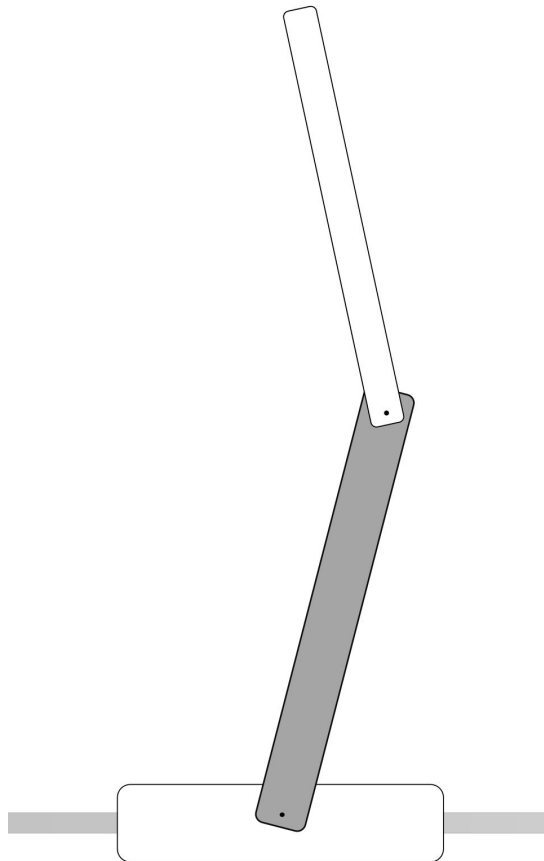




CHALMERS



Inverterad dubbelpendel

Modellering, reglering och balansering av en inverterad dubbelpendel

Kandidatarbete SSYX02-16-24

Rasmus Söderström Olsson
Jeanette Warnborg
Fredrika Zeidler

Institutionen för Signaler och System
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, 2016

KANDIDATARBETE SSYX02-16-24

Inverterad dubbelpendel

Modellering, reglering och balansering av en inverterad dubbelpendel

Rasmus Söderström Olsson
Jeanette Warnborg
Fredrika Zeidler



CHALMERS

Institutionen för Signaler och System
Avdelningen för Reglerteknik, Automation och Mekanik
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, 2016

Inverterad dubbelpendel
Modellering, reglering och balansering av en inverterad dubbelpendel
RASMUS SÖDERSTRÖM OLSSON
JEANETTE WARNBORG
FREDRIKA ZEIDLER

© Rasmus Söderström Olsson, Jeanette Warnborg, Fredrika Zeidler, 2016.

Handledare: Bo Egardt, Institutionen för Signaler och System, Reglerteknik
Examinator: Anders Grauers, Institutionen för Signaler och System

Kandidatarbete SSYX02-16-24
Institutionen för Signaler och System
Avdelningen för Reglerteknik, Automation och Mekatronik
Chalmers Tekniska Högskola
412 96 Göteborg
Telefon +46 31 772 1000

Omslag: Skisserad bild på prototypställningen.

Abstract

This thesis cover the modelling, design of control, simulation and construction of two pendulums linked together standing in an upright position. A mathematical model of the system has been developed and used to conduct rigorous simulations of the system. Using this model a controller was designed. This thesis also cover the construction of the prototype and the problems that might occur when implementing the controller.

The results from the simulations show that the controller is able to balance the pendulums within the constrians of the prototype. Unfortunately we were not able to test the controller on the actual prototype due to problems regarding the implementation.

Keywords: Inverted, Double pendulum, Control theory, Bachelor thesis

Sammandrag

Denna rapport behandlar modellering, regulatordesign, simulering och konstruktion av två sammanlänkade pendlar som ska stå i upprätt läge med hjälp av ett återkopplat regler-system. En matematisk modell som återspeglar det fysikaliska systemet har tagits fram och simulerats. Utifrån denna modell kunde en regulator för konstruktionen designas. Rapporten behandlar även den praktiska uppställningen och svårigheten att implementera en regulator på denna.

Simuleringsresultaten visar på att regulatorn klarar av att balansera pendlarna samt håller sig inom gränserna för konstruktionen. Regulatorn kunde tyvärr inte testas på det verkliga systemet på grund av problem med implementeringen.

Nyckelord: Inverterad, Dubbelpendel, Reglerteknik, Kandidatarbete.

Tack

Gruppen vill tacka vår handledare Bo Egardt för sitt stöd och engagemang långt utanför rollen som handledare. Dessutom har examinator vår Anders Grauers erbjudit professionell granskning och feedback på vårt arbete under processen på såväl rapport som andra moment.

Dessutom ska teamet Jan Bragée och Reine Nohlborg i prototypplabbet ha ett stort tack för sin vilja att dela med sig av kunskap, tankar och idéer kring den praktiska uppställningen. Att få tillgång till så mycket erfarenhet är få förunnat och dessa båda herrar kompletterar varandra på ett utmärkt sätt.

Avslutningsvis vill gruppen tacka Marcus Jerenvik och Raman Haddad från tidigare års projekt och John Dahl från institutionen för Signaler och System för hjälpen med implementeringen av projektet.

Rasmus Söderström Olsson, Jeanette Warnborg och Fredrika Zeidler
Göteborg, Maj 2016

Innehåll

Figurer	xi
Tabeller	xiii
1 Inledning	1
1.1 Syfte och mål	3
1.2 Avgränsningar	4
2 Systembeskrivning	5
2.1 Signalväg	7
2.2 Positionsgivare	7
2.3 Vinkelgivare	8
2.4 Uppmätta parametrar	9
3 Teori	11
3.1 Matematisk modellering	11
3.2 Olinjära system	12
3.3 Linjärisering	12
3.4 Regulatordesign	13
3.5 Estimering av tillstånd	13
3.6 Likströmsmotor	15
4 Metod	17
4.1 Matematisk modellering	17
4.2 Modell av likströmsmotor med roterande last	20
4.3 Relation mellan motorn och dubbelpendeln	21
4.4 Linjärisering	21
4.5 Regulatordesign	23
4.6 Estimering av tillstånd	24
4.7 Konstruktion	24
4.7.1 Val av mikrocontroller	25
4.7.2 Analys av brister och fel	25
4.7.3 Åtgärder	25
5 Resultat	27
5.1 Simulering	27
5.1.1 Regulator 1	28

5.1.2	Regulator 2	29
5.1.3	Regulator 3	31
6	Diskussion	33
6.1	Konstruktion	33
6.1.1	Avväganden	33
6.1.2	Process	33
6.2	Problem vid implementering	34
6.3	Estimering av tillstånd	34
6.4	Simuleringsresultat	34
6.4.1	Regulator 1	34
6.4.2	Regulator 2	35
6.4.3	Regulator 3	35
6.5	Avvikelser från verkligheten	35
7	Slutsats	37
7.1	Process	37
7.2	Rekommendationer	37
Bilaga A	Elektriska komponenter	I
Bilaga B	Inkoppling av elektrisk utrustning	III

Figurer

1.1	Skiss av en inverterad dubbelpendel på en släde.	1
1.2	Bild på en människa som står på en segway. (Pixabay, 2013). CC0.	2
1.3	Bild på ett JAS 39 Gripen-plan (Kabel, 2010), Återgiven med tillstånd.	2
1.4	Skyskrapa med en massdämpare som agerar yttre pendel.	3
1.5	De fyra olika jämviktslägena för en dubbelpendel. Längst till höger i bild illustreras det jämviktsläge som det syftas till i rapporten.	4
2.1	Skiss över konstruktionen.	5
2.2	Vy ovanifrån på den praktiska uppställningen.	6
2.3	Signalväg för systemet.	7
2.4	Signalbeskrivning för med- och moturs-rotation hos encoder (<i>Rotary Encoder E6B2-C [Datablad]</i> , 2011).	7
2.5	Spänningssatt vinkelgivare som agerar spänningsdelare.	8
2.6	Kretsschema för vinkelgivare med motkopplad OP som spänningsföljare.	8
3.1	System med förstärkning K i återkopplingen	14
3.2	System med med förstärkning K samt observatör	15
3.3	Likströmsmotorns uppbyggnad; borstarna överför strömmen till rotorn mellan statorns nord- och sydpol (Surana, 2013). Omarbetad med tillstånd.	15
3.4	Krafter på ledare i magnetfält i en likströmsmotor.	15
3.5	Ekvivalent elektrisk krets för likströmsmotor.	16
4.1	Till vänster ses slädens och pendlarnas position beskrivna med kartesiska koordinater. Till höger ses slädens och pendlarnas position uttrycka i generaliserade koordinater.	18
4.2	Ekvivalent elektrisk krets med roterande last för en likströmsmotor.	20
4.3	Beroendet mellan slädens hastighet \dot{q} , motorns vinkelhastighet ω och motorns radie r	21
4.4	Motorfäste med dubbla kullager för att avlasta motor och växellåda från radiella krafter.	26
5.1	Simuleringsresultat för den inre pendeln, (a), och den yttre pendeln, (b), med Regulator 1.	28
5.2	Simuleringsresultat för styrsignalen, (a), och slädens position, (b), med Regulator 1.	29
5.3	Simuleringsresultat för den inre pendeln, (a), och den yttre pendeln, (b), med Regulator 2	30

