

Lutande tornet i Pisa

En studie om lutningens uppkomst, åtgärder & beräkningar

Kandidatarbete inom geoteknik

ELIN AUGUSTSSON
VILHELM BERLING
ANNA LINDBLOM
ANGELICA NYLUND
ANDREA SVENSSON

KANDIDATUPPSATS ACEX10-18-40

Lutande tornet i Pisa

En studie om lutningens uppkomst, åtgärder & beräkningar

ELIN AUGUSTSSON
VILHELM BERLING
ANNA LINDBLOM
ANGELICA NYLUND
ANDREA SVENSSON

Institutionen för Arkitektur och samhällsbyggnadsteknik
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2018

Lutande tornet i Pisa

En studie om lutningens uppkomst, åtgärder & beräkningar

ELIN AUGUSTSSON
VILHELM BERLING
ANNA LINDBLOM
ANGELICA NYLUND
ANDREA SVENSSON

© ELIN AUGUSTSSON VILHELM BERLING ANNA LINDBLOM
ANGELICA NYLUND ANDREA SVENSSON, 2018

Kandidatarbete ACEX10-18-40

Institutionen för Arkitektur och samhällsbyggnadsteknik

Avdelning för Geologi och geoteknik

Chalmers tekniska högskola

SE-416 96 Göteborg

Sverige

Telefon: +46 (0)31-772 1000

Omslag: (Burland, 1998). Omarbetad med tillstånd.

Institutionen för Arkitektur och samhällsbyggnadsteknik
Göteborg, Sverige 2018

Lutande tornet i Pisa

En studie om lutningens uppkomst, åtgärder & beräkningar

ELIN AUGUSTSSON

VILHELM BERLING

ANNA LINDBLOM

ANGELICA NYLUND

ANDREA SVENSSON

Institutionen för Arkitektur och samhällsbyggnadsteknik

Avdelning för Geologi och geoteknik

Chalmers tekniska högskola

Sammanfattning

Det lutande tornet i Pisa präglas av en lång historia av försök med stabiliseringsåtgärder då tornet, redan efter första byggnationsetappen, hade fått en begynnande lutning. I denna rapport redogörs det för byggnationen av tornet, hur dess lutning uppstått och sett ut historiskt, hur de geologiska respektive hydrogeologiska förhållandena ser ut och dess inverkan på lutningen samt vilka åtgärder som tillämpats på tornet.

Rapporten redovisar resultat från beräkningar som gjorts; dessa omfattar markens sättning och dess bärlighet. För att kunna genomföra beräkningarna har en del antaganden gjorts. Därefter har det även undersökts hur ändring av jordparametrar och vattennivåer i olika kombinationer skulle kunna påverka lutningen. Det utförs bland annat för att se hur stor felkälla dessa antaganden skulle kunna utgöra.

Det har visat sig att tornets förhållande är komplext och beroende av flera olika parametrar. Beräkningar visar att sättningar och markens bärlighet inte kan förklara tornets kraftiga lutning, utan att den huvudsakligen beror på tornets problem med *leaning instability*.

Utifrån resultat och tillgängliga data diskuteras tornets framtid baserat på hoten från klimatförändringar samt etiska och samhällsliga aspekter.

Abstract

The leaning tower of Pisa has a long history of stabilizing measures, as it got an incipient leaning after the first construction stage. This report describes the construction of the tower, its inclination, history and what impact the geological and hydrogeological conditions has had on leaning.

The report presents the results from calculations of settlement and bearing capacity to explain the history of the tilt. Assumptions have been made considering the parameters, therefore the report includes a comparison of how changes in these affects the leaning. This is done to get an idea of how the assumptions contribute to the source of errors.

The reason for the characteristic leaning has proved to be complex and depending on multiple parameters. The calculations prove that the tilt of the tower does not entirely depend on the settlement or the bearing capacity, but on the phenomenon leaning instability.

Based on the results and available data as well as the applied corrective actions, the future of the tower has been discussed based on the threats of climate change as well as ethical and social aspects.

Innehåll

1. Inledning	1
1.2. Syfte	1
1.3. Avgränsning	1
1.4. Frågeställning	2
2. Metod	3
3. Bakgrund	4
3.1 Tornets geografiska placering & utformning	4
3.2 Lutningens uppkomst	5
3.3 Geologiska förhållanden	6
3.4 Geotekniska parametrar	9
3.5 Hydrogeologiska förhållanden	10
4. Sättningar	11
4.1 Teori	11
4.2 Resultat	13
4.2.1 Sättningsberäkning utan etapper	13
4.2.2 Sättningsberäkning med etapper	14
4.2.3 Momentana sättningar	16
4.2.4 Förändringar av parametrar	17
5. Bärighet	20
5.1 Teori	20
5.2 Resultat	23
6. Leaning instability	25
7. Åtgärder	26
7.1 Tornet i Pavia - Startskottet till stabiliseringsarbetet i Pisa	26
7.2 Injekteringshål	27
7.3 Pumpning av vatten från sandlager	27
7.4 Blyvikter	27
7.5 Murbrukskonglomeratring	29
7.6 Jordankare	29
7.7 Utschaktning under tornet	29
7.8 Brunnar för reglage av grundvattennivåerna och dränering	32
7.9 Åtgärder som undersökts men inte använts vid Pisa	32
8. Framtidsscenario	33
9. Risker	34
9.1 Klimatförändringar	34
9.2 Jordbävning	34

9.3 Krypning.....	34
10. Diskussion.....	36
10.1 Etik och samhällliga aspekter	36
11. Slutsats.....	38
Referenser	39
Bilagor	42
Bilaga 1	42
Bilaga 2.....	43
Bilaga 3	44
Bilaga 4.....	45
Beräkningsbilaga.....	46

1. Inledning

Turismagneten "Lutande tornet i Pisa" är ett välkänt monument som är av betydelse för staden Pisa och dess välkända lutning uppstod redan efter byggstart (Burland, 2000). Flertal försök till kompensationsåtgärder och utredningar har gjorts under århundradena som gått, där vissa har visat sig vara mer lyckade än andra.

Det finns ofta flera orsaker till att en byggnad börjar luta (Kijanka & Kowalska, 2017). Dessa delas in i tre huvudgrupper listade nedan, där en oftast är den dominerande orsaken till lutningens uppkomst.

- Jordens egenskaper (t ex. bärighet, otillräcklig förberedelse av grunden, ojämna konsolideringssättningar, grundvattenförändringar)
- Grundläggning (t ex. för ytlig)
- Mänsklig aktivitet (t ex. gruvarbete, underjordisk aktivitet)

Det var efter kollapsen av tornet i Pavia som tornet i Pisa stängdes ner för undersökningar och stabiliseringsarbeten (Burland, 2000). Ett flertal åtgärdsmetoder analyserades, från vilka slutsatsen drogs att jordförhållandena på den södra sidan av tornet var ytterst känsliga för ingrepp. Detta resulterade i att flera metoder fick uteslutas, men något som däremot stod klart var att om inga åtgärder vidtogs så skulle det resultera i kollaps av tornet (Burland, 2002).

1.2. Syfte

Rapporten syftar till att utifrån sättningsberäkningar, bärighetsanalys och teorin kring "leaning instability" redogöra för hur mycket respektive del bidragit och/eller bidrar till tornets lutning. Förhoppningen är att öka förståelsen för varför tornet lutar så som det gör idag.

Med den ökade förståelsen och genom att undersöka de åtgärder som tillämpats på tornet, är syftet att kunna diskutera möjliga framtidsscenarioer samt tornets betydelse för Pisa ur ett ekonomiskt, etiskt och samhällligt perspektiv.

1.3. Avgränsning

Rapporten kommer inte att utreda val av tornets geografiska placering, utan utgå från dagens läge och den markdata som finns tillgänglig. Andra möjliga placeringar av tornet kommer alltså inte utredas.

Analys av materialval för byggnationen samt djupare analys av tornets konstruktion kommer inte att beröras, däremot beskrivs tornets estetik, byggnadsprocess och lutningshistorik tillsammans med utförda stabiliseringsåtgärder.

Alla beräkningar kommer att utföras för hand och/eller med Excel, inga datormodelleringar kommer att göras.

Hydrogeologiska aspekter i form grundvattenströmning kommer inte att studeras, däremot olika grundvattennivåers inverkan.

1.4. Frågeställning

Kommande rapport kommer att redogöra för anledningen till varför tornet i Pisa lutar och vad som kan förväntas att ske i framtiden. Olika faktorer som påverkar tornets rörelser kommer undersökas samt vilka stabiliseringsåtgärder som vidtagits för att förhindra dessa. Vidare kommer det diskuteras kring resultat och etiska frågor kopplade till studien. En enklare endimensionell sättningsberäkning och bärighetsanalys kommer att utföras och likheter mellan raset av ett torn i staden Pavia och tornet i Pisa kommer att studeras.

2. Metod

Rapporten kommer att baseras på studier och analyser av befintliga data för tornet i Pisa. Studien kommer inledas med redogörelse för tornets geografiska placering och lutningens uppkomst för att därefter framförallt fokusera på ämnet geoteknik. Andra ämnen som även kommer att beröras är geologi och hydrogeologi.

En jordprofil kommer att tas fram baserad på tidigare publikationer inom ämnet och även parametrar som exempelvis tunghet, kompressionsindex, kohesionskoefficient och friktionsvinkel kommer att tas fram. Det för att kunna utföra en sättningsberäkning. Dessa parametrar kommer även att användas för att analysera markens bärighet. Förutom dessa beräkningar kommer även fenomenet leaning instability som nämnt ovan att beskrivas ur ett teoretiskt perspektiv.

Utifrån de geotekniska, geologiska och hydrogeologiska data som finns kommer två olika analyser att utföras och en teori behandlas. Dessa är; sättningsberäkning, bärighet och leaning instability, varav det sistnämnda endast diskuteras. Utifrån resultaten kommer det sedan diskuteras huruvida tornets lutning beror av respektive del.

Det var raset av ett torn i en nära belägen italiensk stad, Pavia, som bidrog till att stabiliseringsarbetet i Pisa påbörjades. Eftersom det fanns betydande likheter mellan de två tornen kommer dessa diskuteras tillsammans med de åtgärder som utförts och hur de påverkat tornet. I rapporten kommer det även att diskuteras och resoneras kring etiska och samhällsliga aspekter, exempelvis vilken betydelse tornet har för staden Pisa.

Information kommer att hämtas via akademiska databaser förmedlade av Chalmers bibliotek, böcker publicerade inom bland annat ämnet geoteknik samt publicerade rapporter och artiklar. Med insamlad information ska frågeställningarna besvaras och analyseras från ett tekniskt perspektiv och tornets framtid diskuteras.

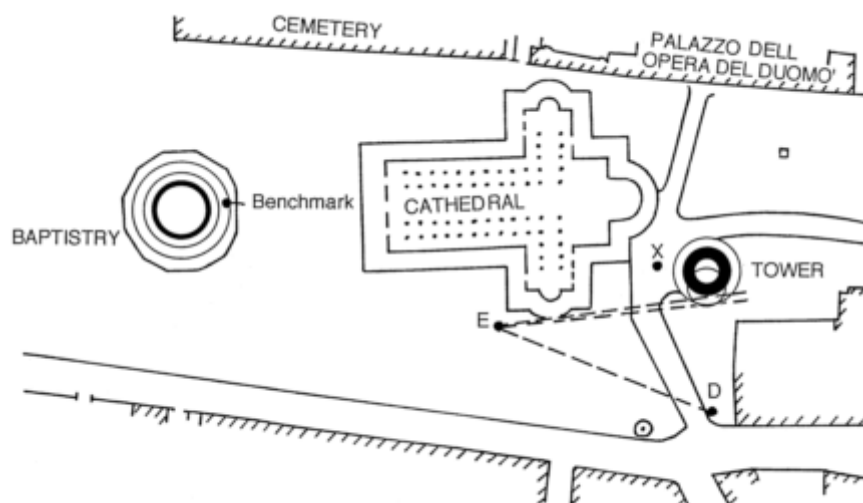
3. Bakgrund

3.1 Tornets geografiska placering & utformning

Det kända tornet ligger på torget Piazza dei Miracoli i staden Pisa, som ligger vid kusten i nordvästra Italien, se Figur 1. Torget består av tre byggnader varav tornet är yngst och den enda av byggnaderna som lutar (Burland, 2002), se Figur 2. Katedralen och Baptisteriet har större bottenareor jämfört med tornet vilket skulle kunna förklara varför dom står stabilare, eftersom lasten sprids till marken via en större yta.

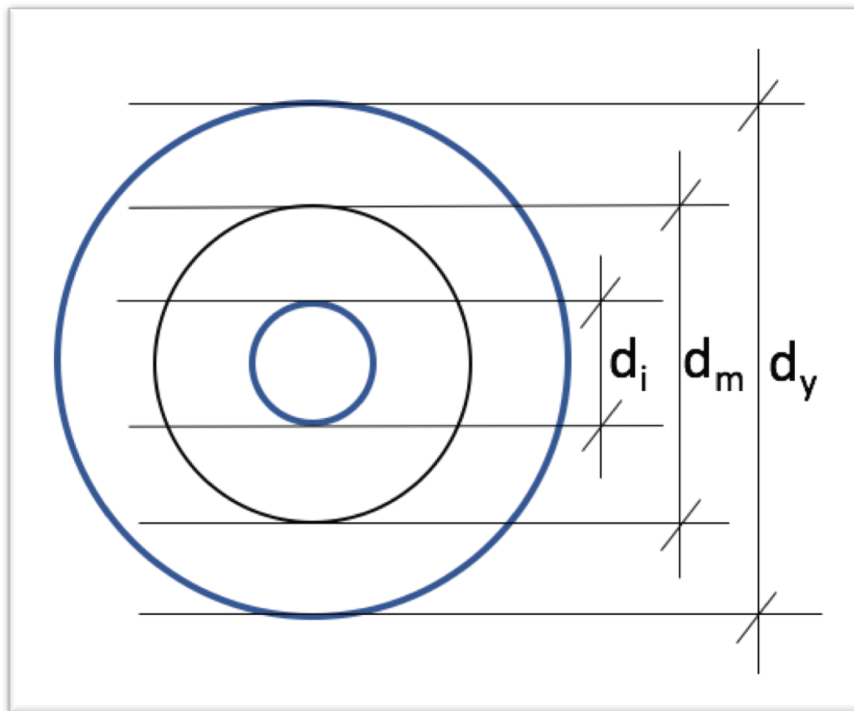


Figur 1. Kartbild som visar vart Pisa ligger. (Google Maps, 2018).



Figur 2. Visar området Piazza dei Miracoli (Burland, 2008). Återgiven med tillstånd.

Tornet är konstruerat i marmor och är utformat som en ihålig cylinder där hålrummet som uppstår mellan ytter- och innervägg är fyllt med stenmaterial och murbruk. Tornet består av ett entréplan, sex stycken våningar och ett klocktorn. Det är 56 meter högt, har en innerdiameter på 7,4 meter och en ytterdiameter på 15,5 meter. Grundläggningsplattan som tornet står på har en innerdiameter på 4,6 meter och en ytterdiameter på 19,6 meter (Puzrin, Alonso, & Pinyol, 2010), se Figur 3.



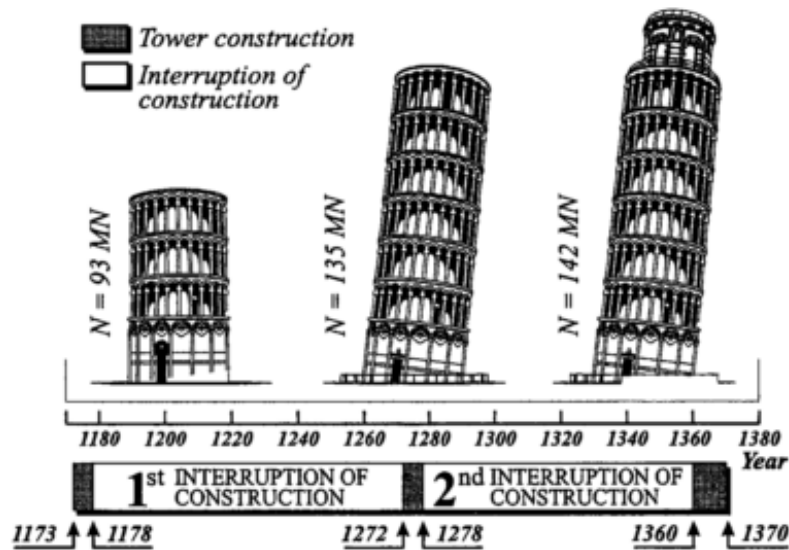
Figur 3. Grundläggningsdimensioner, där $d_i = 4,6$ m (innerdiameter), $d_m = 12,1$ m (medellängd), $d_y = 19,6$ m (ytterdiameter). Författarnas egna illustration.

