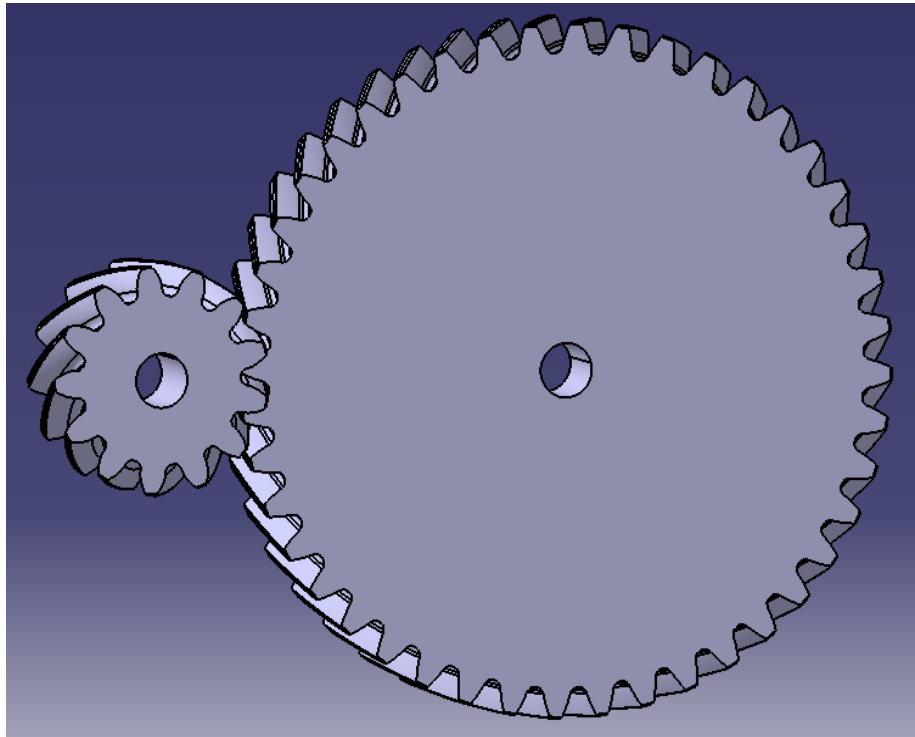


# CHALMERS



## Parametrisk konstruktion och analys av cylindriska kugghjul i Catia

Parametric design and analysis of cylindrical gears in Catia

*Examensarbete för högskoleingenjörsexamen inom  
Maskiningenjörsprogrammet*

**David Carlsson**

**Andreas Johansson**

Institutionen för Material- och tillverkningsteknik  
*Avdelningen för Avancerad oförstörande provning*  
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA  
Göteborg, Sweden, 2017  
Examinator: Gert Persson  
Examensarbete No. 164/2017

# FÖRORD

Under våren 2017 genomfördes examensarbetet på transmissionsavdelningen på Volvo Car Corporation. Arbetet omfattar 15 högskolepoäng och har genomförts inom ramen för högskoleingenjörsprogrammet maskinteknik med inriktning konstruktion på Chalmers tekniska högskola.

Vi vill rikta ett stort tack till vår handledare och examinerator, docent Gert Persson, för hans kontinuerliga stöd och engagemang i arbetet. Vi skulle även vilja tacka Christian Lönnqvist och Volvo Car Corporation för möjligheten att få genomföra vårt examensarbete där och den hjälp de har bidragit med under projektets gång.

## **SAMMANFATTNING**

En växellådas huvudfunktion är att reglera utväxlingen beroende på hastighet och kraftbehov. Detta åstadkoms genom olika kugghjulskombinationer. I dagens bilar är utrymmet i och omkring växellådan mycket begränsat. Volvo Car Corporation vill därför kunna undersöka om det går att förbättra kugghjulet och samtidigt bibehålla befintlig diameter.

Examensarbetet syftar till att skapa en parametriserad CAD-representation av ett utvändigt cylindriskt kugghjul. CAD-representationen kommer kunna vidareanvändas av Volvo Car Corporation till både genomförande av en parameterstudie, samt som ritningsunderlag.

För att verifiera att modellen är verklighetstrogen genomförs en strukturanalys i Catia på en kuggväxel som är framställd med hjälp av CAD-representationen. I strukturanalysen studeras kontaktpänningen, rotpänningen samt kugghjulets styvhet. Resultatet från FEM-modellen jämförs sedan med analytiskt beräknade värden.

Slutsatsen är att strukturanalys bekräftar att CAD-representationen stämmer överens med vad som förväntats enligt analytiskt beräknade värden. Resultatet visar att CAD-representationen fungerar väl som en representation av ett verkligt kugghjul.

## **ABSTRACT**

A gearbox's main function is to control the gearing, depending on how much speed and force that are needed. This is achieved through different gear combinations. In today's cars the space around the gearbox is very limited. Volvo Car Corporation therefore wants to investigate if it is possible to improve the spur gear and simultaneously maintain the same diameter.

The purpose of the thesis work is to create a parametric CAD-model of a cylindrical spur gear. The model will further be used by Volvo Car Corporation as a tool for making a parametrical study but also to generate gear drawings.

To verify if the gear model is trustful a structural analysis is made. In the analysis contact stress, root stress and gear stiffness are studied. The calculated values from the analysis are afterwards compared to analytical calculated values.

The conclusion after completing the structural analysis is that the model works well compared to what is expected according to analytical calculated values. The results show that the CAD-model works well as a representation of a real gear.

# Innehållsförteckning

|                                                     |    |
|-----------------------------------------------------|----|
| BETECKNINGAR .....                                  | 1  |
| 1. INLEDNING.....                                   | 3  |
| 1.1 Bakgrund.....                                   | 3  |
| 1.2 Syfte.....                                      | 3  |
| 1.3 Avgränsningar .....                             | 3  |
| 1.4 Precisering av frågeställningen .....           | 3  |
| 2. TEORETISK REFERENSRAM.....                       | 5  |
| 2.1 Allmänt om kugghjul.....                        | 5  |
| 2.2 Tillverkningsverktyg.....                       | 5  |
| 2.3 Kugghjulets geometri .....                      | 5  |
| 2.3.1 Primära storheter .....                       | 6  |
| 2.3.2 Sekundära storheter.....                      | 7  |
| 2.3.3 Kuggflank .....                               | 8  |
| 2.4 Hertz kontaktteori .....                        | 11 |
| 2.5 Sätthårdning .....                              | 11 |
| 2.6 Referensarbete .....                            | 12 |
| 3. METOD .....                                      | 13 |
| 3.1 Catia V5 .....                                  | 13 |
| 3.2 Excel .....                                     | 13 |
| 3.3 Finita elementmetoden och FEM-modellering ..... | 13 |
| 3.4 Arbetsgång .....                                | 14 |
| 3.4.1 CAD-representation .....                      | 14 |
| 3.4.2 Strukturanalys .....                          | 15 |
| 4. KUGGHJULSMODELL .....                            | 16 |
| 4.1 Definiering av parametrar i CATIA.....          | 16 |
| 4.2 Design table.....                               | 16 |
| 4.3 Modellgenerering.....                           | 18 |
| 4.4 Assembly .....                                  | 24 |
| 5. STRUKTURANALYS .....                             | 25 |
| 5.1 FEM-modell .....                                | 25 |
| 5.2 Symmetrimodell .....                            | 28 |
| 5.3 Konvergens .....                                | 29 |
| 5.4 Resultat .....                                  | 33 |
| 5.4.1 Kontaktspänning .....                         | 33 |
| 5.4.2 Rotspänning .....                             | 37 |
| 5.4.3 Deformation .....                             | 39 |

|                                                                     |    |
|---------------------------------------------------------------------|----|
| 5.4.3.1 Vridstyvhet.....                                            | 39 |
| 5.4.3.2 Tandstyvhet.....                                            | 40 |
| 6. SLUTSATS.....                                                    | 43 |
| 7. DISKUSSION.....                                                  | 44 |
| 7.1 Rekommendationer för fortsatt arbete .....                      | 44 |
| 7.2 Felkällor .....                                                 | 44 |
| 7.2.1 CAD-representation .....                                      | 44 |
| 7.2.2 Strukturanalys .....                                          | 44 |
| REFERENSER .....                                                    | 45 |
| APPENDIX.....                                                       |    |
| Appendix 1: Generering av trokoidkurva .....                        |    |
| Appendix 2: Design table i Excel .....                              |    |
| Appendix 3: Användarbeskrivning för generering av kugghjulspär..... |    |
| Appendix 4: Kontaktspänning .....                                   |    |

# BETECKNINGAR

## Kapitel 2

$z$  = kuggtal

$m$  = modul

$\alpha_0$  = pressvinkel

$x$  = profilförskjutningsfaktor

$\beta$  = snedvinkel

$r_a$  = toppradie

$r_t$  = verktygets tandradie

$X$  = profilförskjutning

$r$  = delningsradie

$r_b$  = grundradie

$r_f$  = bottenradie

$h_a$  = topphöjd

$h_f$  = fothöjd

$S_b$  = kuggtjocklek vid grundcirkeln

$n$  = normalsnitt

$t$  = transversalsnitt

$\theta$  = godtycklig vinkel som varierar för att generera evolventkurvan

$\alpha$  = ingreppsvinkel

$\gamma$  = en halv kuggtands vinkelutsträckning

$\psi$  = halva kuggtjocklekens vinkel

$s$  = kuggtjocklek

## Kapitel 4

$\Delta h_a$  = topphöjdsminskning

$D$  = delningsvinkel

$\varphi$  = rotationsvinkel

$b$  = kuggbredd

$ad$  = axeldiameter

## Kapitel 5

$i$  = utväxling

$z_1$  = kuggtal (lilla kugghjulet)

$z_2$  = kuggtal (stora kugghjulet)

$M_1$  = moment (lilla kugghjulet)

$M_2$  = moment (stora kugghjulet)

$p_0$  = maximalt yttryck

$a$  = halva kontaktlinjebredden

$L$  = kontaktlinjelängd

$\nu$  = Poissons tal

$K$  = vridstyvhet

$\xi$  = vinkeländring på grund av deformation

$F_n$  = normalkraft

$k$  = fjäderstyvhet

$x$  = deflektion

## **Appendix**

$T_1$  = en kuggstångs tands tjocklek

$T_2$  = avståndet mellan en kuggstångs tänder

$L$  = avståndet mellan centrum av en kuggstångs tand till punkten  $Z$

$Z$  = radien  $r_t$ :s centrumpunkt

$B$  = avståndet mellan punkten  $z$  och kuggstångens delningslinje

$E$  = godtycklig vinkel som varierar för att generera trokoidkurvan

$A$  = vinkel mellan centrum av trokoidkurvan och godtycklig punkt på kurvan

$W$  = vinkel mellan en kuggtands centrum och centrum av trokoidkurvan

$\beta_b$  = snedvinkeln längs grundcylindern

$r_{kn}$  = krökningsradie i normalsnitt

$r_{kt}$  = krökningsradie i transversalsnitt

$\alpha_{wt}$  = ingreppsvinkeln vid delningslinjen i transversalsnittet

## **Övrigt**

$mm$  = millimeter

$Nm$  = newton meter

# 1. INLEDNING

I inledningskapitlet behandlas de grundläggande delarna av arbetet så som bakgrund, syfte, avgränsningar och precisering av frågeställning.

## 1.1 Bakgrund

En växellådas huvudfunktion är att reglera utväxlingen beroende på hastighet och kraftbehov, vilket åstadkoms genom olika kugghjulskombinationer. I dagens bilar är utrymmet i och omkring växellådan mycket begränsat. Volvo Car Corporation vill därför kunna undersöka om det går att förbättra kugghjulet och samtidigt bibehålla befintlig diameter.

För att underlätta det arbetet krävs en parametriserad CAD-representation av ett kugghjul där parameterkombinationen enkelt går att ändra. Volvo vill även kunna använda CAD-representationen för att generera ritningsunderlag.

## 1.2 Syfte

Syftet med arbetet är skapa en parametriserad CAD-representation av kugghjulets makrogeometri, som är baserad på Volvostandarden.

Den parametriserade modellen ska sedan tillsammans med given utväxling och axelavstånd användas för att generera ett kompatibelt kugghjulspär. Kugghjulsparet ska sedan genomgå en strukturanalys där framförallt spänning och deformation analyseras.

Strukturanalysen ska verifiera om CAD-representationen fungerar som förväntat. CAD-representationen av kugghjulet ska även kunna användas i en större CAD-modell, exempelvis en växellåda.

## 1.3 Avgränsningar

Arbetet utförs på halvfart under vårterminen 2017. Det påbörjas vecka 3 och avslutas vecka 24. Arbetet kommer inte att innefatta någon ingående kostnadskalkyl eller materialvalsanalys. Det kommer inte heller att behandla hur tillverkningen av kugghjulet ska utföras. Strukturanalysen begränsas till en spännings- och deformationsanalys på kugghjulsparets makrogeometri baserat på ett givet belastningsfall. Vidare kommer endast rak- och snedkugghjul med evolventprofil att studeras.

## 1.4 Precisering av frågeställningen

För att uppnå syftet med arbetet presenteras nedan en sammanställning av de viktigaste delarna av projektet:

- Bygga en parametriserad CAD-representation av kugghjulets makrogeometri.
  - Skapa ett beräkningsprogram som beräknar kuggdata för rak- och snedkugghjul.
  - Definiera varierande parametrar i Catia och koppla till dess geometriska representation.

- Koppla samman beräkningsprogrammet med Catia för att kunna variera geometrin.
  - Med hjälp av CAD-representationen skapa en kuggväxel bestående av två kugghjul med kompatibla evolventprofiler.
- Genomföra en strukturanalys med hjälp av en FEM-modell av en kuggväxel i Catia GAS/GPS med fokus på spännings- och deformationsanalys.
  - Definiera verklighetstroga randvillkor.
  - Ta fram lämplig elementstorlek genom att studera konvergens.
  - Analysera kontaktspänning, rotspänning och tandstyvhet.

## 2. TEORETISK REFERENS RAM

I detta kapitel beskrivs kugghjulets geometri. Här förtydligas även viktiga termer och begrepp för att underlätta fortsatt läsning.

### 2.1 Allmänt om kugghjul

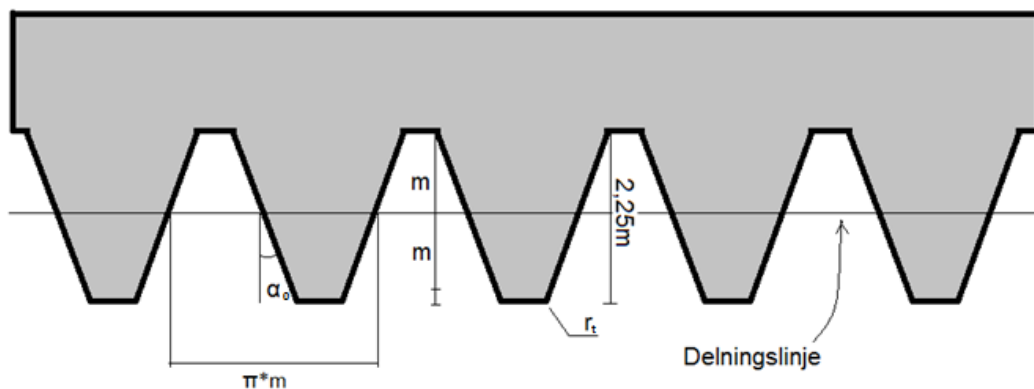
Kugghjul används i maskiner och fordon för att överföra rörelseenergi mellan roterande axlar. Ett kugghjul beskrivs med hjälp av primära och sekundära storheter. Primära storheter är data som behövs för att beskriva kugghjulets grundläggande funktion [1]. Här innefattas antal kuggtänder  $z$ , modulen  $m$ , pressvinkeln  $\alpha_0$  och profilmörskjutningsfaktor  $x$ . För snedkugghjul tillkommer snedvinkel  $\beta$ .

De sekundära storheterna är data som behövs för att fullborda kugghjulets geometri t. ex. toppdiameter, bottendiameter och bredd. Beroende på antal tänder kugghjulen har kan även utväxling och överfört vridmoment ändras [1].

För att ge en mjukare och tystare rörelseöverföring är kugghjulens tänder ofta avrundade [1]. Denna avrundning kan se ut på olika sätt men i det här arbetet fokuseras det endast på kugghjul med evolventprofil.

### 2.2 Tillverkningsverktyg

Ett kugghjul kan tillverkas på flera olika sätt. Här kommer endast tillverkning med kuggstång att behandlas. En kuggstång är ett skärande verktyg som man låter rulla över en cylinder med radie  $r_a$  och skära ut tänder i cylindern. Det är således kuggstångens utformning som avgör kuggtändernas utseende. En kuggstångs geometri framgår i figur 2.1 [2].



Figur 2.1: Kuggstång med geometribeskrivande parametrar.

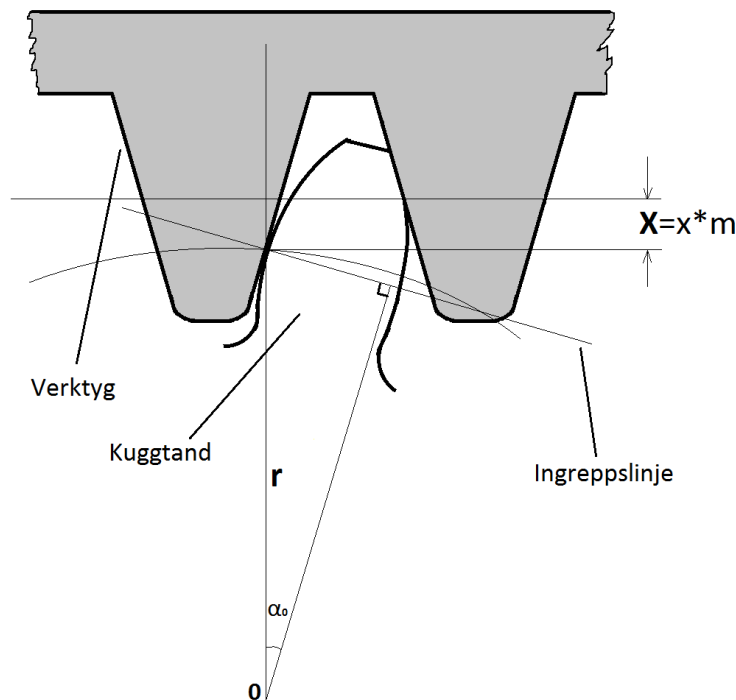
### 2.3 Kugghjulets geometri

För att få en förståelse av kugghjulets geometri beskrivs först de parametrar som bygger upp kugghjulet, därefter förklaras kuggtändernas form.

### 2.3.1 Primära storheter

Som nämnts tidigare bestämmer de primära parametrarna kuggväxels grundläggande funktion. Kuggtalet  $z$  bestämmer kuggväxels utväxling. Modulen  $m$  är ett millimetermått som avgör storleken på kugghjulet. Pressvinkeln  $\alpha_0$  kan ses i figur 2.1 och är lutningen på kuggstångens tänder. Den kan även beskrivas som vinkeln mellan en normal till kuggstångens delningslinje och en normal till ingreppslinjen som visas i figur 2.2 [1].

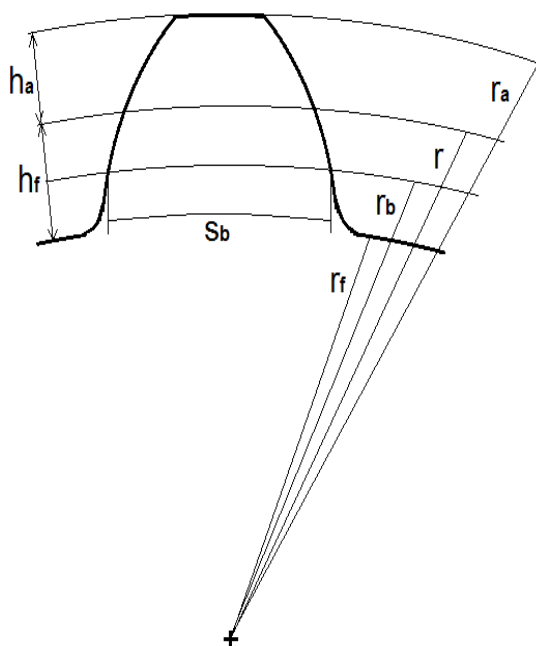
Profilförskjutning uppkommer när kugghjulets och verktygets delningslinjer inte tangerar varandra. Den anges som en faktor  $x$  som multipliceras med modulen och representerar då det avstånd som uppkommer mellan delningslinjerna, se figur 2.2. Profilförskjutning mäts från kugghjulets centrum och kan vara både positiv och negativ, vilket resulterar i en större eller mindre toppradie och rotradie. Profilförskjutning används för att justera kugghjulen så att de kan monteras enligt önskat axelavstånd. Axelavstånd är avståndet mellan ett kugghjulspars centrumaxlar. Snedvinkeln  $\beta$  är vinkeln mellan axelrinktingen och kuggriktningen och bestämmer hur mycket tänderna ska vara snedställda [1].