5.4	Simuleringsresultat för styrsignalen, (a), och slädens position, (b), med Regulator 2	30
5.5	Simuleringsresultat för den inre pendeln, (a), och den yttre pendeln, (b), med Regulator 3	31
5.6	Simuleringsresultat för styrsignalen, (a), och slädens position, (b), med Regulator 3	32

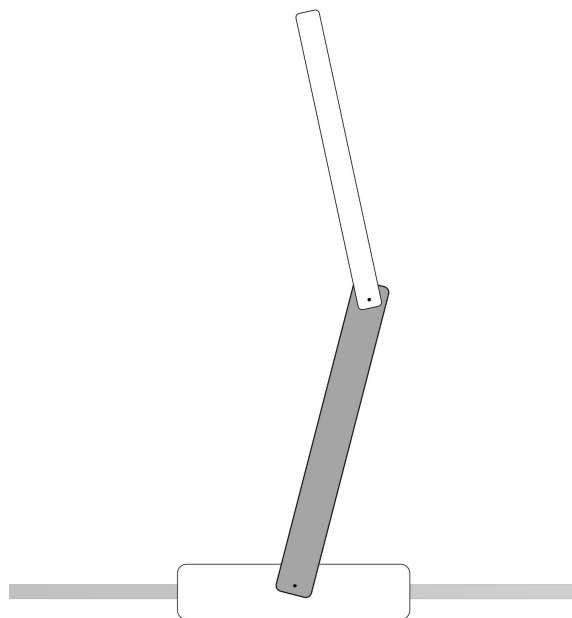
Tabeller

2.1	Uppmätta parameterar hos konstruktionen	9
5.1	Förklaring av beteckningar	27
5.2	Resultat från simuleringen av systemet med Regulator 1 implementerad .	29
5.3	Resultat från simuleringen av systemet med Regulator 2 implementerad .	31
5.4	Resultat från simuleringen av systemet med Regulator 3 implementerad .	32
A.1	Komponentlista	I
B.1	Inkoppling av givare på Arduino	III

1

Inledning

En inverterad dubbelpendel, se Figur 1.1, består av två sammanlänkade pendlar som står upprätt, vilket är den pendeltyp som kommer undersökas i arbetet. Regleringen av en inverterad dubbelpendel har främst pedagogiska syften och kommer vara det reglertekniska problem som ligger till grund för detta projekt.



Figur 1.1: Skiss av en inverterad dubbelpendel på en släde.

För att klara av att reglera en inverterad dubbelpendel krävs ett system som snabbt kan läsa in data och sedan reglera dubbelpendeln utifrån denna. Exempelvis är det nästintill omöjligt för en människa att balansera en inverterad dubbelpendel eftersom tiden mellan att ögat uppfattar att pendeln behöver balanseras upp och handens förflyttning är alldeles för lång (Luce, 1991). Att balansera en enkelpendel är på gränsen till vad den mänskliga motoriken klarar av, dock spelar pendelns massa och längd in, jämför exempelvis hur svårt det är att balansera en tändsticka med ett kvastskäft.

Ingenjörskonsten som används för att reglera en inverterad enkelpendel kan hittas både i Segways, se Figur 1.2, och JAS 39 Gripen, se Figur 1.3, som båda är instabila utan reglering (Stein, 2003)(Boniface, McKay, Lucas, Shaffer & Sikka, 2011). En segway, vilket är ett elmotordrivet fordon, kan även detta liknas med en inverterad enkelpendel. Genom



Figur 1.2: Bild på en människa som står på en segway. (Pixabay, 2013). CC0.

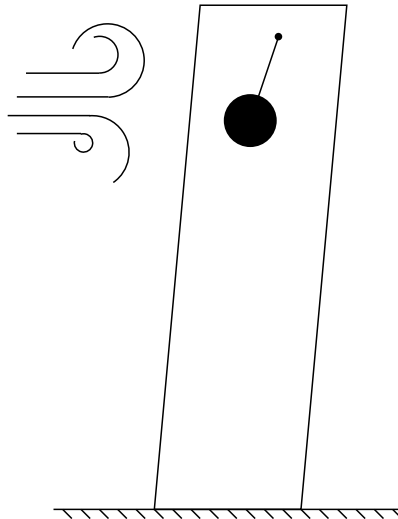
att luta sig förflyttar personen tyngdpunkten och fordonets reglersystem strävar därefter att rätta upp fordonet genom att rulla åt samma riktning som föraren lutar (Boniface m. fl., 2011).

JAS 39 Gripens reglersystem är kanske mest känt på grund av de olyckor som skedde under utvecklingen av flygplanet, men i grunden är det ett mycket avancerat system då flygplanet inte kan flyga utan reglersystemen i drift (Stein, 2003). Flygplanet designades efter hårda krav på agilitet, vilket innebär förmågan att snabbt byta riktning. Genom att låta planet bli instabilt under färd kan det uppnå en mycket hög manöverduglighet.



Figur 1.3: Bild på ett JAS 39 Gripen-plan (Kabel, 2010), Återgiven med tillstånd.

En variant av dubbelpendeln används bland annat i skyskrapor för att motverka de svängningar som kan uppstå vid hårda vindar (Poon, Shieh, Joseph & Chang, 2004). Byggnaden utgör den inre pendeln och den yttre pendeln utgörs av ett tungt metallklot som hänger inuti byggnaden och styrs med hydraulik, se Figur 1.4 (Poon m. fl., 2004).



Figur 1.4: Skyskrapa med en massdämpare som agerar yttre pendel.

Tidigare års kandidatarbeten och projektkurser på masterprogrammet Systems, Control and Mechatronics har utvecklat en prototyp för en inverterad enkelpendel. Det första projektet syftade till att utveckla tidsoptimal styrning av en nedhängande pendel (Fransson, Mihajlovic & Ståleby, 2013). Projektet gick ut på att förflytta släden med en nedhängande pendel till en ny position och på så kort tid som möjligt få pendeln att hänga still. Detta minimaltidsproblem är applicerbart inom exempelvis containerlossning. I det andra projektet gjordes jämförelser av olika styralgoritmer för uppsving och balansering av en inverterad pendel (Fleckenstein, Gustavsson, Haddad & Jerenvik, 2016). På grund av för mycket friktion och trasig hårdvara gick det tyvärr inte att implementera resultaten på den praktiska uppställningen.

1.1 Syfte och mål

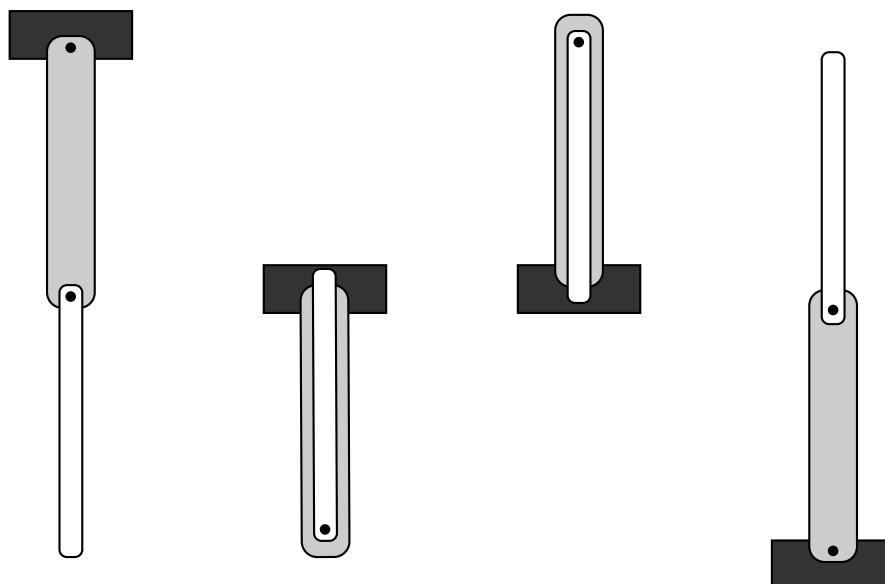
Syftet är att med hjälp av reglerteknik balansera en inverterad dubbelpendel på en praktiskt uppställning såväl som i en simuleringsmiljö. Detta syfte kommer resultera i följande delmål

- Modellera och simulera en inverterad dubbelpendel i Simulink.
- Utöka nuvarande konstruktion med ytterligare en till pendel
- Reglera ut en initial störning på 5° på den yttre pendeln.

1.2 Avgränsningar

Prototypen som används för demonstration av projektet konstrueras inte från grunden utan utgår från en befintlig uppställning med en enkelpendel. Det sker inte någon jämförelse mellan olika typer av regulatorer utan regulatorn som kommer implementeras är av typen Linear Quadratic (LQ). Det har i tidigare studier påvisats att den lämpar sig väl för implementation av en inverterad enkelpendel (Fleckenstein m. fl., 2016).

Balanseringen av pendeln innefattar inte alla jämviktslägen utan endast det när båda pendlarna står i upprätt läge, se Figur 1.5 för en bild av de olika pendelpositionerna. Detta är en avgränsning som valts eftersom projektet är tidsbegränsat. Modellen som tagits fram utgår endast från en dubbelpendel och inga beräkningar eller simuleringar görs därför på inverterade enkel- eller trippelpendlar.