3.2 Lutningens uppkomst

Startskedet för byggnationen av tornet ägde rum år 1173 och skulle innan färdigställandet ha två längre uppehåll, cirka 100 år vardera (Burland, 2002). Första etappen pågick i fem år och under dessa år hann fyra våningar byggas innan finansiella kriser till följd av kriget med Florens stoppade byggnationen (Puzrin et al., 2010). Efter etapp ett vägde byggnaden cirka 9000 ton och under byggnationen av denna uppstod sättningar i jorden. Tornet hade då fått en begynnande lutning åt norr på 0,2 grader.

År 1272 påbörjades andra etappen, som varade i sex år, under vilken de sju våningar som finns idag färdigställdes (Puzrin et al., 2010). Nu hade tornets lutning ändrat riktning till söder och uppgick till 0,6 grader. Under etapp två gjordes därför försök att korrigera lutningen genom att bygga de övre våningarna mer vertikalt i förhållande till de nedre våningarna. Denna justering gjorde att tornet fick ett bananformat utseende. När etapp två avslutades vägde byggnaden 13 600 ton och under nästkommande 90 år, innan etapp tre påbörjats, ökade lutningen till 1,6 grader

Etapp tre påbörjades år 1360 och varade i tio år, under denna etapp byggdes klocktornet (Puzrin et al., 2010). Nu hade lutningen åt söder blivit så stor att det krävdes fler trappsteg mellan våning sju och klocktornet på södra sidan än på den norra sidan. Under byggnationen försökte byggarbetarna reglera lutningen genom att placera stenar och därmed extra tyngd på den lägre delen av tornet. Byggnaden var färdigställd år 1370 och vägde då 14 500 ton, se Figur 4.



Figur 4. Bild över de olika byggnationsetapperna (Burland, 2002). Återgiven med tillstånd.

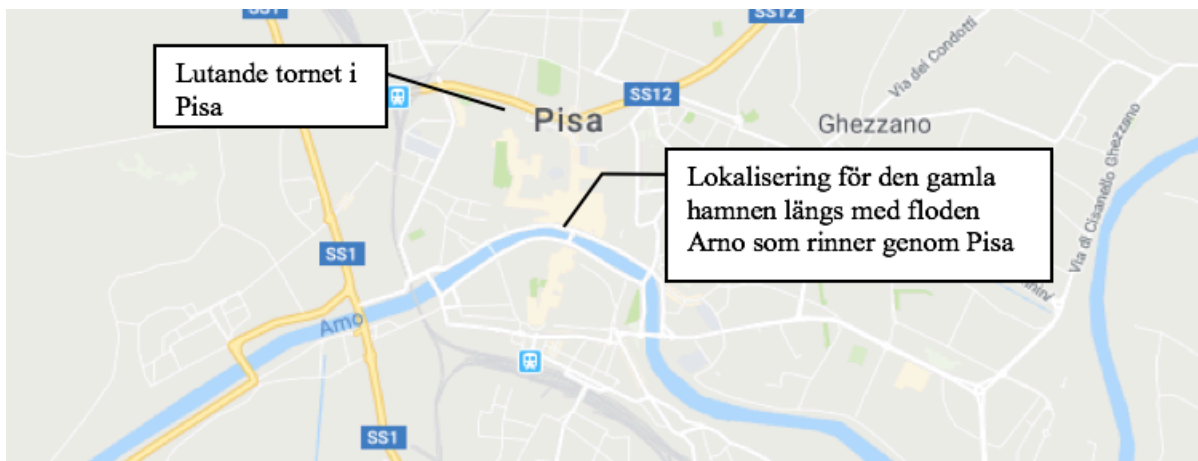
Nästa händelse som påverkade lutningen starkt under kort tid ägde rum år 1838 (Puzrin et al., 2010). Arkitekten Alessandro Della Gherardesca lät gräva en gångväg runt grunden på tornet som medförde att den uppmätta lutningen från år 1817 på 4,8 grader ökade till 5,3 grader. Anledningen till den ökade lutningen var att grundvatten började flöda in på den tänkta gångvägen i och med utgrävningen. Efter detta gjordes mätningar på lutningen kontinuerligt och förändringshastigheten på lutningen uppmättes till 0,00017 grader per år. År 1990 mättes lutningen till 5,44 grader.

3.3 Geologiska förhållanden

Staden Pisa ligger på en låg alluvial slätt vid floden Arno (Lippi et al., 2007). Alluviala förhållanden skapas genom att sediment förflyttats och avlagras med hjälp av rinnande vattnet (Havs- och Vattenmyndigheten, 2013).

År 1998 upptäcktes ett skeppsvrak vid Pisas tågstation, San Rossore, som ligger två kilometer från tornet (Lippi et al., 2007). Vid utgrävningen av fyndet hittades ett flertal vrak tillsammans med andra liknande föremål, vilket bidrog till slutsatsen om att det tidigare legat en hamn där 900-200 år f. Kr. Vrakens placering tyder på att Arno översvämmades vid flertalet tillfällen, vilket resulterade i att hamnen fick flyttas. Översvämningarna bidrog till att rådande sandlager täcktes av tunna lager av sandig silt och lera.

Floden är idag under avsänkning och det är under dessa fluktuationer som de alluviala jordförhållandena i området skapats (LoPresti, Jamiolkowski, & Pepe, 2003). Detta har skett under den geologiska perioden Pleistocen-Holocen och innebär att avsättningarna har sedimenterat inom en tidsrymd som innefattar de senaste 2,5 miljoner åren (Sveriges geologiska undersökning, u.d). Den senare perioden (Holocen) inleddes för cirka 11 000 år sedan och är den mellanistid vi lever i idag.

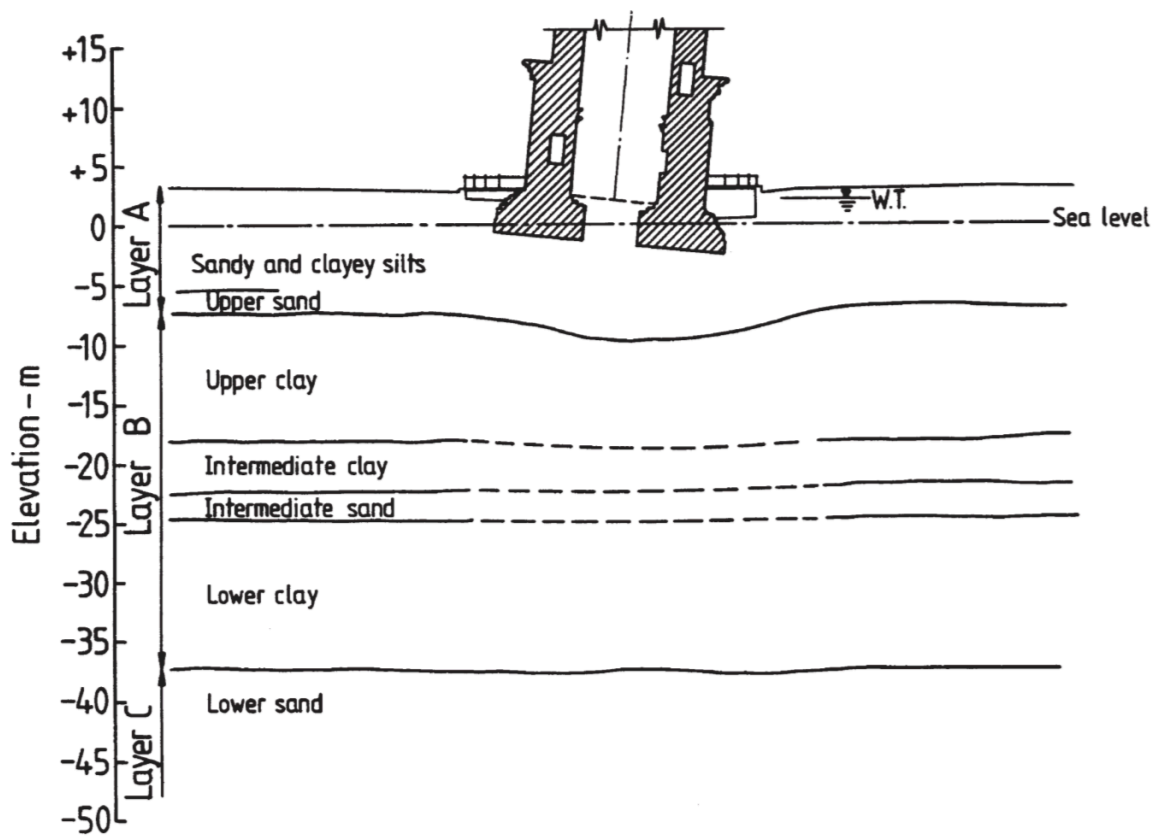


Figur 5. Kartbild som visar det geografiska förhållandet mellan tornet i Pisa och hamnen (Google Maps, 2018).

För att kunna utföra beräkningar längre fram i rapporten behövs en klar bild av marken som befinner sig under och runt omkring tornet. En förenklad jordprofil, se Bilaga 1, för området har därför tagits fram utifrån befintliga data från ett borrhål lokaliserat norr om byggnaden, presenterad i en rapport skriven av Rampello och Callisto (1998). Jordprofilen kan huvudsakligen delas upp i tre lager enligt ovan nämnd rapport och dessa är:

- *Horisont A*, en blandad jordlagerföljd på 7,4 meter bestående av lerig silt, siltig sand, sandig silt och ett avslutande lager gråsand med en mäktighet på 2 meter. Denna stora variation i jordarter skulle kunna förklaras av att avsättningsmiljön har haft en varierande salthalt över tid. Denna hypotes stärks enligt tidigare nämnd rapport i och med de upphittade resterna från diverse blötdjur som lever i sötvatten och dess skal.
- *Horisont B*, en jordlagerföljd som till största del består av olika lerlager. Det övre lerlagret har en mäktighet på 10,4 meter och består av en marin lera med hög plasticitet. Leran benämns ofta med namnet Pancone-lera och är en mjuk och känslig lera. Det mellanliggande lerlagret har en mäktighet på 4,2 meter och liknar avsättningarna i Horisont A, samma gäller det efterkommande sandlagret på 2,4 meter. Det nedre lerlagret har en mäktighet på 12,6 meter och har tydliga drag som återfinns hos avlagringar i saltvatten och den ovan nämnda Pancone-leran. Denna dateras genom kol-14-metoden till 4940 ± 280 år f.Kr.
- *Horisont C*, består av ett sandlager ner till ett djup på cirka 200 meter.

Den faktiska lagerföljden för området återfinns nedan i Figur 6. Det som skiljer sig från den förenklade profilen i Bilaga 1 är det övre lagret som utgörs av ett heterogent jordlager bestående av silt, lera och sand (LoPresti et al., 2003). Ett jordlager som i tidigare rapporter har beskrivits som "kaotiskt" och som karaktäriseras av en icke konsekvent lagerföljd där de olika jordarterna går in i varandra.



Figur 6. Lagerföljd för marken lokaliserad under tornet (Burland, 2008). Återgiven med tillstånd.

3.4 Geotekniska parametrar

Tungheten hos de olika jordlagren presenteras nedan i Tabell 1 och har utvärderats från figuren *fig 6.(a)*, som återfinns i studien om Pisas markförhållanden skriven av Rampello & Callisto (1998).

Tabell 1. Tungheter för ingående jordlager.

Jordtyp	Tunghet [kN/m ³]
$\gamma_{\text{fyllnad av sand}}$	20
$\gamma_{\text{lerig silt}}$	19
$\gamma_{\text{siltig sand, sandig silt}}$	18,5
$\gamma_{\text{gräsand}}$	17,5
$\gamma_{\text{övre lerlager}}$	16
$\gamma_{\text{mellanliggande lerlager}}$	19,5
$\gamma_{\text{nedre lerlager}}$	18
γ_{sand}	18,5
γ_{vatten}	10

Värden för friktionsvinkel, kohesionskoefficient och permeabilitet har även lästs av och listas nedan i tabellen.

Tabell 2. Friktionsvinkel, kohesionskoefficient och permeabilitet (Rampello & Callisto, 1998).

Nivå [m.ö.h]	Φ'_{cv} [°]	c' [kPa]	k [m/s]
3 till 0	34	-	
0 till -1,4	34	-	
-1,4 till -5,4	34	-	0,011
-5,4 till -7,4	34		
-7,4 till -10,9	25	2,4	0,063
-10,9 till -12,9	25	7,7	0,055
-12,9 till -17,8	22	15,9	0,063
-17,8 till -19	29	-	0,018
-19 till -22	29	-	0,018

Utöver detta har värden för C_u , C_v , OCR och portal lästs av från figurer presenterade i rapporten skriven av Lo Presti, Jamiolkowski och Pepe (2003), se Bilaga 2, 3 och 4. Dessa värden är framtagna genom ödometerförsök utförda av Laval, Lancellotta & Pepe (1990) och Calabresi et al. (1993). Laval-testerna utfördes med både stegvis pålastning och CRS-försök. De två andra testen utfördes endast med stegvis pålastning.

3.5 Hydrogeologiska förhållanden

Tornets lutning har under många år observerats och undersökts, utifrån detta har det konstaterats att lutningen varierar med årstiderna (Burland, 2002). I Nordsydlig riktning sker de största förändringarna under september månad då lutningen ökar åt söder, vilket beror på fler antal regnstormar som höjer grundvattennivån under den här perioden. Denna rörelsen pågår fram till februari. Fram till sommaren sker sedan en mindre nordsydlig riktningsändring då tornet börjar rotera åt norr.

Lutningen i östvästlig riktning förändras under augusti och september månad då tornet rör sig åt öster för att sedan, i februari, röra sig tillbaka åt väst (Rétháti, 1982). Dessa förändringar beror på variationer i grundvattennivå och temperatur. Det har konstaterats att hastigheten på lutningsvariationerna av tornet inte beror på hastigheten som grundvattennivån förändras med, utan endast på positionen av denna.

Grundvattennivån återfinns idag i horisont A, cirka en till två meter under markytan (Burland, 2002). Grundvattnets trycknivå i marken runt tornet varierar inte hydrostatiskt utan skiljer sig mellan de olika jordlagren (LoPresti et al., 2003). Det nedre sandlagret har tidigare pumpats, vilket gav upphov till ett läckage från de övre lagren (Burland, 2002). Till följd av detta uppstod ett vertikalt portryck, något under hydrostatiskt.

Förändringar i grundvattennivå är kritiskt, men framförallt en höjd nivå är negativt då jordens bärighet försämras och kan resultera i att byggnader börjar luta (Kijanka & Kowalska, 2017). Det uppstår ofta i samband med att byggnaden står på kohesions- eller organisk jord, vilket är fallet i Pisa, som har låg permeabilitet vilket bidrar till långsamma konsolideringssättningar. Enligt Kijanka och Kowalska skulle tornet i Pisa kollapsat tidigare om det inte vore för att tornet byggdes under flera etapper, vilket tillät konsolideringssättningarna ske under byggnationsstoppen. Tornet är ytterst känsligt för förändringar i portryck, vilket försvårar stabiliseringsarbetet och begränsar antalet åtgärdsmetoder.

4. Sättningar

4.1 Teori

Konsolideringssättningar uppstår i mättade jordlager med låg permeabilitet och är en volymförändring som beror på förändring av effektivspänning (Knappett & Craig, 2012). Orsaken till dessa sättningarna är många, där den vanligaste är förändring i portryck till följd av en förändring av yttre last eller grundvattennivå. Konsolideringen pågår tills portrycket som till följd av ovanstående förändringar har ökat, jämnats ut igen och jordens kornskelett bär lasten. Utöver konsolideringssättningar finns även momentana sättningar som uppstår direkt vid en ökad last, vilket beror på hög permeabilitet i jordlagren (Sällfors, 2013). Det uppstår momentana sättningar i lågpermeabla jordarter också men de karaktäriseras av ett starkt tidsberoende. Det finns även sekundära sättningar som även refereras till som krypning och det uppstår vid konstant effektivspänning.

Den förenklade modellen av markförhållandena, se Bilaga 1, har använts för att utföra sättningsberäkningar och antas gälla marken under tornet. Det övre lerlagret antas vara mest kritiskt och därför kommer sättningen beräknas i det lagret. Sättningsberäkningen kommer utföras på skikt med en mäktighet på en meter som sedan summeras. Grundvattennivån antas även den gälla överallt och är satt till två meter ovan nollnivån.

