted, the current
   % year is used. Gregorian calendar is assumed.
   %
   % A year is a leap year if the following returns true
   %
10  %      ( ~rem(year, 4) & rem(year, 100) ) | ~rem(year, 400)
   %
   % A year is not a leap year if the following returns true
   %
   %      rem(year, 4) | ( ~rem(year, 100) & rem(year, 400) )
15
   % Author:      Peter J. Acklam
   % Time-stamp:  2002-03-03 12:51:45 +0100
   % E-mail:      pjacklam@online.no
   % URL:         http://home.online.no/~pjacklam
20
   error(nargchk(0, 1, nargin));

   if nargin == 0           % If no input argument...
       clk = clock;         % ...get current date and time...
25       year = clk(1);      % ...and extract year.
   end

   t = ( ~rem(year, 4) & rem(year, 100) ) | ~rem(year, 400);
30 end
```

B.2.7 ymdhms2s.m

```
1 function s = ymdhms2s(dat, leap_secs)
   %
   % Number of seconds since 1980 01 06 00 00 00 UTC.
   % leap_secs is the number of leap seconds since 1980 01 06.
5  % Assumes dates between 1951 01 01 and 2050 12 31 in UTC.
   %
   if nargin==1
       leap_secs=0;
10 end
```

```

days2month=[0 31 59 90 120 151 181 212 243 273 304 334]';

yr=dat(:,1);
15 mn=dat(:,2);
   dy=dat(:,3);
   hr=dat(:,4);
   min=dat(:,5);
   sec=dat(:,6);

20 ind_adjust=find(yr>1900);
   if ~isempty(ind_adjust)
       yr(ind_adjust)=yr(ind_adjust)-1900;
   end

25 ind_adjust=find(yr<51);
   if ~isempty(ind_adjust)
       yr(ind_adjust)=yr(ind_adjust)+100;
30 end

   if ~isempty(find(yr>150|yr<51))
       disp('Warning: year out of range 1951-2050')
   end

35 leapdays=floor((yr-1)/4);

   new_leapday=zeros(size(yr));
   ind_nld=find(rem(yr,4)==0&mn>=3);
40 if ~isempty(ind_nld)
       new_leapday(ind_nld)=ones(size(ind_nld));
   end

   %s(1980 01 06 00 00 00) - s(1900 01 01 00 00 00)
45 s_GPS_0=2524953600;

   % first relate to 1900 01 01 00 00 00 then add
   % the number of leap seconds since 1980
   % and finally subtract s_GPS_0 to relate to 1980 01 06 00 00 00:
50 s=86400*(yr*365+leapdays+new_leapday+days2month(mn)+dy-1)+...
    3600*hr+60*min+sec+leap_secs-s_GPS_0;

```

B.2.8 get_all_orb_pars.m

```

1 function eph = get_all_orb_pars(fid,t_start)

   %leap_secs=get_leap_secs(fid);

5 eph=NaN*ones(21,32*13);
   eph_tst=NaN*ones(21,1);

```

Appendix B. MATLAB-kod

```
if ftell(fid)==0
    header_read=0;
10 else
    header_read=1;
end
while ~header_read
    s=fgetl(fid);
15 if length(s)>71
        if s(61:72)=='END OF HEADE'
            header_read=1;
        end
    end
20 end

ready=0;
while ready==0
    s=fgets(fid);
25 if length(s)>7

        s([19 38 57 76])='eeee';
        sat=str2num(s(1:2));
        eph_tst(19)=str2num(s(23:41)); %dt_sat
30 eph_tst(20)=str2num(s(42:60));
        eph_tst(21)=str2num(s(61:79));

        s=fgets(fid);
        s([19 38 57 76])='eeee';
35 eph_tst(01)=str2num(s(23:41)); %C_rs
        eph_tst(02)=str2num(s(42:60)); %dn
        eph_tst(03)=str2num(s(61:79)); %M_0

        s=fgets(fid);
40 s([19 38 57 76])='eeee';
        eph_tst(04)=str2num(s(1:22)); %C_uc
        eph_tst(05)=str2num(s(23:41)); %e
        eph_tst(06)=str2num(s(42:60)); %C_us
        eph_tst(07)=str2num(s(61:79)); %sqtA
45

        s=fgets(fid);
        s([19 38 57 76])='eeee';
        eph_tst(08)=str2num(s(1:22)); %t_oe
        eph_tst(09)=str2num(s(23:41)); %C_ic
50 eph_tst(10)=str2num(s(42:60)); %Omega_0
        eph_tst(11)=str2num(s(61:79)); %C_is

        s=fgets(fid);
        s([19 38 57 76])='eeee';
55 eph_tst(12)=str2num(s(1:22)); %i_0
        eph_tst(13)=str2num(s(23:41)); %C_rc
        eph_tst(14)=str2num(s(42:60)); %omega
        eph_tst(15)=str2num(s(61:79)); %Omega_dot
```