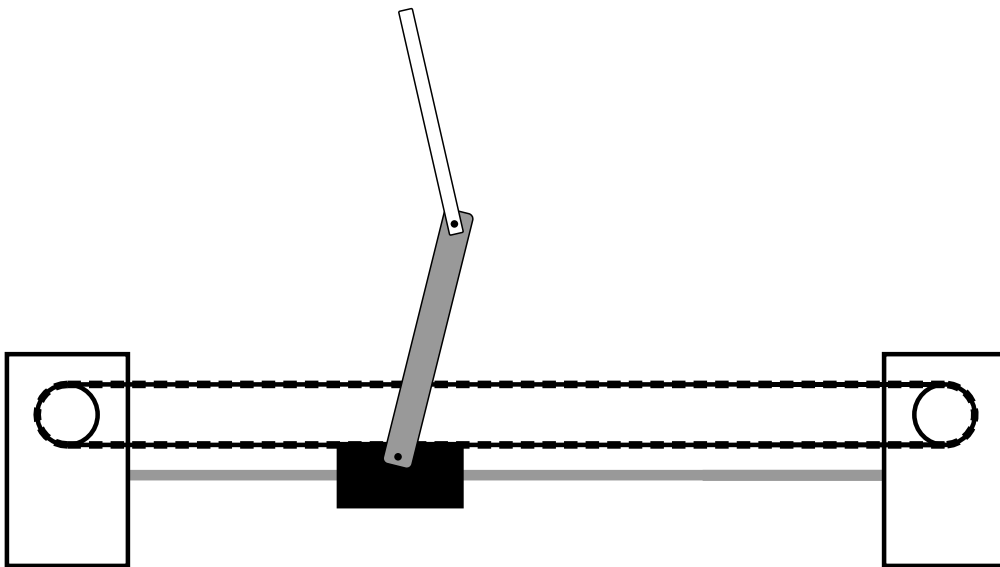


Figur 1.5: De fyra olika jämviktslägena för en dubbelpendel. Längst till höger i bild illustreras det jämviktsläge som det syftas till i rapporten.

2

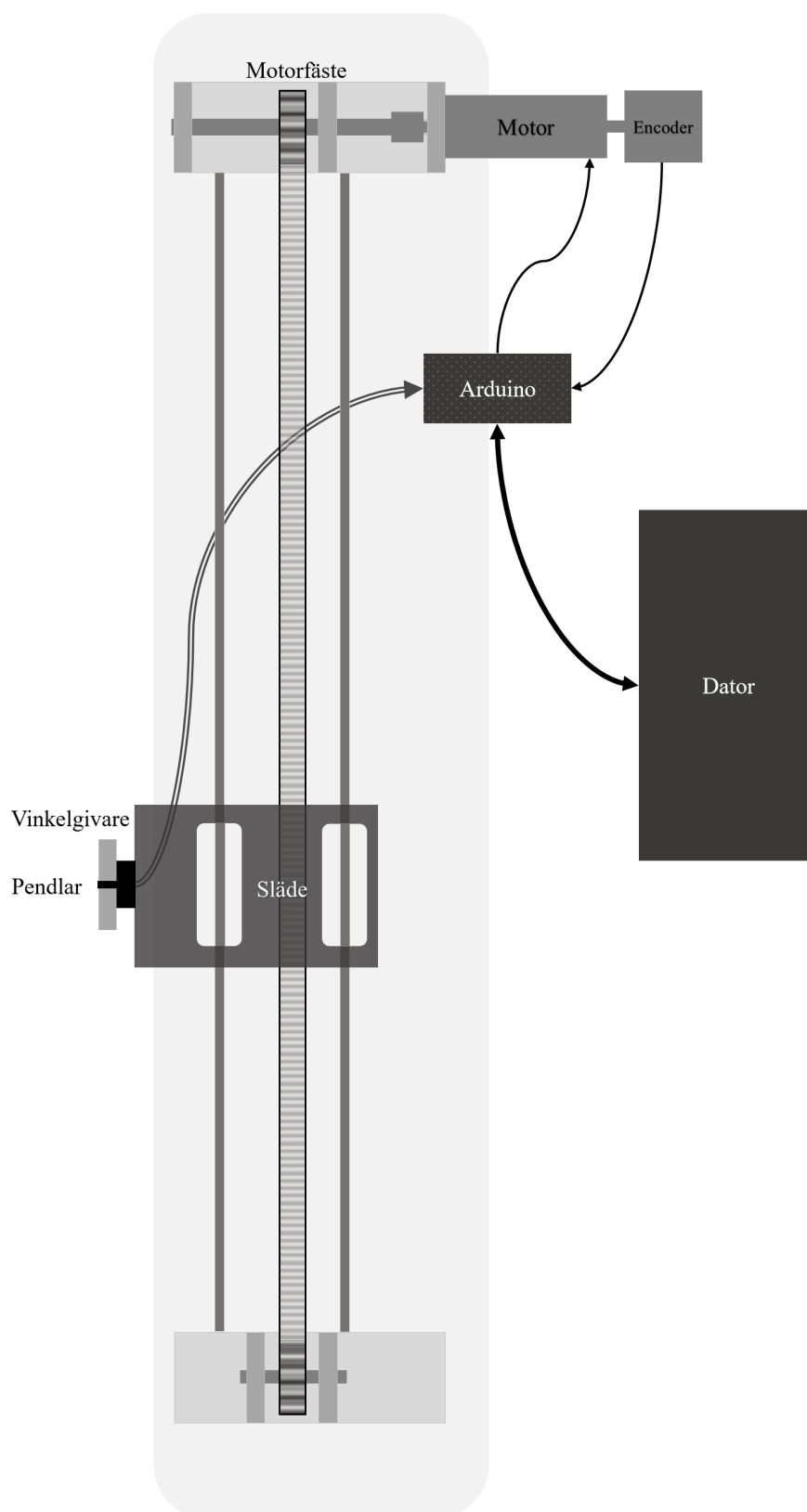
Systembeskrivning

Systemet som praktisk uppställning består av en släde som förflyttas längs en rak bana med hjälp av en tandrem som drivs av en elmotor. På denna släde är den inre pendeln monterad på vinkelgivarens axel. I den andra änden av den inre pendeln sitter den yttre pendeln monterad, även den med en vinkelgivare, se Figur 2.1. En komplett lista med de elektriska komponenter som används i uppställningen finns i Bilaga A.



Figur 2.1: Skiss över konstruktionen.

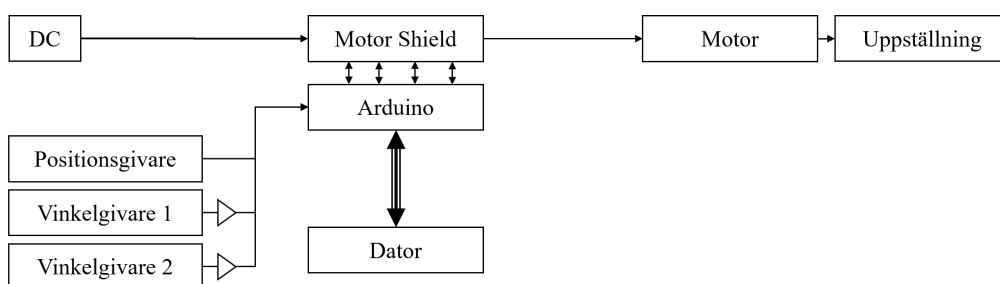
Uppställningen kräver i sin nuvarande form en inkopplad dator som utför beräkningar åt systemet. Värt att notera är också att det inte finns någon smidig genomdragning av givarkabeln till den yttre pendeln. Detta kan resultera i att kabeln trasslar sig då pendlarna tillåts snurra fritt. Konstruktionens ungefärliga utförande visas i Figur 2.2.



Figur 2.2: Vy ovanifrån på den praktiska uppställningen.

2.1 Signalväg

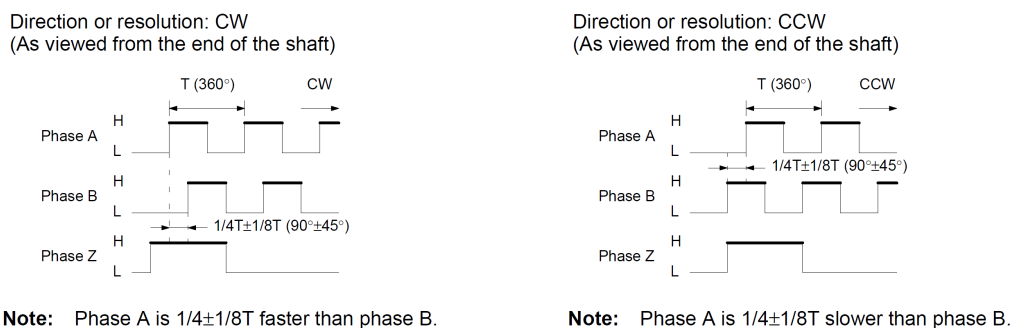
Data som beskriver pendlarnas position skickas i form av en analog signal från vinkelgivarna till ett kretskort med en mikroprocessor tillverkad av Arduino. Fäst på motorn sitter en positionsgivare (hädanefter encorder) som skickar data i form av en digital signal till Arduinon. Datan bearbetas och information om slädens position och riktning skickas via USB vidare till en dator som kör en instans av simuleringverktöget Simulink. Inkopplad på Arduinon finns ett reläkort med extern strömförsörjning som kan styra motorn utan att dra alltför stora effekter genom mikroprocessorn. När Arduinon får tillbaka styrsignalen från datorn skickas denna till reläkortet som styr motorn och därmed det mekaniska systemet. Se Figur 2.3 för en grafisk representation av signalvägarna i systemet.