Som tidigare nämnts varierar porvattentrycket för området idag, vilket antas bero på ett av de tidigare stabiliseringsförsöken som har utförts (LoPresti et al., 2003). Denna rapportens analys utförs dock för tillståndet innan något av dessa försök utfördes och därför antas porvattentrycket vara hydrostatiskt i dessa beräkningarna.

Tornet antas i beräkningarna vara grundlagt på nivån en meter över havsnivå och lasten från tornet har satts enligt data från en rapport skriven av Puzrin & Alonso, som anger en medellast på 500 kPa (2010). Lastspridning kommer beräknas både med 2:1 metoden och Boussinesqs lösning (Poulos & Davis, 1974). Den första metoden utgår från att tillskottspänningen under lasten sprids med en lutning på 2:1. I denna metod underskattas tilläggsbelastningen då $z \leq b$ och den bör därför endast tillämpas då jorrdjupet (z) är stort i förhållande till fundamentbredden (b) (Sällfors, 2013). Den andra metoden baseras på en punktlast vilken integreras till en cirkulär last som använts för att det ger ett mer tillförlitligt resultat, eftersom 2:1-metoden inte anses vara avancerad nog för Pisa-fallet.

Faktumet att grundläggningen är ihålig kommer att tas hänsyn till med hjälp av superpositionsprincipen och modelleras som en större cirkulär bottenyta där en mindre likformig yta subtraheras.

Följande ekvationer har använts för att utföra beräkningarna:

2:1- metoden för cirkulär bottenyta:

$$\sigma_z = \frac{q \cdot \pi \cdot r^2}{(r+z)^2 \cdot \pi} \text{ [kPa]} \quad \text{Ekvation (1).}$$

Boussinesqs lösning för cirkulär bottenyta:

$$\sigma_z = q \left[1 - \frac{1}{1+(r/z)^2} \right]^{3/2} \text{ [kPa]} \quad \text{Ekvation (2).}$$

q = Last från byggnaden [kPa]

r = Grundläggningens radie [m]

z = Djup [m]

Sättnings storlek beräknas enligt (Knappett & Craig, 2012):

$$s = \sum \frac{\Delta e}{1+e_0} * H \text{ [m]} \quad \text{Ekvation (3).}$$

H = Skiktdjup [m]

e₀ = Jordens ursprungliga portal [-]

Där Δe beräknas enligt (Das & Sobhan, 2013):

$$\Delta e = C_s * \log \frac{\sigma'_c}{\sigma'_{v0}} + C_c * \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta \sigma}{\sigma'_c} \quad [-] \quad \text{Ekvation (4).}$$

C_s = Svällningsindex [-]

C_c = Kompressionsindex [-]

σ'_c = Förkonsolideringstryck [kPa]

σ'_{v0} = In situ vertikal effektivspänning [kPa]

Δσ' = Tillskottsspänning [kPa]

Konsolideringskoefficient beräknas genom följande ekvation (Knappett & Craig, 2012):

$$c_v = \frac{k}{\gamma_w * m_v} \quad [m^2/s] \quad \text{Ekvation (5).}$$

k = Hydraulisk konduktivitet [m/s]

m_v = Kompressionsmodul [-]

γ_w = Densitet vatten [kg/m³]

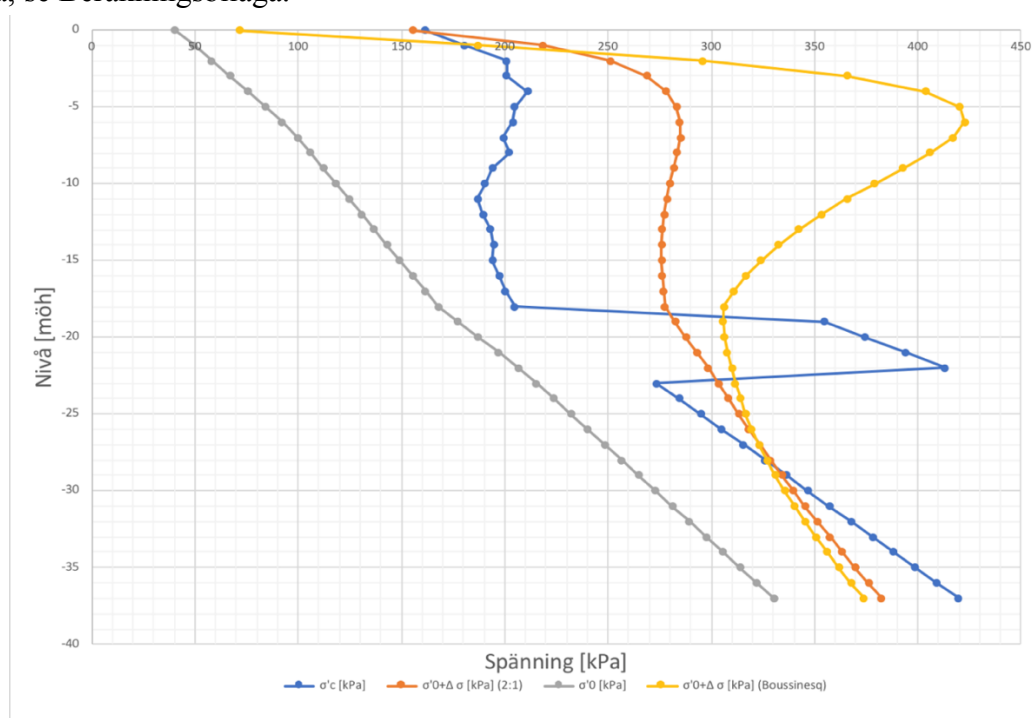
4.2 Resultat

4.2.1 Sättningsberäkning utan etapper

Enligt 2:1 metoden gör tornets tillskottsbelastning att jorden ned till nivån -17 meter och mellan -22 och -30 meter överskrider förkonsolideringstrycket. Resten av jorden fortsätter att vara överkonsoliderad. I de övre lerlagren där de betydande sättningarna förväntas ske överskrids förkonsolideringstrycket, vilket innebär att ekvation (4) används för att beräkna Δe .

Används Boussinesqs lösning för att beräkna tillskottsspänningens spridning överskrider jorden mellan nivån -1 meter och -17 meter förkonsolideringstrycket. Det innebär att ekvation (4) används även i detta fall.

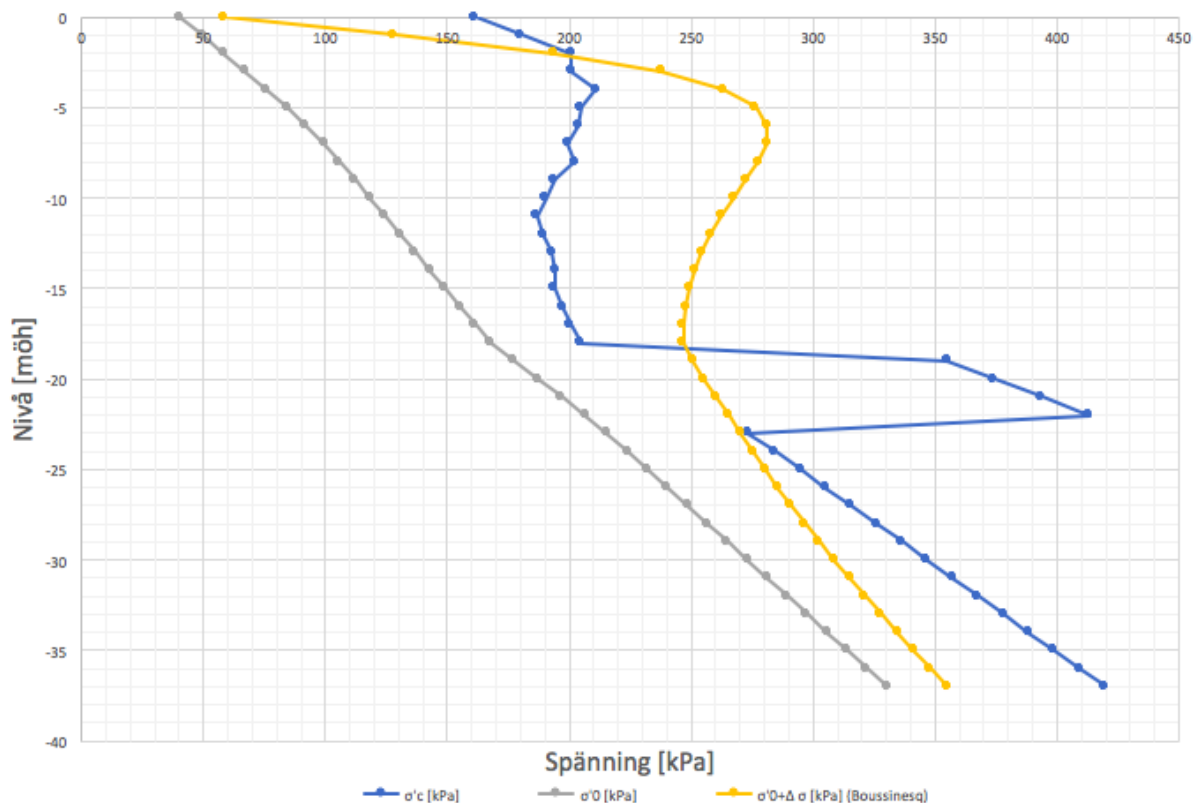
Dessa antaganden resulterar med ekvation (3) i en totalsättning i det övre lerlagret på 0,56 meter med 2:1 metoden och 0,88 meter med Boussinesqs lösning. För exakta lösningar och indata, se Beräkningsbilaga.



Figur 7. Spänningsfördelning under tornet. Författarnas egna figur.

4.2.2 Sättningsberäkning med etapper

Vid beräkning av etappvisa sättningar används endast Boussinesqs metod då den är mer exakt. Värdena på last och tidpunkt antas vara enligt Figur 4 som återfinns i kapitlet "Lutningens uppkomst". Vid varje etapp och tillägg av last antogs att konsolideringen påbörjades efter halva byggtiden. Till totala sättningen har dubbelsidig dränering antagits och höjden på skiktet blir då 7,3 meter. Innan byggnationen av tornet var marken i området överkonsoliderad. Efter första byggnationsetappen hade lasten från tornet gjort marken normalkonsoliderad istället, se Figur 8, vilket innebär att ekvation (3) och (4) används.

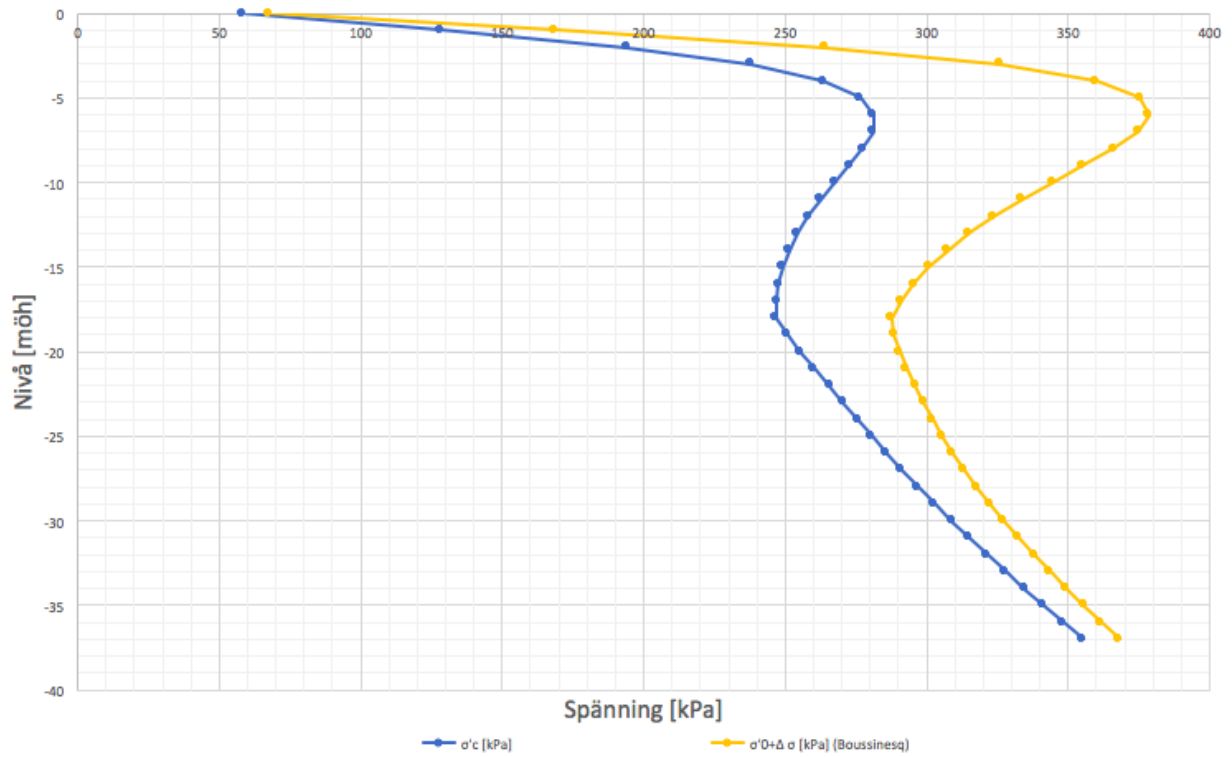


Figur 8. Spänningsfördelning under tornet efter etapp ett. Författarnas egna bild.

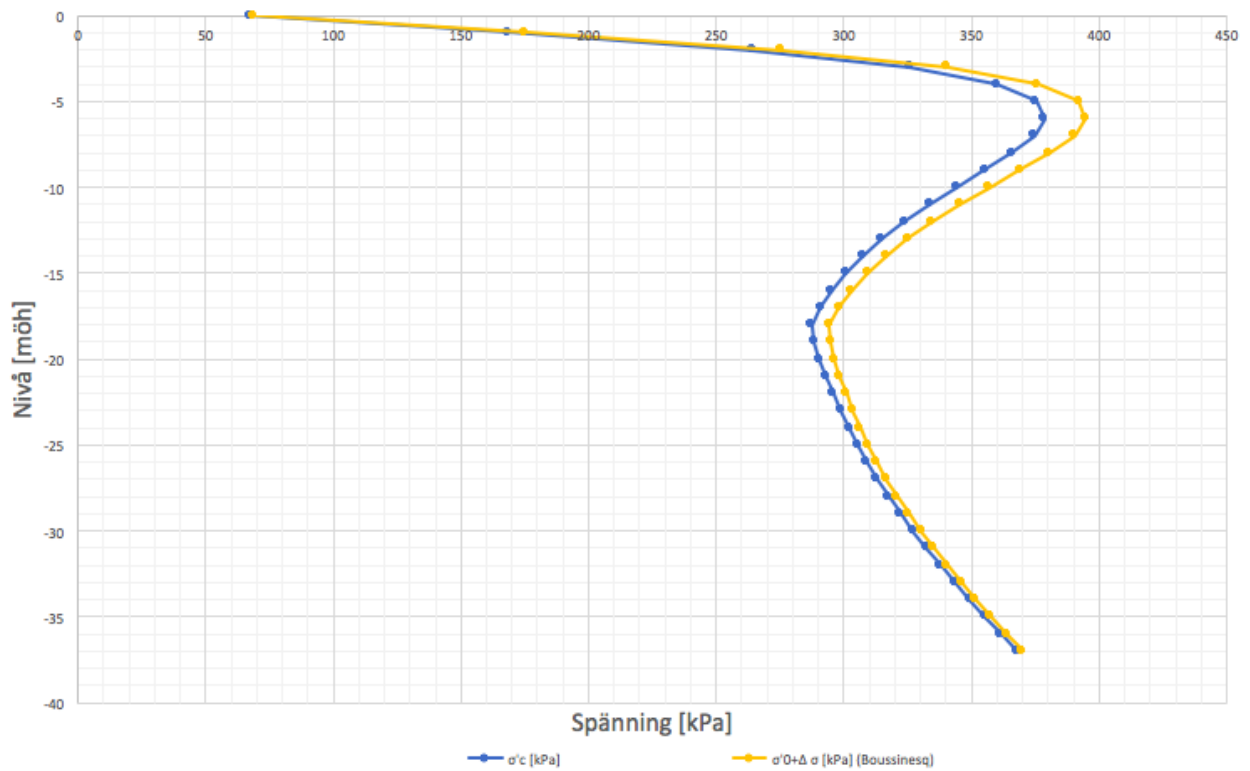
Sättningarna för etapp ett blir då 0,51 meter.