Figur 2.2: Illustration av profilförskjutning och pressvinkel.

## 2.3.2 Sekundära storheter

De sekundära storheterna är resterande parametrar som behövs för att komplettera kugghjulets form. Med hjälp av de primära storheterna kan de sekundära storheterna beräknas. I figur 2.3 redovisas de mest grundläggande sekundära storheterna som beräknas med hjälp av ekvationerna i tabell 1. Ekvationerna i tabell 1 hittats i Svensk mekanstandardisering (1987, 155) samt Mägi och Melkersson (2016, 435). Index  $n$  och  $t$  avser normalsnitt respektive transversalsnitt. Mer om detta i kapitel 4.3.



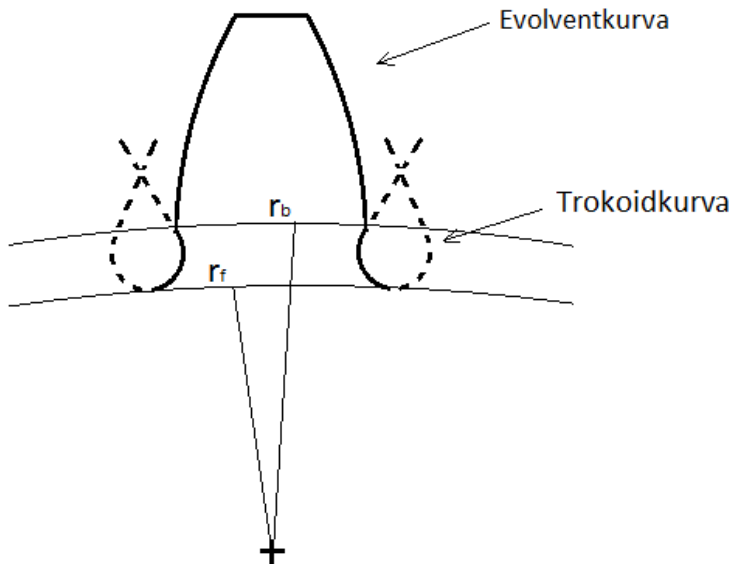
Figur 2.3: Sekundära storheter.

Tabell 1: Beräkning av sekundära storheter.

|                                      | Beteckning             | Ekvation                                                                                                           |
|--------------------------------------|------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Delningsradie</b>                 | $r$                    | $r = \frac{m_n * z}{2 * \cos(\beta)}$                                                                              |
| <b>Grundradie</b>                    | $r_b$                  | $r_b = r * \cos(\alpha_{0t})$                                                                                      |
| <b>Toppradie</b>                     | $r_a$                  | $r_a = r + h_a$                                                                                                    |
| <b>Bottenradie</b>                   | $r_f$                  | $r_f = r - h_f$                                                                                                    |
| <b>Topphöjd</b>                      | $h_a$                  | $h_a = m_n * (1 + x) - \Delta h_a$                                                                                 |
| <b>Fothöjd</b>                       | $h_f$                  | $h_f = m_n * (1,25 - x)$                                                                                           |
| <b>Evolvent <math>\alpha</math></b>  | $\text{inv}(\alpha_0)$ | $\tan(\alpha_0) - \alpha_0$                                                                                        |
| <b>Kuggtjocklek vid grundcirkeln</b> | $s_b$                  | $\left( \frac{\pi}{2} + 2 * x * \tan(\alpha_{0t}) + z * \text{inv}(\alpha_{0t}) \right) * m_n * \cos(\alpha_{0t})$ |

### 2.3.3 Kuggflank

Kuggflanken börjar vid bottenradien  $r_f$  och fortsätter upp till toppradien. Den består av två kurvor. En evolventkurva och en trokoidkurva. Trokoidkurvan startar vid bottenradien och fortsätter tills den skär evolventkurvan [1]. I figur 2.4 skär kurvorna varandra längs grundradien, men det kan skilja beroende på vilka värden de primära parametrarna har [3].

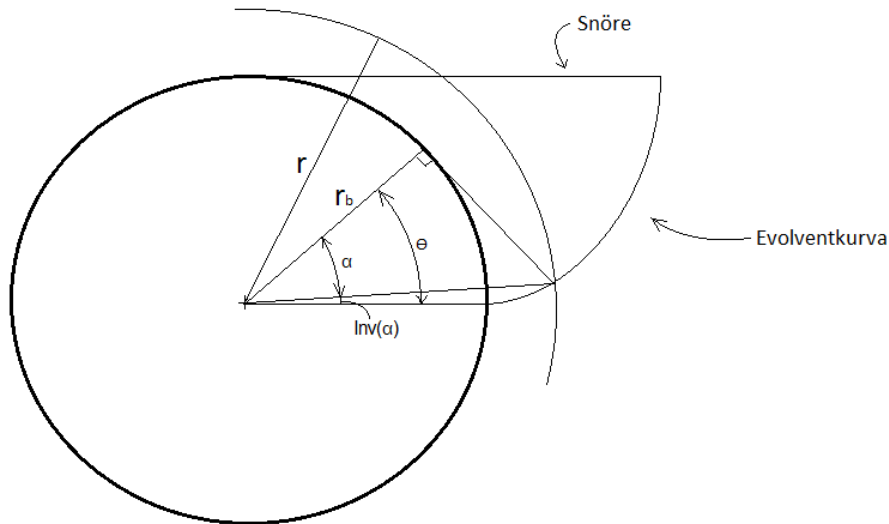


Figur 2.4: Tandprofil.

#### 2.3.3.1 Evolventkurva

Anledningen till att en evolventprofil ofta används istället för en rak profil är för att det ger en mjukare och tystare rörelseöverföring. Evolventkurvan beskrivs som den kurva som bildas när man lindar av ett snöre från en cylinder, se figur 2.5 [4]. Cylindern som snöret lindas av från har radien  $r_b$ , vilket innebär att kurvan startar vid  $r_b$ .

Evolventkurvan kan också beskrivas med hjälp av ekvationer. För att göra det behövs information om grundcirkelns radie. Vinkeln  $\theta$  varieras mellan 0 och 45 grader för att få en tillräckligt stor del av kurvan. I detta spann läggs en punkt in med 2 graders mellanrum för att ge en noggrann representation av kurvan. Vid varje vinkel beräknas en referensradie och en involutevinkel  $inv(\alpha)$ . Inv är en så kallad evolventfunktion som uttrycks i radianer. Inv står för det engelska ordet involute och betyder evolvent på svenska.  $Inv(\alpha)$  sägs ”involutan för vinkeln alfa” [5].



Figur 2.5: Generering av evolventkurva.

x- och y-värdena för evolventkurvan beräknas slutligen genom följande ekvationer

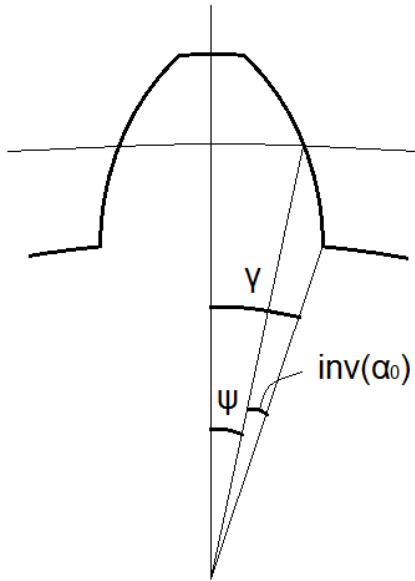
$$X = r * \sin(\gamma - \text{inv}(\alpha)) \quad (2.1)$$

$$Y = r * \cos(\gamma - \text{inv}(\alpha)) \quad (2.2)$$

som hittas i Lynwander (1983, 31–32). Där  $\text{inv}(\alpha) = \tan(\alpha) - \alpha$  och beräknas för olika värden på  $\alpha$  inom ett visst intervall. Referensradien  $r$  beräknas enligt  $r = r_b / \cos(\alpha)$  och beräknas för samma värden på  $\alpha$  inom intervallet. För att koordinatsystemets y-axel ska gå genom kuggtandens centrum kompenseras koordinaterna med vinkeln  $\gamma$  som är en halv kuggtands vinkelutsträckning.

Vinkeln  $\gamma$  kan ses i figur 2.6 och beräknas enligt följande

$$\gamma = \text{inv}(\alpha_0) + \psi = \text{inv}(\alpha_0) + 0,5 * s/r \quad (2.3)$$



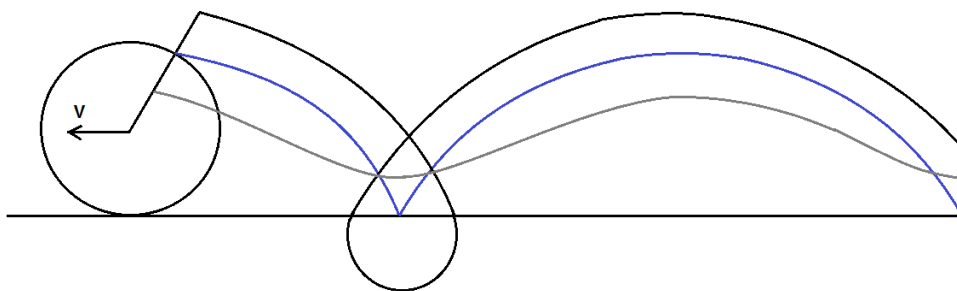
Figur 2.6: Kuggtand med utritad kompensationsvinkel  $\gamma$ .

där  $\alpha_0$  är pressvinkeln och  $s$  är kuggtjockleken vid delningsradien och beräknas enligt Mägi och Melkersson (2016, 425) som

$$s = \frac{\pi * m}{2} + 2 * x * m * \tan(\alpha_0) \quad (2.4)$$

### 2.3.3.2 Trokoidkurva

Trokoidkurvan representerar vägen som verktygets spets tar under bearbetningsprocessen och resulterar i den urgröpning som skapas mellan två kuggtänder. En trokoidkurva beskrivs som den kurva som bildas av en punkt på ett rullande hjul enligt figur 2.7. För framtagning av trokoidkurvan används Lynwander (1983, 33–37). Fullständig redovisning av trokoidkurvan visas i appendix 1.



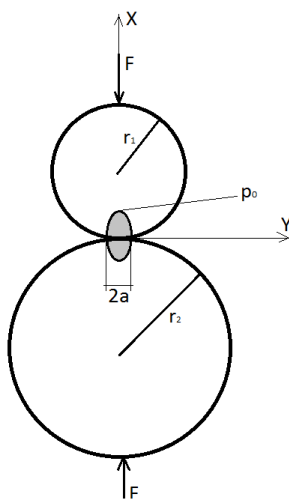
Figur 2.7: Generering av trokoidkurva.

## 2.4 Hertz kontaktteori

Hertz kontaktteori består av ekvationer definierade för att behandla böjda ytor i kontakt. Ekvationerna är definierade för punktkontakt respektive linjekontakt.

För punktkontakt representeras belastningsfallet med två sfärer som trycks mot varandra. Detta leder till att området kring kontaktpunkten upplever stora spänningar relativt resten av materialet. Det ger upphov till en ellipsformad spänningsbild, se figur 2.8 [1].

För linjekontakt representeras belastningsfallet med två cylindrar i kontakt längs en linje som löper parallellt med cylindrarnas centrumaxlar. Området kring kontakten får även i detta fall ett ellipsformat utseende. Området ser likadant ut i alla tvärsnitt vinkelrätt mot linjekontakten. Hertz kontaktteori används i praktiken vid problem gällande kullager, tåghjul, kugghjul och många andra maskinelement [6].



Figur 2.8: Hertz kontakt för två cylindrar.

## 2.5 Sätthårdning

Det material som används till Volvos cylindriska kugghjul och som analyseras i strukturanalysen är ythärdat stål. Det ythärdade stålet tillverkas genom sätthårdning. Sätthårdning innebär att kol tvingas in i stålets ytskikt, vilket resulterar i att hårdheten vid ytan ökar samtidigt som materialet inuti skalet förblir oförändrat och mjukt [7].

Den höga ythårdheten ger stålet ett högt slitagemotstånd och den mjuka kärnan ökar slagsegheten. Kombinationen av dessa egenskaper gör att sätthärdat stål används vid tillverkning av kugghjul [8].

## **2.6 Referensarbete**

Ur arbetet Cronqvist och Sundler (2015) går det att läsa om hur olika parametrar påverkar ett bomförbands hållfasthet. Ett bomförband är en typ av axelkoppling där axeldelarna kopplas ihop genom utvändiga och invändiga bommar.

Bomförbandets tänder har ofta en evolventprofil och liknar på så sätt kugghjulets tandprofil. Detta arbete är därför en bra referens vid utformningen av en parametriserad modell av kugghjulet.

### **3. METOD**

I detta kapitel redovisas de program och metoder som använts under projektets gång. Vidare redovisas arbetsgången.

#### **3.1 Catia V5**

Catia är ett programpaket för computer-aided design (CAD), computer-aided engineering (CAE) och computer-aided manufacturing (CAM). Det kan bland annat användas till att konstruera och utvärdera 3D-modeller. Programmet består av olika arbetsbänkar där användaren får välja mellan modellering, beräkning eller simulering.

Generative Part Structural Analysis (GPS) och Generative Assembly Structural Analysis (GAS) är Catias beräkningsprogram och används för att skapa FEM-modeller av enstaka detaljer respektive produkter. Programmet kan användas för att studera spänningar och deformationer, vilket gör det till ett bra hjälpmedel vid dimensionering. I detta arbete används GPS/GAS för att göra en strukturanalys, vilket kan läsas i kapitel 5.

#### **3.2 Excel**

Excel är ett kalkylprogram där det på ett enkelt och smidigt sätt går att sammanställa beräkningar i tabellformat. Det ger en bra överblick och det är speciellt fördelaktigt när vissa parametrar ska varieras. Programmet är även kompatibelt med Catia, vilket innebär att det går att definiera parametrar i Catia som sedan kan kopplas till och sammanställas i Excel. Det gör det möjligt att styra parametrarna därifrån. I det här arbetet skapades parametriseringen av kugghjulsmodellen med hjälp av Excel. För en mer ingående beskrivning om hur detta genomförs, se kapitel 4.

#### **3.3 Finita elementmetoden och FEM-modellering**

Finita elementmetoden (FEM) är en numerisk metod som används för att lösa partiella differentialekvationer numeriskt. FEM är integrerat i Catia och används för att genomföra hållfasthetsberäkningar. Syftet med FEM är att skapa en modell som representerar ett specifikt problem i detalj. För att skapa en bra FEM-modell krävs mycket erfarenhet för att få till rätt fysikaliska tvång och därmed korrekt matematisk modell. Ett bra sätt att kontrollera om FEM-modellen är verklighetstrogen är att göra en analytisk beräkning för att kunna analysera resultatets trovärdighet.

Vid FEM-modellering skapas först geometrin för den önskade detaljen. Därefter tilldelas modellen ett material och en elementtyp. Det går att välja mellan paraboliska eller lineära tetraeder. Paraboliska tetraeder ger en högre noggrannhet, men tar längre tid att beräkna. Beroende på noggrannhetskrav kan storleken på elementen ändras. Ju mindre element desto noggrannare beräkningar och därmed längre beräkningstid.

För att modellen ska bete sig som i verkligheten väljs olika randvillkor som appliceras på modellens geometri. Dessa tillsammans med någon form av belastning skapar en matematisk

modell som beräknas. När beräkningarna är genomförda kan resultatet presenteras med olika spännings- eller deformationsbilder.

### 3.4 Arbetsgång

I följande avsnitt beskrivs hur arbetet har genomförts.

#### 3.4.1 CAD-representation

I arbetets inledningsfas lades stor vikt på att skapa en förståelse av kugghjulets geometri. Ett kugghjul är uppbyggt av en mängd olika parametrar som alla påverkar kugghjulets utseende och funktion. Alla kugghjulets parametrar finns listade i Volvostandarden [9]. Med hjälp av dessa parametrar skapades en CAD-modell i Catia.

Tillvägagångssättet för att ta fram CAD-representationen delades in i fem steg; undersökning av kugghjulets geometri, förenklad kugghjulsmodell, kugghjulsmodell med evolventkurva, kugghjulsmodell med trokoidkurva och successiv förbättring av kugghjulsmodell.

För att kunna bygga ett parametriserat kugghjul krävs en förståelse av dess geometri och vilka parametrar som bygger upp kugghjulet. Det gjordes genom en litteraturstudie. I litteraturstudien studerades framförallt olika standarder som beskriver ett rak- och snedkugghjuls geometri [2], [10], [11].

Därefter skapades en enkel CAD-representation i Catia. I modellen togs det ingen hänsyn till evolvent- eller trokoidkurvan på grund av att de i ett första skede var alltför komplexa. Syftet med att skapa en förenklad kugghjulsmodell var att undersöka hur en parametrisering kan skapas i Catia, men även för att skapa förståelse för hur olika ekvationer kan kopplas samman med olika parametrar.

Nästa steg för att förbättra modellen var att beräkna en evolventkurva. Det gjordes i Excel och resulterade i x-och y-koordinater till kurvan. Koordinaterna kopplades sedan samman med ett *design table* i Catia där en evolventkurva ritades. I den här modellen approximerades trokoidkurvan som en radie. Vid genereringen av evolventkurvan användes referensarbetet som hjälpmedel.

Sista steget för att få till en korrekt kuggprofil och därmed en korrekt CAD-representation var att skapa en trokoidkurva. Beräkningen gjordes återigen i Excel och resulterade i x- och y-koordinater till kurvan. Koordinaterna kopplades därefter till *design table:t* som sedan genererade en kurva i Catia.

Under hela modellgenereringen undersöktes olika sätt att bygga CAD-representationen. Eftersom att modellen ska fungera för olika värden på de valbara parametrarna testades olika parameterkombinationer. Vid uppkomst av felmeddelande undersöktes problemet och en åtgärdande modifikation av modellen genomfördes. Därefter följde ett nytt test där parametrarna ändrades och vid eventuella felmeddelanden åtgärdades dessa. Processen upprepades tills modellen fungerade felfritt.

### **3.4.2 Strukturanalys**

Strukturanalysen genomförs för att verifiera att den skapade CAD-modellen fungerar väl som en representation av ett verkligt kugghjul. En strukturanalys utförs för att få en tydlig bild av hur spänningen fördelar sig över geometrin samt för att se hur pålagt moment vid ett kuggingrepp deformerar kugghjulet.

I strukturanalysen studerades rotspänningar, kontaktspänningar och tandstyvhet på en given kuggväxel från Volvo. Det skapades först en FEM-modell med lämpliga randvillkor och därefter studerades konvergens för att bestämma en lämplig elementstorlek som var tillräckligt noggrann för att kunna analyseras.