Figur 2.3: Signalväg för systemet.

2.2 Positionsgivare

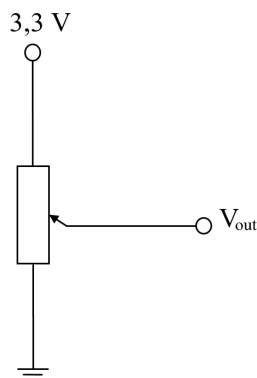
Slädens position mäts med hjälp av en encoder som är fäst på den genomgående motoraxeln. Encodern genererar ett antal pulser per varv på tre olika faser och genom att bestämma vilken fas som kommer först kan riktningen på förflyttningen bestämmas enligt Figur 2.4. Encodern matas med en spänning på 5 V för att garantera utsignalernas logiska nivåer till Arduinons digitala in- och utgångar (*Rotary Encoder E6B2-C [Datablad], 2011*) (Arduino, 2016). Se Bilaga B för en tabell med dessa in- och utgångar.



Figur 2.4: Signalbeskrivning för med- och moturs-rotation hos encoder (*Rotary Encoder E6B2-C [Datablad], 2011*).

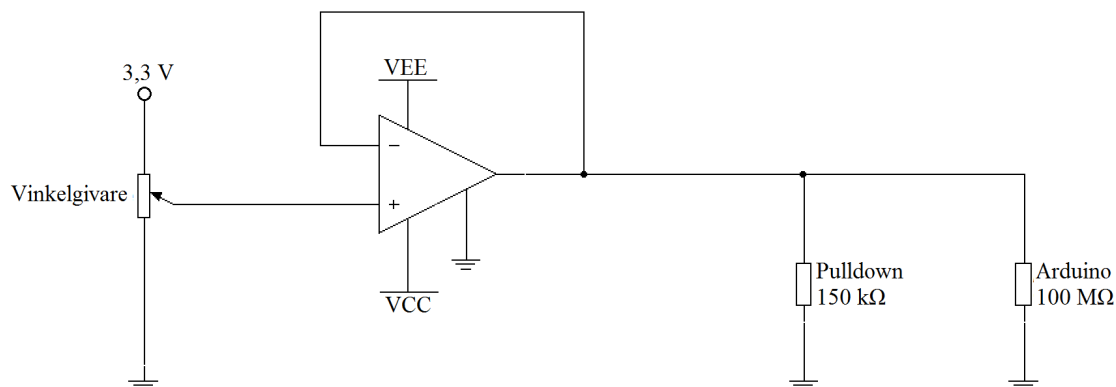
2.3 Vinkelgivare

Utökningen av uppställningen till en dubbelpendel kräver förutom nya pendlar även en till vinkelgivare. För att tidseffektivisera processen och minska prestandakraven på mikroprocessorn används samma sorts vinkelgivare till båda pendlarna. Vinkelgivaren är en mycket precis potentiometer som agerar spänningsdelare enligt Figur 2.5. Spänningsnivån väljs till 3,3 V för att inte överstiga specifikationen av Arduinos inportar (Arduino, 2016).



Figur 2.5: Spänningsatt vinkelgivare som agerar spänningsdelare.

Vinkelgivarens datablad anger en maximal ström genom glidkontakten på $1 \mu\text{A}$, i normalläget är detta inget problem då mikroprocessorn hos Arduino-kortet har en ingångsresistans på $100 \text{ M}\Omega$ (Novotechnik, 2007) (Arduino, 2016). Under vissa omständigheter väljer Arduinon att koppla in en så kallad "pulldown-resistor" (se Figur 2.6) för att garantera ett logiskt värde på ingången. Denna resistans är omkring $150 \text{ k}\Omega$ vilket leder till att alltför höga strömmar dräneras genom glidkontakten och kan skada givaren. För att undvika detta kopplas en motkopplad operationsförstärkare, härnäst benämnd OP, in som spänningsföljare, enligt Figur 2.6. Inströmmarna till OP:n är mycket låga vilket skyddar givaren samtidigt som spänningsnivån förs vidare till Arduinos ingång.



Figur 2.6: Krettschema för vinkelgivare med motkopplad OP som spänningsföljare.

2.4 Uppmätta parametrar

För att underlätta metodval och framtida simuleringsresultat undersöks konstruktionens fysiska parametrar, dessa värden finns återgivna i Tabell 2.1. Rälslängden är den sträcka släden kan röra sig på utan att slå i något av ändblocken. Slädens vikt samt pendlarnas vikter och utformning är relevanta då de påverkar trögheten för systemet, det vill säga hur snabbt de svarar på en förändring hos styrsignalen.

Tabell 2.1: Uppmätta parameterar hos konstruktionen

Storhet	Värde	Enhet	Beteckning
Rälslängd	0,90	m	
Inre pendel, längd	0,4	m	l_1
Inre pendel, tjocklek	0,01	m	d_1
Inre pendel, bredd	0,04	m	
Inre pendel, massa	0,138	kg	m_1
Inre pendel, friktion	0,01	N	$f_{c,1}$
Yttre pendel, längd	0,4	m	l_2
Yttre pendel, tjocklek	0,01	m	d_2
Yttre pendel, bredd	0,04	m	
Yttre pendel, massa	0,102	kg	m_2
Yttre pendel, friktion	0,01	N	$f_{c,2}$
Släde, vikt	0,463	kg	m
Släde, friktion	0,1	N	f_c

3

Teori

För att beskriva och räkna på mekaniska system och hur de regleras krävs en del teori. I detta kapitel redogörs för den teori som ligger till grund för det arbete som gjorts med att beskriva systemet och hur det beter sig. Vidare även hur systembeskrivningen kan förenklas för att möjliggöra framtagandet av regulator och reglering av systemet. Det finns även beskrivet hur motorns elektriska delar fungerar.

3.1 Matematisk modellering

För att beskriva läget för kropparna i ett mekaniskt system kan generaliserade koordinater användas. Med generaliserade koordinater kan ett och samma system beskrivas på flera olika sätt, det är fördelaktigt att välja koordinaterna så att systemets rörelsekvationer blir så enkla som möjligt. Om koordinaterna är oberoende av varandra blir de till antalet lika många som frihetsgraderna hos systemet. För att beskriva systemets rörelse kan Euler-Lagranges ekvationer användas. Lagranges funktion, L , definieras som skillnaden mellan den kinetiska och den potentiella energin hos systemet

$$L = T - V \quad (3.1)$$

där T är den kinetiska energin och V är den potentiella energin. Euler-Lagranges ekvationer ser ut på följande sätt

$$Q_j = \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_j} \quad (3.2)$$

där Q_j är de generaliserade krafterna, till exempel friktionskrafter och pålagda krafter och q_j och \dot{q}_j är massornas positioner respektive tidsderivator, uttryckta i de generaliserade koordinaterna.

Utifrån dessa ekvationer går det att skapa kopplade differentialekvationer för systemet. För att bättre hantera stora och komplicerade system kan ett matrissystem skapas av differentialekvationerna. Genom att samla de termer som innehåller högsta ordningens derivata och sedan bryta ut dessa och göra på samma sätt för lägre ordningar fås ett matris-system. Detta matrissystem är då en representation av systemet som underlättar linjäriseringen.

3.2 Olinjära system

Hos ett verkligt system förekommer det alltid någon form av olinjäritet. För att ett system ska klassificeras som linjärt och tidsinvariant behöver följande systemegenskaper vara uppfyllt (Glad & Ljung, 2003)

- **Superpositionsprincipen:** Om insignal u_1 resulterar i utsignal y_1 samt u_2 resulterar i utsignal y_2 , så resulterar $\alpha u_1 + \beta u_2$ i utsignal $\alpha y_1 + \beta y_2$

Följaktligen behöver inte egenskapen ovan gälla för dessa olinjära system. En olinjär tillståndsmodell av ordning n kan representeras på följande sätt

$$\dot{x} = f(x(t), u(t)) \quad (3.3)$$

$$y = h(x(t), u(t)) \quad (3.4)$$

och är ett system av ett antal kopplade första ordningens olinjära differentialekvationer, $\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_n$, där högerledet är beroende av insignaler u_1, \dots, u_m där m är antalet insignaler (Lennartson, 2002).

Dimensionering av regulatorer baserat på olinjära modeller är väldigt komplicerat. För att komma runt detta problem tas en approximativ linjär modell fram och regulatorn dimensioneras utifrån den. Detta görs genom att studera vad som händer då systemets tillstånd varierar kring en stationär arbetspunkt, vilken definieras som den punkt där systemets tidsderivator är lika med noll. Detta tillvägagångssätt kallas linjärisering och resulterar i en linjäriserad modell.