Vid etapp två och tre fortsätter jorden att vara normalkonsoliderad, se Figur 9 och 10, vilket innebär att ekvation (6) används för att beräkna sättningens storlek enligt Knappett & Craig (2012):

$$\Delta e = C_c * \log \frac{\sigma'_{v0} + \Delta\sigma'}{\sigma'_{v0}} \quad [-] \quad \text{Ekvation (6).}$$



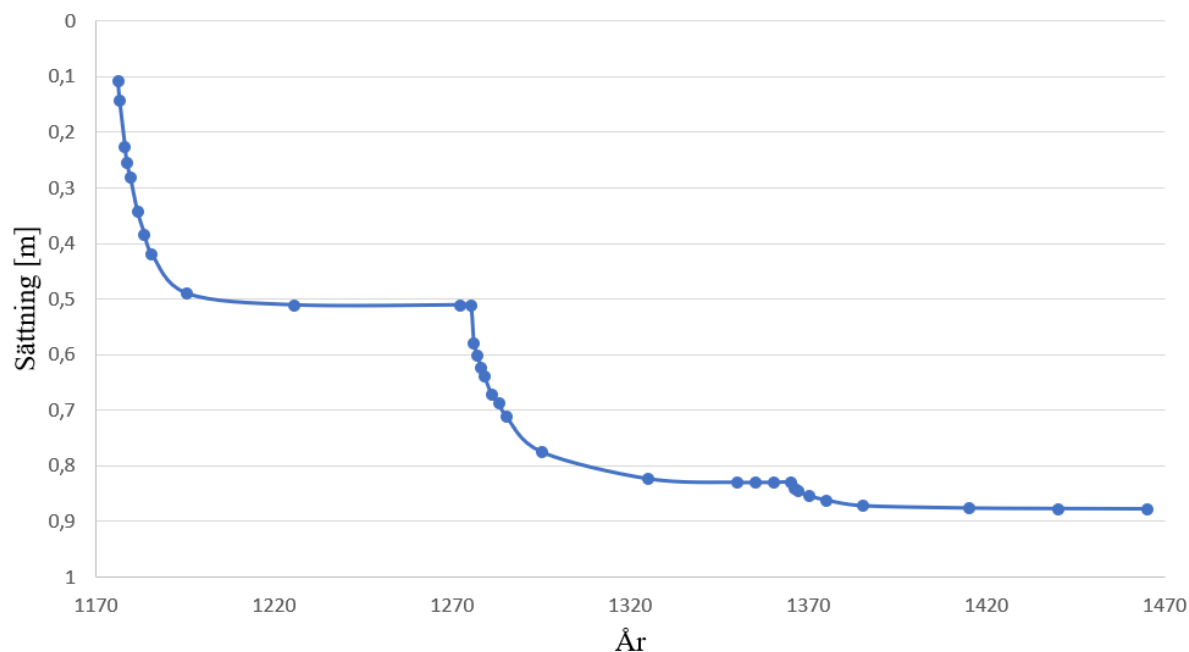
Figur 9. Spänningsfördelning under tornet efter etapp två. Författarnas egna bild.



Figur 10. Spänningsfördelning under tornet efter etapp tre. Författarnas egna bild.

De resulterande sättningarna blev 0,32 respektive 0,047 meter för etapp två och tre. Där förkonsolideringstrycket för dessa är lika med föregående etapps totalspänning plus tillskottslast ($\sigma'0 + \Delta \sigma$) enligt Boussinesqs metod.

Totala sättningen för etapperna blev 0,877 meter. För exakta lösningar och indata, se Beräkningsbilaga.



Figur 11. Tidsberoende sättningar. Författarnas egna figur.

4.2.3 Momentana sättningar

Hänsyn måste tas till en viss felmarginal då de momentana sättningarna inte är med i rapportens beräkning av sättningar på grund av brist på data. Den lutning som uppstod efter första byggetappen och som resulterade i en lutning på 0,2 grader beror troligtvis på momentana sättningar som uppstår direkt vid ökad last i permeabla jordlager, vilka skulle kunna jämföras med de övre jordlagren i fallet Pisa. Nedan utreds hur förändring i E-modul för marken påverkar de momentana, även refererade till som elastiska sättningarna under tornet.

Elastiska sättningar för en rektangulär grund kan beräknas enligt (Das & Sobhan, 2013):

$$S_e = \Delta\sigma' * B' * \frac{1-\mu_s^2}{E_s} * I_1 * I_2 * \frac{1-2\mu}{1-\mu} * I_F \text{ [m]} \quad \text{Ekvation (7).}$$

μ_s = Poissons tal [-]

E_s = Elasticitetsmodul [GPa]

B' = Längden på grundens kortaste sida [m]

I_i = Influensfaktorer som beror på M, N och D/B' [-]

$M=L'B'$ [-]

$N=HB'$ [-]

H = Jordens mäktighet [m]

L' = Längden på grundens längsta sida [m]

D = Grundläggningsdjup [m]

$\Delta\sigma'$ = Tillskottsspänning [kPa]

Tornets grundläggning är cirkulär och stämmer inte överens med förutsättningarna för ekvationen ovan. Ett antagande kommer därför göras och tornets grund modelleras som att det står på två rektangulära plattor. Utöver detta så finns heller ingen data på de ingående parametrarna i ekvationen för Pisaområdet utan godtyckliga värden används (Das & Sobhan, 2013). Tre olika värden på E-modul som är representativa för olika jordtyper kommer användas: 10 000 kPa för hård lera, 1800 kPa för lös lera, och 70 000 kPa för packad sand. Nedan följer en tabell över skillnader i den momentana sättningen vid två extremfall:

Tabell 3. Hur förändring i E-modul påverkar sättningarna.

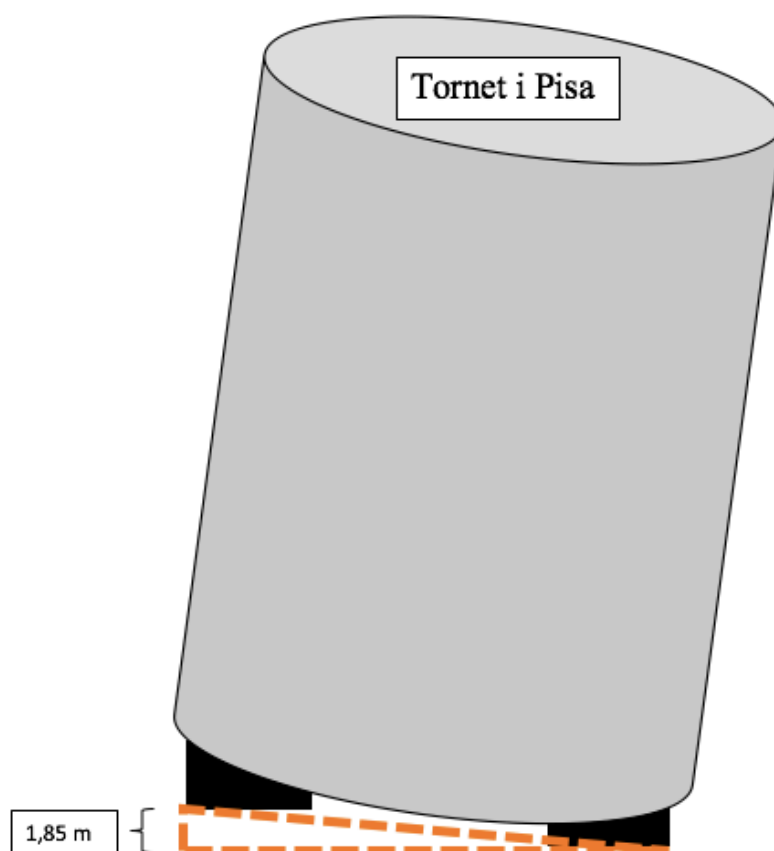
Ursprunglig E-modul [kPa]	Momentan sättning [m]	Ny E-modul [kPa]	Ny momentan sättning [m]
10 000	0,003	1800	0,016
10 000	0,003	70 000	0,0004

Skulle en situation uppstå då båda dessa extremfallen inträffar samtidigt; så att norra delen av tornet stod på lös lera samtidigt som den södra delen stod på packad sand, så blir tornets lutning 0,078 grader, vilket är mindre än de 0,2 grader som tornet lutade då första etappen var färdigställd. Extremfallet är dock inte något som skulle ha kunnat inträffa i verkligheten, då så stora skillnader i jordens egenskaper inte finns. Däremot finns det variationer i jordlagren som kan resultera i ojämn momentan sättning, men dessa variationer är inte alls i närheten av det ovan beräknade extremfallen. Det går således att fastslå att tornets initiala lutning efter första etappen inte beror på momentana sättningar.

4.2.4 Förändringar av parametrar

Ändringar i jordparametrar påverkar sättningsresultatet och bör därför utredas med hänsyn till de antaganden som gjorts. Faktumet att jordskiktens mäktighet i området runt tornet varierar i horisontalled gör att en skillnad i sättning kan uppstå. För att tornet ska uppnå sin maximalt

uppmätta lutning krävs en sättningsskillnad för de två sidorna av tornet på 1,85 meter, se Figur 12.



Figur 12. Illustration av sättningsskillnad. Författarnas egna figur.

I följande tabeller visas några exempel på hur dessa förändringar kan påverka sättningarna:

Tabell 4. Hur förändring i jordparametrar påverkar sättningarna.

	Jordparameter lera [kN/m³]	Jordparameter fyllnadsmassa [kN/m³]	Sättning 2:1 [m]	Sättning Boussinesq [m]
Ursprunglig	$\gamma_{\text{övre lerlager}} = 16$	$\gamma_{\text{fyllnadsmassa}} = 20$	0,5643	0,8839
Ny (1)	$\gamma_{\text{övre lerlager}} = 16$	$\gamma_{\text{fyllnadsmassa}} = 22$	0,5319	0,8451
Ny (2)	$\gamma_{\text{övre lerlager}} = 16$	$\gamma_{\text{fyllnadsmassa}} = 18$	0,5991	0,9252
Ny (3)	$\gamma_{\text{övre lerlager}} = 18$	$\gamma_{\text{fyllnadsmassa}} = 20$	0,5114	0,8211
Ny (4)	$\gamma_{\text{övre lerlager}} = 14$	$\gamma_{\text{fyllnadsmassa}} = 20$	0,6257	0,9560

Tabell 5. Långsam förändring i grundvattennivå, ställer in sig som ny ursprungsnivå.

	Vattennivå [m]	Sättning 2:1 [m]	Sättning Boussinesq [m]
Ursprunglig	+2	0,5643	0,8839
Ny (1)	+3	0,6226	0,9529
Ny (2)	+1	0,5123	0,8218

Tabell 6. Snabbt förlopp då förändring i grundvattennivå sker, beter sig som last.

	Vattennivå [m]	Sättning 2:1 [m]	Sättning Boussinesq [m]
Ursprunglig	+2	0,5643	0,8839
Ny (1)	+3	0,5486	0,8652
Ny (2)	+1	0,5799	0,9023

Tabell 7. Förändring i sammansättning av jordlagerföljd.

	Tjocklek överliggande lager [m]	Tjocklek övre lerlagret [m]	Sättning 2:1 [m]	Sättning Boussinesq [m]
Ursprunglig	11	10	0,5643	0,8839
Ny (1)	10	11	0,635	1,01
Ny (2)	12	9	0,5	0,768

Det som ger störst skillnad i beräknad sättning är en ökad mäktighet av det övre lagret. Med Boussinesqs lastspridning skulle en meters ökad mäktighet av det övre lerlagret ge 12,6 centimeter större sättningar. Detta är inte alls i närheten av de 1,85 meter som krävs för att tornet ska luta 5,44 grader och därav är det osannolikt att en sättningsskillnad skulle vara huvudorsaken till lutningen.

5. Bärighet

5.1 Teori

Grundläggning av konstruktioner sker ofta genom att lasten förs ner i marken genom antingen plattor, plintar eller pålar. Bärighet definieras som den medellast en jord kan bära per ytenhet utan att brott uppstår. Brukslasten ska vara avsevärt lägre än brottslasten för att uppnå en godtagbar säkerhetsfaktor (Sällfors, 2013).

En säkerhetsfaktor för bärigheten räknas ut genom (Bowles, 1997):

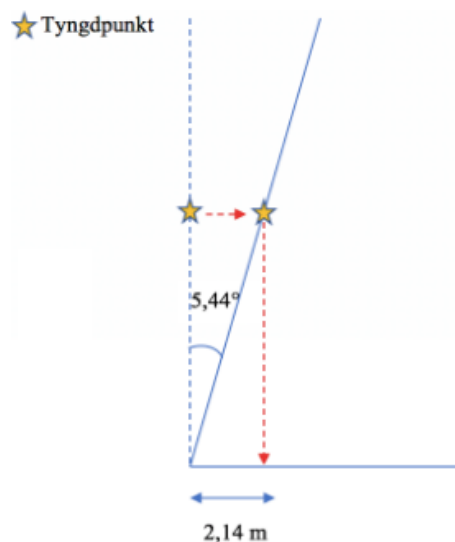
$$FoS = \frac{q_{ult}}{q_b} [-] \quad \text{Ekvation (8).}$$

q_b = Brukslast [kPa]

q_{ult} = Brottlast [kPa]

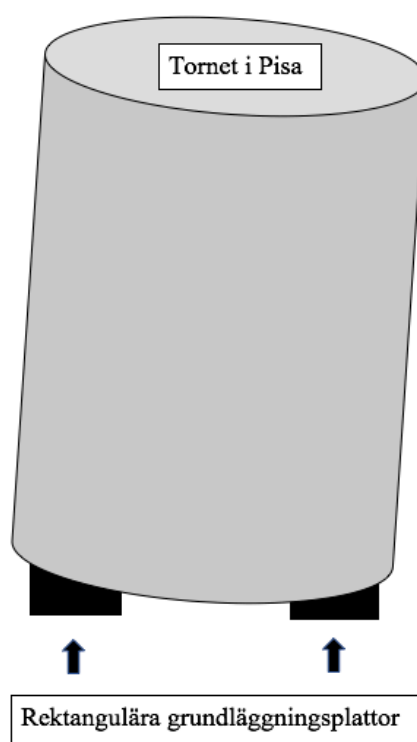
Analys av bärigheten kommer att utföras i Horisont A och det övre lerlagret i Horisont B för två fall vardera, ett där tornet antas stå rakt samt ett fall där tornet nått sin maximala lutning på 5,44 grader. De jordar som finns i Horisont A är enligt Puzrin, Alonso & Pinyol så pass permeabla att dränerade förhållanden antas vara mest representativa vid analys av bärigheten (2010). Den övre leran har däremot en mycket lägre permeabilitet och kommer analyseras som både dränerad och odränerad. Direkt efter att etapp ett var färdig antas de rådande förhållandena ha varit odränerade. Det innebär att vid beräkning av bärigheten med odränerade förhållanden behöver hänsyn inte tas till tornets lutning, samt att lasten från tornet sätts till ett lägre värde, eftersom det inte var färdigbyggt vid den tiden till skillnad från vid dränerat förhållande.

För att beräkna jordens bärighet under dess lutande stadium behöver hänsyn tas till att lasten från tornet angriper grunden excentriskt. Då tornet stod rakt låg dess vertikala tyngdpunkt på höjden 22,6 meter. En lutning av tornet med 5,44 grader innebär då en förskjutning av tyngdpunktens horisontella läge med 2,14 meter. Tyngdpunkten antas förskjutas vinkelrätt ut från plattans långsida, då detta ger störst minskning av bärigheten, se Figur 13.



Figur 13. Illustration av förskjuten tyngdpunkt. Författarnas egna figur.

Det faktum att tornets hela bottenarea inte är i kontakt med marken komplicerar bärighetsanalysen. De standardekvationer som finns enligt Bowles gäller för bland annat cirkulära, kvadratiska och rektangulära grundläggningar, men inte för cirkulära med ett hålrum i mitten, vilket är fallet i Pisa (1997). Därför behövs en geometrisk form som överensstämmer med ekvationerna som är ekvivalent med tornets grund. Till denna beräkning kommer två rektanglar att användas för att simulera två bottenplattor, då dessa rektanglar går att utföra beräkningar på och anses vara mest lika ursprungsfallet. Bredden på rektangeln är lika stor som den cirkulära grundläggningen och längden är halva cirkelns medeldiameter d_m . Bärigheten modelleras alltså som att tornet skulle stå på två stycken rektangulära plattor, se Figur 14.