```

60     s=fgets(fid);
        s([19 38 57 76])='eeee';
        eph_tst(16)=str2num(s(1:22));    %i_dot
        eph_tst(17)=str2num(s(42:60));    %week_n

65     s=fgets(fid);
        s([19 38 57 76])='eeee';
        eph_tst(18)=str2num(s(42:60));    %tgd

        s=fgets(fid);

70     ind=round((eph_tst(08)+86400*7*eph_tst(17)-t_start)/7200)*32+sat;
        eph(:,ind)=eph_tst;

        if ind>32
75             if isnan(eph(7,ind-32))
                    eph(:,ind-32)=eph_tst;
                end
            end

80     if ind+32<=13*32
            if isnan(eph(7,ind+32))
                    eph(:,ind+32)=eph_tst;
                end
            end

85     else
            ready=1;
        end
    end
end

```

B.2.9 eph2xyz.m

```

1  function coordinates = eph2xyz(t,eph,t_off)
    % calculates the satellite coordinates and velocities
    % in an INERTIAL coordinate system which
    % which "coinsides" with the ECEF system WGS-84 at t
5  % The coordinates and velocities are calculated at a
    % time t+t_off,
    % where t_off could be chosen as "minus approximate propagation time"
    % for accurate linearization in propagation calculations
    % (a good value is t_off=-0.075)
10 %
    % See, e.g., GPS SPS signal specification, or Seeber's Satellite Geodesy,
    % but notice the difference for Omega_k due to our calculations suited
    % for an inertial frame

15 C_rs    =eph(01,:);
    dn     =eph(02,:);

```

Appendix B. MATLAB-kod

```
M_0      =eph(03,:)';
C_uc     =eph(04,:)';
20 e      =eph(05,:)';
C_us     =eph(06,:)';
sqtA     =eph(07,:)';
t_oe     =eph(08,:)';
C_ic     =eph(09,:)';
25 Omega_0 =eph(10,:)';
C_is     =eph(11,:)';
i_0      =eph(12,:)';
C_rc     =eph(13,:)';
omega    =eph(14,:)';
30 Omega_dot =eph(15,:)';
i_dot    =eph(16,:)';
week_no  =eph(17,:)';

mu=3.986005e14;
Omega_dot_e=7.2921151467e-5;
A=sqtA.^2;
n_0=sqrt(mu./(A.^3));
n=n_0+dn;

40 % reference time of ephemerides in seconds since 1980 01 06
t_oe_f=t_oe+7*86400*week_no;

% dt is used for calculating derivatives
45 dt=1e-4;

% Distinguish between two different "t_k"
% t_k_s=time after t_oe_f where sat positions are calculated
% t_k_f=time after t_oe_f where our inertial frame coincides with WGS-84
50 % when n_count=1: calc. the sat. positions
% when n_count=2: calc. the position at dt secs later. Used for derivatives
t_k_f=t-t_oe_f;
for n_count=1:2
    if n_count==1
55         t_k_s=t-t_oe_f+t_off;
    else
        t_k_s=t-t_oe_f+t_off+dt;
    end
    M_k=M_0+n.*t_k_s;
60

    % translate mean anomaly into eccentric anomaly
    E_k=ecce_anom(M_k,e,3);

    % translate eccentric anomaly into true anomaly
65    nu_k=atan((sqrt(1-e.^2).*sin(E_k))./(cos(E_k)-e));
    % atan gives angles only between -pi/2 and pi/2, compensate for this
    ind_nu_k=find(cos(E_k)-e<0);
    if ~isempty(ind_nu_k)
        nu_k(ind_nu_k)=nu_k(ind_nu_k)+pi;
```



```

70     end

    % Argument of latitude
    Phi_k=nu_k+omega;

75     du_k=C_us.*sin(2*Phi_k)+C_uc.*cos(2*Phi_k); %Second harmonic perturbations
    dr_k=C_rs.*sin(2*Phi_k)+C_rc.*cos(2*Phi_k);
    di_k=C_is.*sin(2*Phi_k)+C_ic.*cos(2*Phi_k);

80     u_k=Phi_k+du_k; % Corrected arg. of lat.
    r_k=A.*(1-e.*cos(E_k))+dr_k; % Corrected radius
    i_k=i_0+di_k+i_dot.*t_k_s; % Corrected inclination

    % Sat pos. in orb. plane
85     xp_k=r_k.*cos(u_k);
    yp_k=r_k.*sin(u_k);