Med hjälp av de primära och valfria parametrarna beräknas ytterligare geometribeskrivande parametrar som behövs för att beräkna de koordinater som beskriver evolvent- och trokoidkurvan. De beräknade parametrarna kopplas sedan ihop med respektive cell i listan för utgående parametrar, se figur 4.2 och 4.3.

| Evolvent |              |             |            |          |                 |                |                |
|----------|--------------|-------------|------------|----------|-----------------|----------------|----------------|
|          | x            | y           | rb         | r        | inv( $\alpha$ ) | $\alpha$ (rad) | $\alpha$ (deg) |
| 1        | 2,795301605  | 57,52229863 | 57,5901776 | 57,59018 | 0               | 0              | 0              |
| 2        | 2,796189045  | 57,55740069 | 57,5901776 | 57,62528 | 1,42E-05        | 0,034907       | 2              |
| 3        | 2,795574524  | 57,66308029 | 57,5901776 | 57,73081 | 0,000114        | 0,069813       | 4              |
| 4        | 2,788460696  | 57,84022392 | 57,5901776 | 57,9074  | 0,000384        | 0,10472        | 6              |
| 5        | 2,769650665  | 58,09016031 | 57,5901776 | 58,15615 | 0,000914        | 0,139626       | 8              |
| 6        | 2,733628931  | 58,4146711  | 57,5901776 | 58,4786  | 0,001794        | 0,174533       | 10             |
| 7        | 2,674431088  | 58,81600306 | 57,5901776 | 58,87678 | 0,003117        | 0,20944        | 12             |
| 8        | 2,585497657  | 59,29688147 | 57,5901776 | 59,35322 | 0,004982        | 0,244346       | 14             |
| 9        | 2,459506649  | 59,8605233  | 57,5901776 | 59,91103 | 0,007493        | 0,279253       | 16             |
| 10       | 2,288178427  | 60,51064851 | 57,5901776 | 60,5539  | 0,01076         | 0,314159       | 18             |
| 11       | 2,062044986  | 61,2514871  | 57,5901776 | 61,28619 | 0,014904        | 0,349066       | 20             |
| 12       | 1,770173994  | 62,08777789 | 57,5901776 | 62,11301 | 0,020054        | 0,383972       | 22             |
| 13       | 1,399835499  | 63,02475376 | 57,5901776 | 63,0403  | 0,02635         | 0,418879       | 24             |
| 14       | 0,936096144  | 64,06810504 | 57,5901776 | 64,07494 | 0,033947        | 0,453786       | 26             |
| 15       | 0,36132175   | 65,22390951 | 57,5901776 | 65,22491 | 0,043017        | 0,488692       | 28             |
| 16       | -0,34543601  | 66,49851183 | 57,5901776 | 66,49941 | 0,053751        | 0,523599       | 30             |
| 17       | -1,209199684 | 67,89832717 | 57,5901776 | 67,90909 | 0,066364        | 0,558505       | 32             |
| 18       | -2,260012038 | 69,42953255 | 57,5901776 | 69,46631 | 0,081097        | 0,593412       | 34             |
| 19       | -3,534117657 | 71,09759156 | 57,5901776 | 71,18537 | 0,098224        | 0,628319       | 36             |
| 20       | -5,075442799 | 72,90653248 | 57,5901776 | 73,08298 | 0,118061        | 0,663225       | 38             |
| 21       | -6,937451621 | 74,85786073 | 57,5901776 | 75,17864 | 0,140968        | 0,698132       | 40             |
| 22       | -9,185474436 | 76,94892718 | 57,5901776 | 77,49523 | 0,167366        | 0,733038       | 42             |
| 23       | -11,89962106 | 79,17048362 | 57,5901776 | 80,05977 | 0,197744        | 0,767945       | 44             |
| 24       | -15,17840465 | 81,5030169  | 57,5901776 | 82,90432 | 0,232679        | 0,802851       | 46             |
| 25       | -19,14319665 | 83,91123733 | 57,5901776 | 86,06717 | 0,272854        | 0,837758       | 48             |

Figur 4.2: Beräknade evolventkoordinater i design table.

| Trokoid |             |             |            |          |          |          |       |              |
|---------|-------------|-------------|------------|----------|----------|----------|-------|--------------|
|         | X           | Y           | Xt         | Yt       | Xz       | Yz       | Tetha | A            |
| 1       | 3,688667831 | 58,10438581 | 3,3701E-08 | 58,22135 | 5,71E-09 | 59,02135 | 1E-07 | 1,570796292  |
| 2       | 3,523328416 | 58,12941247 | 0,16659287 | 58,23585 | 0,028522 | 59,02385 | 0,5   | 1,397339202  |
| 3       | 3,370259233 | 58,18007411 | 0,32256425 | 58,27672 | 0,056959 | 59,03134 | 1     | 1,232366293  |
| 4       | 3,028513392 | 58,41688372 | 0,67862682 | 58,4914  | 0,140911 | 59,08373 | 2,5   | 0,83369438   |
| 5       | 2,831267566 | 58,68443407 | 0,89242727 | 58,74591 | 0,221042 | 59,18093 | 4     | 0,574927767  |
| 6       | 2,679639629 | 59,04694495 | 1,0667178  | 59,09809 | 0,317989 | 59,37988 | 6     | 0,359961471  |
| 7       | 2,591555793 | 59,43806286 | 1,17940432 | 59,48284 | 0,398685 | 59,65742 | 8     | 0,219994047  |
| 8       | 2,546474942 | 59,8776389  | 1,25224435 | 59,91868 | 0,457773 | 60,01257 | 10    | 0,11763529   |
| 9       | 2,540822453 | 60,37547361 | 1,28942626 | 60,41516 | 0,489949 | 60,44407 | 12    | 0,036147385  |
| 10      | 2,57627187  | 60,93574654 | 1,28954467 | 60,97655 | 0,489973 | 60,95037 | 14    | -0,032723134 |
| 11      | 2,656314733 | 61,55970591 | 1,24919414 | 61,60433 | 0,452684 | 61,52968 | 16    | -0,093436476 |
| 12      | 2,785114955 | 62,24695811 | 1,16419418 | 62,29836 | 0,37301  | 62,17992 | 18    | -0,148591366 |
| 13      | 2,967069573 | 62,99609586 | 1,03006743 | 63,05752 | 0,245982 | 62,89874 | 20    | -0,199796651 |
| 14      | 3,20661753  | 63,8050221  | 0,842251   | 63,88    | 0,066746 | 63,68355 | 22    | -0,248098622 |
| 15      | 3,508145791 | 64,67112791 | 0,59620145 | 64,76347 | -0,16942 | 64,53148 | 24    | -0,294205838 |
| 16      | 3,875937385 | 65,59139668 | 0,28745323 | 65,70519 | -0,46712 | 65,43944 | 26    | -0,338614616 |
| 17      | 4,314139058 | 66,56246905 | -0,0883449 | 66,70207 | -0,83078 | 66,40408 | 28    | -0,381682665 |
| 18      | 4,826738761 | 67,58068633 | -0,5354047 | 67,75072 | -1,26467 | 67,42183 | 30    | -0,423674151 |
| 19      | 5,417548437 | 68,64212134 | -1,0577792 | 68,84745 | -1,77291 | 68,48887 | 32    | -0,464788317 |
| 20      | 6,090189877 | 69,7426019  | -1,6593474 | 69,98834 | -2,35942 | 69,60117 | 34    | -0,505178217 |
| 21      | 6,848082477 | 70,87772996 | -2,3438003 | 71,1692  | -3,02792 | 70,75449 | 36    | -0,54496334  |
| 22      | 11,39419899 | 76,28661785 | -6,5380985 | 76,85525 | -7,14025 | 76,32855 | 45    | -0,718658406 |
| 23      | 18,81697486 | 82,43752468 | -13,556266 | 83,46407 | -14,0502 | 82,83479 | 55    | -0,905299031 |
| 24      | 28,89118372 | 88,04492224 | -23,254973 | 89,69847 | -23,6262 | 88,98982 | 65    | -1,088223827 |
| 25      | 41,60301447 | 92,35021726 | -35,6685   | 94,80048 | -35,9064 | 94,03666 | 75    | -1,268915002 |

Figur 4.3: Beräknade trokoidkoordinater i design table.

Användaren behöver även ange data för det andra kugghjulet på grund av att topphöjdsminskningen  $\Delta h_a$  påverkar toppdiametern, se figur 4.4. Topphöjdsminskning innebär att den preliminära toppradien eventuellt behöver minskas för att kunna montera kugghjulsparet enligt önskat axelavstånd [1]. För att parametrarna slutligen ska uppdateras i Catia sparas *design table*:t och stängs sedan ned. Excelarket i sin helhet finns att se i appendix 2.

| Indata för det andra kugghjulet                  | Beteckning                | Värde       |
|--------------------------------------------------|---------------------------|-------------|
| Kuggtal                                          | $z_1$                     | 44          |
| Profilförskjutning                               | $x_1$                     | -0,378      |
|                                                  |                           |             |
| Axelavstånd för kuggväxel med profilförskjutning | $a_w$                     | 80          |
|                                                  |                           |             |
|                                                  |                           |             |
| Beräknade parametrar för kuggväxeln              | Beteckning                | Värde       |
| Referensaxelavstånd                              | $a$                       | 80,69561611 |
| Ingreppsvinkel                                   | $\alpha_{wt}$             | 0,369333331 |
| Ingreppsvinkel vid rullningscirkeln              | $\text{inv}(\alpha_{wt})$ | 0,017763068 |
| Total profilförskjutning                         | $(x_1+x_2)$               | -0,27100084 |

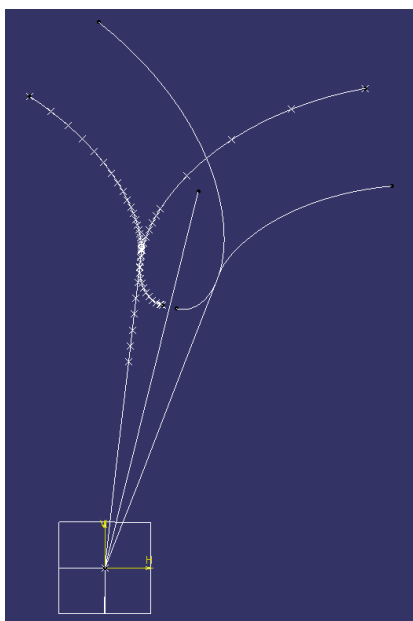
Figur 4.4: Indata för det andra kugghjulet.

### 4.3 Modellgenerering

När *design table:t* stängts ned lägger sig punkterna i ett xy-plan. För att koppla samman punkterna till respektive kurva används verktyget *spline*. Skillnaden mellan att dra vanliga linjer mellan punkterna och att använda *splines* är att strecken mellan punkterna följer den tänkta kurvan bättre vid användande av *splines*.

Evolventkurvan förlängs med ett antal punkter så att den går ända ner till origo. Det för att enklare kunna göra en *sketch* av kuggluckan, området mellan två kuggflanker.

Respektive kurva speglas kring en axel som har en vinkel som gör att den ligger mitt emellan två kuggtänder [12]. Efter denna procedur ser modellen ut enligt figur 4.5.

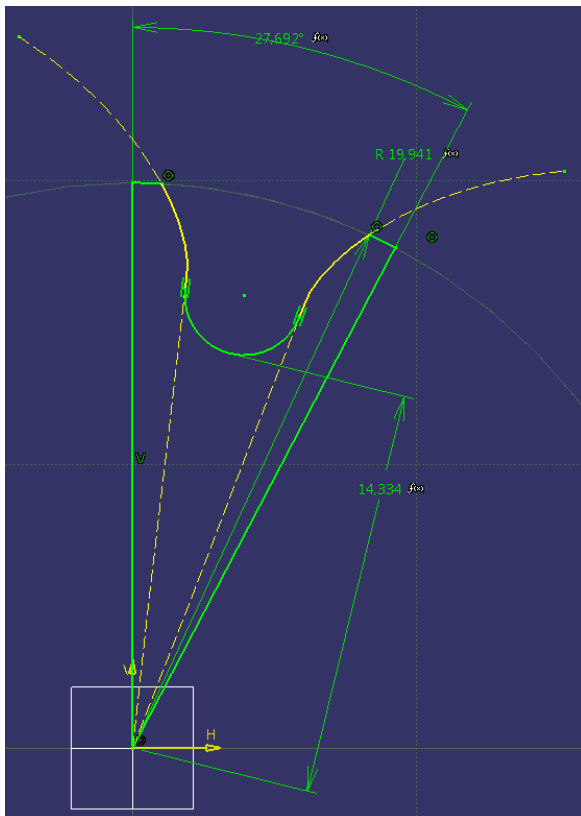


Figur 4.5: Sketch med evolvent- och trokoidkoordinater.

Nästa steg är att göra en *sketch* som kommer att bestå av två halva kuggtänder och en kugglucka. I den här *sketchen* används endast evolventkurvorna. Trokoidkurvan används senare för att skära bort överflödigt material från den genererade soliden.

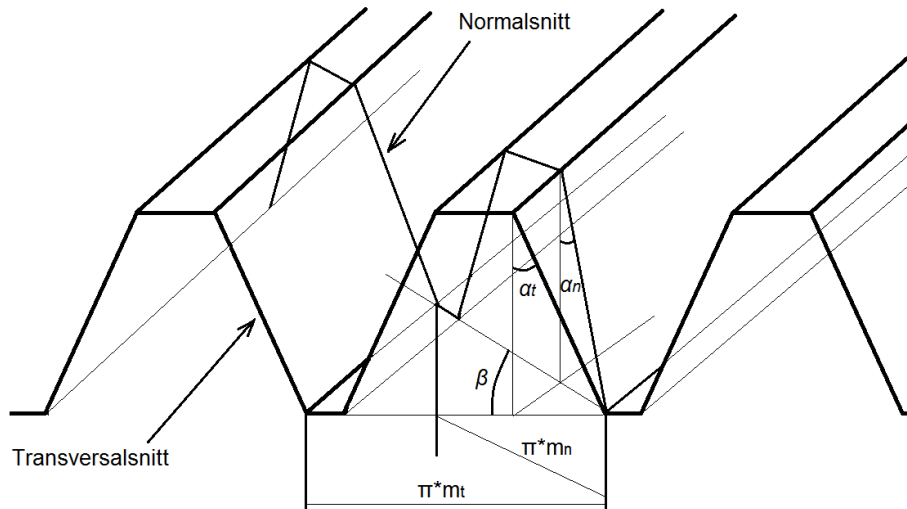
För att göra om evolventkurvorna till linjer som går att arbeta med i *sketchen* används verktyget *projection* vilket innebär att Catia gör en avbildning av *splinen* i form av en riktig linje. Mellan linjerna läggs en radie som tangerar de båda kurvorna. Radien kopplas till parametern rotradie  $r_f$  så att den följer med när parametrarna ändras. Radien kommer att glida längs kuggflanken och kommer vid vissa parametervärden att tangera evolventkurvan under grundradien  $r_b$ , varför evolventkurvan förlängdes enligt ovan.

Evolventkurvorna begränsas upptill av en cirkel med toppradien  $r_a$  och i periferiell riktning av en linje längs y-axeln och en linje som ligger med delningsvinkeln  $D = 360/z$  från y-axeln. I figur 4.6 visas den slutgiltiga *sketchen*.



Figur 4.6: Slutgiltig sketch av kugglucka.

Viktigt att påpeka är att *sketchen* är definierad som ett transversalsnitt i kuggstången. Skillnaden mellan transversalsnitt och normalsnitt framgår i figur 4.7.



Figur 4.7: Kuggstång med transversalsnitt och normalsnitt

För att modellen ska klara av att ändra snedvinkel används verktyget *multi section solid*. Det innebär att det går att skapa en solid som går genom flera sektioner, se figur 4.9 och 4.10. För att skapa flera sektioner används verktyget *translate* som kopierar och förskjuter *sketchen* ett önskat avstånd i  $z$ -led. I detta fall görs 10 sektioner, vilket innebär att förskjutningen mellan varje sektion blir  $b/10$ . Där  $b$  är kugghjulets bredd. Sektionen som har förskjutits roteras sedan kring  $z$ -axeln, med hjälp av verktyget *rotate*, en vinkel  $\varphi$  som motsvarar snedvinkeln. Rotationsvinkeln kring  $z$ -axeln beräknas enligt följande

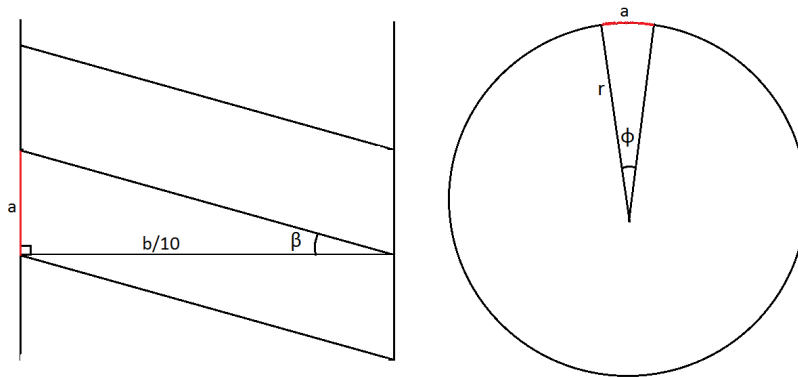
$$\tan \beta = \frac{a}{\left(\frac{b}{10}\right)} \Rightarrow a = \tan \beta * \left(\frac{b}{10}\right) \quad (4.1)$$

där

$$a = r * \varphi \quad (4.2)$$

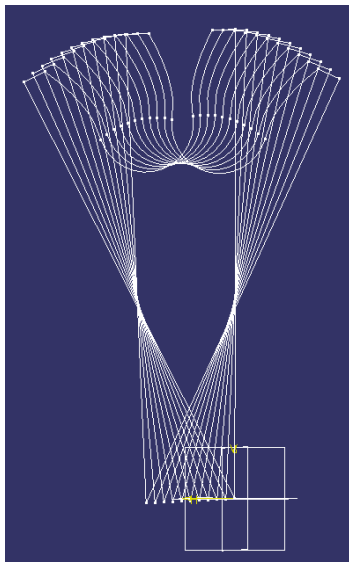
och slutligen fås

$$\varphi = \tan(\beta) * \left(\frac{\left(\frac{b}{10}\right)}{r}\right) \quad (4.3)$$

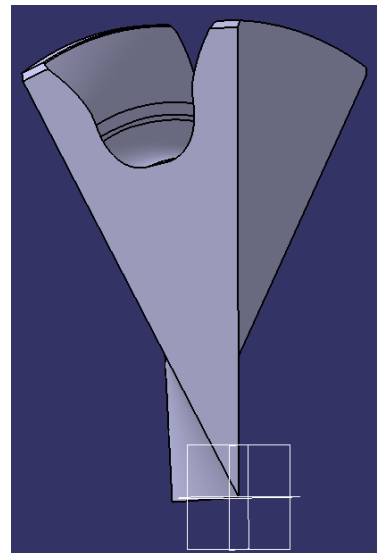


Figur 4.8: Kugghjul sett ovanifrån respektive från sidan.

Proceduren upprepas 10 gånger, se figur 4.9. Slutligen markeras alla sektioner och det bildas en *solid* som begränsas av sektionerna, se figur 4.10.

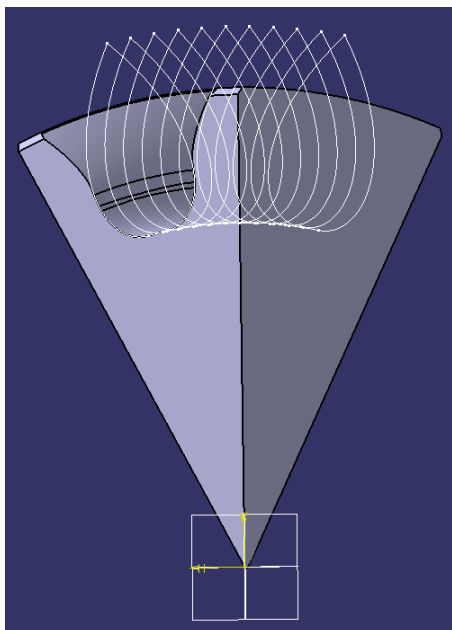


Figur 4.9: Projektioner av sketchen.



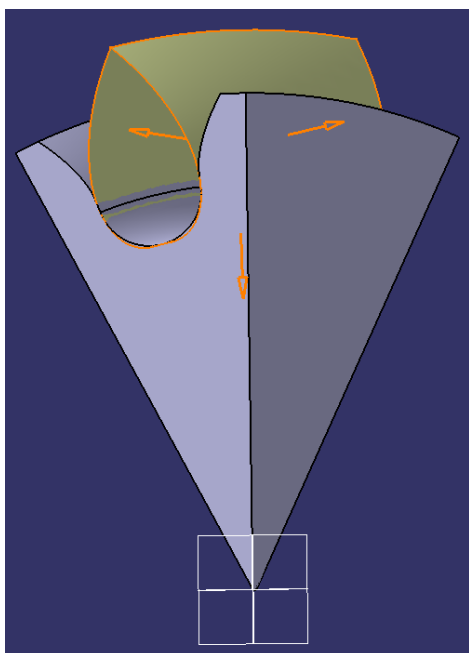
Figur 4.10: Kugglucka.

För att få till rätt utseende på kuggluckan används trokoidkurvan för att skära ut överblivet material. Med hjälp av de två trokoidkurvorna skapas en *sketch* där kurvorna projiceras på samma sätt som evolventkurvorna. Kurvorna skär varandra alltid upptill, men måste kopplas ihop längs rotradien. Det görs genom att skapa en cirkel som kopplas ihop med ändpunkterna på respektive trokoidkurva. Cirkelns centrum kopplas till origo i koordinatsystemet. *Sketchen* förskjuts i *z*-led och roteras kring *z*-axeln 10 gånger. På samma sätt som för soliden skapas sedan en yta med hjälp av verktyget *multi section surface*, se figur 4.11.



Figur 4.11: Projektioner av trokoidkurvan.