Figur 14. Rektangulära grundläggningsplattor för beräkning av bärigheten. Författarnas egna figur.

Det övre lerlagret i Horisont B skulle kunna få problem med bärigheten på grund av dess låga friktionsvinkel samt låg kohesion. Det fallet kommer modelleras genom att tornets grundläggning sänks ner till nivån -7,4 meter över havet, alltså där det övre lerlagret börjar, se Bilaga 1. Tornets verkliga last på marken kommer inte användas, utan den spänning som lastspridningen ger upphov till på den nivån. Den odränerade skjuvhållfastheten sätts till 45 kPa för detta fallet baserat på Rampello & Callistos (1998) studie.

Vid analys av det första fallet, dränerat förhållande, kan markens bärighet beräknas enligt Meyerhof som är en utveckling av Terzaghi's teori på så vis att Meyerhof inkluderar koefficienter för den geometriska formen på grunden (CivilEngineeringBible, n.d.); se ekvationen nedan (Bowles, 1997):

$$q_{ult} = c * N_c * s_c * d_c + q * N_q * s_q * d_q + 0,5\gamma * b * N_\gamma * s_\gamma * d_\gamma \text{ [kPa]} \text{ Ekvation (9).}$$

q = Last från omgivningen [kPa]

γ' = Jordens effektiva tunghet [kN/m³]

b = Plattans bredd [m]

c = Kohesion [kPa]

N_c, N_q, N_γ = Bärighetsfaktorer som beror på den effektiva friktionsvinkeln

s_c, s_q, s_γ = Korrektion för grundläggningens form

d_c, d_q, d_γ = Korrektion för grundläggningsdjup

$$N_q = e^{\pi \tan(\phi)} \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) [-] \text{ Ekvation (10).}$$

$$N_c = (N_q - 1) * \cot(\phi) [-] \text{ Ekvation (11).}$$

$$N_\gamma = (N_q - 1) * \tan(1,4 * \phi) \text{ Ekvation (12).}$$

Korrektionsfaktorer för geometrisk form:

$$s_q = s_\gamma = 1 + 0,1 * K_p * \frac{b}{l} [-] (\phi > 10^\circ) \text{ Ekvation (13).}$$

$$s_c = 1 + 0,2K_p * \frac{b}{l} [-] \text{ Ekvation (14).}$$

Korrektionsfaktorer för grundläggningsdjup:

$$d_q = d_\gamma = 1 + 0,1\sqrt{K_p} * \frac{D}{b} [-] (\phi > 10^\circ) \text{ Ekvation (15).}$$

$$d_c = 1 + 0,2\sqrt{K_p} * \frac{D}{b} [-] \text{ Ekvation (16).}$$

$$K_p = \tan^2\left(45 + \frac{\phi}{2}\right) [-] \text{ Ekvation (17)}$$

Jordlagren ovanför det övre lerlagret i Horisont A är friktionsjordar ($c=0$) och här gäller det andra fallet, odränerat förhållande och därför försvinner den första termen i ekvationen vilket resulterar i:

$$q_{ult} = q * N_q * s_q * d_q + 0,5\gamma * b * N_\gamma * s_\gamma * d_\gamma \text{ [kPa]} \text{ Ekvation (18).}$$

Hänsyn till en excentriskt last kan enligt Meyerhof (1953) tas genom att använda sig av en reduktionsfaktor R_e (Bowles, 1997) .

$$R_e = 1 - \frac{2e}{b} [-] (\text{kohesionsjord}) \text{ Ekvation (19).}$$

$$R_e = 1 - \sqrt{\frac{e}{b}} [-] (\text{friktionsjord och då } 0 < \frac{e}{b} < 0,3) \text{ Ekvation (20).}$$

$$e = \frac{M}{V} \text{ [m]} \quad \text{Ekvation (21).}$$

M = Moment [Nm]

V = Vertikallast [N]

Brottlasten vid en excentrisk last beräknas med R_e enligt:

$$q_{ult,exc} = q_{ult} * R_e \text{ [kPa]} \quad \text{Ekvation (22).}$$

För det odränerade fallet gäller att (Das & Sobhan, 2013):

$$\phi = 0 \text{ [}^\circ\text{]}$$

$$c = c_u \text{ [kPa]}$$

$$N_\gamma = 0 \text{ [-]}$$

$$N_q = 1 \text{ [-]}$$

$$N_c = 5,14 \text{ [-]}$$

$$d_q = d_\gamma = 1 \text{ [-]}$$

$$s_q = s_\gamma = 1 \text{ [-]}$$

$$K_p = 1 \text{ [-]}$$

Kvar av Meyerhofs bärighetsekvation (1953) är då:

$$q_{ult} = c_u * N_c * s_c * d_c + q \text{ [kPa]} \quad \text{Ekvation (23).}$$

5.2 Resultat

Förskjutningen av lastens angreppspunkt med 2,14 meter ger ett moment på 305 GNm och $e=2,14$.

Tabell 8. Bärighet Horisont A.

	Rakt	Lutande
Bärighet [kPa]	4193,7	2609,7
Säkerhetsfaktor	8,39	5,22

Tabell 9. Bärighet Horisont B.

	Odränerat	Dränerat	Dränerat med lutning
Bärighet [kPa]	405,4	1257,4	782,7
Säkerhetsfaktor	2,01	3,86	2,40

Det mest problematiska tillfället verkar alltså ha varit efter att etapp ett var färdigställd. Att se jorden som helt odränerad vid detta tillfälle är dock inte helt rätt då etappen tog hela fem år att färdigställa. Den långa byggtiden gör att jorden till viss del hinner dränera och ett mellanting mellan dränerade och odränerade förhållande uppstår, vilket ger marken en högre bärighet.

Jordens bärighet verkar därmed inte vara en orsak till tornets lutning. Modelleringen av grunden som två rektangulära plattor, samt den antagna förskjutningen av lasten är antaganden som potentiellt kan ge ett missvisande svar, men när säkerhetsfaktorn blir så pass stor borde ändå slutsatsen att bärförmågan inte är ett problem kunna dras. För exakta lösningar och indata, se Beräkningsbilaga.

6. Leaning instability

När höjden i förhållande till bredden är stor för en byggnad, som för tornet i Pisa, finns risk för leaning instability (Kijanka & Kowalska, 2017). Det är ett fenomen som uppstår då vridmomentet på grund av en lutning är lika med eller större än motståndsmomentet som genereras av grunden (Burland, 2012). Det är jordlagrens kompressabilitet som är orsaken till detta problem, det beror alltså inte på att jorden är heterogen eller dess hållfasthet.

Problematiken kring detta kan idealiseras genom att försöka bygga med trästavar på en mjuk matta (Burland, 2012). Oavsett hur rakt tornet byggs så kommer det så småningom att nå en höjd där det kommer att börja luta. På grund av det förskjuts tyngdpunkten horisontellt och den mjuka, kompressibla jorden kan inte stå emot vridningsmomentet.

Enligt Professor Burland befinner sig tornet i Pisa precis vid denna kritiska höjd (2012). Han menar att om det hade varit några meter lägre hade tornet stått stabilare och lutat betydligt mindre, men hade det däremot varit högre så hade tornet kollapsat för flera decennier sedan.

7. Åtgärder

Tornet är av stor betydelse för Pisa då det lockar miljontals besökare varje år och har därför en betydande inverkan på landets ekonomi (Kijanka & Kowalska, 2017). På grund av detta har italienska staten lagt mycket resurser på att stabilisera tornet genom olika åtgärder (Burland, Jamiolkowski, & Viggiani, 2009).

Det finns tre huvudgrupper av åtgärder som appliceras för att rätta upp lutande byggnader (Kijanka & Kowalska, 2017):

- framtvinga sättningar på den sida som är högre av tornet genom att ta bort mark
- höja den lägre delen
- kombination av de två första

Redan under byggnationen av tornet gjordes försök till att rätta upp det (Burland, 2002). Det var dock först efter kollapsen av ett torn i Pavia som stabiliseringsarbetet togs på allvar till följd av rädslan för att något liknande skulle hända i Pisa (Binda, Anzani, & Saisi, 2003).

7.1 Tornet i Pavia - Startskottet till stabiliseringsarbetet i Pisa

I staden Pavia, som ligger i norra Italien, se Figur 15, fanns ett torn med förutsättningar liknande det för tornet i Pisa (Anzani, Binda, & Roberti, 2000). Tornet byggdes på 1000-talet och var omgivet av en katedral, därav liknade det området Piazza dei Miracoli där tornet i Pisa återfinns. Tornet i Pavia byggdes även det under flera etapper och projektet slutfördes först år 1598. Konstruktionen bestod nedtill av tjocka väggar som blev tunnare med höjden, vilket Anzani et al. menar var vanligt på den tiden. Väggarna bestod av flera lager av tegelmurverk och en betong gjord på kalkbruk, svallgrus/flodgrus samt återanvända tegelstenar.



Figur 15. Kartbild som visar hur Pisa och Pavia ligger i förhållande till varandra geografiskt (Google Maps, 2018).

Av okänd anledning kollapsade tornet år 1989, fyra människor omkom och 15 skadades (Anzani, Binda, & Roberti, 2000). Det gjordes en mängd undersökningar för att ta reda på orsaken till kollapsen. Ett försök att återskapa tornet med hjälp av originalritningar gjordes för att kontrollera att det var korrekt konstruerat. Undersökningar av marken runt och under tornet utfördes samt analyser på murverkets egenskaper, men anledningen till kollapsen förblev olöst. Det finns teorier om att installationen av en trappa under 1500-talet rubbade tornets jämvikt och försvagade konstruktionen.

Efter denna händelse inleddes utredningar för tornet i Pisa ordentligt för att undvika en kollaps. Försök till att räta upp tornet hade redan tidigare utförts, men utan framgång. Pisa-tornets historia präglas därför av flertalet försök till stabilisering, försök som både har förbättrat och förvärrat situationen (Burland, 2000). Nedan redogörs det för de olika åtgärder som tillämpats på tornet i Pisa, i kronologisk ordning.

7.2 Injekteringshål

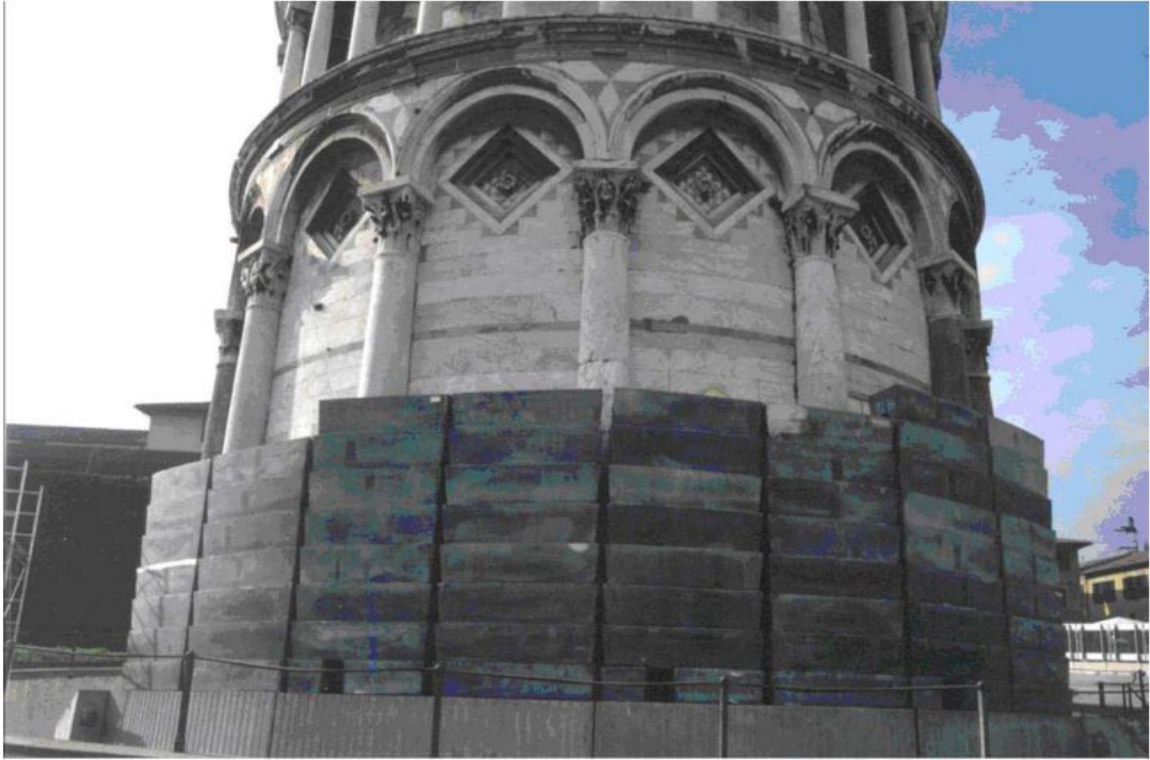
Redan år 1934 gjordes försök till åtgärder på tornet. För att stärka murverket i grunden och sänka dess permeabilitet, borrades 361 hål som injekterades (Burland, 2008). När åtgärden genomfördes ökade lutningen med 0,0086 grader vilket kan ha berott på störningar i marken eller en temporär sänkning av grundvattnet till följd av borrningen. Ytterligare borrning i grunden gjordes år 1966 vilket ledde till fortsatt ökad lutning. Dessa försök visar på att tornet är känsligt mot störningar i marken och förändring i grundvattenförhållanden.

7.3 Pumpning av vatten från sandlager

I slutet av sextioalet tillkom en lutning av tornet på cirka 0,011 grader åt sydväst då sättningar uppkommit efter att vatten pumpats från de alluviala sandlagren. När konsekvenserna upptäcktes och pumpningen upphörde tillkom ingen ytterligare lutning till följd av åtgärden (Burland, 2008).

7.4 Blyvikter

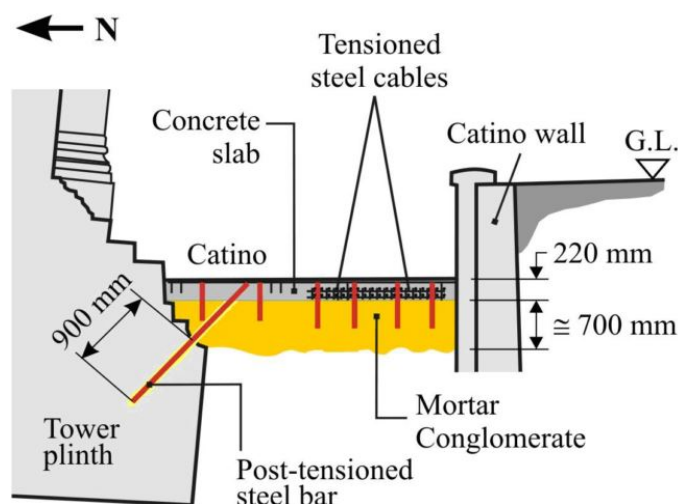
En preliminär åtgärd sattes under år 1993 in på tornets norra sida efter kollapsen av tornet i Pavia (Burland et al., 2009). Denna åtgärden minskade lutningen med 0,0167 grader samt vridmomentet med tio procent och bestod av 600 ton blyvikter. De placerades på en portabel förspänd betongplint som gjutits runt tornets grund, se Figur 16 (Burland, 2008). Efter att all vikt placerats hade den pågående sydliga lutningen avstannat och en genomsnittlig sättning på cirka 3,3 millimeter hade uppstått på norra sidan (Squeglia & Bentivoglio, 2015). Burland menar istället att det endast var en sättning på cirka 2,5 millimeter som uppstod (Burland, 2008). Under år 1995 lades ytterligare 300 ton på efter ett misslyckat försök att byta ut blyvikterna mot tillfälliga jordankare (Burland et al., 2009).



Figur 16. Blyvikter på tornets norra sida (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.

7.5 Murbrukskonglomeratring

Runt tornets grund under gångvägen runt tornet upptäcktes under stabiliseringsarbetet en 0,8 meter tjock murbrukskonglomeratring av hög kvalitet (Burland et al., 2009). Ringen hittades år 1994 vid borrhningar när mer permanenta åtgärder för tornet undersöktes, men antas ha gjutits år 1838 straxt efter att gångvägen grävts ut (Burland, 2008). Med efterspända rostfria stålstänger vilka stärktes upp med stålkablar som gick genom gångvägen runt tornet fästes ringen in i grunden på tornet, se Figur 17. Säkerhetsfaktorn för tornets lutning blev högre som ett resultat av att arean på tornets grund ökat (Burland et al., 2009).