    % Omega_k is the corrected long. of asc. node
    % Original equation (for direct use in WGS-84 NON-inertial frame):
90     %
    % Omega_k=Omega_0+(Omega_dot-Omega_dot_e).*t_k-Omega_dot_e.*t_oe;
    %
    % Omega_dot.*t_k represents mainly a change
    % of the sat. orbit's asc. node.
95     % Omega_dot-e.*t_k represents a frame rotation, keep this fixed at t_k_f
    Omega_k=Omega_0+Omega_dot.*t_k_s-Omega_dot_e.*t_k_f-Omega_dot_e.*t_oe;

    % Sat pos. in the inertial coord system coinsiding with WGS-84 at t
    x_k=xp_k.*cos(Omega_k)-yp_k.*cos(i_k).*sin(Omega_k);
100    y_k=xp_k.*sin(Omega_k)+yp_k.*cos(i_k).*cos(Omega_k);
    z_k=yp_k.*sin(i_k);

    if n_count==1
        coordinates=[x_k y_k z_k];
105    else
        % coordinates a time dt later, for velocities
        coordinates_dt=[x_k y_k z_k];
    end
end
110

% Columns 1:3 x y z coordinades, columns 4:6 vx vy vz
coordinates=[coordinates (coordinates_dt-coordinates)/dt];

```

B.2.10 get_az_el.m

```

1 function [az,el] = get_az_el(sat_coord,sta_coord)

    llh=cart2llh(sta_coord);
    lat =llh(:,1);

```

Appendix B. MATLAB-kod

```
5 long=llh(:,2);

% calc. the station-to-satellite vector in a local station coordinate system
% where coord. #1 is east
%      coord. #2 is north
10 % and coord. #3 is up
loc_coord=z_rotate(sat_coord-sta_coord,long+pi/2);
loc_coord=x_rotate(loc_coord,pi/2-lat);
el = angle(sqrt(loc_coord(:,1).^2+loc_coord(:,2).^2)+i*loc_coord(:,3));
az = angle(loc_coord(:,2)+i*loc_coord(:,1));
15 % az=0 towards north, az=90 towards east
```

B.2.11 dt_rel.m

```
1 function dt = dt_rel(t,eph)

dn      =eph(02,:)';
5 M_0    =eph(03,:)';
e       =eph(05,:)';
sqrtA   =eph(07,:)';
t_oe    =eph(08,:)';
week_no  =eph(17,:)';

10

mu=3.986005e14;
Omega_dot_e=7.2921151467e-5;
A=sqrtA.^2;
15 n_0=sqrt(mu./(A.^3));
n=n_0+dn;

t_oe_f=t_oe+7*86400*week_no;

20 % t_off is the time offset approximately corresponding to the travelling time
t_off=-0.075;
t_off=0;

% t_rec is the time of signal reception referenced to time of
25 % ephemerids
t_rec=t-t_oe_f;

t_k=t_rec+t_off;
M_k=M_0+n.*t_k;

30 % translate mean anomaly into eccentric anomaly
E_k=ecce_anom(M_k,e,3);

% Finally, relativistic periodic satellite clock effect
35 % according to Seeber: Satellite Geodesy (1993), eq 7.107, p 292
dt=-4.443e-10*e.*sqrtA.*sin(E_k);
```

B.2.12 ecce_anom.m

```
1 function E = ecce_anom(M,e,n_iter)

    E=M+e.*sin(M);
    for i=1:n_iter
5      E=M+e.*sin(E);
    end
```

B.2.13 llh2cart.m

```
1 function res=llh2cart(pos)

    Re=6378137;
    f=1/298.257222101;
5    e2=2*f-f^2;

    N=Re./sqrt(1-e2*sin(pos(:,1)).*sin(pos(:,1)));

    res=[(N+pos(:,3)).*cos(pos(:,1)).*cos(pos(:,2)) ...
10      (N+pos(:,3)).*cos(pos(:,1)).*sin(pos(:,2)) ...
        (N*(1-e2)+pos(:,3)).*sin(pos(:,1))];
```

B.2.14 cart2llh.m

```
1 function res=cart2llh(pos)

    Re=6378137;
    f=1/298.257222101;
5    e2=2*f-f^2;

    lon=angle(pos(:,1)+i*pos(:,2));

    lat=angle(sqrt(pos(:,1).^2+pos(:,2).^2)+i*pos(:,3));
10    for j=1:6
        N=Re./sqrt(1-e2*sin(lat).*sin(lat));
        h=sqrt(pos(:,1).^2+pos(:,2).^2)./cos(lat)-N;
        lat=angle(sqrt(pos(:,1).^2+pos(:,2).^2).*((1-e2)*N+h)+i*pos(:,3).*(N+h));
    end
15    res=[lat lon h];
```