3.3 Linjärisering

För att linjärisera (3.3) och (3.4) antas jämvikt vilket resulterar i arbetspunkten (x_0, y_0, u_0) sådan att $f(x_0, u_0) = 0$ samt $y_0 = h(x_0, u_0)$. Då modellen är olinjär önskas en linjär approximation av denna. För att åstadkomma detta görs en Taylorutveckling av (3.3) och (3.4) kring arbetspunkterna (x_0, y_0, u_0) , där avvikelserna från arbetspunkterna beskrivs enligt

$$\Delta x(t) = x(t) - x_0, \quad \Delta y(t) = y(t) - y_0, \quad \Delta u(t) = u(t) - u_0 \quad (3.5)$$

Den linjära tillståndsmodell som erhålls av detta är

$$\Delta \dot{x}(t) = A \Delta x(t) + B \Delta u(t) \quad (3.6)$$

$$\Delta y(t) = C \Delta x(t) + D \Delta u(t) \quad (3.7)$$

Matriserna A , B , C och D består av första ordningens partiella derivator som skapats utifrån (3.3) och (3.4). Dessa matriser kallas jacobianer. Exempelvis ser matris A från (3.6) ut på följande sätt

$$\frac{\partial f}{\partial x} = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_1}{\partial x_n} \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \cdots & \frac{\partial f_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

3.4 Regulatordesign

Reglering av ett system innebär att en styråtgärd baserad på återkopplingen appliceras på systemet. Detta för att uppnå ett önskat beteende hos ett system där alla tillstånd antas mätbara. LQ-regulatorn återkopplar alla tillstånd från systemet genom en förstärkning i form av en viktfaktor för att uppnå ett önskat beteende hos systemet. Denna regleringsmetod går ut på att minimera följande designkriterium

$$\min(\|e\|_Q^2 + \|u\|_R^2) = \min \int e^T(t) Q e(t) + u^T(t) R u(t) dt \quad (3.9)$$

vilket är en avvägning mellan reglerfelet e och storleken på insignalen u (Glad & Ljung, 2003). I (3.9) är Q följande matris

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & q_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & q_n \end{bmatrix}, \quad n = \text{antal tillståndsvariabler} \quad (3.10)$$

Denna matris bestämmer hur fel i respektive reglerstorhet värderas. Viktmatriken R från (3.9) ser ut på följande sätt

$$R = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & r_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & r_m \end{bmatrix}, \quad m = \text{antal insignaler} \quad (3.11)$$

och är den matris som bestämmer hur felet i respektive styrsignal värderas.

Förstärkningen, K , som finns i återkopplingen, se Figur 3.1, fås genom att lösa Riccati-ekvationen

$$A^T S + S A + Q - S B R^{-1} B^T S = 0 \quad (3.12)$$

för S , där S är den entydigt positiva lösningen (Glad & Ljung, 2003). Lösningen för S sätts sedan in i följande ekvation

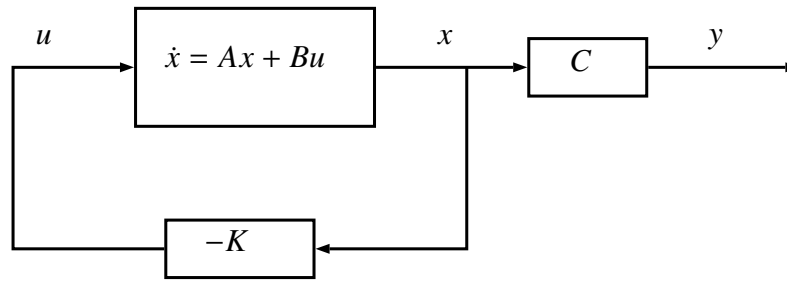
$$K = R^{-1} B^T S \quad (3.13)$$

och resulterar i förstärkningen K , vilket är en vektor med lika många element som systemet har tillståndsvariabler. I ekvationerna ovan är A och B jacobianmatriserna från (3.6).

3.5 Estimering av tillstånd

Hos fysikaliska system där alla tillstånd inte är mätbara behövs de icke mätbara tillstånden skattas. I det enklaste fallet går det att skatta de mätbara tillståndens derivator med hjälp av derivering (Muñiz-Rodríguez, Beauchamp-Báez, Cruz-Díaz & Carlos Santos-Ferrer, 2015). De skattade tillstånden ges då av

$$G(s) = \frac{as}{s+a} \quad (3.14)$$



Figur 3.1: System med förstärkning K i återkopplingen

där a är polen till $G(s)$. Detta sätt att skatta ett tillstånd kan dock resultera i högfrekventa störningar på systemet om den uppmätta signalen är brusig. Ett annat sätt att skatta icke mätbara tillstånd är att införa en observatör, se Figur 3.2. En observatör skattar de tillstånd som ej går att mäta genom att mäta utsignalen från systemet. En observatör kan beskrivas enligt

$$\hat{\dot{x}} = A\hat{x} + Bu + L(y - C\hat{x}) \quad (3.15)$$

där A , B och C kommer från tillståndsmodellen för systemet, y är utsignalen och \hat{x} är en skattning från det simulerade tillståndet. Matrisen L är den matris som är möjlig att dimensionera för att förändra beteendet hos observatören. En vanlig omskrivning av (3.15) är

$$\hat{\dot{x}} = (A - LC)\hat{x} + Bu + Ly \quad (3.16)$$

I (3.16) är $(A - LC)$ systemmatrisen för observatören, där egenvärdena till denna matris resulterar i observatörens poler. Matrisen L kan dimensioneras för att uppnå ett önskad polplacering hos observatören. En tumregel är att polerna till $(A - LC)$ ska vara två till fem gånger snabbare än polerna till $(A - BK)$ (Bakshi & Bakshi, 2008). Detta för att observatörens dynamik inte ska påverka det återkopplade systemets dynamik (Stein, 2003). Ju större värde på observatörens poler i förhållande till det återkopplade systemet, desto snabbare kommer skattningsfelet

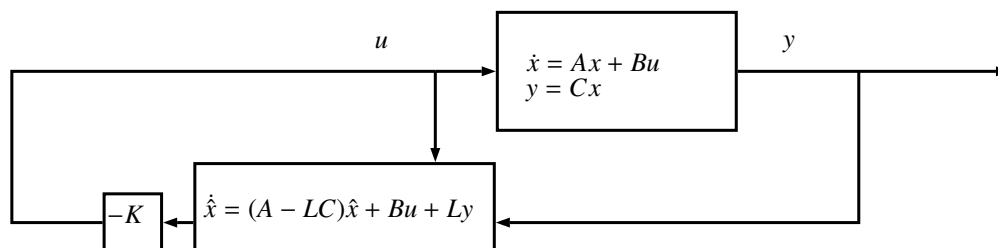
$$\tilde{x} = x - \hat{x} \quad (3.17)$$

gå mot noll. Konsekvenserna av att ha snabba poler hos observatören är att den blir mer känslig för mätstörningar.

Ett krav för att kunna införa en observatör är att systemet är observerbart (Lennartson, 2002). Observerbarhet uppfylls då matrisen O från (3.18) har full rang vilket motsvarar $\det(O) \neq 0$.

$$O = \begin{bmatrix} C \\ CA \\ CA^2 \\ \vdots \\ CA^{n-1} \end{bmatrix} \quad (3.18)$$

I (3.18) är A -matrisen från (3.6) samt C är matrisen från (3.7).



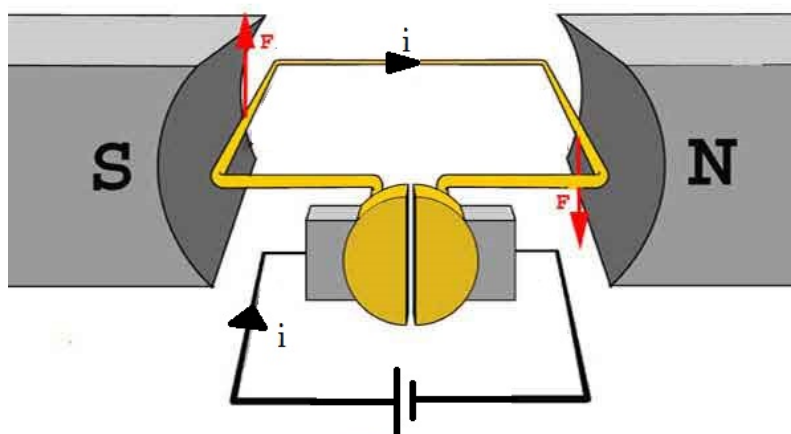
Figur 3.2: System med med förstärkning K samt observatör

3.6 Likströmsmotor

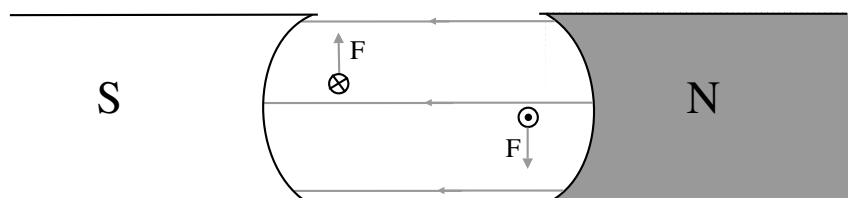
Den elektriska likströmsmotorn är enkel i sin uppbyggnad. En rotor som leder en elektrisk ström sitter inuti en permanentmagnetiserad stator enligt Figur 3.3. Magnetfältet, \mathbb{B} , verkar då med en kraft, F , på ledaren enligt

$$F = \mathbb{B}il \quad (3.19)$$

där i utgör strömmen i ledaren med längd l , som är ortogonal med \mathbb{B} . Se även Figur 3.4.