Figur 17. Infästning av cementkonglomerat ringen i tornets grund (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.

7.6 Jordankare

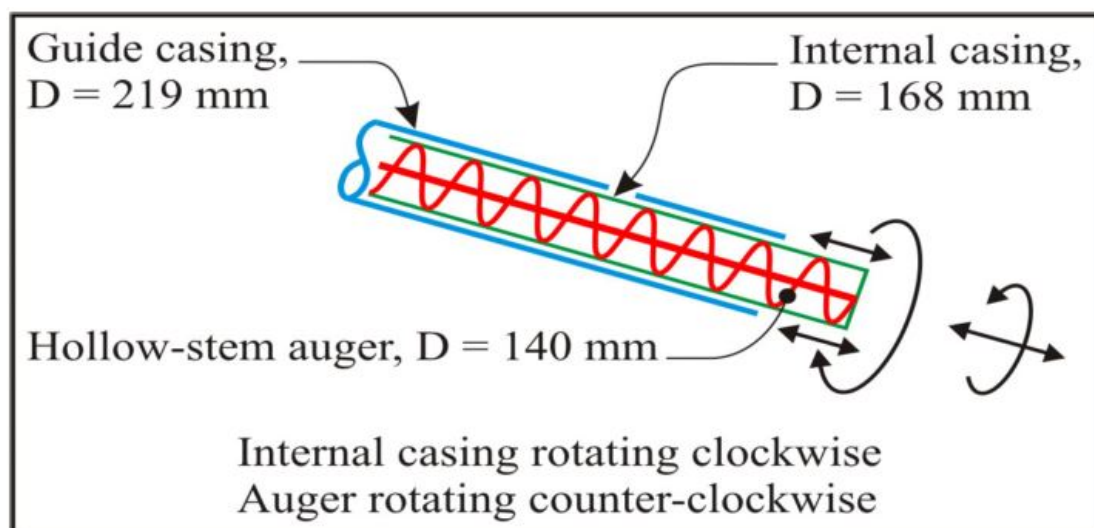
I september år 1995 gjordes ett försök att byta ut blyvikterna för en mer permanent lösning. Försöket gick ut på att förankra tornet i marken och därmed anbringa en vertikal last på tornets norra sida för att stoppa lutningen (Puzrin et al., 2010). När man i, vad som kommit att bli kallat, "black september" skulle börja konstruera åtgärden gick det inte som planerat. Vid ett försök att stabilisera marken där åtgärden skulle vidtas menar Puzrin, Alonso samt Pinyol att tornet snabbt fick en ökad lutning och försöket fick därför avbrytas.

7.7 Utschaktning under tornet

Efter det misslyckade försöket att stabilisera tornet genom jordankare undersöktes flera alternativ. Efter noggrann undersökning av alla alternativ valdes det säkraste och mest ekonomiska förslaget, vilket var att under kontrollerade förhållanden göra små utschaktningar (under excavations) under grunden på tornets norra sida genom proppdragning (Burland et al., 2009). Proppdragning är en metod som går ut på att antingen slå ned ett rör i jorden för att sedan dra upp röret och därmed också få upp jorden i röret eller använda en så kallad jordskruv för att få ut jorden (Jonsson & Kristiansson, 2004).

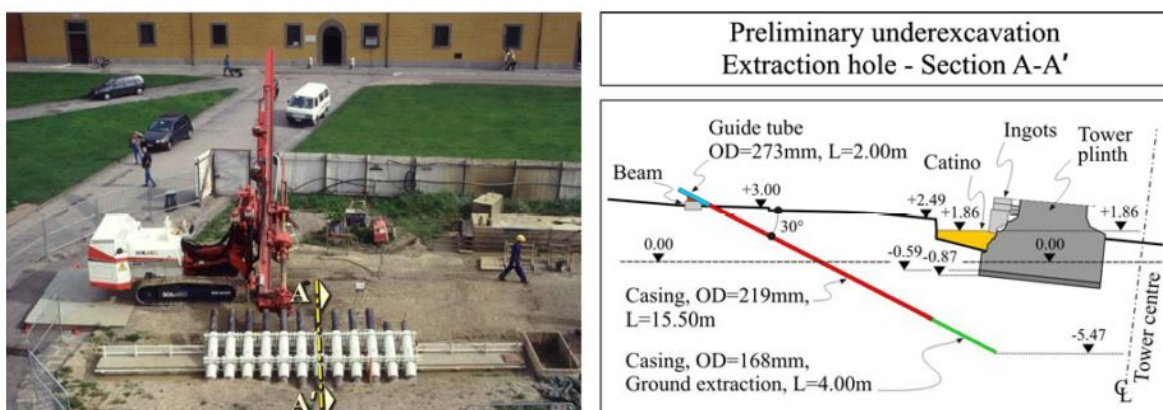
Vid proppdragningen som utfördes under tornet i Pisa användes jordskruvar, se Figur 18. Metoden hade tidigare använts och varit lyckad på Metropolitan Cathedral of Mexico City

(Burland et al., 2009). Att förutsäga tornets reaktion av proppdragningen genom att undersöka tidigare studier och experiment på utschaktning av jord ansågs ändå svårt, då det inte utförts på ett instabilt torn, påverkat av så kraftig lutning att det var på gränsen till kollaps (Squeglia & Bentivoglio, 2015). Det beslutades därför, efter undersökning av både fysiska och numeriska modeller, att en mindre lokal utschaktning skulle utföras för observation av dess effekter.



Figur 18. Verktyg för proppdragning (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.

Den första utschaktningen gjordes med tolv borrhål över ett sex meter brett område i nord-sydlig riktning (Burland et al., 2009). Även fast borrhålen i sig var långa gick de endast in någon meter horisontellt under tornet. Borrhålen hade en diagonal lutning ner i marken, en bit norr om tornet, se Figur 19. Under experimentet togs sju kubikmeter jord ut från de övre jordlagren, experimentet varade under en fem månader lång period (Squeglia & Bentivoglio, 2015). Av jorden som schaktades ut var endast 30 procent från marken under grunden, resterande jord var från området norr om tornet. När tornet roterat 0,22 grader åt norr stoppades utschaktningarna, men rotationen fortsatte avta ytterligare i några månader (Squeglia & Bentivoglio, 2015).



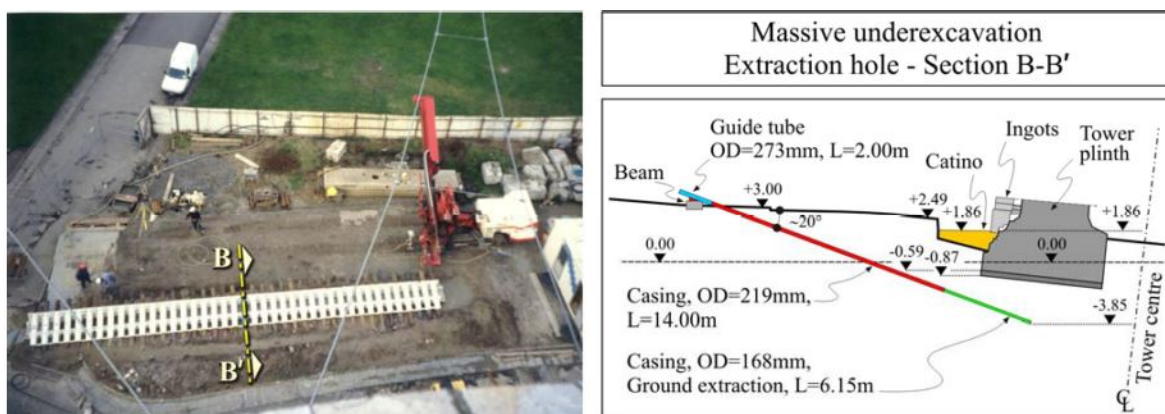
Figur 19. Preliminär utschaktning (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.

Från det lyckade försöket med den mindre utschaktningen drogs slutsatsen att det var säkert att fortsätta med denna åtgärd. Därför bestämdes att jord skulle schaktas ut från under hela tornets

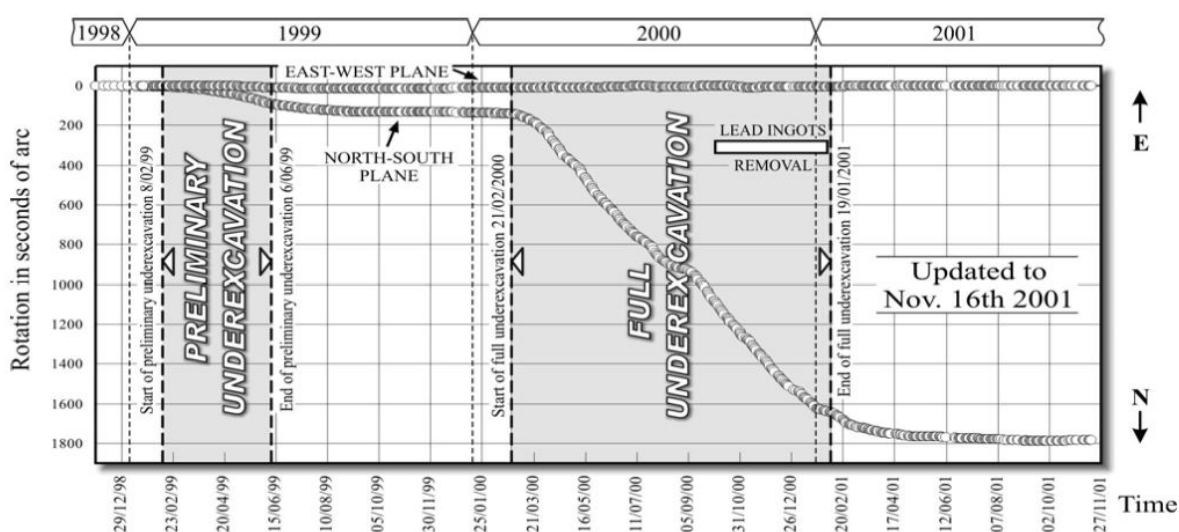
bredd, på norra sidan, med 41 stycken borrhål, se Figur 20 (Burland et al., 2009). Borrhålen installerades vid millenniumskiftet med en halvmeters avstånd och strax därefter så startade utschaktningen.

När proppdragningen var klar hade tornet roterat ca 0,5 grader, rotationen hade skett förvånansvärt rakt i nordlig riktning och åtgärden hade tagit cirka ett och ett halvt år att genomföra. Blyvikterna som fortfarande var placerade runt tornets grund på norra sidan kunde sakta plockas bort när de positiva effekterna av utschaktningen började synas på mätningarna (Squeglia & Bentivoglio, 2015). Redan ett halvår innan utschaktningen var färdig kunde de sista blyvikterna tas bort (Burland et al., 2009).

Under den primära utgrävningen så utvanns 38 kubikmeter jord, varav 40 procent var från under tornet (Squeglia & Bentivoglio, 2015). I Figur 21 visualiseras effekterna av både den preliminära- och primära utschaktningen. Målet, vilket var att minska tornets lutning med en halv grad, uppnåddes och en sättning på cirka 0,16 meter kunde mätas vid tornets norra sida.



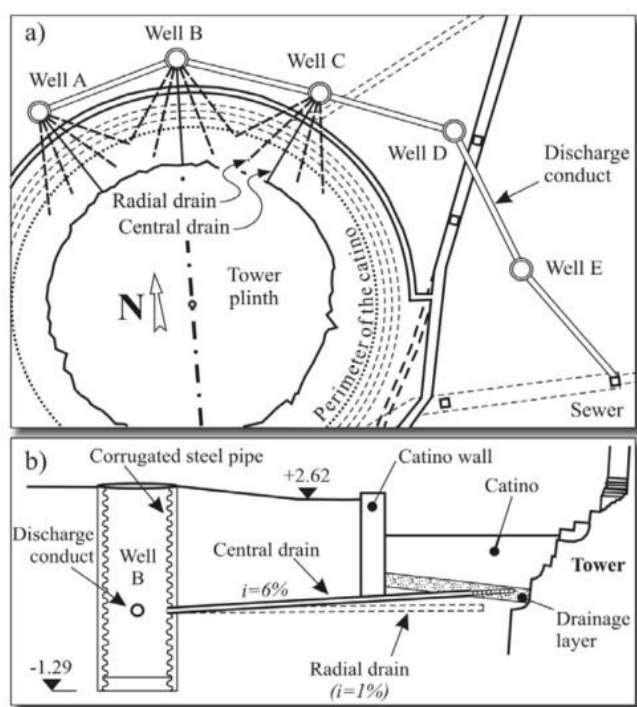
Figur 20. Primär utschaktning (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.



Figur 21. Effekterna av den preliminära- och primära jordutschaktningen (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.

7.8 Brunnar för reglage av grundvattennivåerna och dränering

En koppling mellan tornets rörelser och grundvattennivån i marken gjordes vilket resulterade i en insats för att åtgärda problemet med de säsongsvariande vattennivåerna (Burland et al., 2009). Därför installerades tre stycken dräneringsbrunnar norr om tornet, se Figur 22, för att kunna kontrollera vattennivåerna i dessa delar. Installationen av systemet gav en ytterligare nordlig rotation då rörelserna till följd av de varierande vattennivåerna upphörde och porvatten trycket även sjönk.



Figur 22. Brunnar för reglage av grundvattennivåerna och dränering. a) Planvy b) tvärsnitt (Burland et al., 2009). Återgiven med tillstånd.

7.9 Åtgärder som undersökts men inte använts vid Pisa

Innan det beslutades att tornets lutning skulle åtgärdas med utschaktning av jord under tornet så undersöktes även andra alternativ. Ett av de alternativen gick ut på att konstruera en platta på tornets norra sida (Squeglia & Bentivoglio, 2015). Plattan skulle fästas med jordankare så att området belastades för att få en sättning i jorden och därmed rotera tornet åt norr (Burland, 2008). Alternativet valdes bort då det ansågs svårt att kontrollera resultatet av metoden och den risk som den höga belastningen utgjorde för tornets grund.

Något som även diskuterades vara att med elektro-osmos skapa sättningar genom dränering av den övre marina leran på norra sidan av tornet för att rätta upp tornet något och stoppa lutningen (Squeglia & Bentivoglio, 2015). Försök på torget vid tornet upprättades men misslyckades då de skapade ett ökat portryck i de nedre lerlagren samt ökade temperaturen och genererade gas vid elektroderna (Burland, 2008).

8. Framtidsscenario

Tornets framtid är svår att förutsäga då omständigheterna kring lutningen är så pass komplexa (Burland et al., 2009). Två möjliga scenarion har därför arbetats fram av professorerna Burland, Jamiolkowski och Viggiani, ett optimistiskt scenario respektive ett pessimistiskt.

Det förstnämnda scenariot grundas på fenomenet leaning instability och att rotationen som bidrar till lutningen upphör. Däremot kommer det, enligt professorerna, mest troligt att fortsatt finnas små rörelser av tornet på grund av den säsongsbundna variationen av vattennivån.

Det andra scenariot går ut på att tornets lutning sakta kommer att börja öka igen. Den sydliga rotationen kommer efter en period som uppskattats till några årtionden att återupptas. Rotationen kommer inte ske med samma hastighet som när den var som högst, utan kommer långsamt öka. Burland et al. tror därför att det, om det här scenariot inträffar, kommer ta cirka 200 år innan tornet återgått till den lutning det hade innan åtgärderna år 1993 (2009). Utifrån detta förväntas samma åtgärder, det vill säga utschaktning upprepas och därmed än en gång räta upp tornet.

9. Risker

9.1 Klimatförändringar

Det finns flertalet utmaningar för att lyckas upprätthålla stabiliteten och säkerheten kring tornet i Pisa och dessa utmaningar grundar sig dels på risker som föreligger tornet. Eftersom marken kring tornet är ytterst känslig mot ingrepp och förändringar i portryck så är de pågående klimatförändringarna exempel på en sådan risk.

Klimatet på jorden är under ständig förändring som till stor del beror av mänsklig aktivitet (Brooks, 2011), bland annat de stora utsläppen av växthusgaser. Dessa utsläpp har bidragit till att vi idag utsätts mer frekvent av extrema väderfenomen som skyfall och stormar samt en ökande medeltemperatur. Till följd av den globala uppvärmningen smälter jordens isar och vattnets volym utvidgas, detta med en höjd havsnivå som resultat.