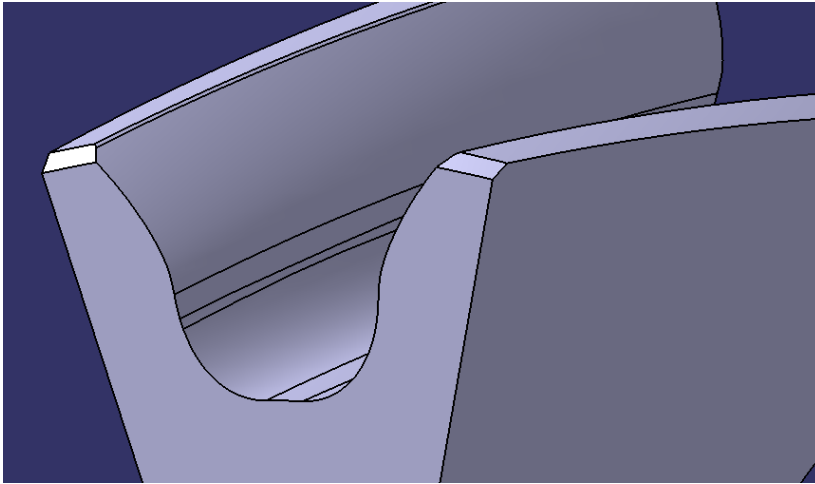
För att skära ut överblivet material från soliden används verktyget *split*, se figur 4.12. Ytan som ska användas för att skära markeras. Därefter väljs vilken sida av ytan som ska behållas respektive tas bort. För att utskärningen ska finnas med i varje kugglucka på kugghjulet är det viktigt att detta steg görs innan verktyget *pattern* används.



Figur 4.12: Utskärning av överflödigt material.

På kugghjulets ytterkanter och på kuggflankens toppkant finns faser som kan ställas in efter önskemål, se figur 4.13. Det är två parametrar som bestämmer fasningens utseende, dels ett avstånd som avgör hur mycket material som ska tas bort samt en vinkel som bestämmer lutningen på fasningen.

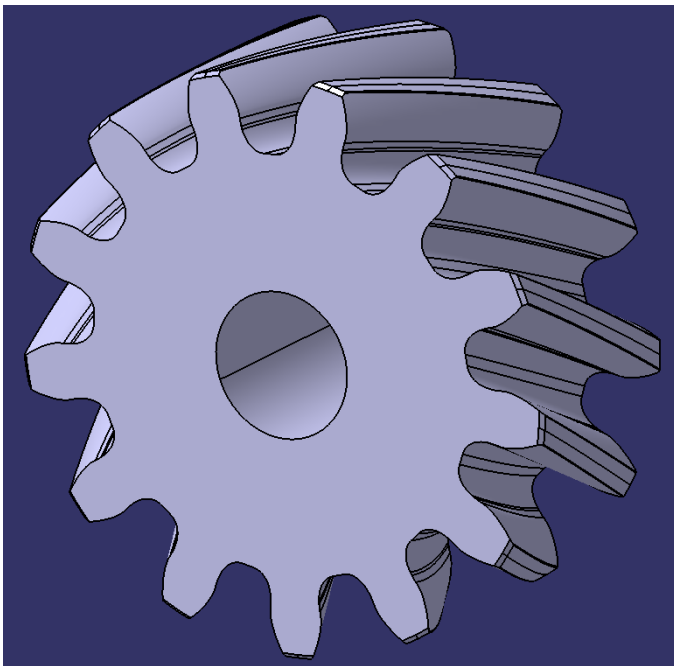
I dialogrutan för verktyget *chamfer* kopplas de måtten till motsvarande parameter. Fasning används för att minska ljudet och vibrationerna som uppkommer när två kugghjul samarbetar. Även det här måste göras innan verktyget *pattern* används.



Figur 4.13: Kugglucka med fasning och toppavlättning.

I dialogrutan för verktyget *pattern* väljs att mönstret av soliden ska skapas kring  $z$ -axeln. Antalet instanser kopplas till parametern  $z$  som är antalet kuggtänder.

Slutligen skapas en *sketch* för vad som ska bli hålet där axeln ska gå igenom. En cirkel skapas i origo och måttet kopplas ihop med parametern  $ad$  som står för axeldiameter. För att skapa hålet används verktyget *pocket*. Eftersom hålet alltid ska gå igenom *soliden* används kommandot *up to last* vilket innebär att hålet fortsätter ända tills allt material är borta. Det slutgiltiga kugghjulet visas i figur 4.14.



Figur 4.14: Slutgiltigt kugghjul.

## 4.4 Assembly

FEM-modellen som senare ska analyseras är en kuggväxel, det vill säga två kugghjul i kontakt. Därför skapas en *assembly*. En *assembly* skapas genom att lägga in flera olika parter och sätta ihop dem med hjälp av olika tvång. För att göra det måste ytterligare ett kugghjul skapas, vilket genomförs på samma sätt som tidigare. Det går inte att använda sig utav samma modell på grund av att de två *parterna* måste vara kopplade till var sitt separat *design table*. Det för att kugghjulen ska kunna anta olika parametervärden.

I *assemblyn* ingår även en konsol som kugghjulen är monterade på. Konsolen består av två axlar vars diametrar är kopplade till parametern axeldiameter för respektive kugghjul. Konsolens axlar sitter ihop med en arm som är kopplad till parametern axelavstånd och bestämmer avståndet mellan kugghjulens centrumaxlar. Konsolen är kopplat till ett eget *design table* där parametrarna går att ändra. Konsolen fyller ingen praktisk funktion utan fungerar främst som visuellt hjälpmedel vid presentation.

Slutligen skrivs en användarbeskrivning som förklarar steg för steg hur kugghjulsmodellen ska användas, se appendix 3.

## 5. STRUKTURANALYS

I en strukturanalys genomförs beräkningar och simuleringar av olika komponenter som utsätts för belastning. Fördelen med att göra denna analys i ett FEM-program är att det är billigare än att göra den i verkligheten.

I den här strukturanalysen analyseras de spänningar och den deformation som uppstår på grund av ett moment som överförs i en kuggväxel. I kapitel 5 beskrivs först hur FEM-modellen tas fram, därefter studeras konvergens och slutligen redovisas resultatet från strukturanalysen.

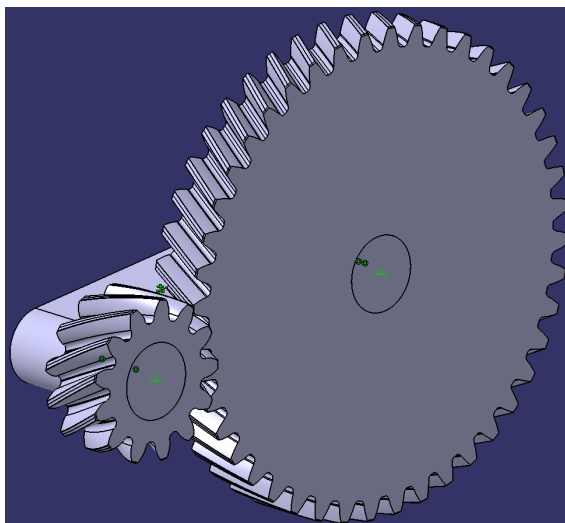
### 5.1 FEM-modell

Kuggväxeln som ska analyseras är en snedkuggväxel och är given av Volvo. Kuggväxeln innehåller två snedkugghjul med en stor snedvinkel och flera andra ställbara parametrar, vilket gör den till ett intressant exempel att studera. Data för de två ingående kugghjulen kan ses i tabell 2.

Tabell 2: Indata för kuggväxel.

|                           | Kugghjul 1 | Kugghjul 2 |
|---------------------------|------------|------------|
| Normalmodul               | 2,5        | 2,5        |
| Kuggtal                   | 13         | 44         |
| Pressvinkel               | 20°        | 20°        |
| Snedvinkel                | 28°        | -28°       |
| Profilförskjutningsfaktor | 0,107      | -0,378     |
| Kuggbredd                 | 18,3 mm    | 15,1 mm    |
| Tandradie (verktyg)       | 1,2 mm     | 0,8 mm     |
| Flankspel                 | 0,08 mm    | 0,16 mm    |
| Axelavstånd               | 80 mm      | 80 mm      |
| Moment                    | 220 Nm     |            |

Relevant data matas in i respektive CAD-modell för att generera kuggväxeln, se figur 5.1. Det lilla kugghjulet driver det stora kugghjulet med ett vridmoment på 220 Nm.



Figur 5.1: Kuggväxel.

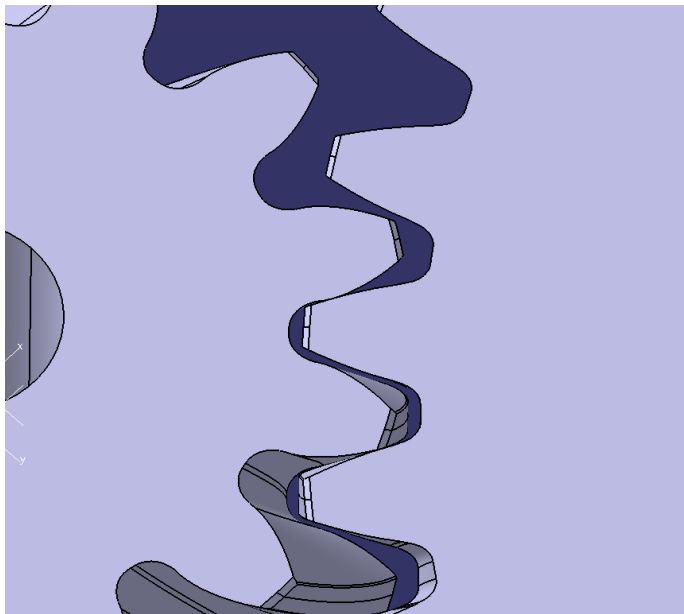
För att kunna köra beräkningar på kuggväxeln måste kugghjulen tilldelas ett material. Här väljs ett sätthärdat stål, se kapitel 2.5. Materialdata kan ses i figur 5.2.

| Structural Properties |               |
|-----------------------|---------------|
| Young Modulus         | 2,05e+011N_m2 |
| Poisson Ratio         | 0,3           |
| Density               | 7860kg_m3     |
| Thermal Expansion     | 1,2e-005_Kdeg |
| Yield Strength        | 2,5e+008N_m2  |

Figur 5.2: Materialegenskaper.

Vid analyser av en *assembly* används arbetsbänken *GAS* - *Generative Assembly Structural Analysis*. Skillnaden mellan *GAS* och *GPS* - *Generative Part Structural Analysis* är att det finns verktyg som hanterar kontakt mellan olika komponenter i *GAS*.

Det första som görs är att kugghjulen placeras i önskat läge. De roteras så att kuggflankerna ligger i kontakt. Det är således detta läge som sedan kommer att analyseras, se figur 5.3.



Figur 5.3: Kuggingrepp.

På mitten av centrumaxeln för respektive kugghjul läggs ett lokalt koordinatsystem in. Detta görs för att vissa randvillkor måste definieras utifrån ett, för respektive kugghjul, specifikt koordinatsystem för att fungera på önskat sätt.

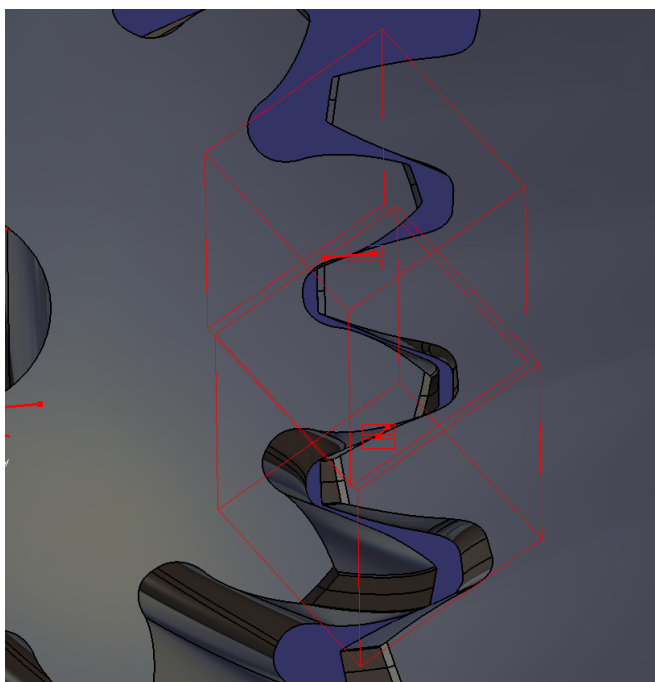
Det lilla kugghjulet ska kunna rotera kring sin axel men i övrigt vara låst. Det åstadkoms med hjälp av verktyget *User-defined Restraint*, vilket tillåter användaren att välja i vilka riktningar och kring vilka axlar komponenten ska vara låst. Här ska kugghjulet vara låst i alla riktningar och kring alla axlar förutom rotation kring z-axeln som ligger i axiell riktning.

I verkligheten sitter kugghjulet fast på en genomgående solid axel och för att kompensera det kopplas centrum av axelhålet ihop med axelhålets innerväggar. Det åstadkoms genom att använda verktyget *General Analysis Connection*. Då skapas en koppling mellan dessa *features*. Därefter väljs vilken egenskap denna koppling ska ha. Eftersom att kopplingen ska representera den saknade axeln väljs egenskapen *Rigid Connection Property*. Resultatet blir att den saknade axeln approximeras som helt styv.

Till sist läggs vridmomentet på. Det åstadkoms med hjälp av verktyget *moment*. I dialogrutan väljs origo för det lokala koordinatsystemet som *support* för momentet.

Det stora kugghjulet ska endast hållas låst kring sin centrumaxel. Axelhålets centrum kopplas ihop med axelhålets innerväggar på samma sätt som för det lilla kugghjulet. Till sist låses axelhålets centrumpunkt fast i rummet med hjälp av verktyget *clamp*.

För att kunna köra beräkningar på kuggväxeln måste kontakten mellan kugghjulens kuggflanker definieras. Även här används verktyget *General Analysis Connection* för att koppla ihop kuggflankerna. I detta fall är det endast två kuggtänder på respektive kugghjul som är i kontakt. Kontakten mellan flankerna ges egenskapen *Contact Connection Property* och i dialogrutan anges att kontakten ska ske utan glidning. Resultatet kan ses i figur 5.4.



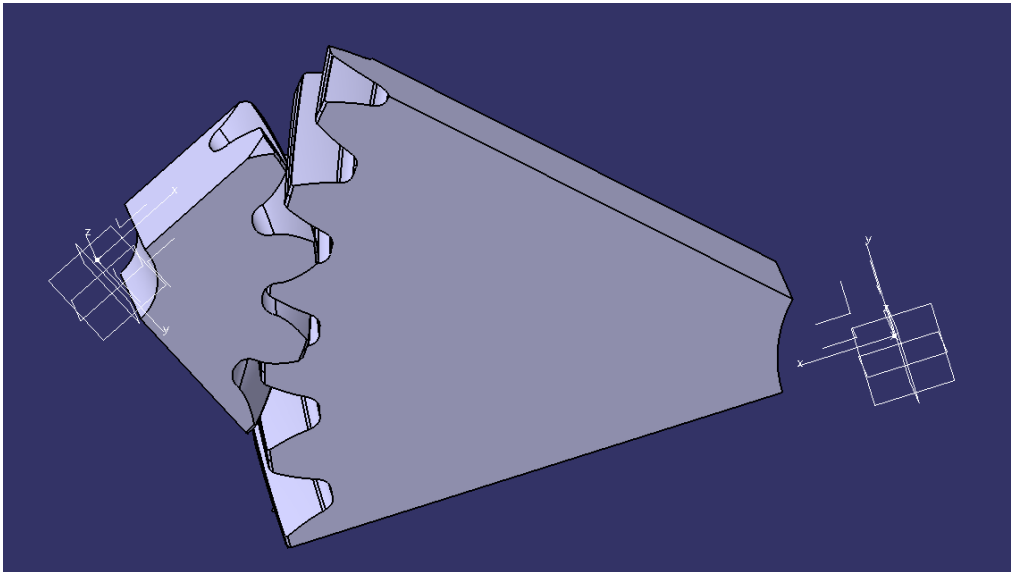
Figur 5.4: Kontaktvillkor.

Det är endast området kring kontaktytorna som är av intresse i den här analysen. Det är således ett relativt litet område som är intressant att studera jämfört med hur stor modellen är. Dessutom domineras deformationen endast av töjningar i och omkring de tänder som är i ingrepp. Det innebär att möjligheten reducera modellen och utnyttja symmetrin kring z-axeln är väldigt stor. Anledningen till att det är fördelaktigt att använda en modell där symmetrin utnyttjas är för att

modellen blir mindre och därmed beräkningstiden kortare. Det gör det möjligt att använda mindre elementstorlek. En mindre elementstorlek leder till en mer noggrann modell.

## 5.2 Symmetrimodell

För att skära bort material från kugghjulen öppnas respektive kugghjuls *part*. Där används verktyget *split* tillsammans med *parternas* yz- och zx-plan för att skära bort tre fjärdedelar av de ursprungliga kugghjulen. På det stora kugghjulet är det möjligt att ytterligare halvera den återstående fjärdedelen, se figur 5.5.



Figur 5.5: Symmetrimodell.

Kugghjulens avskurna sidor måste nu kompenseras för det bortskurna materialet, vilket approximeras som en stelkropp i tangentiell riktning. Det inses att en mer noggrann approximation av den saknade axeln skulle vara att ta bort axelhålet. Det skulle i praktiken innebära att axeln består av samma material som kugghjulet och är därmed inte helt styvt.

Det bortskurna materialet hos det lilla kugghjulet approximeras som en stelkropp med förbestämd tangentiell deformation, vilket innebär att de är helt styva i sitt plan. Här används återigen *General Analysis Connection* där centrumaxeln kopplas ihop med respektive sida. Sidorna ges egenskapen *Rigid Connection Property*. Det stora kugghjulet räcker att låsa fast i centrumaxeln. Randvillkoret för symmetri åstadkoms genom att applicera verktyget *slider* på de avskurna sidorna, vilket tillåter sidorna att glida i sitt plan.

För att kontrollera att symmetrimodellen fungerar på samma sätt som i verkligheten jämförs det överförda momentet. Momentet beräknas först analytiskt enligt

$$i = \frac{z_2}{z_1} = \frac{M_2}{M_1} \Rightarrow M_2 = M_1 * \frac{z_2}{z_1} = 220 * \frac{44}{13} \approx 744,6 \text{ Nm} \quad (5.1)$$

där

$i = \text{utväxling}$

$z_1 = \text{kuggtal (lilla kugghjulet)}$

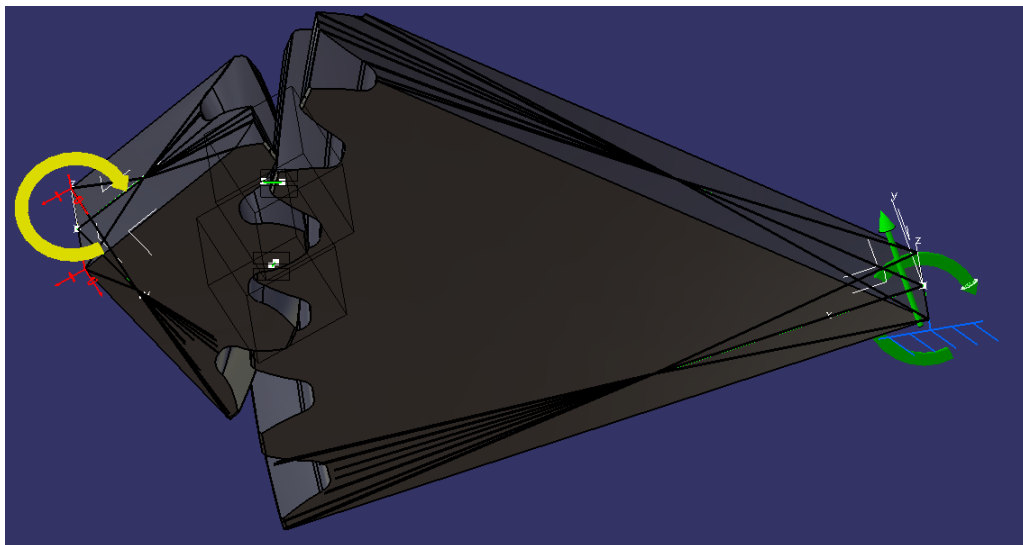
$z_2 = \text{kuggtal (stora kugghjulet)}$

$M_1 = \text{moment (lilla kugghjulet)}$

$M_2 = \text{moment (stora kugghjulet)}$

och kan hittas i tabell 2 på sidan 23 [2].

För att kunna läsa av det överförda momentet i det stora kugghjulets centrumaxel placeras där en *sensor* som läser av momentet, se figur 5.6. Innan det kan göras måste *slider*-villkoret tas bort på det stora kugghjulet, men då måste sidorna göras styva på samma sätt som för det lilla kugghjulet. Sensorn kopplas sedan till randvillkoret *clamp* för att läsa av hur stort moment som tas upp.