Figur 3.3: Likströmsmotorns uppbyggnad; borstarna överför strömmen till rotorn mellan statorns nord- och sydpol (Surana, 2013). Omarbetad med tillstånd.



Figur 3.4: Krafter på ledare i magnetfält i en likströmsmotor.

Den elektriska delen av likströmsmotorn kan beskrivas med en ekvivalent elektrisk krets enligt Figur 3.5 (Lennartson, 2002). Den pålagda spänningen, u_a , från en extern spänningskälla läggs över den inre resistansen, R_a , och induktansen, L_a , som hämtats från datablad (MicroMotors, 2011).

Matematisk modell av likströmsmotorn

Motorn som används är en ankarstyrd permanentmagnetiserad likströmsmotor. Att en motor är ankarstyrd innebär att fältströmmen, i_f , är konstant och ankarströmmen, i_a , kan variera. Det andra fallet är när motorn är fältstyrd innebär att ankarströmmen, i_a , är konstant och i_f den styrande strömmen (Lennartson, 2002). Ankarströmmen bestämmer vridmomentet för motorn enligt

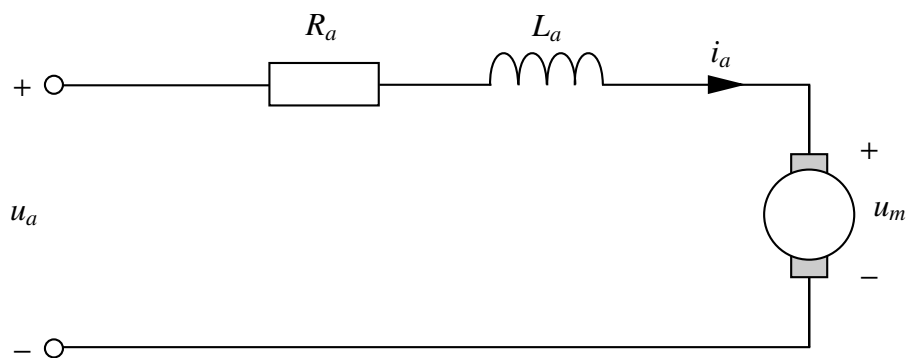
$$T_d = K_m i_a \quad (3.20)$$

där K_m är motorkonstanten och T_d det drivande momentet. Motorn kan schematiskt beskrivas som i Figur 3.5. Med hjälp av Kirchoffs spänningslag fås

$$u_a = R_a i_a + L_a \frac{di_a}{dt} + u_m \quad (3.21)$$

med beteckningar enligt Figur 3.5. Den inducerade spänningen u_m uppstår på grund av rotorns rotation i det konstanta magnetfältet från statorn. Denna spänning är proportionerlig mot rotorns vinkelhastighet ω enligt

$$u_m = K_m \omega \quad (3.22)$$



Figur 3.5: Ekvivalent elektrisk krets för likströmsmotor.

4

Metod

I detta kapitel appliceras teorin från föregående kapitel på det fysikaliska system som ska regleras. En matematisk modell som beskriver systemets rörelse tas fram för att kunna skapa en modell av systemet i en simuleringsmiljö. Utifrån denna modell kommer en observatör samt regulator dimensioneras. Kapitlet behandlar även processen med påbyggnaden samt upprustningen av den praktiska uppställningen.

4.1 Matematisk modellering

För att kunna göra en matematisk modell av systemet behöver slädens och pendlarnas positioner beskrivas. Detta görs med generaliserade koordinater. Dessa är framtagna genom att studera hur massorna i systemet rör sig. De båda pendlarna beskrivs med var sin vinkelkoordinat, θ_1 respektive θ_2 , då de endast roterar kring en axel. Slädens förflyttning sker endast i horisontalled. Då räcker det med en koordinat, q , för att beskriva dess position. De generaliserade koordinaterna är oberoende av varandra vilket innebär att om en koordinat fixeras kan resten av systemet fortfarande röra sig fritt. Om istället kartesiska koordinater används för att beskriva systemet krävs det fem koordinater (till exempel $x_{\text{släde}}, x_1, y_1, x_2, y_2$), som inte är oberoende av varandra.

Modell av inverterad dubbelpendel

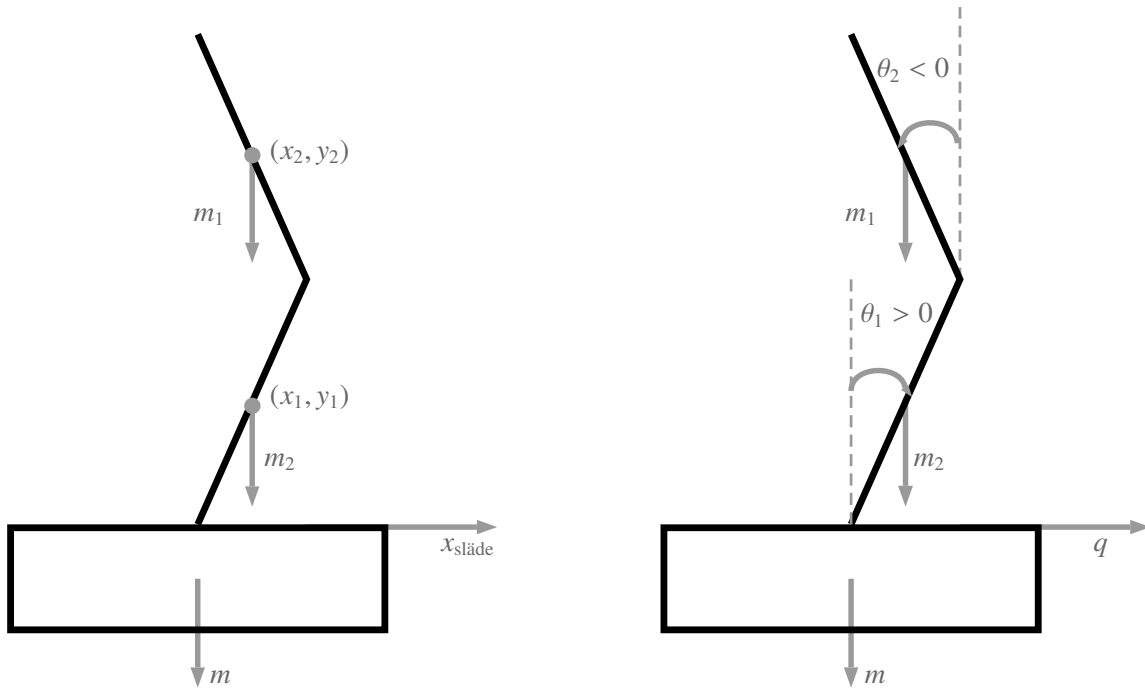
I Figur 4.1 illustreras de generaliserade koordinater som används för att beskriva positionerna för de olika massorna. q_0, q_1 och q_2 representerar positionerna för m, m_1 respektive m_2 uttryckta i de generaliserade koordinaterna. Den översta raden beskriver positionen hos massorna i horisontalled och den undre raden i vertikalalled. Slädens position beskrivs med följande generella koordinat

$$q_0 = \begin{bmatrix} q \\ 0 \end{bmatrix}$$

Då pendlarna är homogena beräknas masscentrum ligga i mitten av pendlarna och de generella koordinaterna för den inre respektive den yttre pendeln blir då

$$q_1 = \begin{bmatrix} q + \sin(\theta_1)\frac{l_1}{2} \\ \cos(\theta_1)\frac{l_1}{2} \end{bmatrix}, \text{ respektive } q_2 = \begin{bmatrix} q + \sin(\theta_1)l_1 + \sin(\theta_2)\frac{l_2}{2} \\ \cos(\theta_1)l_1 + \cos(\theta_2)\frac{l_2}{2} \end{bmatrix}$$

där l_1, l_2 är längden hos pendlarna.



Figur 4.1: Till vänster ses slädens och pendlarnas position beskrivna med kartesiska koordinater. Till höger ses slädens och pendlarnas position uttrycka i generaliserade koordinater.

Pendlarnas utformning kan ses som ett rätblock och masströghetsmomentet för den inre pendeln ges av

$$I_1 = \frac{m_1}{12} (l_1^2 + d_1^2) \quad (4.1)$$

och på samma sätt blir det för den yttre pendeln

$$I_2 = \frac{m_2}{12} (l_2^2 + d_2^2) \quad (4.2)$$

där d_1 och d_2 är tjockleken och m_1, m_2 är massan hos pendlarna.