Länderna runt medelhavet (området där Pisa är beläget) står inför varmare och torrare klimat, vilket för med sig längre torrperioder och vattenbrist (Palagiano & Belluso, 2018). Liksom övriga världen kommer vädret att bli mer varierat och extremt, där torka och översvämning om vart annat kan komma att ske.

Piazza dei Miracoli, där tornet står, ligger endast tre meter över havet (Rampello & Callisto, 1998) och kommer därmed mest troligt att påverkas av klimatförändringarna då havsytans nivå förväntas stiga med 0,3-1 meter under det här seklet (Gröndahl & Svanström, 2011). Tornet, som är ytterst känsligt mot förändringar i portryck, kan därför komma att behöva utredas ytterligare på grund av klimatförändringarna.

9.2 Jordbävning

Jordbävningar förekommer i Italien på grund av Apenninerna som är en bergskedja som sträcker sig genom landet (Deschamps, Iannacoone, & Scarpa, 1984). I Apenninerna sker det oftast förskjutningar genom att de tektoniska jordplattorna dras isär på en djupare nivå vilket skapar vibrationer i marken. År 1980 skedde en jordbävning i Kampanien och Basilicata vilket skapade ytvibrationer som spred sig över ett större område. Styrkan på jordbävningen uppmättes till 6,9 enligt Richterskalan (Zuiderveld, 2016). Tornet i Pisa påverkades av den här jordbävningen genom att det vibrerade i 22 minuter.

Det har utförts relativt nya analyser om hur tornets konstruktion skulle påverkas vid en jordbävning. Tornet har utrustats med accelerometrar vars syfte är att övervaka seismiska rörelser (Fiorentino et al., 2017).

9.3 Krypning

Krypning är en ökning i töjning eller rörelser, med tiden under konstant spänning (Knappett & Craig, 2012). Enligt en analys med SSCM (Soft-soil-creep Model), skiljer sig kompressionsindex mellan sanden på norra sidan och leran på södra sidan åt med 0,04 mot 0,07

(Vermeer, Neher, Vogler, & Bonnier, 2002). Krypningen påverkas även av den ojämna utgrävningen runt tornet där skjuvspänningarna blir olika. En maximal lutning av tornet infann sig i slutet av 1900-talet innan åtgärder och renovering av tornet vidtogs. Utifrån förutsättningarna ska det teoretiskt ta 500 år med krypning innan lutningen är tillbaka vid den maximalt uppmätta lutningen.

10. Diskussion

Som klargjorts i rapporten har tornet en lång historia av stabiliseringsåtgärder som utförts för att motverka lutningen som uppstod redan efter första byggnationsetappen. Tornets känslighet mot störningar och förändringar i portryck på grund av åtgärder skulle därför ha kunnat förutspås utifrån det faktum att tornet reagerar starkt på de säsongsbundna variationerna i vattennivån. Troligtvis var det bristen på kunskap som gjorde att de tidigare stabiliseringsförsöken gick fel och alla åtgärder som påverkar portrycket borde därför ha uteslutits.

Efter sammanställning av fakta så tror vi att rotationen som genererar en lutning av tornet kommer återupptas igen, det vill säga det tidigare nämnda pessimistiska scenariot. Hur snabbt det sker bedömer vi bland annat bero på hur effektivt klimatarbete som bedrivs i världen. Med det menar vi att prognoser för klimatförändringarna talar för höjda havsnivåer. Detta kombinerat med vetenskapen om att Pisa ligger relativt lågt i förhållande till havsnivån, samt att lutningen är starkt kopplat till förändringar i grundvattennivåerna; anser vi kunna bidra till att tornets rörelse och därmed lutning börjar tidigare än väntat. Ifall det sker anser vi, precis som professorerna som arbetat fram scenariot, att utschaktning bör upprepas om möjligt och annars får nya tekniker utvecklas och appliceras.

10.1 Etik och samhällreliga aspekter

Tornets karaktäristiska lutning har gjort Pisa till en populär destination för turister. Det är många människor som kommer för att se det lutande tornet och besöka Pisa varje år. Tornet är en av tre byggnader på Piazza del Miracoli som ingår i UNESCOs världsarv (UNESCO, n.d.). När en byggnad klassas som ett världsarv innebär det att landet, där världsarvet finns, har undertecknat en konvention om att bevara världsarvet. Tornet får därför inte flyttas och Italien ska arbeta för att behålla tornet i ett bra skick.

Kostnaden för en biljett som ger tillträde till tornet kostar runt 30 euro och det går även att köpa biljetter för inträde till kringliggande byggnader (Discover Tuscany, n.d.). I dagsläget är det begränsat hur stora grupper som är tillåtna att beträda tornet under de 30 minuterna som ingår i en biljett och det är heller inte tillåtet för barn under nio år att gå upp i tornet av säkerhetsskäl. Det säljs inte bara biljetter till de berömda monumenten utan även till de andra mindre kända turistmålen i staden. En turist kan kombinera besöket vid tornet med ett besök på en av Pisas restauranger eller museum om stadens historia.

Efter händelsen i Pavia stängdes möjligheten för turister att gå upp i tornet under tolv år, alltså under tiden då åtgärderna för att stabilisera tornet vidtogs (Kijanka & Kowalska, 2017). Till följd av det, minskade turismen med 45 procent vilket påverkade stadens ekonomi. Tornets betydelse och påverkan av stadens ekonomi är alltså stor och är ett starkt argument för att fortsätta stabiliseringsarbetet i framtiden. Det bidrar också till att öka intresset för andra turistmål i staden.

Att behålla tornet innebär däremot en risk för människors säkerhet då det inte finns något exakt framtidsscenario för hur det kommer röra sig och därmed inte heller om det kommer att rasa. Efter alla åtgärder som genomförts är lutningen idag under kontroll. Förmodligen kommer lutningen öka igen, frågan är när. Om tornet i framtiden rasar skulle det betyda att människors liv står på spel om man ser till antalet dödsfall och skadade efter att tornet i Pavia plötsligt rasade. Pisa tar alltså en risk genom att hålla tornet öppet för turister samtidigt som det är en stor och betydande inkomstkälla för staden och ett krav enligt UNESCO.

För att reducera faran för människor som besöker tornet skulle ett alternativ kunna vara att räta upp tornet. Det skulle minska risken för ras och eventuella skador men troligtvis även förändra synen gällande turistmålet då det tappar sitt unika utseende. Byggnaderna som ligger kring tornet ingår i världsarvet, men är inte i närheten av att vara lika kända som tornet. Ett upprätande skulle därför mest troligt medföra en förlust för Pisa, om man ser till effekterna av när tornet stängdes. Det kan därför ses som gynnsamt att utföra åtgärder som gör att tornet fortfarande behåller sin lutning ur ett ekonomiskt perspektiv.

I dagens samhälle finns det flera yttre hot som kan påverka säkerheten kring tornet och turismen i Pisa. Under 2017 skedde det tio olika terroråd i åtta olika städer (svt.se, 2018). De flesta dåden utfördes där en större mängd människor vistas samtidigt, vilket gör att turistmål som Pisa kan vara hotade och en möjlig måltavla. Dåden i sig är svåra att ta hänsyn till då de inte går att förutspå, men frågan om själva tornet skulle hålla för en kollision med exempelvis en lastbil kan utredas och förebyggande arbete kan minska tillgängligheten för större fordon att ta sig in på området. Tornets instabilitet kan vid en kollision och ett ras skapa fler skador än bara dådet på egen hand. En framtida åtgärd för yttre hot såsom terroråd kan därför bli aktuellt.

11. Slutsats

Som nämns i inledningen så beror byggnaders lutning oftast på jordens egenskaper, bristande grundläggning eller mänsklig aktivitet. Förklaringen till tornet i Pisas lutning är komplex och beror troligtvis av en kombination av dessa tre orsaker. Grundorsaken till lutningen tros däremot vara en följd av leaning instability som orsakats av tornets utformning; det vill säga den smala bredden i förhållande till höjden. Detta tillsammans med markens egenskaper tros vara den största anledningen till lutningen och tornets beteende.

Eventuella skillnader i sättningar under tornets norra och södra sida kan inte förklara den kraftiga lutningen och markens bärighet är tillräckligt god för att bära tornet, vilket utesluter dessa faktorer från att enskilt vara orsaken till någon större lutning enligt rapportens beräkningsresultat.

Som nämnts innan så har den mänskliga faktorn en indirekt påverkan och många av de ingrepp som har gjorts i marken har accelererat lutningen och ökat problematiken. Detta visar att tornet är mycket känsligt för förändringar i jorden och att ingrepp som avser att minska lutningen kan få motsatt effekt om inte största försiktighet vidtas.

För att upprätthålla turismen är bevarandet av tornet viktigt och ett krav från UNESCO. Om rörelserna återupptas är det därför ytterst viktigt att ha ovan nämnda aspekter i åtanke vid stabilisering. Det kan även vara så att nya tester behöver utföras eftersom klimatförändringarna påverkar både de geologiska och hydrogeologiska förhållandena. Beroende på resultat kan nya stabiliseringsåtgärder behöva användas.

Utifrån den teori som finns inom ämnet, kombinerat med prognoser rörande kommande klimatförändringar samt de beräkningar och analyser som det redogörs för i rapporten; tror vi att tornet kommer att återuppta tidigare rotation och att lutningen kommer att börja öka igen. Det är dock svårt att dra slutsatser om och förutsäga vad som kommer hända och det är därför viktigt att fortsätta arbetet med kontinuerliga mätningar och bevakning av tornets rörelser.

Referenser

- Anzani, a, Binda, L. I., & Roberti, G. M. (2000). The effect of heavy persistent actions into the behaviour of ancient masonry. *Materials and Structures*, 33(May), 251–261.
<https://doi.org/10.1617/s11527-008-9372-z>
- Binda, L., Anzani, A., & Saisi, A. (2003). Failures due to long-term behaviour of heavy structures: the Pavia Civic Tower and the Noto Cathedral. *Structural Studies, Repairs, and Maintenance of Heritage Architecture VIII*, 66, 99–108.
- Bowles, J. E. (1997). *Foundation analysis and design* (Fifth editi). Peoria: McGraw-Hill Higher Education. Hämtad från
http://civilcafe.weebly.com/uploads/2/8/9/8/28985467/foundation_analysis_and_design-_bowles_5ed_.pdf
- Brooks, N. (2011). *Landscaps and societies: Human responses to climatically-driver landscape change and resource scarcity: learning from the past and planning for the future. Landscapes and Societies: Selected Cases*. Springer, Dordrecht.
<https://doi.org/10.1007/978-90-481-9413-1>
- Burland, J. B. (2000). Pisa goes critical. *Interdisciplinary Science Reviews*, 25(2), 136–140.
<https://doi.org/10.1179/030801800679152>
- Burland, J. B. (2002). The Stabilization of the Leaning Tower of Pisa. *Journal of Architectural Conservation*, 8(3), 7–23.
<https://doi.org/10.1080/13556207.2002.10785324>
- Burland, J. B. (2008). Stabilising the Leaning Tower of Pisa: the Evolution of Geotechnical Solutions. *Transactions of the Newcomen Society*, 78(2), 173–205.
<https://doi.org/10.1179/175035208X317657>
- Burland, J. B., Jamiolkowski, M. B., & Viggiani, C. (2009). International Journal of Geoengineering Case Histories official journal of the International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering (ISSMGE). *ISSMGE International Journal of Geoengineering Case Histories*, 1(3), 156–169. Hämtad från
http://geocasehistoriesjournal.org/pub/article/view/IJGCH_1_3_2
- CivilEngineeringBible. (n.d.). Meyerhof's Method. Hämtad Maj 2, 2018, från
<http://civilengineeringbible.com/subtopics.php?i=2>
- Das, B. M., & Sobhan, K. (2013). *Principles of Geotechnical Engineering*. (H. Owans, Ed.), *CL Engineering* (Eighth). Christopher M. Shortt.
<https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Deschamps, A., Iannacoone, G., & Scarpa, R. (1984). The Umbrian earthquake (Italy) of 19 September 1979. *Annales Geophysicae*, 2(1), 29–36. Hämtad från
https://www.researchgate.net/profile/Anne_Deschamps2/publication/283863467_The_Umbrian_earthquake_Italy_of_19_September_1979/links/57cd846808ae057987aac66.pdf
- discover Tuscany. (n.d.). Pisa: City of the Leaning Tower and More. Hämtad Mars 29, 2018, från <https://www.discovertuscany.com/pisa/>
- Fiorentino, G., Lavorato, D., Quaranta, G., Pagliaroli, A., Carlucci, G., Nuti, C., ... Bartelletti, R. (2017). Numerical and experimental analysis of the leaning Tower of Pisa under earthquake. *Procedia Engineering*, 199, 3350–3355.

<https://doi.org/10.1016/j.proeng.2017.09.559>

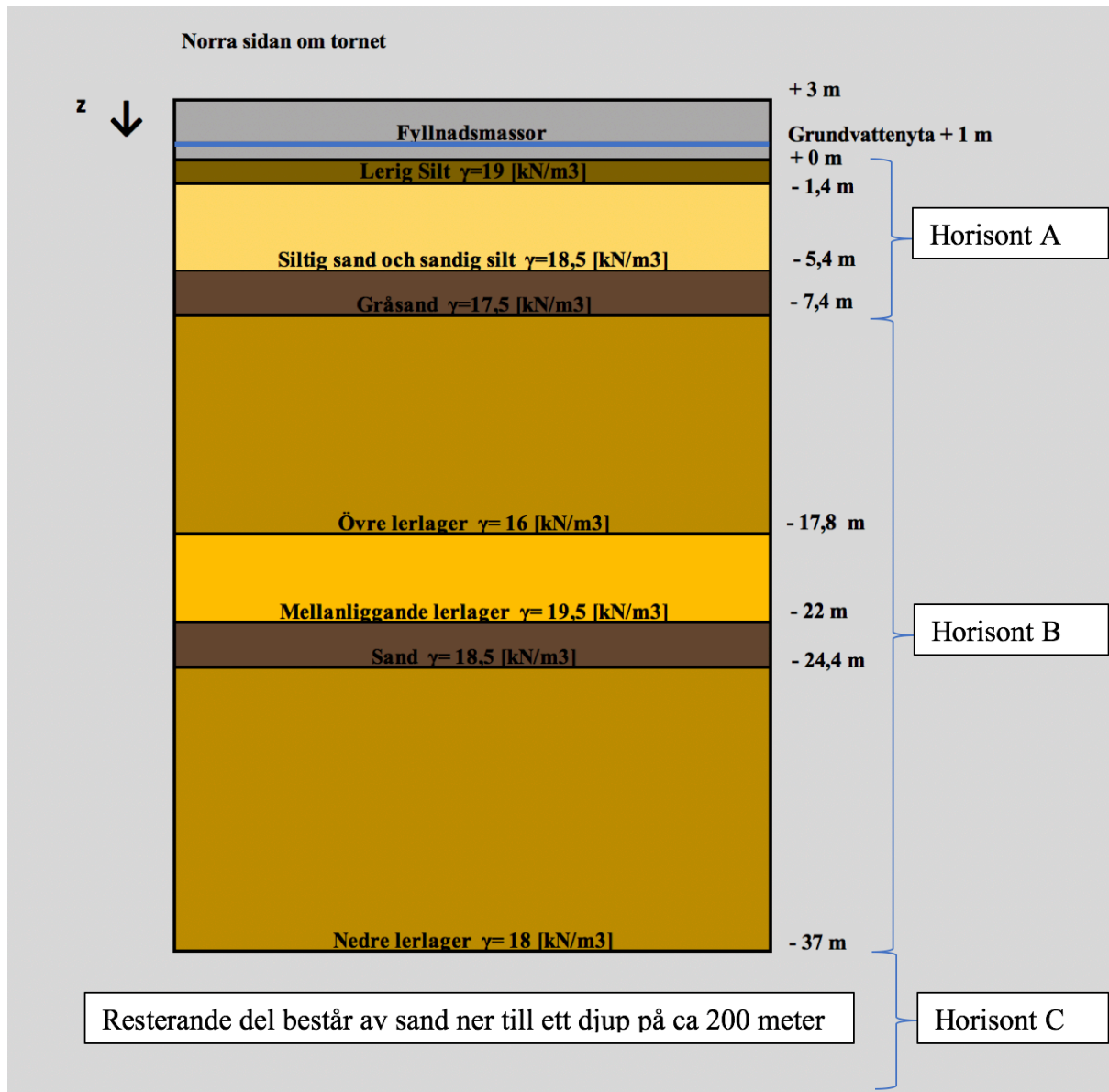
- Gröndahl, F., & Svanström, M. (2011). *Hållbar utveckling : en introduktion för ingenjörer och andra problemlösare*. Liber. Hämtad från <http://libris.kb.se/export.jsp?type=showrecord&q=onr%3A12069125&id=12069125&d=libris&posts=1>
- Havs- och Vatten-myndigheten. (2013). oligotrof - Ordbok - Havs- och vattenmyndigheten. Hämtas från <https://www.havochvatten.se/funktioner/ordbok/ordbok/a---c/ordbok-a-c/2013-03-14-alluvial.html>
- Jonsson, J., & Kristiansson, A. (2004). Massundanträngning i samband med pålning i lera Displacement due to pile driving in soft clay. Hämtad från http://vpp.sbuf.se/Public/Documents/ProjectDocuments/b05fb4ee-405c-4ff9-8c9f-69fca20ada7a/FinalReport/SBUF_11588_Slutrapport_Examensarbete_Massundanträngning_i_samband_med_pålning_i_lera.pdf
- Kijanka, M., & Kowalska, M. (2017). Inclined Buildings - Some Reasons and Solutions. *IOP Conference Series: Materials Science and Engineering*, 245(2). <https://doi.org/10.1088/1757-899X/245/2/022052>
- Knappett, J. A., & Craig, R. F. (2012). *Craig's Soil Mechanics*. Spon Press. <https://doi.org/10.1017/CBO9781107415324.004>
- Lippi, M. M., Bellini, C., Trinci, C., Benvenuti, M., Pallecchi, P., & Sagri, M. (2007). Pollen analysis of the ship site of Pisa San Rossore, Tuscany, Italy: The implications for catastrophic hydrological events and climatic change during the late Holocene. *Vegetation History and Archaeobotany*, 16(6), 453–465. <https://doi.org/10.1007/s00334-006-0070-x>
- LoPresti, D. C. F., Jamiolkowski, M., & Pepe, M. (2003). Geotechnical characterisation of the subsoil of Pisa Tower. *Characterisation and Engineering Properties of Natural Soils, Swets & Zeitlinger, Lisse*, 909–946. Hämtad från https://www.google.com/books?hl=sv&lr=&id=UpTwpiGrvZ4C&oi=fnd&pg=PA909&dq=geotechnical+characterization+of+the+subsoil+of+pisa+tower&ots=PSVYsUxdFf&sig=csaRXcbYH6wiwzqIjx3_bco2a1Y
- Palagiano, C., & Belluso, R. (2018). *Climate Change and Air Pollution: The impact of Climate Change and Air Pollution in the southern European Countries*. Springer, Cham. <https://doi.org/10.1007/978-3-319-61346-8>
- Poulos, H. ., & Davis, E. . (1974). *Elastic solutions for soil and rock mechanics*. John Wiley & Sons Inc. Hämtad från http://www.usucger.org/PandD/complete_book.pdf
- Puzrin, A. M., Alonso, E. E., & Pinyol, N. M. (2010). Leaning Instability: The Tower of Pisa, Italy. In *Geomechanics of Failures* (pp. 45–64). Dordrecht: Springer Netherlands. https://doi.org/10.1007/978-90-481-3531-8_3
- Rampello, S., & Callisto, L. (1998). A study on the subsoil of the Tower of Pisa based on results from standard and high-quality samples. *Canadian Geotechnical Journal*, 35(6), 1074–1092. <https://doi.org/10.1139/t98-055>
- Rétháti, L. (1982). The leaning of the Pisa tower and the hydrogeology of the area. *Acta Technica Academiae Scientiarum Hungaricae*, 95, 123–148.