Figur 5.6: Symmetrimodell med sensor.

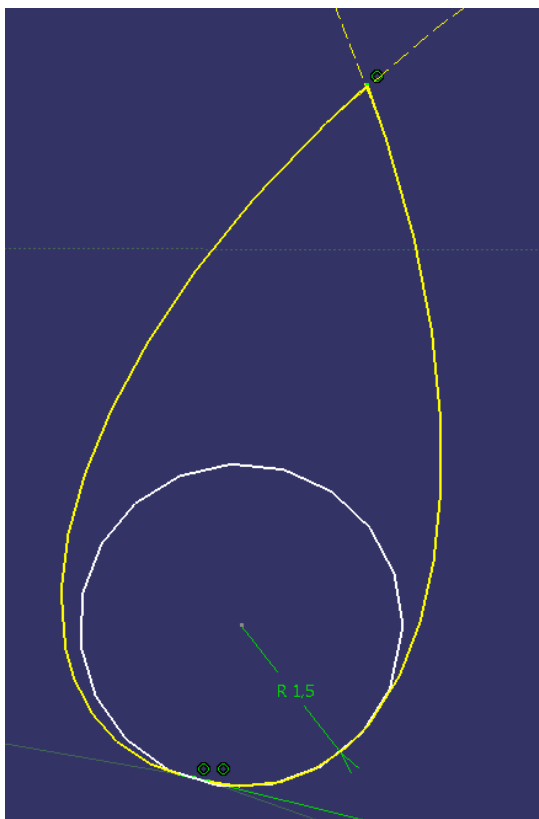
Det överförda momentet som läses av vid sensorn ligger runt 690 Nm beroende på elementstorlek. Skillnaden mellan det analytiska värdet och det uppmätta värdet i modellen är endast 55 Nm, vilket innebär att *slider*-villkoret fungerar väl som en approximation.

### 5.3 Konvergens

För att avgöra vilken elementstorlek som ska användas vid beräkningarna görs olika konvergenstabeller för olika beräkningsresultat. Noggrannheten hos modellen ökar vid minskad elementstorlek. Därför skapas tabeller för olika beräkningsresultat som funktion av

elementstorleken. Om beräkningsresultaten planar ut och närmar sig ett värde har modellen konvergerat och elementstorleken är tillräckligt liten för att ge tillförlitliga värden.

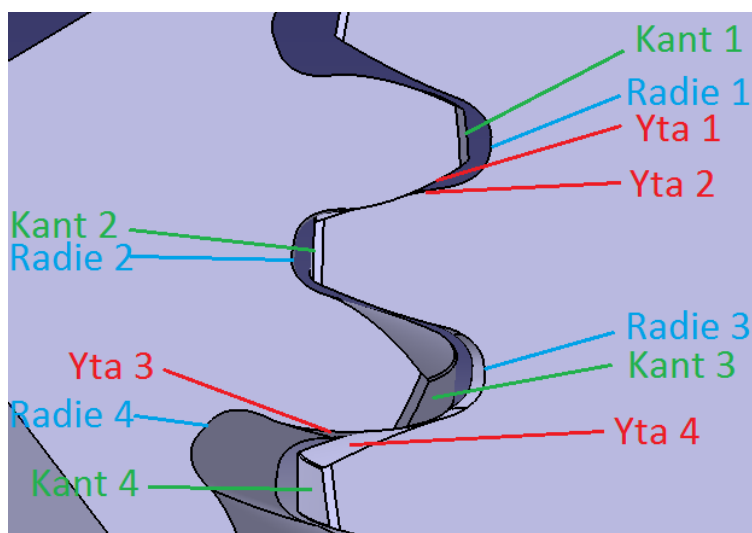
I vissa områden där det finns risk för spänningskoncentrationer minskas elementstorleken lokalt. I det här fallet gäller det kuggluckan, området mellan två kuggtänder. Spänningen som uppstår där kallas för rotspänning och är av stort intresse. Volvos interna riktlinjer säger att elementstorleken i radier ska vara minst en femtedel av radien. Som tidigare nämnts utgörs kuggluckan av en del av en trokoidkurva och inte en radie. Kuggluckans utseende liknar dock en radie, vilket innebär att vid bestämning av en största lokal elementstorlek för kuggluckan kan den approximativa radien bestämmas genom att lägga en cirkel ovanpå trokoidkurvan och justera storleken tills den överensstämmer. Cirkelns radie läses sedan av och divideras med fem, se figur 5.7.



Figur 5.7: Radien vid trokoidkurvan.

De beräkningsresultat som analyseras i form av konvergenstabeller är genomsnittlig rotspänning i radierna kring de kuggtänder i ingrepp, genomsnittlig Von Mises-spänning på kuggflankerna som är i kontakt och total deformation av de tänder i ingrepp. De plottas som funktion av minskad global elementstorlek från 9 till 1 mm, se figur 5.9–5.11. Den lokala elementstorleken i radierna hålls konstant vid 0,3 mm.

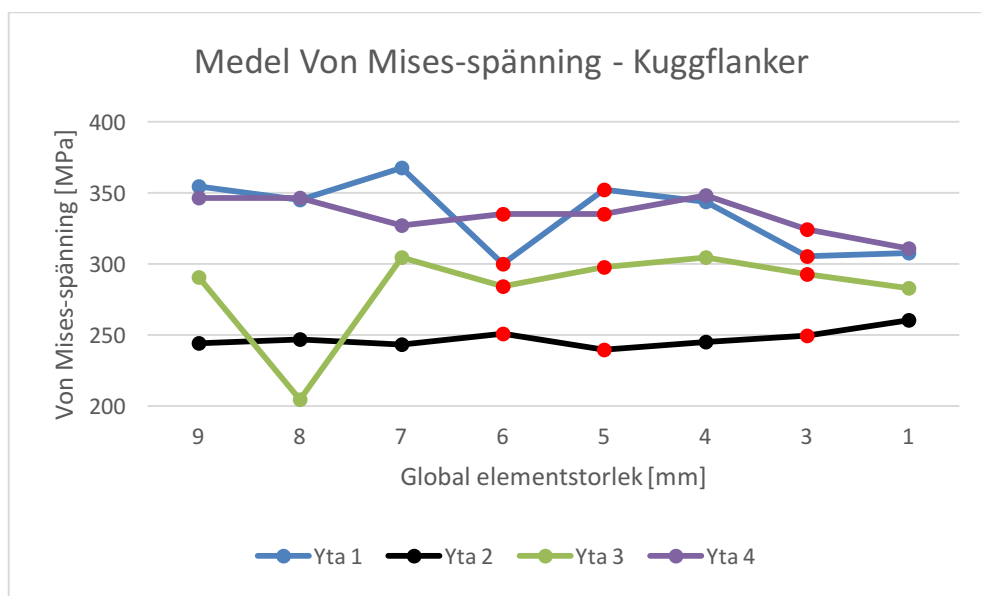
Spänningen studeras vid fyra olika kontaktytor och radier. Vidare studeras deformationen vid de tillhörande radierna, vilket kan ses i figur 5.8.



Figur 5.8: Mätpunkter.

I figur 5.9 illustreras hur den genomsnittliga Von Mises-spänningen varierar genom en förminskning av den globala elementstorleken från 9 till 1 mm. De rödmarkerade prickarna är värden där det uppstår *mesh warning* vilket är ett felmeddelande som innebär att vissa element inte kan beräknas. Det kan bero på en mängd olika faktorer som kan vara svåra att lösa. I det här fallet är det endast ett fåtal element som är felaktiga, vilket motsvarar en väldigt liten andel av totala mängden element. Vidare noteras att de röda punkterna inte avviker särskilt mycket från de andra punkterna.

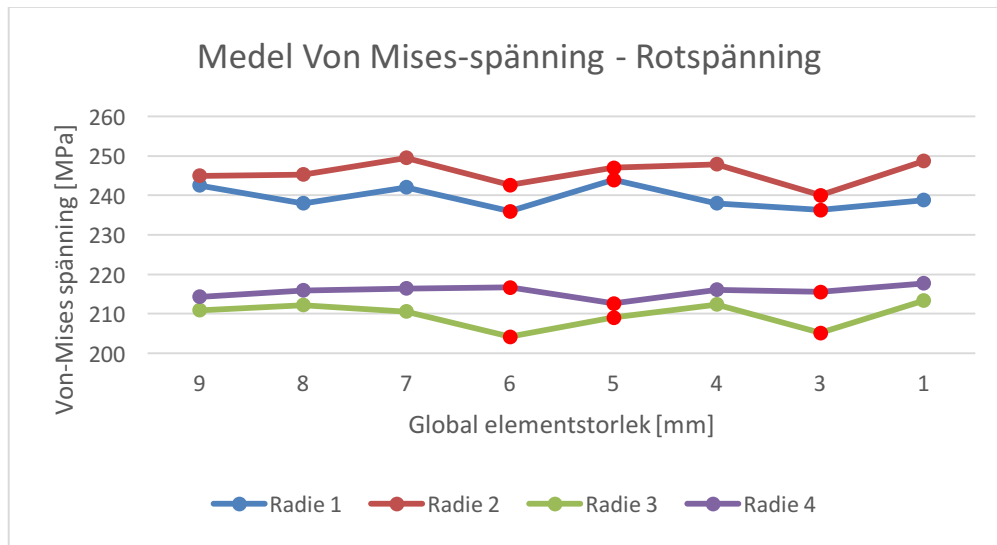
De rödmarkerade punkterna anses således vara tillräckligt tillförlitliga för att användas i diagrammen. Det noteras att spänningen för yta 2, 3 och 4 verkar konvergera vid en global elementstorlek mellan 5 och 3 millimeter.



Figur 5.9: Medel Von Mises-spänning på kuggflankerna.

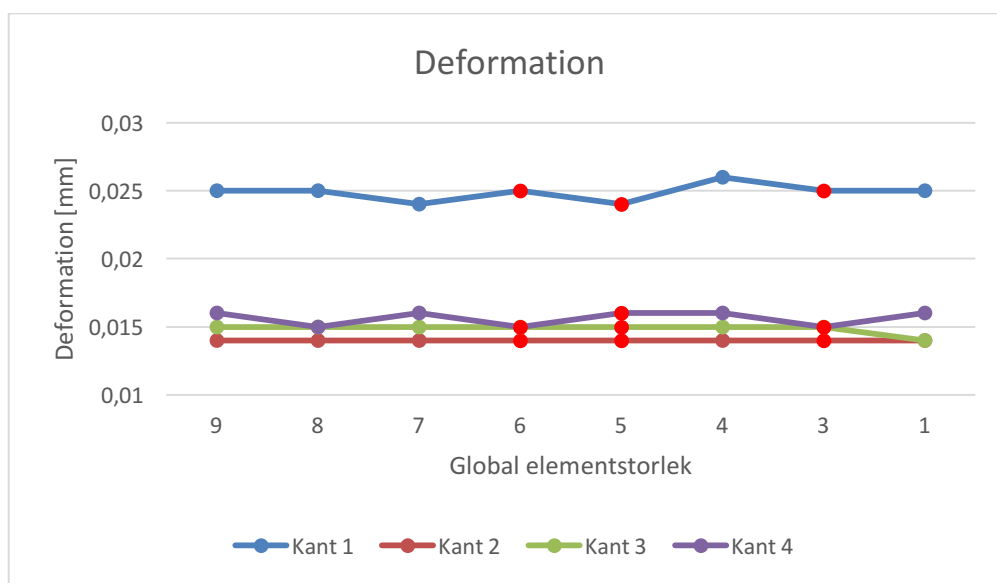
Vidare analyseras rotspänningen med samma tillvägagångssätt som analysen av kontaktspänning, se figur 5.10. Det noteras att rotspänningen konvergerar snabbare än vid

kontaktytorna. Förminskad global elementstorlek har liten påverkan på rotspänningen och slutsatsen är att den har konvergerat.



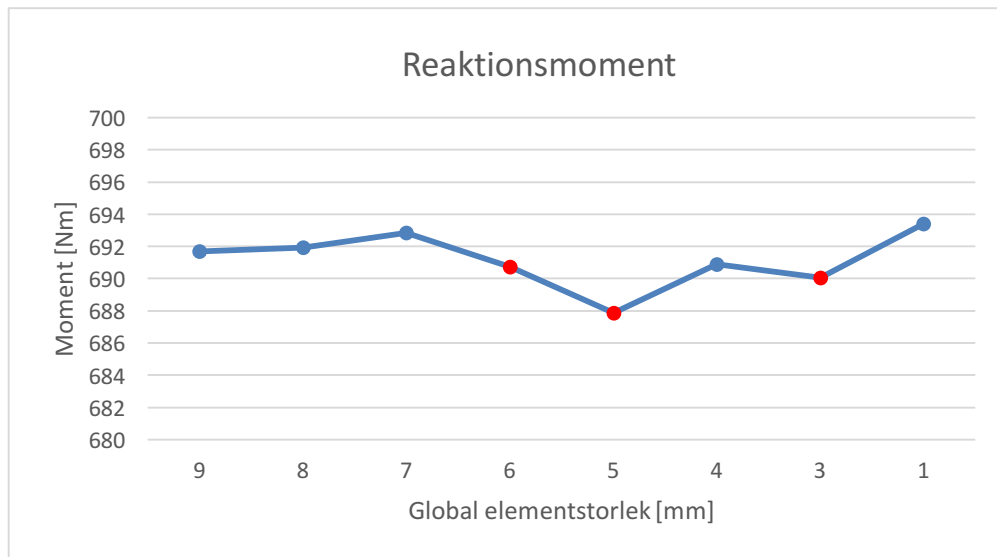
Figur 5.10: Medel Von Mises-spänning vid rotkälén.

I figur 5.11 analyseras deformationen för samtliga kontaktytor i x-led. En förminskad global elementstorlek har ingen påverkan på deformationen, slutsatsen är att deformationen har konvergerat.



Figur 5.11: Deformation av kuggtänder.

Slutligen analyseras reaktionsmomentet, se figur 5.12. Momentet som uppstår varierar mellan 690 – 694 Nm. Även här verkar momentet ha konvergerat.



Figur 5.12: Reaktionsmoment.

Efter att ha studerat de olika diagrammen konstateras att minskad elementstorlek endast ger en liten förändring av resultaten. Värdena verkar plana ut något vid en elementstorlek på 4 mm och eftersom att mätpunkterna runt om gav *mesh warning* väljs därför 4 mm som elementstorlek för fortsatt analys.

## 5.4 Resultat

I följande kapitel presenteras de resultat som erhålls från strukturanalysen som är utav intresse. Vid framtagning av vissa resultat krävdes att beräkningarna kördes för olika moment. Det upptäcktes då att den elementstorlek som i kapitel 5.3 konstaterades som nödvändig var för fin. Det skulle krävas alltför lång tid, vilket resulterade i att en grövre elementstorlek valdes. Elementstorleken som resultaten är baserade på är 7,5 mm globalt och 0,5 mm lokalt.

Huvudsyftet med att en strukturanalys genomförs är för att säkerställa att den skapade CAD-representationen av kugghjulet fungerar som förväntat. Resultat som erhålls från FEM-modellen jämförs därför med analytiskt beräknade värden, samt riktvärden i standarder för att verifiera detta.

De ingående kugghjulen i kuggväxeln som studeras är av typen snedkugghjul. Det innebär att kontaktpunkten mellan kugghjulen kommer att rulla längs kuggflankerna när tvärsnittet förskjuts. Det i sin tur innebär att spänningar och deformation skiljer sig beroende på vilket tvärsnitt som studeras. Därför väljs alltid ett tvärsnitt då kontakten mellan kugghjulen ligger på kugghjulens delningslinjer, ungefär på mitten av kuggflanken.

### 5.4.1 Kontaktspänning

Här studeras hur de spänningar som uppstår vid kontakten mellan kugghjulen varierar med ett ökat avstånd från kontaktytan. Det är i detta område de högsta spänningarna uppstår, vilket gör det till ett intressant område att studera. De resultat som fås av FEM-modellen jämförs med analytiskt beräknade värden.

Kontaktspänningen mellan kugghjulen beräknas som funktion av djupet i ingreppslinjens riktning, se figur 5.18. Det genomförs genom att tillämpa Hertz teori. Hertz teori är definierat för punktkontakt i form av två sfärer i kontakt, samt för linjekontakt i form av två raka cylindrar i kontakt. Spänningsberäkningarna för två cylindrar går att applicera för två kugghjul med raka tänder [1]. Vid två kugghjul med sneda tänder i kontakt, som i detta fall, stämmer beräkningarna inte fullt ut. De fungerar emellertid tillräckligt bra för att kunna göra en jämförelse mellan analytiskt beräknade spänningar och beräknade spänningar från FEM-modellen som funktion av djupet.

De spänningar som uppkommer i kontakten är både huvudspänningar och skjuvspänningar som beräknas enligt Ugural och Fenster (2012, 160–165). För att kunna beräkna spänningarna behövs först det maximala trycket vid kontakten. Det maximala kontakttrycket  $p_o$  beräknas enligt följande

$$p_o = \frac{2 * F_n}{\pi * a * L} \quad (5.2)$$

där  $F_n$ ,  $a$  och  $L$  beräknas i appendix 4.

Huvudspänningarna och skjuvspänningarna beräknas enligt nedan, där  $\nu$  är Poissons tal och  $x$  är avståndet från kontaktytan längs ingreppslinjen.

$$\sigma_z = -2 * \nu * p_o \left[ \sqrt{1 + \left(\frac{x}{a}\right)^2} - \frac{x}{a} \right] \quad (5.3)$$

$$\sigma_y = -p_o * \left[ 2 - \frac{1}{1 + (x/a)^2} \right] * \sqrt{\left(\frac{x}{a}\right)^2} - 2 * \frac{x}{a} \quad (5.4)$$

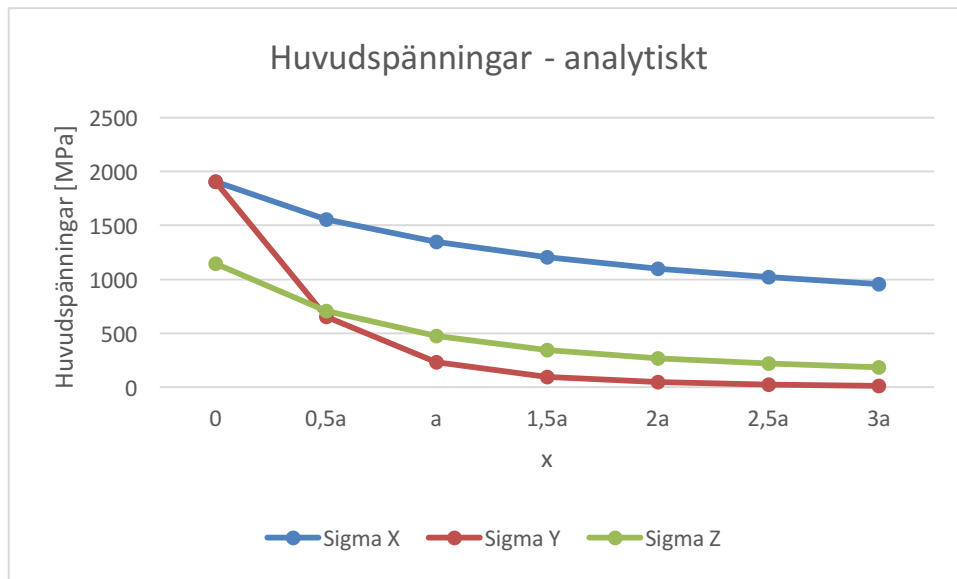
$$\sigma_x = -\frac{p_o}{\sqrt{1 + (x/a)^2}} \quad (5.5)$$

$$\tau_{yz} = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_y) \quad (5.6)$$

$$\tau_{xy} = \frac{1}{2} (\sigma_y - \sigma_z) \quad (5.7)$$

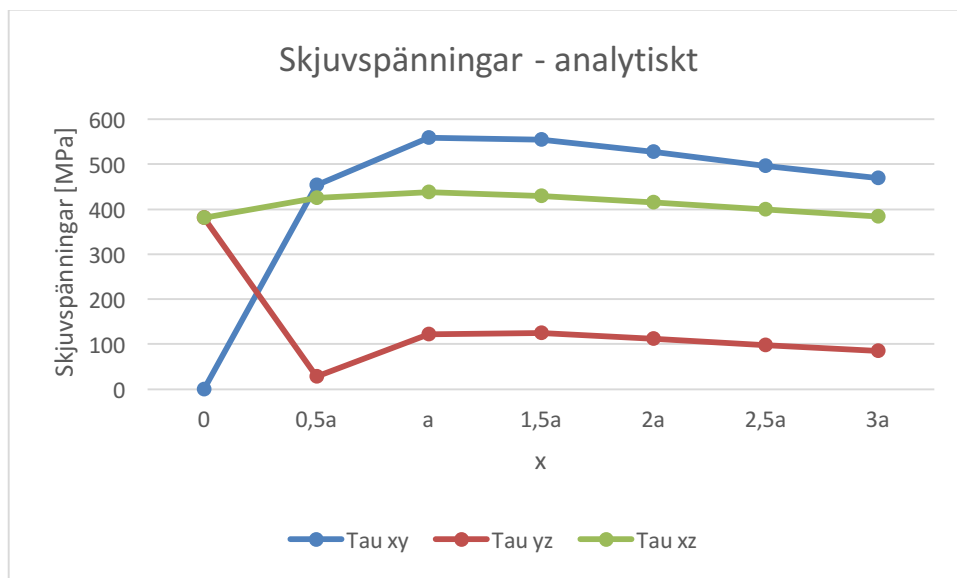
$$\tau_{xz} = \frac{1}{2} (\sigma_x - \sigma_z) \quad (5.8)$$

Spänningsekvationerna parametreras sedan i Excel och plottas mot ökat avstånd från kontaktytan. I figur 5.13 illustreras hur huvudspänningarna avtar med ökat avstånd från kontaktytan.