Euler-Lagranges ekvationer

För att bestämma systemets rörelse används Euler-Lagranges ekvationer. Systemets kinetiska energi, T , i (3.1) ges av

$$\begin{aligned} T &= \frac{1}{2}m\|\dot{q}_0\|^2 + \frac{1}{2}m_1\|\dot{q}_1\|^2 + \frac{1}{2}m_2\|\dot{q}_2\|^2 = \\ &= \frac{1}{2}\left(m\dot{q}^2 + m_1\left[\left(\dot{q} + \dot{\theta}_1 \frac{l_1}{2} \cos(\theta_1)\right)^2 + \left(\dot{\theta}_1 \frac{l_1}{2} \sin(\theta_1)\right)^2\right] + \right. \\ &\quad \left. m_2\left[\left(\dot{q} + l_1\dot{\theta}_1 \cos(\theta_1) + \frac{l_2}{2}\dot{\theta}_2 \cos(\theta_2)\right)^2 + \left(\sin(\theta_1)\dot{\theta}_1 l_1 + \sin(\theta_2)\dot{\theta}_2 \frac{l_2}{2}\right)^2\right]\right) \quad (4.3) \end{aligned}$$

och systemets rörelseenergi, V , i (3.1) ges av

$$V = g \left[m_1 \frac{l_1}{2} \cos(\theta_1) + m_2 \left(\cos(\theta_1) l_1 + \cos(\theta_2) \frac{l_2}{2} \right) \right] \quad (4.4)$$

För de generaliserade krafterna gäller följande

$$Q_0 = u - f_c, \quad Q_1 = -f_{c,1}, \quad Q_2 = -f_{c,2}$$

där u är den pålagda kraften från motorn och f_c , $f_{c,1}$ och $f_{c,2}$ friktionskrafterna för släden och pendlarna. Tm -matrisen blir då:

$$Tm = \begin{bmatrix} Q_0 \\ Q_1 \\ Q_2 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

Genom att sätta in (4.4), (4.3) i (3.1) och sedan använda den ekvationen tillsammans med (4.5) i (3.2) erhålls andra ordningens kopplade differentialekvationer som beskriver systemet. Dessa ekvationer är komplicerade och ett ekvivalent matrissystem skapas därför för att underlätta beräkningarna. Matrissystemet som byggs upp ges av följande

$$D(\theta_1, \theta_2) \ddot{\mathbf{x}} + E(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) \dot{\mathbf{x}} + G(\theta_1, \theta_2) = Tm \quad (4.6)$$

där D -matrisen innehåller koefficienter för andraderivator, E -matrisen innehåller koefficienter för förstaderivator, G -matrisen innehåller termer utan derivator och Tm -matrisen innehåller de generaliserade krafterna. Vektorerna \mathbf{x} och $\dot{\mathbf{x}}$ beskriver de generaliserade koordinaterna samt dess derivator enligt

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} q \\ \theta_1 \\ \theta_2 \end{bmatrix}, \quad \dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} \dot{q} \\ \dot{\theta}_1 \\ \dot{\theta}_2 \end{bmatrix}$$

D -matrisen för systemet ser ut enligt

$$D(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} d_1 & d_4 \cos(\theta_1) & d_7 \cos(\theta_2) \\ d_2 \cos(\theta_1) & d_5 & d_8 \cos(\theta_1 - \theta_2) \\ d_3 \cos(\theta_2) & d_6 \cos(\theta_1 - \theta_2) & d_9 \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

där koefficienterna är följande

$$\begin{cases} d_1 = m + m_1 + m_2 \\ d_2 = l_1 (0,5m_1 + m_2) \\ d_3 = 0,5l_2m_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} d_4 = l_1 (0,5m_1 + m_2) \\ d_5 = l_1^2 (0,5^2m_1 + m_2) + I_1 \\ d_6 = 0,5l_1l_2m_2 \end{cases}, \quad \begin{cases} d_7 = 0,5l_2m_2 \\ d_8 = 0,5l_1l_2m_2 \\ d_9 = l_2^2m_2 + I_2 \end{cases}$$

Motsvarande E -matris som innehåller koefficienterna för systemets första derivator blir

$$E(\theta_1, \theta_2, \dot{\theta}_1, \dot{\theta}_2) = \begin{bmatrix} 0 & e_4 e_5 \sin(\theta_1) & e_7 \sin(\theta_2) \dot{\theta}_2 \\ 0 & 0 & e_8 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_2 \\ 0 & e_6 \sin(\theta_1 - \theta_2) \dot{\theta}_1 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

där koefficienter är

$$\begin{cases} e_4 = -(0,5m_1 + m_2)l_1 \\ e_6 = -0,5l_1l_2m_2 \\ e_7 = -0,5l_2m_2 \\ e_8 = 0,5l_1l_2m_2 \end{cases}$$

Slutligen, innehållande de icke-deriverade koefficienterna, fås G -matrisen enligt

$$G(\theta_1, \theta_2) = \begin{bmatrix} 0 \\ gd_2 \sin(\theta_1) \\ -gd_3 \sin(\theta_2) \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

4.2 Modell av likströmsmotor med roterande last

Motorn har ett drivande moment, T_d , samt dämpning B . Ur Figur 4.2 kan momentekvationen på lastsidan härledas och ger följande

$$T_d = B\omega + J \frac{d\omega}{dt} \quad (4.10)$$

där det externa vridmomentet, T_l , kan ses som

$$T_l = J \frac{d\omega}{dt} \quad (4.11)$$

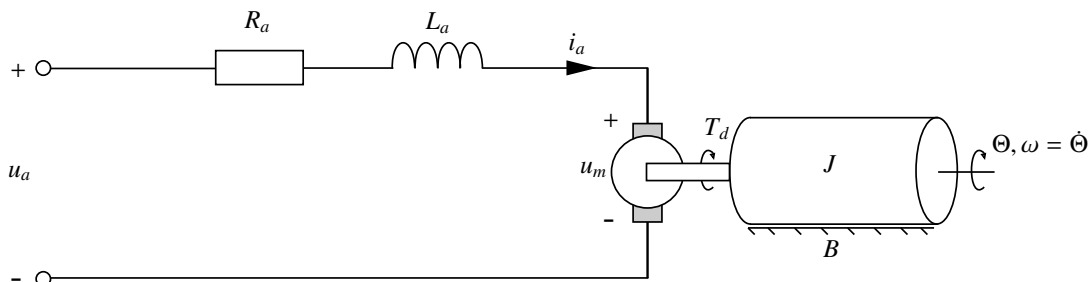
I (3.21) kan induktansen, L_a , antas vara liten nog att försummas. En kombination av (3.21), (3.20) och (3.22) gör att i_a kan elimineras och leder till följande ekvation

$$T_l = \frac{K_m u_a}{R_a} - \left(B + \frac{K_m^2}{R_a} \right) \omega \quad (4.12)$$

I den matematiska modellen (4.6) är insignalen, u , den kraft som verkar på släden. Eftersom släden är direkt kopplad till motorn leder detta till att vridmomentet, T_l , är det vridmoment som verkar på släden. Sambandet mellan vridmomentet, T_l , och kraften, F_l , är

$$F_l = \frac{T_l}{r} \quad (4.13)$$

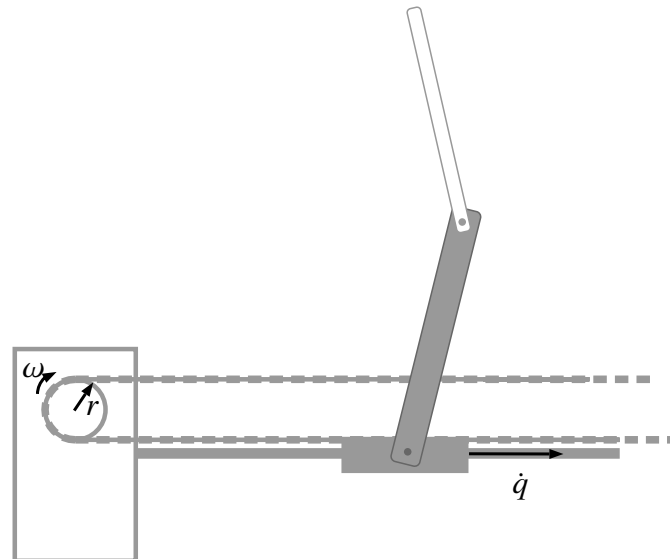
där r är drivhulets radie.



Figur 4.2: Ekvivalent elektrisk krets med roterande last för en likströmsmotor.

4.3 Relation mellan motorn och dubbelpendeln

För att få en fullständig bild av systemet krävs en beskrivning av hur motorn integrerar med konstruktionen. Dessa två har i avsnitt 4.1 samt 4.2 modellerats separat men behöver bindas samman för att implementeras i Simulink.



Figur 4.3: Beroendet mellan slädens hastighet \dot{q} , motorns vinkelhastighet ω och motorns radie r .

Släden är mekaniskt sammankopplad med motoraxeln via dragremmar, vilket visas i Figur 4.3. Detta resulterar i

$$\dot{q} = r\omega. \quad (4.14)$$

I modelleringen implementeras detta genom att återkoppla \dot{q} från tillståndsmodellen till motorn.