- Squeglia, N., & Bentivoglio, G. (2015). Role of monitoring in historical building restoration: The case of leaning tower of Pisa. *International Journal of Architectural Heritage*, 9(1), 38–47. <https://doi.org/10.1080/15583058.2013.865813>
- Sällfors, G. (2013). *Geoteknik : jordmateriallära, jordmekanik*. Cremona. Hämtad från <http://libris.kb.se/export.jsp?type=showrecord&q=onr%3A15085016&id=15085016&d=libris&posts=1>
- UNESCO. (n.d.). Piazza del Duomo, Pisa. Hämtad Mars 20, 2018, från <http://whc.unesco.org/en/list/395/>
- Vermeer, P. A., Neher, H. P., Vogler, U., & Bonnier, I. P. G. (2002). *3D Creep Analysis of the Leaning Tower of Pisa TABLE OF CONTENT*. Hämtad från http://www.unistuttgart.de/igs/content/publications/IGS_Institutsberichte/Instber17-Pisa-Report.pdf
- Zuiderveld, M. (2016). Lång historia av jordbävningar i Italien. Hämtad April 10, 2018, från <https://www.svt.se/nyheter/utrikes/lang-historia-av-jordbavningar-i-italien>

Bilagor

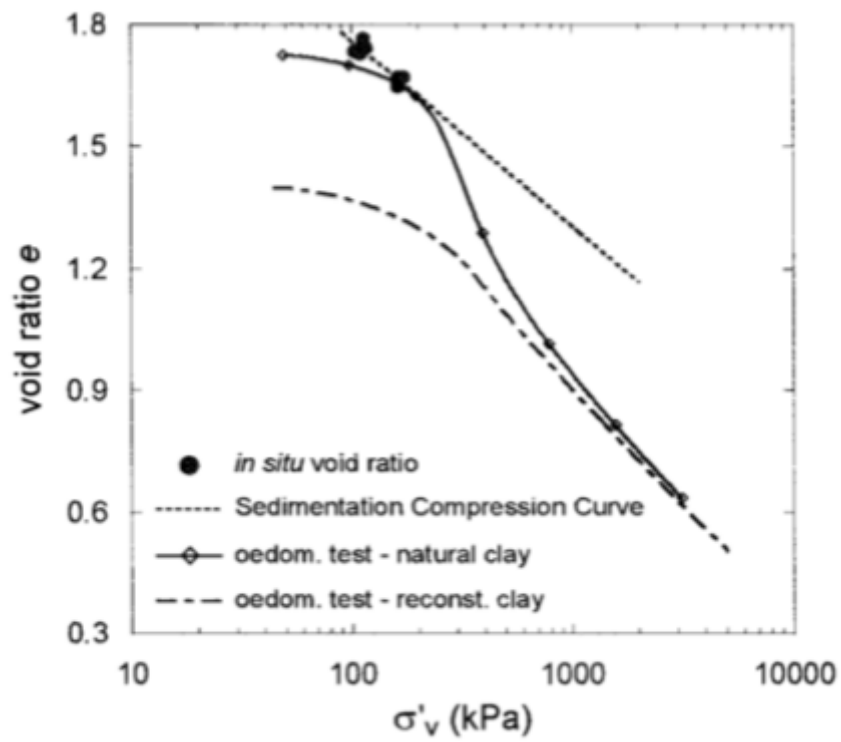
Bilaga 1

Framtagen, förenklad jordprofil.



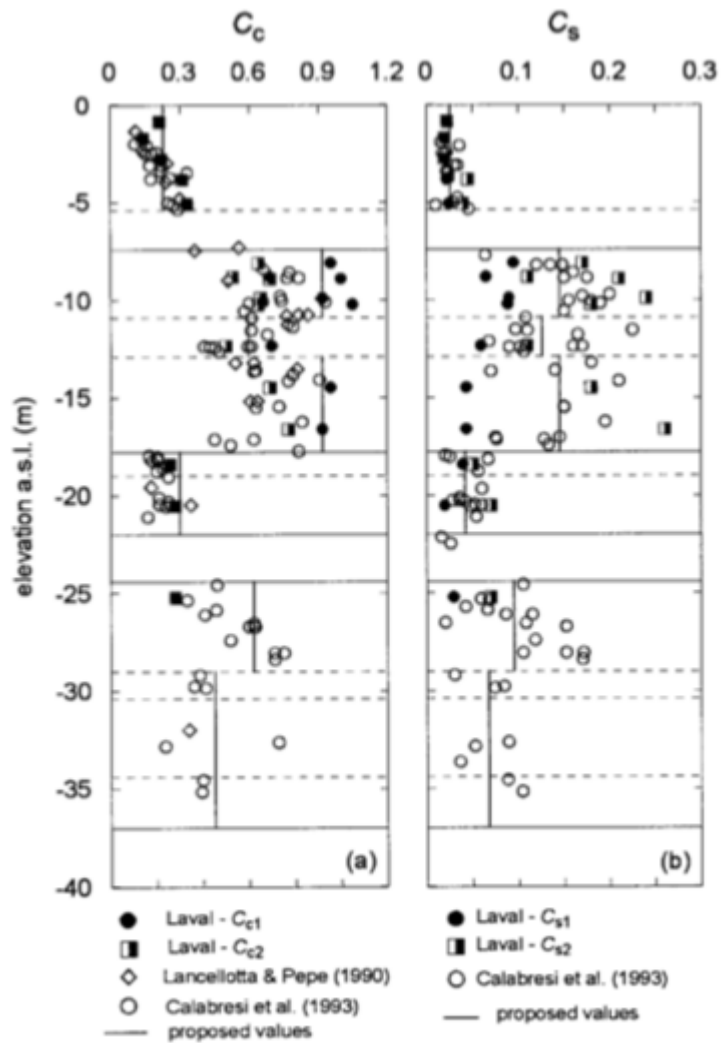
Bilaga 2

Bild från (Rampello & Callisto, 1998) portal för sättningsberäkningar.



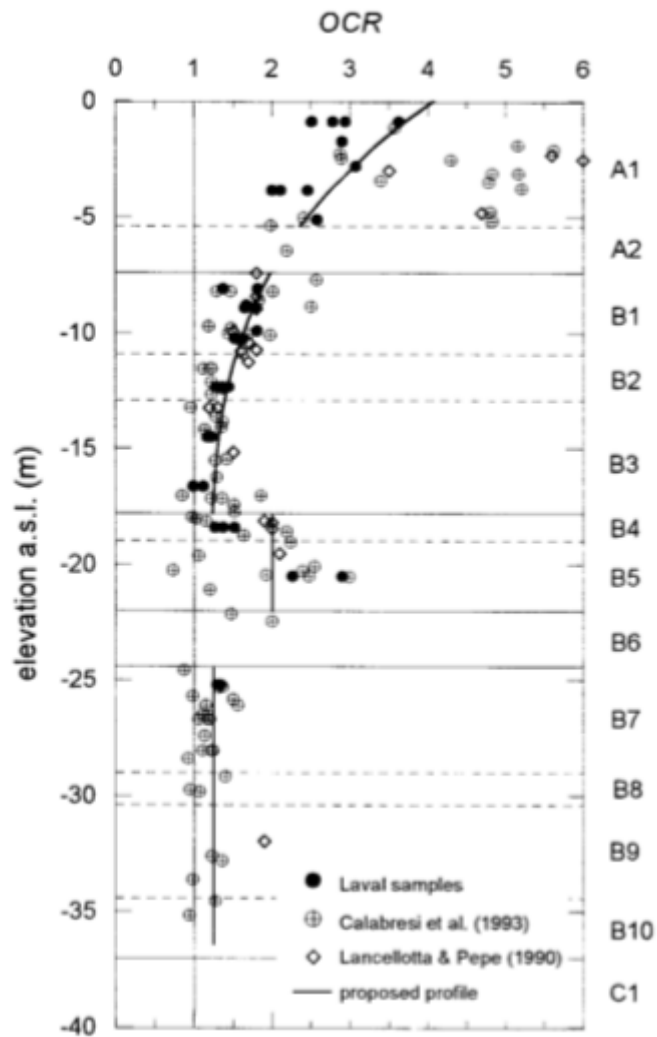
Bilaga 3

Bild från (Rampello & Callisto, 1998) för data till sättningsberäkningar.



Bilaga 4

Bild från (Rampello & Callisto, 1998) för data till sättningsberäkning.



Tidsberoende sättningar

	År	t år	t (s)	d	cv	Tv	Uv	Total sättning	Sättning
Start E1	1173								
Start	1175,5	0	0		7,3	1,0826E-07		0,774510168	
	1176	0,5	15768000		7,3	1,0826E-07	0,0320341	0,21	0,774510168
	1176,5	1	31536000		7,3	1,0826E-07	0,064	0,28	0,774510168
	1178	2,5	78840000		7,3	1,0826E-07	0,160	0,44	0,774510168
	1178,5	3	94608000		7,3	1,0826E-07	0,192	0,5	0,774510168
	1179,5	4	126144000		7,3	1,0826E-07	0,256	0,55	0,774510168
	1181,5	6	189216000		7,3	1,0826E-07	0,384	0,67	0,774510168
	1183,5	8	252288000		7,3	1,0826E-07	0,513	0,75	0,774510168
	1185,5	10	315360000		7,3	1,0826E-07	0,641	0,82	0,774510168
	1195,5	20	630720000		7,3	1,0826E-07	1,281	0,96	0,774510168
	1225,5	50	1,577E+09		7,3	1,0826E-07	3,203	1	0,774510168
Start E2	1272								0,77451
	1275	0							0,77451
	1276	1	31536000		7,3	5,3154E-08	0,031	0,21	0,371305103
	1277	2	63072000		7,3	5,3154E-08	0,063	0,28	0,371305103
	1278	3	94608000		7,3	5,3154E-08	0,094	0,35	0,371305103
	1279	4	126144000		7,3	5,3154E-08	0,126	0,4	0,371305103
	1281	6	189216000		7,3	5,3154E-08	0,189	0,5	0,371305103
	1283	8	252288000		7,3	5,3154E-08	0,252	0,55	0,371305103
	1285	10	315360000		7,3	5,3154E-08	0,315	0,62	0,371305103
	1295	20	630720000		7,3	5,3154E-08	0,629	0,82	0,371305103
	1325	50	1,577E+09		7,3	5,3154E-08	1,573	0,97	0,371305103
	1350	75	2,365E+09		7,3	5,3154E-08	2,359	0,99	0,371305103
	1355								1,142102
Start E3	1360								1,142102
	1365	0							1,142102
	1366	1	31536000		7,3	6,3467E-08	0,038	0,23	0,053673113
	1367	2	63072000		7,3	6,3467E-08	0,07511742	0,32	0,053673113
	1370	5	157680000		7,3	6,3467E-08	0,18779354	0,5	0,053673113
	1375	10	315360000		7,3	6,3467E-08	0,37558709	0,67	0,053673113
	1385	20	630720000		7,3	6,3467E-08	0,75117418	0,88	0,053673113
	1415	50	1,577E+09		7,3	6,3467E-08	1,87793544	0,97	0,053673113
	1440	75	2,365E+09		7,3	6,3467E-08	2,81690316	0,99	0,053673113
	1465	100	3,154E+09		7,3	6,3467E-08	3,75587088	1	0,053673113

Bärighet Horisont A, dränerat fall

c								
ϕ'	34	°						
t	2	m		My	3,05E+11			
b	15	m		V	1,425E+11	142,5	Mpa	
l	18,997	m		ex	2,14	250,03948		
γ	20	kN/m ³		b'	14,717			
γ'	10	kN/m ³						
q	30	kPa		Re	0,6222876			
Nc	42,14							
Nq	29,4							
Ny	31,1							
Kp	3,537							
sq	1,28							
sy	1,28							
sc	1,56							
dq	1,02							
dy	1,02							
dc	1,05							
qult (ingen lutning)	4193,67	kPa						
qult (lutning)	2609,67							
σ	500,00	kPa						
FoS (ingen lutning)	8,39							
FoS (lutning)	5,21933832							

Bärighet med hänsyn till tornets lutning, Horisont A, dränerat fall

ϕ'	34	°		My	3,05E+11			
t	2	m		V	1,425E+11			
b	15	m		ex	2,14			
l	18,997	m		b'	10,72			
γ	20	kN/m ³						
γ'	10	kN/m ³						
q	30	kPa						
Nc	42,14							
Nq	29,4							
Ny	31,1							
Kp	3,537							
sq	1,20							
sy	1,20							
sc	1,56							
dq	1,05							
dy	1,00							
qult	3107,09	kPa						
σ	500,00	kPa						
FoS	6,21							

Bärighet Horisont B, odränerat fall

r2	2,3	m					
r1	9,8	m			V	88290	kN
b	15	m			q	309,838396	kPa
l	18,997						
cu	45	kPa					
Kp	1						
sc	1,157919672						
dc	1,125333333						
Nc	5,14	m			qz färdigt	325,995695	
z	7,4	m					
D	9,4	m					
q	104	kPa					
qz	202,0119659	kPa					
qult	405,3944481	kPa					
FoS	2,01						