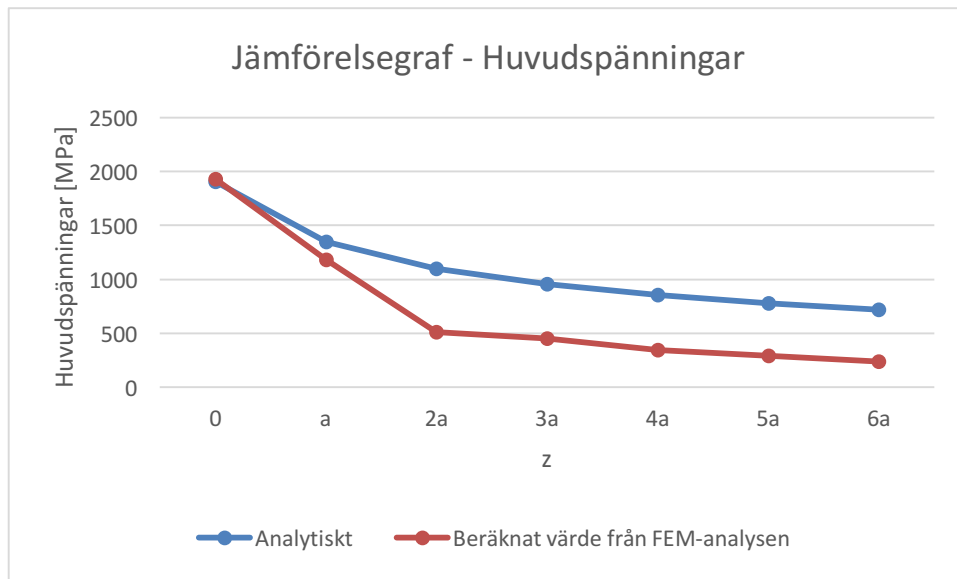
Figur 5.13: Analytiskt beräknade huvudspänningar vid olika avstånd från kontaktytan.

I figur 5.14 uppstår den maximala skjuvspänningen ungefär vid avståndet  $a$ . Det noteras även att störst skjuvspänning uppstår i xy-led.



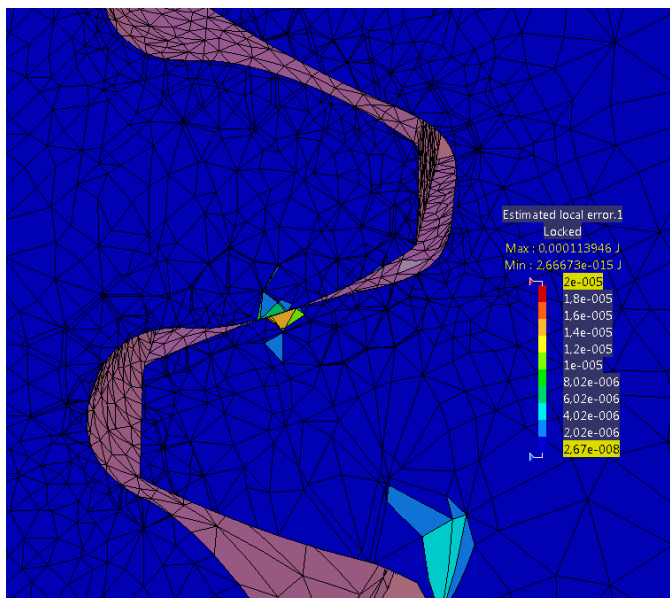
Figur 5.14: Analytiskt beräknade skjuvspänningar vid olika avstånd från kontaktytan.

I figur 5.15 jämförs de analytiskt beräknade huvudspänningar mot de som kan avläsas ur FEM-modellen. Det noteras att spänningarna verkar stämma väl överens nära kontaktytan, men att skillnaden mellan värdena ökar med ökat avstånd. Vid  $2a$  till  $6a$  verkar kurvorna ha samma utseende. De beräknade spänningarna från FEM-analysen är dock endast knappt hälften av de analytiskt beräknade spänningarna.



Figur 5.15: Jämförelsegraf mellan analytiskt och beräknade huvudspänningar från FEM-analysen.

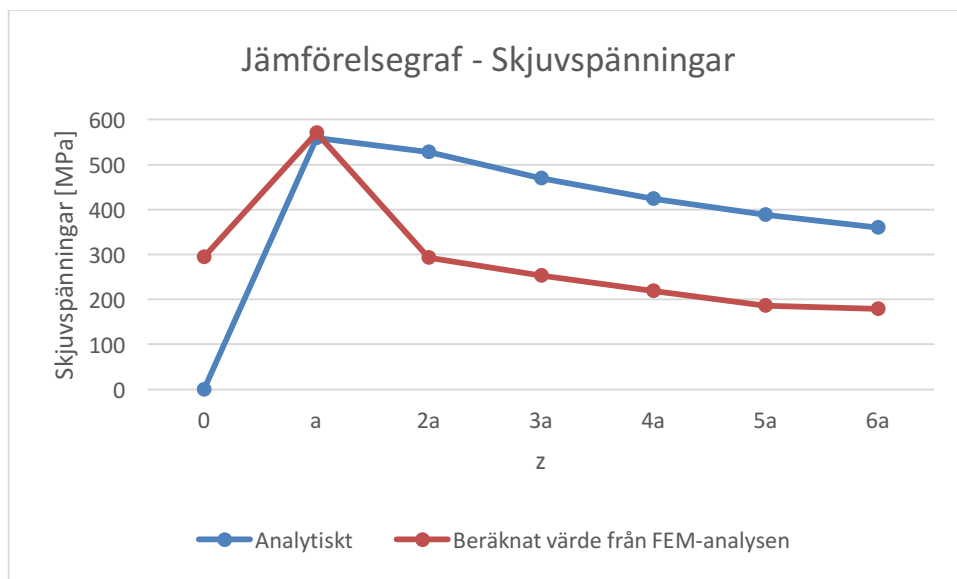
Vid kontaktytorna är elementstorleken förminskad, vilket kan förklara varför de värdena stämmer bättre överens. Det uppstår emellertid relativt stora fel just vid kontaktytorna, vilket medför en viss osäkerhet i de avlästa värdena, som kan ses i figur 5.16. Anledningen till att felen uppstår tros bero på att elementstorleken vid kontaktytorna är för stor. Eftersom kurvorna i stort sett har samma utseende dras slutsatsen att de antagligen hade stämt bättre överens om elementstorleken hade kunnat minskas ytterligare, både lokalt vid kontaktytan och globalt längre in i tanden. Att minska elementstorleken ytterligare skulle innebära allt för långa beräkningstider, vilket det inte finns resurser till i det här arbetet.



Figur 5.16: Fel vid kontaktytorna.

På samma sätt som för huvudspänningarna jämförs även de maximala skjuvspänningarna, se figur 5.17. Här stämmer inte värdena överens vid ytan. De ser däremot ut att, på samma sätt

som huvudspänningarna, ha samma utseende mellan  $2a$  till  $6a$ . Även här verkar de beräknade skjuvspänningarna från FEM-analysen vara knappt hälften av de analytiskt beräknade.



Figur 5.17: Jämförelsegraf mellan analytiskt och beräknade skjuvspänningar från FEM-analysen.

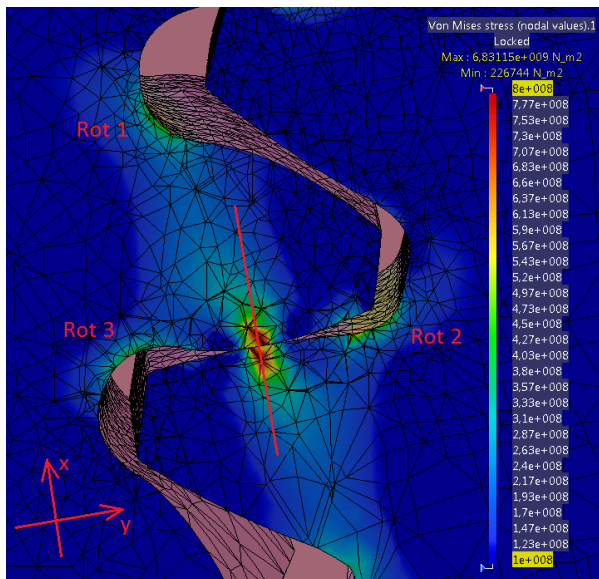
Enligt SMS 2995 finns det en utmattningsgräns för yttryck gällande legerade sätthärdningsstål där gränsen ligger inom intervallet 1450 – 1625 MPa. Standarden jämförs sedan med kontaktspänningen som beräknas i FEM-modellen.

Spänningen som jämförs är Von Mises-spänning, vilket är den sammanlagda resulterande spänningen i en punkt. Den används ofta som ett jämförelsevärde mot ett materials sträckgräns. De värden som beräknas i FEM-modellen uppgår till ungefär 1000 MPa vilket innebär att de ligger väl under utmattningsgränsen. De maximala Von Mises-spänningarna överstiger däremot materialets sträckgräns kraftigt, men på grund av att det är tryckspänningar vid kontakten och att materialet är ythärdat kan sådana spänningar tillåtas [1].

Jämförelsegraferna följer samma utseende mellan  $2a$  till  $6a$  vilket tyder på att modellen fungerar på samma sätt som förväntas enligt teori. Anledningen till att värdena skiljer sig åt tros bero på att elementstorleken inte är tillräckligt liten för att ge noggranna beräkningar. Osäkerheten vid kontaktytorna tros bero på att det uppstår stora fel i just det området. Även det borde kunna åtgärdas genom att ytterligare minska elementstorleken i området.

### 5.4.2 Rotspänning

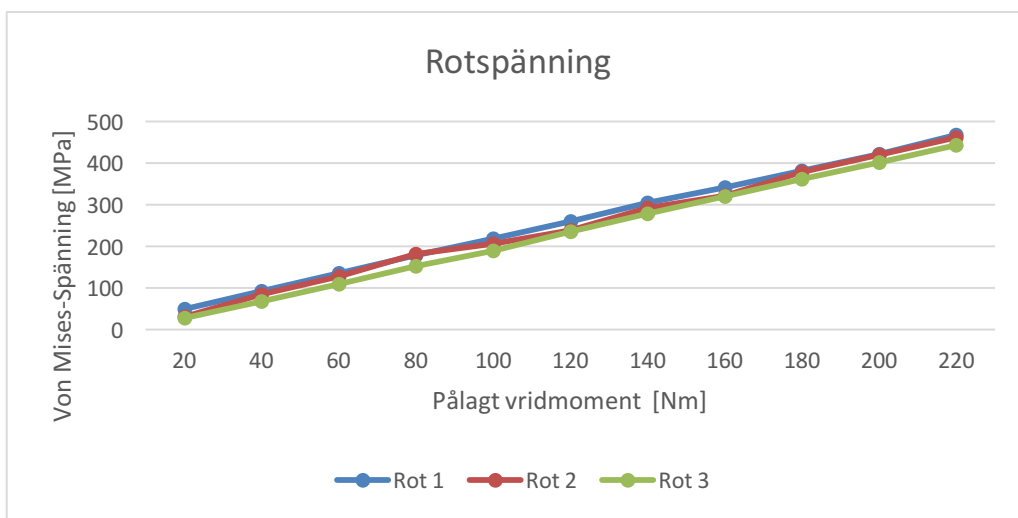
Ytterligare ett område där det uppstår höga spänningar i kuggväxeln är vid rotkälen runt kontaktytorna. Rotspänningen mäts vid 3 rötter och finns markerat i figur 5.18.



Figur 5.18: Rotspänning med ingreppslinjen utritad.

Rotspänningen plottas mot det pålagda momentet i det lilla kugghjulets axel som varierar mellan 20–220 Nm, se figur 5.19. Det noteras att vid samtliga tre rötter ökar spänningen linjärt mot ökat pålagt moment. Eftersom att FEM-modellen är definierad som en linjär modell borde även resultaten vara linjära när belastningen ökar. Det här beteendet är fördelaktigt då rotspänningen enkelt går att förutse vid olika moment. Hade modellen däremot varit olinjär skulle det möjliggöra fler kuggingrepp. Det skulle uppstå på grund av att tänderna deformeras. Detta skulle innebära att kuggkrafterna fördelas över tre kontakter istället för två vid tillräckligt hög belastning, vilket skulle leda till en dal i kurvan.

Stålet som används i strukturanalysen har en sträckgräns på 250 MPa. Den spänningen uppkommer vid ett pålagt moment på 120 Nm. Ett ohärdat konstruktionsstål som används för tillverkning av kugghjul brukar ha en sträckgräns på 700 – 900 MPa. Enligt figur 5.19 konstateras att rotspänningarna ligger långt under sträckgränsen.

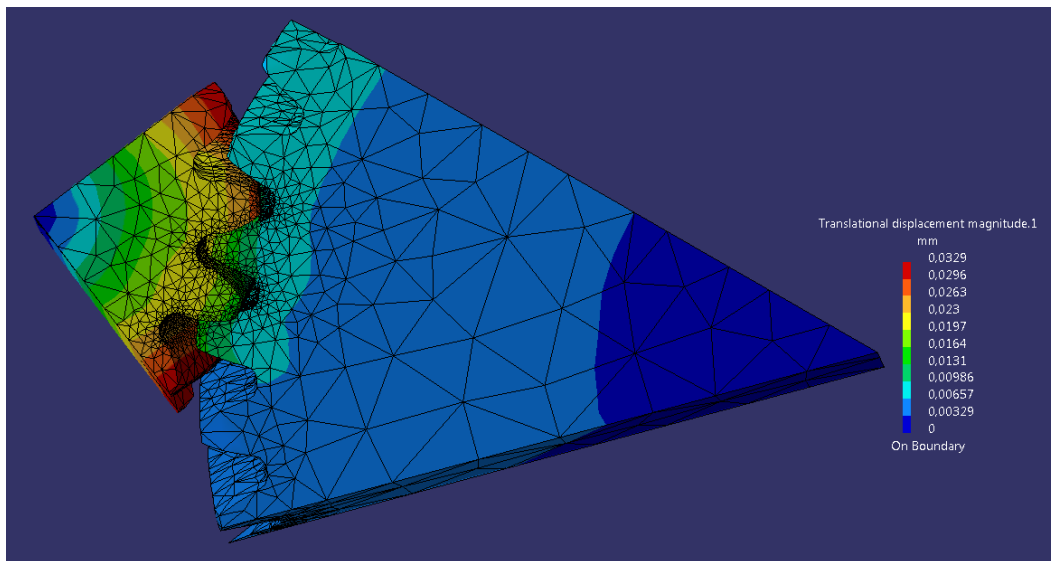


Figur 5.19: Rotspänning som funktion av pålagt vridmoment.

Enligt SMS 2995 finns det en utmattningsgräns för böjning där gränsen ligger inom intervallet 350 – 500 MPa. Det konstateras att för ett pålagt moment på 140 Nm och uppåt befinner sig modellen inom intervallet.

### 5.4.3 Deformation

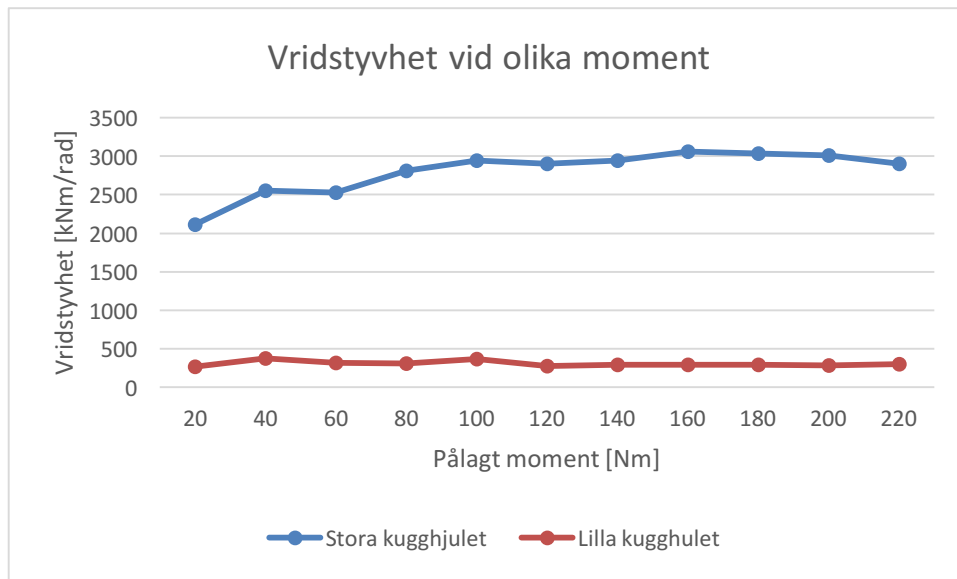
En viktig aspekt att studera i strukturanalysen är deformationen, se figur 5.20. Figuren visar hur långt en viss punkt i modellen har förflyttats vid belastning. De två kuggtänderna längst ut på det lilla kugghjulet har alltså inte deformerats mest, utan endast förflyttat sig relativt sitt ursprungsläge mest.



Figur 5.20: Förskjutningsbild.

#### 5.4.3.1 Vridstyvhet

Vridstyvheten, d.v.s. kugghjulets motstånd till deformation, studeras för varierat pålagt moment för att undersöka om den är konstant. En mer utförlig deformationsanalys hade kunnat genomföras ifall modellen hade varit fullskalig. Det material som kapats bort från respektive kugghjul hjälper till att göra kugghjulen mer styva. Det här har endast i viss mån kompenseras med hjälp av tidigare beskrivna randvillkor, men de ger endast en approximation. Förmodligen kommer styvheten att skilja sig från verkligheten, men dess beteende vid ökat pålagt moment kan ändå studeras. Det undersöks genom att skapa ett diagram där styvheten beror av pålagt moment som varieras från 20–220 Nm, se figur 5.21.



Figur 5.21: Vridstyvhets för olika pålagda moment.

Vridstyvheten beräknas enligt

$$K = \frac{M}{\xi} \quad (5.9)$$

$M$  är det pålagda momentet respektive reaktionsmomentet för det lilla och stora kugghjulet och  $\varphi$  är vinkeländringen på grund av deformation [13]. Vinkeländringen  $\varphi$  beräknas enligt definitionen för cirkelbåge där själva bågen är den sträcka som en viss punkt har förflyttats och beräknas enligt ekvation 4.2.

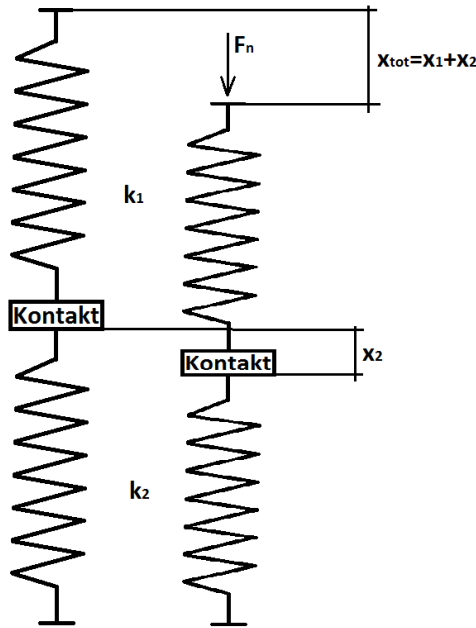
Det kan enligt figur 5.21 konstateras att styvheten har ett linjärt beteende vid ökat pålagt moment. Detta resultat stärker trovärdigheten hos modellen ytterligare.

### 5.4.3.2 Tandstyvhets

I deformationsanalysen studeras även tandstyvheten för båda kugghjulen. Det undersöks för att se om kuggtänderna klarar av de krav som Volvo ställer. Volvo använder sig av standarden DIN 3990 som bland annat ger riktlinjer för tandstyvhets. Där rekommenderas en kombinerad tandstyvhets för ett kuggjulspär på 20 N/(mm \*  $\mu\text{m}$ ). I standarden approximeras den totala tandstyvheten hos kuggväxeln som den totala fjäderkonstanten hos två seriekopplade fjädrar. Respektive kuggtand approximeras som en fjäder och fjäderkonstanterna beräknas enligt följande ekvation

$$F_n = k * x \quad (5.10)$$

där  $F_n$  är den normalkraft som verkar på kontaktytan,  $k$  betecknar fjäderkonstant och  $x$  är tanddeformationen. I figur 5.22 visas de seriekopplade fjädrarna obelastade respektive belastade.



Figur 5.21: Kuggkontakten approximerad som två seriekopplade fjädrar.

För att ta fram fjäderkonstanterna beräknas först deformationen för respektive kugghjulstand. Det görs genom att beräkna differensen mellan en punkt vid toppradien och en punkt vid bottenradien på respektive kugghjul. Mätdata som används vid beräkningen läses av i förskjutningsplotten, se figur 5.20. Deformationen för det lilla kugghjulets tand respektive för det stora kugghjulets tand,  $x_1$  och  $x_2$ , beräknas enligt följande

$$x_1 = 0,0195 - 0,0125 = 0,007 \text{ [mm]} = 7 \mu\text{m}$$

$$x_2 = 0,0159 - 0,00729 = 0,00861 \text{ [mm]} = 8,61 \mu\text{m}$$

Fjäderkonstanterna för respektive kuggtand beräknas enligt ekvation 5.11. För att tandstyvheten ska bli oberoende av kuggbredden multipliceras deformationen  $x$  med kontaktlinjebredden  $L$  och följande ekvation erhålls

$$k = \frac{F_n}{L \cdot x} \quad (5.11)$$

Mätdata som används för att beräkna styvheten fås genom en *sensor* som ligger på kontaktytan i FEM-modellen. Styvheten för respektive kuggtand beräknas enligt följande

$$k_1 = \frac{8000,172 \text{ N}}{16,721 \text{ mm} \cdot 7 \mu\text{m}} = 68,3 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}} \right]$$

$$k_2 = \frac{8000,172 \text{ N}}{16,721 \text{ mm} \cdot 8,61 \mu\text{m}} = 55,6 \left[ \frac{\text{N}}{\text{mm} \cdot \mu\text{m}} \right]$$

Den totala tandstyvheden för kuggväxeln beräknas genom att addera de två seriekopplade fjädrarnas styvheter vilket ger att

$$k_{tot} = \left( \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} \right) = \left( \frac{1}{68,3} + \frac{1}{55,6} \right) = 30,65 \left[ \frac{N}{mm \cdot \mu m} \right] \quad (5.12)$$

Styvheten som beräknas är högre än det riktvärde som standarden DIN 3990 ger, vilket kan bero på att de mätvärden som används är avlästa för hand i modellen. Resultatet beror då på hur noggrant mätvärdena är avlästa och resultatet verkar därför rimligt.

## 6. SLUTSATS

Syftet med arbetet var att skapa en parametriserad CAD-representation av ett cylindriskt kugghjul. Det gjordes genom att parametrisera ekvationer i Excel som sedan kopplades till geometriska representationer i Catia. CAD-representationen kan därmed användas för att generera olika rak- och snedkugghjul med olika parameterkombinationer. Med hjälp av den här CAD-representationen kan en parameterstudie genomföras. Den kan även användas för att skapa ritningsunderlag.

Slutsatsen efter att ha genomfört en strukturanalys är att den parametriserade CAD-representation som skapats fungerar väl som en representation för ett verkligt kugghjul. För att kunna erhålla mer noggranna resultat från FEM-modellen bör elementstorleken minskas ytterligare. Det är något som kräver längre beräkningstider och mer datorkapacitet, vilket det inte finns tillgång till i arbetet.

## 7. DISKUSSION

Nedan diskuteras rekommendationer för fortsatt arbete samt felkällor i arbetet.

### 7.1 Rekommendationer för fortsatt arbete

I den parametriserade CAD-modellen som skapats beror toppradien  $r_a$  och bottenradien  $r_f$  av de primära parametrarna, vilket är den standardiserade definitionen. Volvo vill dock kunna ställa in toppradien och bottenradien efter önskemål. Det för att kunna göra tänderna längre, vilket resulterar i djupare rötter. Det i sin tur gör det möjligt att minska axelavståndet mellan samverkande kugghjul för att låta fler kuggtänder vara i kontakt. Det leder till att kraften fördelas på fler tänder och spänningen i respektive tand minskar. För att göra justeringen krävs en modifikation av *design table:t* där alla ekvationer och kopplingar till parametrar finns definierade. Utmaningen i att modifiera *design table:t* blir att ändra om trokoidkurvan. Trokoidkurvan beror på hur verktyget ser ut eftersom att den representerar den väg som verktygsspetsen tar igenom materialet. Som parametriseringen ser ut i nuläget beror kugghjulets geometri av verktygets utformning. Justeringen innebär att verktygets form istället kommer att bero av kugghjulets utformning. Det betyder att längden  $B$  i figur A1.1 istället måste definieras utifrån kugghjulet som i figur A1.2. Den slutgiltiga ekvationen för  $B$  blir då  $B = (r - (r_f - r_t) - x * m)$ .

### 7.2 Felkällor

#### 7.2.1 CAD-representation

CAD-modellens uppbyggnad är framtagen genom en iterativ process där olika verktyg i Catia har prövats för att successivt förbättra modellen och komma fram till en slutgiltig CAD-representation. En CAD-modell kan byggas upp på många olika sätt genom användandet av olika verktyg. När flera olika parametrar ändras på samma gång finns det en risk för att det uppstår problem mellan vissa geometriska tvång. Det är möjligt att dessa problem hade kunnat undvikas om CAD-modellen hade byggts upp på ett annat sätt.

#### 7.2.2 Strukturanalys

För att reducera beräkningstiderna för FEM-modellen gjordes en kompromiss mellan beräkningsresultat och beräkningstid. Dels gjordes en symmetrimodell där symmetrirandvillkoren aldrig fullt ut kan kompensera för det material som tagits bort, men det valdes även en större elementstorlek än vad som hade önskats. Om det funnits mer tid och större beräkningskapacitet hade en mer noggrann strukturanalys kunnat genomföras.

Catias beräkningsprogram GPS/GAS är inte det mest optimala verktyget vid kontaktproblem. Det märktes i strukturanalysen i kontaktanalysen där det lokala felet studerades. Vidare konstaterades att det uppstod stora fel vid kontakten mellan kuggflankerna längs hela linjekontakten.

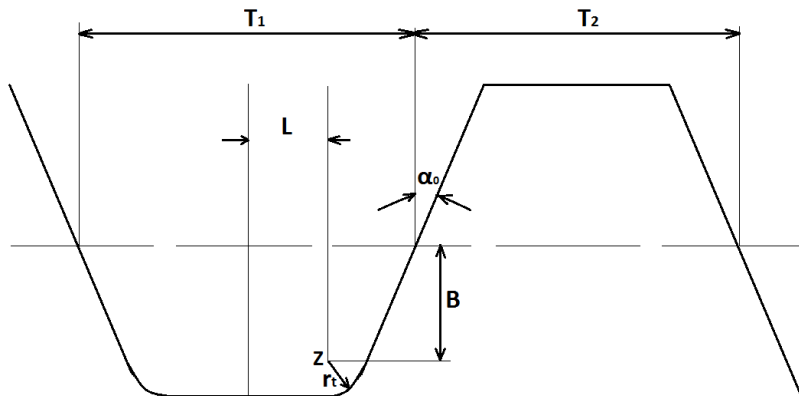
## REFERENSER

- [1] Mägi, M., Melkersson, K. (2016) *Lärobok i maskinelement*. Göteborg: Kompendiet.
- [2] Sveriges mekanstandardisering. (1987) *Kugg- och snäckväxlar*. Lidköping: Grunditz & Forsberg tryckeri ab.
- [3] Lynwander, P. (1983) *Gear drive systems: design and application*. [Elektronisk]. New York, NY: Marcel Dekker inc.
- [4] Holmqvist, T. (2008-2009). Volvo Car Corporation. *Kuggtermer – geometriska definitioner*.
- [5] Cronqvist, E., Sundler, L. (2015) *Parameterstudie av bomförband*. Göteborg: Chalmers tekniska högskola. (Examensarbete inom institution för material- och tillverkningsteknik).
- [6] Ugural, A.C., Fenster, S.K. (2012) *Advanced mechanics of materials and applied elasticity*. Fifth edition. New Jersey: Pearson Education, Inc.
- [7] Bodycote (u.å) <http://www.bodycote.com/sv-SE/services/heat-treatment/case-hardening-with-subsequent-hardening-operation/atmospheric-carburising.aspx> (2017-05-04)
- [8] Norrlandshärdindustri AB (u.å) <http://www.norrlandshardindustri.se/tjanster/satthardning/> (2017-05-04)
- [9] Holmqvist, T. (1994–2002). Volvo Car Corporation. *Kuggbeteckning*.
- [10] Holmqvist, T. (1994–2010). Volvo Car Corporation. *Cylindriska kugghjul*.
- [11] Holmqvist, T. (1999-2009). Volvo Car Corporation. *Geometriska data för cylindriska kugghjul*.
- [12] Cadquest inc. (2008) *Involute gears*. Cadquest: <http://cadquest.com/books/pdf/gears.pdf> (2017-04-19).
- [13] Kiebusch, T., Sappok, S., Sauer, B., Howard, I. (2011) *Calculation of the Combined Torsional Mesh Stiffness of Spur Gears with Two- and Three-Dimensional Parametrical FE Models*. Kaiserslautern: University of Kaiserslautern. (Institute for Machine Elements, Gears and Transmissions).

# APPENDIX

## Appendix 1: Generering av trokoidkurva

Beräkningen av trokoidkurvan genomförs i tre steg. Först beräknas den väg som punkten  $Z$  i figur A1.1 tar. Sedan läggs verktygsradien  $r_t$  på för att få en kurva som beskriver verktygsspetsens väg. Det är den sistnämnda kurvan som är av intresse eftersom att det är den som skär i kugghjulet.



Figur A1.1: Kuggstång.

Koordinaterna för trokoidkurvan är beräknade utifrån ett koordinatsystem som går igenom trokoidkurvans centrum. För att trokoidkurvan ska vara definierad utifrån samma koordinatsystem som evolventkurvan måste den kompenseras med hjälp av vinkeln  $W$  som kan ses i figur A1.4.

Nedan följer arbetsgången för framtagningen av trokoidkurvan.

***Steg 1 - Framtagning av koordinater för punkten Z***

Från figur A1.2 framgår att

$$X_z = r_z * \sin(T - E) = r_z(\sin(T) * \cos(E) - \cos(T) * \sin(E)) \quad (\text{A1.1})$$

$$Y_z = r_z * \cos(T - E) = r_z(\cos(T) * \cos(E) + \sin(T) * \sin(E)) \quad (\text{A1.2})$$

det framgår även att

$$\cos(T) = \frac{r-B}{r_z} \quad \sin(T) = \frac{r * E}{r_z} \quad (\text{A1.3})$$

vilket insätts i (A1.1) och (A1.2). Följande ekvationer erhålles för x- och y-koordinaterna till punkten Z.

$$X_z = (r * E) * \cos(E) - (r - B) * \sin(E) \quad (\text{A1.4})$$

$$Y_z = (r - B) * \cos(E) + (r * E) * \sin(E) \quad (\text{A1.5})$$

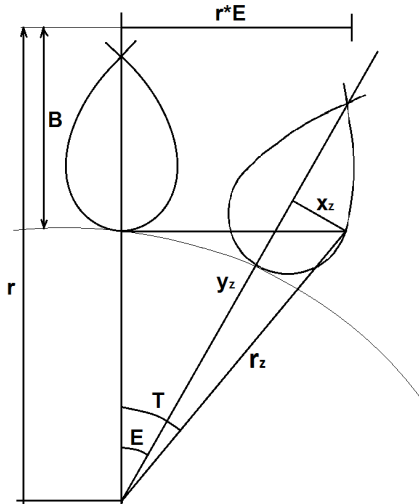
där

$$B = (1.25 * m - r_t) - X \quad (\text{A1.6})$$

och

$$X = x * m \quad (\text{A1.7})$$

Vinkeln E framgår ur figur A1.2 och varierar i intervallet 0–45 grader för att skapa flera punkter på kurvan.



Figur A1.2: Trokoidkurva som genereras av punkten Z.

### Steg 2 - Beräkning av verktygsspetsens väg

Genom att lägga till verktygsspetsens radie till koordinaterna för punkten Z erhålles koordinater för verktygsspetsens väg.

$$X_t = X_z + r_t * \cos (A) \quad (\text{A1.8})$$

$$Y_t = Y_z - r_t * \sin (A) \quad (\text{A1.9})$$

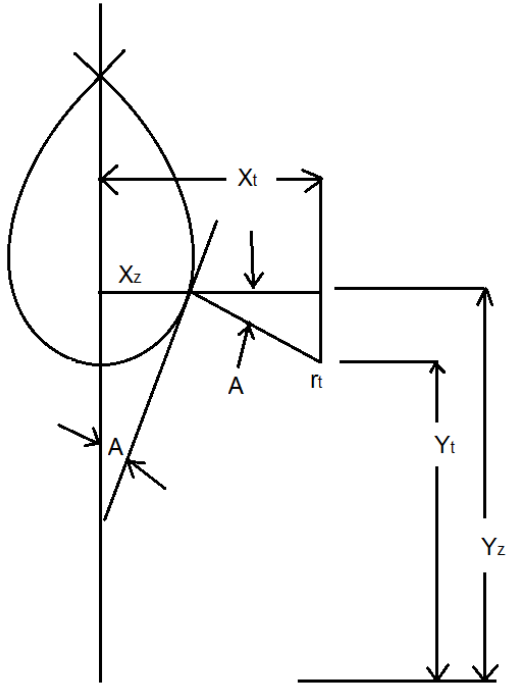
där

$$A = \arctan \left( \frac{dX_z}{dY_z} \right) \quad (\text{A1.10})$$

och

$$\frac{dX_z}{dY_z} = \frac{-(r*E)*\sin(E)+B*\cos(E)}{B*\sin(E)+(r*E)*\cos(E)} \quad (\text{A1.11})$$

I figur A1.3 nedan visas verktygsspetsens kurva.



Figur A1.3: Verktygspetsens kurva.

### Steg 3 - Kompensation med hjälp av vinkeln $W$

Nu söks de slutgiltiga X- och Y-koordinaterna som är definierade utifrån samma koordinatsystem som evolventkurvan. Enligt figur A1.4 som finns på nästa sida får vi att

$$\sin(W) = \frac{X_t + X \cdot \cos(W)}{Y} \quad (\text{A1.12})$$

$$\cos(W) = \frac{Y_t - X \cdot \sin(W)}{Y} \quad (\text{A1.13})$$

$$\frac{X_t + X \cdot \cos(W)}{\sin(W)} = \frac{Y_t - X \cdot \sin(W)}{\cos(W)} \quad (\text{A1.14})$$

$$X_t \cdot \cos(W) + X \cdot \cos^2(W) = Y_t \cdot \sin(W) - X \cdot \sin^2(W) \quad (\text{A1.15})$$

$$X = Y_t \cdot \sin(W) - X_t \cdot \cos(W) \quad (\text{A1.16})$$

$$Y = Y_t \cdot \cos(W) + X_t \cdot \sin(W) \quad (\text{A1.17})$$

där

$$W = \frac{((T_1 + T_2) \cdot 0.5) - L}{r} \quad (\text{A1.18})$$

och

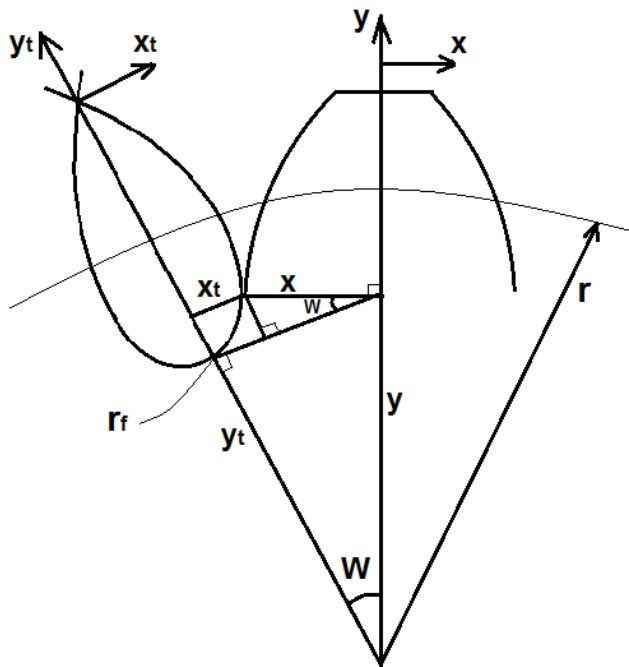
$$L = (0,5 * T_1) - B * \tan(\alpha_0) - \frac{r_t}{\cos(\alpha_0)} \quad (\text{A1.19})$$

och

$$T_1 + T_2 = \pi * m \quad (\text{A1.20})$$

där

$$T_1 = \frac{\pi * m}{2} - 2 * X * \sin(\alpha_0) \quad (\text{A1.21})$$



Figur A1.4: Förhållandet mellan trokoid- och evolventkurva.

|                        |        |
|------------------------|--------|
| EvolventPoint.1X (mm)  | 2,7953 |
| EvolventPoint.1Y (mm)  | 57,522 |
| EvolventPoint.2X (mm)  | 2,7962 |
| EvolventPoint.2Y (mm)  | 57,557 |
| EvolventPoint.3X (mm)  | 2,7956 |
| EvolventPoint.3Y (mm)  | 57,663 |
| EvolventPoint.4X (mm)  | 2,7885 |
| EvolventPoint.4Y (mm)  | 57,84  |
| EvolventPoint.5X (mm)  | 2,7637 |
| EvolventPoint.5Y (mm)  | 58,09  |
| EvolventPoint.6X (mm)  | 2,7336 |
| EvolventPoint.6Y (mm)  | 58,415 |
| EvolventPoint.7X (mm)  | 2,6744 |
| EvolventPoint.7Y (mm)  | 58,816 |
| EvolventPoint.8X (mm)  | 2,5855 |
| EvolventPoint.8Y (mm)  | 59,297 |
| EvolventPoint.9X (mm)  | 2,4535 |
| EvolventPoint.9Y (mm)  | 59,861 |
| EvolventPoint.10X (mm) | 2,2882 |
| EvolventPoint.10Y (mm) | 60,511 |
| EvolventPoint.11X (mm) | 2,062  |
| EvolventPoint.11Y (mm) | 61,251 |
| EvolventPoint.12X (mm) | 1,7702 |
| EvolventPoint.12Y (mm) | 62,088 |
| EvolventPoint.13X (mm) | 1,3998 |
| EvolventPoint.13Y (mm) | 63,025 |
| EvolventPoint.14X (mm) | 0,9361 |
| EvolventPoint.14Y (mm) | 64,068 |
| EvolventPoint.15X (mm) | 0,3613 |
| EvolventPoint.15Y (mm) | 65,224 |
| EvolventPoint.16X (mm) | -0,345 |
| EvolventPoint.16Y (mm) | 66,499 |
| EvolventPoint.17X (mm) | -1,209 |
| EvolventPoint.17Y (mm) | 67,898 |
| EvolventPoint.18X (mm) | -2,26  |
| EvolventPoint.18Y (mm) | 69,43  |
| EvolventPoint.19X (mm) | -3,534 |
| EvolventPoint.19Y (mm) | 71,098 |
| EvolventPoint.20X (mm) | -5,075 |
| EvolventPoint.20Y (mm) | 72,907 |
| EvolventPoint.21X (mm) | -6,937 |
| EvolventPoint.21Y (mm) | 74,858 |
| EvolventPoint.22X (mm) | -9,185 |
| EvolventPoint.22Y (mm) | 76,949 |
| EvolventPoint.23X (mm) | -11,9  |
| EvolventPoint.23Y (mm) | 79,17  |
| EvolventPoint.24X (mm) | -15,18 |
| EvolventPoint.24Y (mm) | 81,503 |
| EvolventPoint.25X (mm) | -19,14 |
| EvolventPoint.25Y (mm) | 83,911 |
| TrochoidPoint.26X (mm) | 3,6887 |
| TrochoidPoint.26Y (mm) | 58,104 |
| TrochoidPoint.27X (mm) | 3,5233 |
| TrochoidPoint.27Y (mm) | 58,129 |
| TrochoidPoint.28X (mm) | 3,3703 |
| TrochoidPoint.28Y (mm) | 58,18  |

| Primära storheter              | Beteckning | Värde  |
|--------------------------------|------------|--------|
| Normalmodul                    | mn         | 2,5    |
| Kuggtal                        | z          | 44     |
| Pressvinkel i normalplan (deg) | an         | 20     |
| Snedvinkel                     | $\beta$    | 28     |
| Profilförskjutningsfaktor      | x          | -0,378 |

Lägg till minustecken för annan snedriktning och noll för raktkugghjul.

| Övriga valbara parametrar | Värde | Enhet    |
|---------------------------|-------|----------|
| Kuggbredd                 | 15,1  | (mm)     |
| Åxeldiameter              | 25    | (mm)     |
| Tandradie (verktyg)       | 0,8   | (mm)     |
| Flankspel                 | 0,16  | (mm)     |
| Fasvinkel                 | 45    | (grader) |
| Faslängd                  | 0,3   | (mm)     |
| Toppavlättning (vinkel)   | 45    | (grader) |
| Toppavlättning (längd)    | 0,03  | (mm)     |

| Indata för det andra kugghjulet          | Beteckning | Värde |
|------------------------------------------|------------|-------|
| Kuggtal                                  | z2         | 13    |
| Profilförskjutning                       | x2         | 0,107 |
| Åxelvastånd för kuggväxel med profilförs | aw         | 80    |

| Beräknade parametrar för kuggväxel  | Beteckning | Värde        |
|-------------------------------------|------------|--------------|
| Referensåxelvastånd                 | a          | 80,69561611  |
| Ingreppsvinkel                      | awt        | 0,3693333331 |
| Ingreppsvinkel vid rullningscirkeln | inv(awt)   | 0,017763068  |
| Total profilförskjutning            | (x1+x2)    | -0,27100084  |

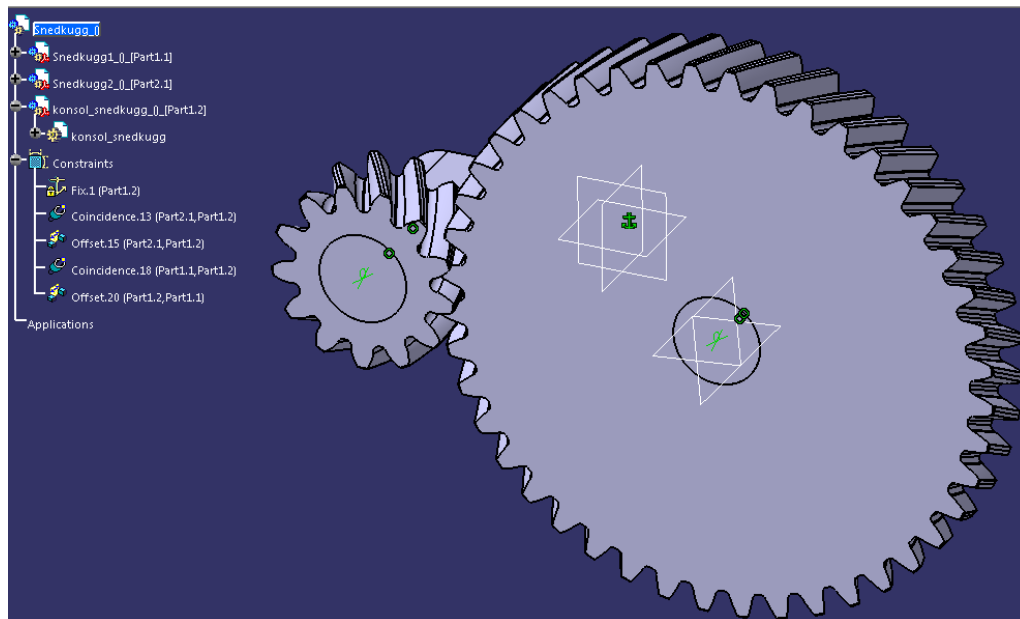
| Beräknade parametrar                     | Beteckning | Värde       | Enhet    |
|------------------------------------------|------------|-------------|----------|
| Delningsdiameter                         | d          | 124,5827056 | (mm)     |
| Ingreppsvinkel vid delningsytan i transv | at         | 0,390937798 | (rad)    |
| Grunddiameter                            | db         | 115,1803551 | (mm)     |
| Toppdiameter                             | da         | 127,6564776 | (mm)     |
| Bottendiameter                           | df         | 116,4427056 | (mm)     |
| Kugghöjd                                 | h          | 5,606885388 | (mm)     |
| Topphöjd                                 | ha         | 1,536885388 | (mm)     |
| Fothöjd                                  | hf         | 4,07        | (mm)     |
| Evolvent an                              | inv(an)    | 0,014904384 | (rad)    |
| Evolvent at                              | inv(at)    | 0,021223988 | (rad)    |
| Grundtjocklek                            | sb         | 5,580725388 | (mm)     |
| Delningstjocklek                         | s          | 3,405207794 | (mm)     |
| Delningsvinkel                           | D          | 8,181818182 | (grader) |
|                                          | B          | 3,27        |          |
|                                          | w          | 0,06339839  | (rad)    |
|                                          | A          | 0,048556898 | (rad)    |
| Topphöjdsminskning                       | aha        | 0,018114012 | (mm)     |
| Transversalmodul                         | mt         | 2,831425127 |          |

|                  |           |
|------------------|-----------|
| Omräkningsfaktor | 0,0174533 |
|------------------|-----------|



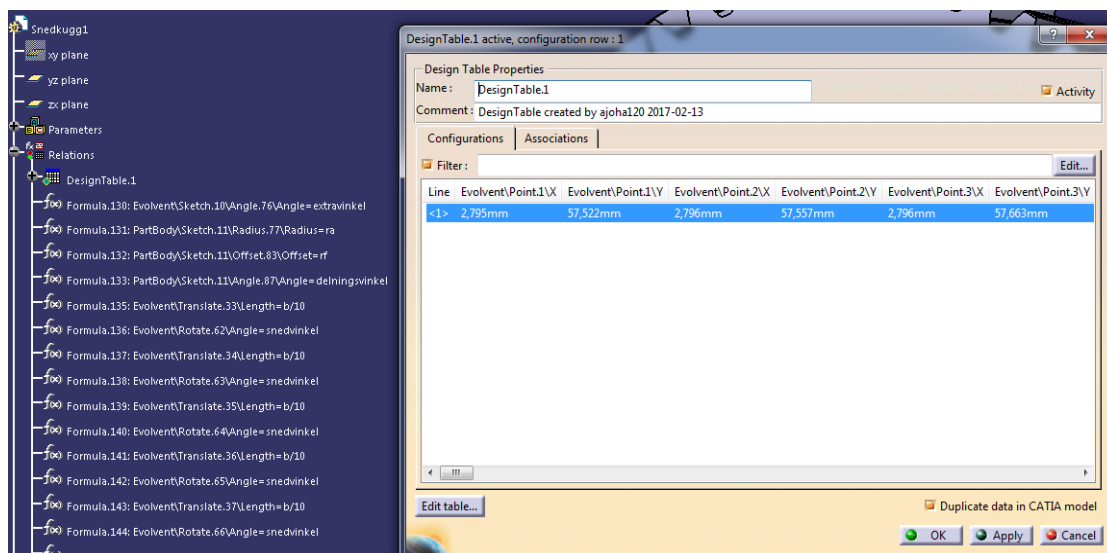
## Appendix 3: Användarbeskrivning för generering av kugghjulspär.

1. Öppna kuggväxelns *assembly*.



Figur A3.1: Kugghjulspär.

2. För att ändra kugghjulens parametrar, öppna respektive part. Klicka på *relations* i trädet och dubbelklicka sedan på *design table*. Välj *edit table* och ett excelark öppnas.



Figur A3.2: Hur design table:t öppnas från Catia.

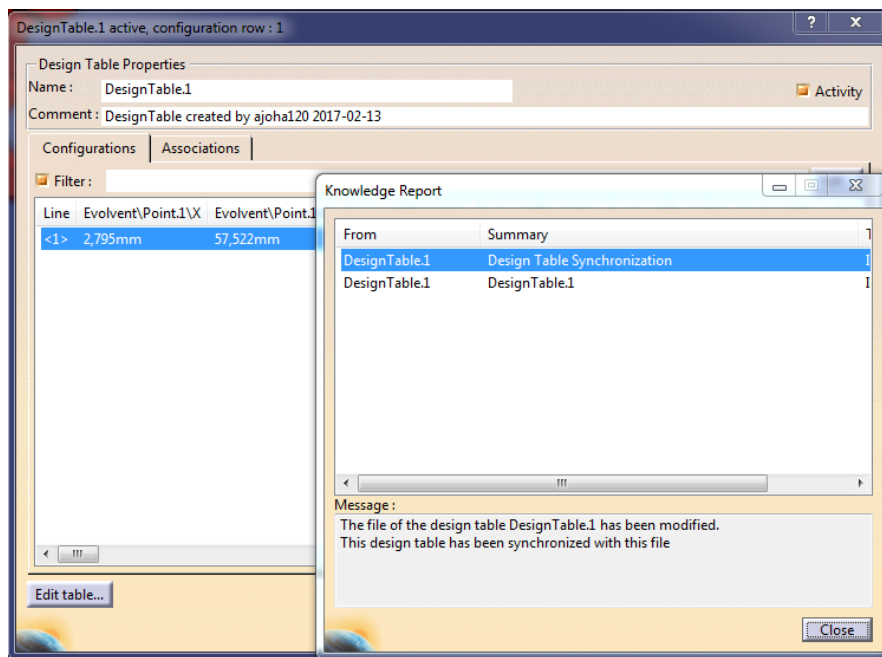
3. Mata in önskade värden på de primära parametrarna.
4. Mata sedan in resterande parametrar.
5. Till sist matas värden för det andra kugghjulet in, samt axelavstånd.

| Primära storheter                                | Beteckning                | Värde       |
|--------------------------------------------------|---------------------------|-------------|
| Normalmodul                                      | mn                        | 2,5         |
| Kuggtal                                          | z                         | 44          |
| Pressvinkel i normalplan (deg)                   | $\alpha_n$                | 20          |
| Snedvinkel                                       | $\beta$                   | 28          |
| Profilförskjutningsfaktor                        | x                         | -0,378      |
|                                                  |                           |             |
|                                                  |                           |             |
| Övriga valbara parametrar                        | Värde                     | Enhet       |
| Kuggbredd                                        | 15,1                      | [mm]        |
| Axeldiameter                                     | 20                        | [mm]        |
| Tandradie (verktyg)                              | 0,8                       | [mm]        |
| Flankspel                                        | 0,16                      | [mm]        |
| Fasvinkel                                        | 45                        | [grader]    |
| Faslängd                                         | 0,3                       | [mm]        |
| Toppavlättning (vinkel)                          | 45                        | [grader]    |
| Toppavlättning (längd)                           | 0,03                      | [mm]        |
|                                                  |                           |             |
|                                                  |                           |             |
| Indata för det andra kugghjulet                  | Beteckning                | Värde       |
| Kuggtal                                          | z2                        | 13          |
| Profilförskjutning                               | x2                        | 0,107       |
|                                                  |                           |             |
| Axelavstånd för kuggväxel med profilförskjutning | a <sub>w</sub>            | 80          |
|                                                  |                           |             |
|                                                  |                           |             |
| Beräknade parametrar för kuggväxeln              | Beteckning                | Värde       |
| Referensaxelavstånd                              | a                         | 80,69561611 |
| Ingreppsvinkel                                   | $\alpha_{wt}$             | 0,369333331 |
| Ingreppsvinkel vid rullningscirkeln              | $\text{inv}(\alpha_{wt})$ | 0,017763068 |
| Total profilförskjutning                         | (x1+x2)                   | -0,27100084 |

Figur A3.3: Indata.

6. Spara excelarket och stäng ner.

7. Vänta på att Catia ska synkronisera med det sparade excelarket och klicka sedan *ok*.



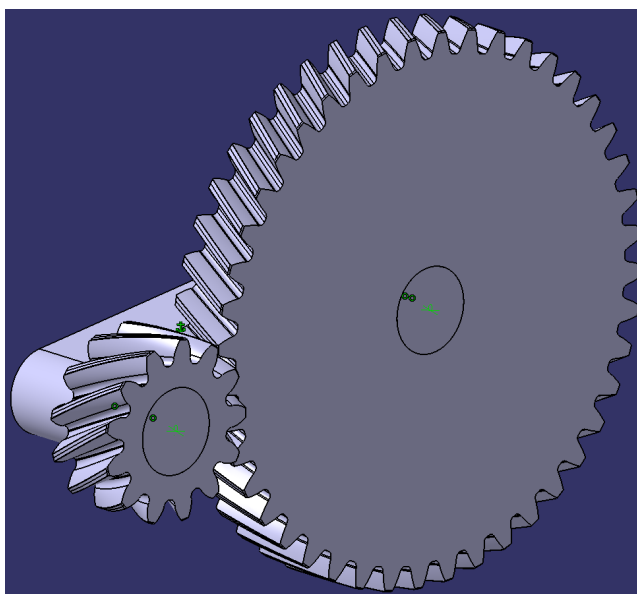
Figur A3.4: Uppdatering av ny indata.

8. Uppdatera modellen för att se de nya ändringarna.

9. Gå tillbaka till *assemblyn* och upprepa steg 1–8 för det andra kugghjulet.

10. Öppna sedan konsolen och dess *design table*. Mata in önskade värden, spara och uppdatera modellen.

11. Kugghjulen går sedan att rotera enskilt i *assemblyn* med hjälp av *manipulate* för att passa in kuggväxeln i rätt position.



Figur A3.5: Slutgiltig kuggväxel.

## Appendix 4: Kontaktspänning

$F_n$  är normalkraften som verkar längs linjekontakten och beräknas enligt Mägi och Melkersson (2016, 467) som

$$F_n = \frac{M}{r_b \cdot \cos(\beta_b)} \quad (\text{A4.1})$$

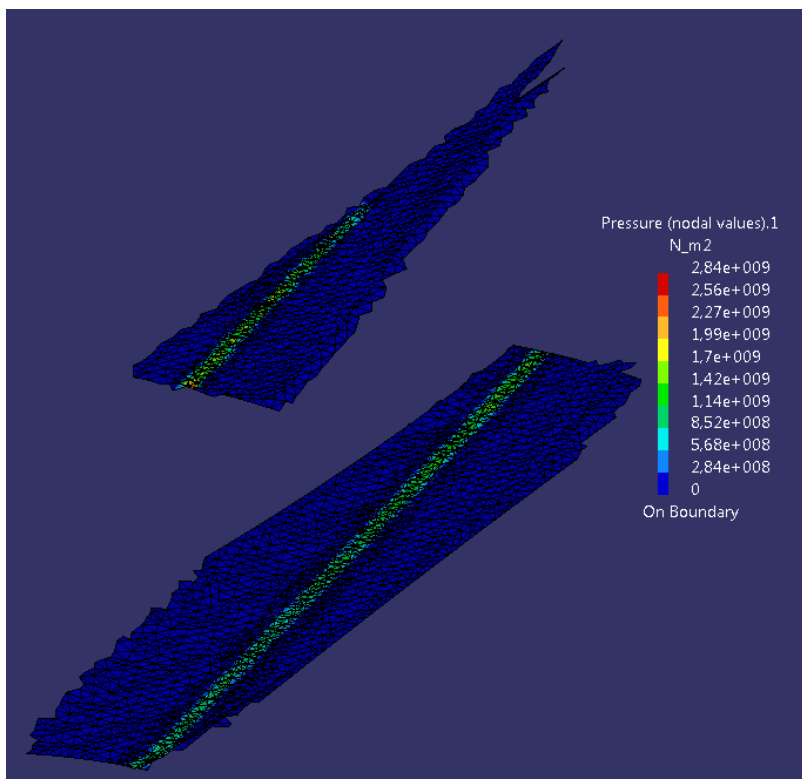
Där  $r_b$  är grundradien för det lilla kugghjulet och har ett värde på 17,015 mm.  $M$  är det pålagda momentet och har ett värde på 220 Nm.  $\beta_b$  är snedvinkeln längs grundcylindern och beräknas enligt Mägi och Melkersson (2016, 465) som

$$\beta_b = \arctan(\tan(\beta) \cdot \cos(\alpha_t)) = 26,18^\circ \quad (\text{A4.2})$$

Den totala normalkraften blir

$$F_{ntot} = \frac{220}{0,017015 \cdot \cos(26,18)} = 14417,83 \text{ N}$$

Eftersom att det är fyra kuggtänder i ingrepp beräknas en total normalkraft som sedan beräknas procentuellt för respektive linjekontakt. De två linjekontakterna kan ses i figur A4.1.



Figur A4.1: Linjekontakt.

Den långa linjekontaktens längd beräknas analytiskt enligt Mägi och Melkersson (2016, 471) som

$$L = \frac{b}{\cos \beta_b} = \frac{0,0151}{\cos(26,18)} = 16,83 \text{ mm} \quad (\text{A4.3})$$

och den korta linjekontaktens längd läses av i modellen. Linjekontaktens totala längd blir

$$L_{tot} = 16,83 + 8,29 = 25,12 \text{ mm}$$

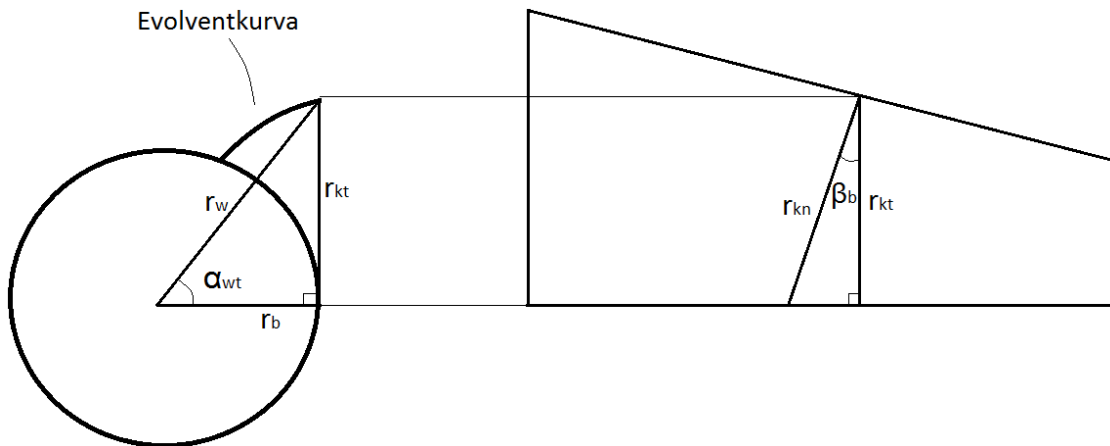
Normalkraften för linjekontakten som studeras beräknas procentuellt enligt

$$F_n = \frac{16,83}{25,12} * 14417,83 = 9659,7 \text{ N}$$

$a$  kan ses i figur 2.8 och är halva linjekontaktens bredd. Den beräknas enligt Ugurul och Fenster (2012, 163) som

$$a = 1,52 * \sqrt{\frac{F_n * r_{kn1} * r_{kn2}}{E * L * (r_{kn1} * r_{kn2})}} \quad (\text{A4.4})$$

där  $r_{kn}$  är krökningsradien i normalsnittet.



Figur A4.2: Definition av krökningsradie.

Enligt figur A4.2 är

$$r_{kn} = \frac{r_{kt}}{\cos \beta_b} \quad (\text{A4.5})$$

där  $r_{kt}$  beräknas enligt Mägi och Melkersson (2016, 471) som

$$r_{kt} = r_b * \tan(\alpha_{wt}) \quad (\text{A4.6})$$

där

$\alpha_{wt}$  är ingreppsvinkeln vid delningslinjen i transversalsnittet och hämtas ur excelarket där det finns definierat

$$r_{kt1} = r_b * \tan(\alpha_{wt}) = 17,015 * \tan(21,16) = 6,59 \text{ mm}$$

$$r_{kt2} = r_b * \tan(\alpha_{wt}) = 57,59 * \tan(21,16) = 22,29 \text{ mm}$$

Då fås att

$$r_{kn1} = \frac{6,59}{\cos(26,18)} = 7,34 \text{ [mm]}$$

$$r_{kn2} = \frac{22,29}{\cos(26,18)} = 24,84 \text{ [mm]}$$

Slutligen kan  $a$  beräknas enligt följande

$$a = 1.52 * \sqrt{\frac{9659,7 * 0,00734 * 0,02484}{205 * 10^9 * 0,01683 * (0,00734 + 0,02484)}} = 0,19144 \text{ [mm]}$$