4.4 Linjärisering

För att kunna designa en regulator behöver systemet linjäriseras. Systemet som beskrivs i (4.6) uppfyller ej kraven för ett linjärt system då superpositionsprincipen, beskriven i avsnitt 3.2, ej är uppfylld. Eftersom en regulator ska designas till systemet behöver därför en linjärisering genomföras. Först definieras följande tillståndsvektor

$$x = \begin{cases} x_1 = q \\ x_2 = \theta_1 \\ x_3 = \theta_2 \\ x_4 = \dot{q} \\ x_5 = \dot{\theta}_1 \\ x_6 = \dot{\theta}_2 \end{cases} \quad (4.15)$$

4. Metod

Eftersom systemet inte är linjärt kan inte en linjär tillståndsmodell beskriva systemet. Tillståndsmodellen som ska beskriva det linjäriserade systemet ser ut som följer

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (4.16)$$

$$y = Cx \quad (4.17)$$

där \dot{x} är en vektor som består av derivatorna $\dot{x}_1, \dots, \dot{x}_6$. För att (4.6) ska efterlikna (4.16) bryts högsta derivatorna, \dot{x} , ut från (4.6) till vänsterledet. Detta ger en liknande modell som (4.16) men där matriserna A , B och C är beroende av x_1, \dots, x_6 . Denna olinjära modell kan skrivas som

$$\dot{x} = A(x)x + B(x)u \quad (4.18)$$

$$y = C(x)x \quad (4.19)$$

För att linjärisera och skapa en linjär tillståndsmodell skapas jacobianmatriserna, A , B samt C . Jacobianmatriserna består av första ordningens partiella derivator till respektive matris, $A(x)$, $B(x)$ och $C(x)$, där arbetspunkterna (x_1, \dots, x_6) är satta till noll. Utifrån följande matris

$$A(x) = \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 & & & & & \\ & 0 & & & & \\ & & 0 & & & \\ & & & 0 & & \\ & & & & 0 & \\ & & & & & 0 \end{bmatrix}}^{6 \times 6} & \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \\ & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{6 \times 1} & + & \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -D(x_2, x_3)^{-1}G(x_2, x_3) \end{bmatrix}}^{6 \times 1} \end{matrix} \quad (4.20)$$

kan jacobianmatrisen A tas fram enligt teorin som beskrivs i avsnitt 3.3. På samma sätt kan jacobianmatrisen B tas fram utifrån

$$B(x) = \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}}^{6 \times 1} \\ \underbrace{D(x_2, x_3)^{-1}Tm}_{3 \times 1} \end{matrix} \quad (4.21)$$

samt jacobianmatrisen C från

$$C(x) = \begin{matrix} \overbrace{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}}^{3 \times 6} & \overbrace{\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \end{bmatrix}}^{6 \times 1} \end{matrix} \quad (4.22)$$

I ovan ekvationer fås matriserna Tm , $D(x_2, x_3)$, $E(x_2, x_3, x_5, x_6)$ och $G(x_2, x_3)$ från (4.5), (4.7), (4.8) samt (4.9). Detta ger då en linjär tillståndsmodell enligt (4.16). För att skapa en

tillståndsåterkoppling där alla tillstånd kan regleras måste systemet vara styrbart. Denna beräkning gjordes i Matlab och systemet visade sig vara styrbart. För att kontrollera att systemet är styrbart bildas en styrbarhetsmatris med hjälp av A och B enligt

$$S = [B \ AB \ \dots \ A^{n-1}B] \quad (4.23)$$

där n är antalet tillståndsvariabler. Om systemet har en insignal, vilket det studerade systemet har, är det styrbart om $\det(S) \neq 0$. Detta innebär att en önskad polplacering kommer kunna uppnås med hjälp av en regulator i tillståndsåterkopplingen.

4.5 Regulatordesign

För att uppfylla projekt målet att klara en vinkelavvikelse på 5° vid startläget krävs en väl dimensionerad regulator. De begränsningar den fysiska konstruktionen har finns med i beräkningarna när regulatorn dimensioneras. Dessa begränsningar är följande:

- Motorns maximala peak-to-peak är 24 V, där -12 V är den lägsta tillåtna spänningen och 12 V den högsta tillåtna.
- Banan släden kan röra sig på är 0,9 m lång och släden kan börja var som helst på banan.

Tillståndsmodellen har sex tillståndsvariabler samt en insignal vilket gör att viktmatriserna blir följande

$$Q = \begin{bmatrix} q_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & q_2 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & q_3 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & q_4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & q_5 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & q_6 \end{bmatrix}, \quad R = r_1 \quad (4.24)$$

Genom teorin från avsnitt 3.4 kan en vektor med sex förstärkningar tas fram med hjälp av värdena av q_1, \dots, q_6 samt r_1 som gjorts för respektive regulator. Dessa förstärkningar viktas med respektive tillstånd i återkopplingen.

Det bestämdes i projektet att tre olika regulatorer skulle dimensioneras och simuleras men endast en var tänkt att implementeras på konstruktionen. Kravet som ställs på alla regulatorerna är att de ska klara av projektets mål, alltså ska pendlarna kunna balanseras vid en startvinkel på 5° . Utöver detta krav ska respektive regulator även klara av följande:

- Regulator 1: Ska endast klara av projektets mål. Det är denna regulator som är tänkt att implementeras på konstruktionen.
- Regulator 2: Ska använda så liten del som möjligt av banans längd.
- Regulator 3: Ska klara så stor vinkelavvikelse vid start som möjligt.

Regulatorerna dimensionerades med hjälp av simuleringar där slädens position, vinkeln hos både den inre och yttre pendeln samt styrsignalen studerades. I simuleringarna testades olika straff för q_1, \dots, q_6 samt r_1 för att uppnå ett önskat beteende hos systemet.

4.6 Estimering av tillstånd

Eftersom endast x_1 , x_2 och x_3 är mätbara på konstruktionen krävs en metod för att skatta dess derivator, x_4 , x_5 och x_6 . Systemet uppfyllde kravet för observerbarhet vilket resulterade i att en observatör kunde skapas. Polerna till systemet med Regulator 1 implementerad togs fram och resulterade i

$$(A - BK)_{\text{poler}} = \begin{bmatrix} -186,63 \\ -7,95 + 5,04i \\ -7,95 - 5,04i \\ -0,32 \\ -1,01 + 0,91i \\ -1,01 - 0,91i \end{bmatrix} \quad (4.25)$$

Utifrån polplaceringen för det återkopplade systemet kunde ett lämpligt val för polplacering till $(A - LC)$ göras. För att bestämma hur polerna skulle väljas testades olika polplaceringar för $(A - LC)$ för att sedan studera hur det modellerade systemet tillsammans med införande av observatör beteende sig med dessa. Detta resulterade i L enligt

$$L = \begin{bmatrix} 11,27 & 0 & 0 \\ 0 & 10,12 & 0 \\ 0 & 0 & 272,6 \\ 15,96 & -4,4 & 0,4814 \\ 0 & 78,28 & -27,85 \\ 0 & -93,37 & 526,84 \end{bmatrix} \quad (4.26)$$

och polplaceringen för $(A - LC)$ resulterade i

$$(A - LC)_{\text{poler}} = \begin{bmatrix} -270,9 \\ -9,6 \\ -9,6 \\ -0,5 \\ -1,7 \\ -1,7 \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

Detta val av L gav mellan 1,1 till 1,7 gånger snabbare poler hos $(A - LC)$ i förhållande till polerna hos $(A - BK)$.

4.7 Konstruktion

För att använda de teoretiska modeller och simuleringar som behandlats tidigare krävs någon form av praktisk uppställning för att visa att pendeln går att balansera. En del förklaringar har gjorts gentemot verkligheten i den matematiska modellering när det gäller att behandla exempelvis tröghetsmoment hos oregelbundna former. Exempelvis består den inre pendeln av fästen och givare och är därför inte ett exakt rätblock till formen.

4.7.1 Val av mikrokontroller

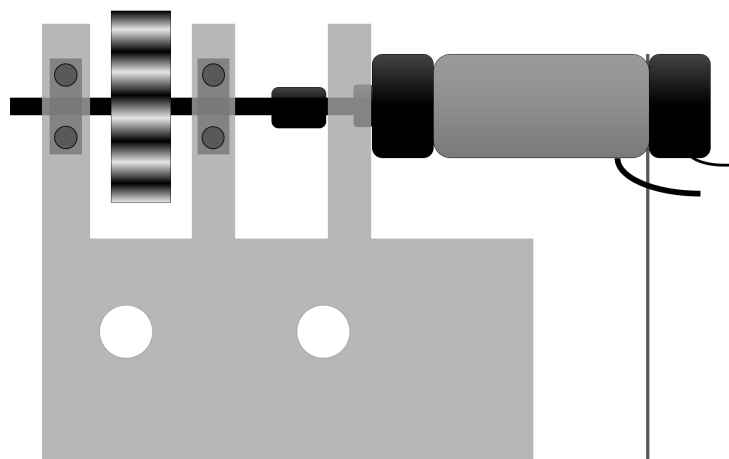
Valet av mikrokontroller föll på en Arduino DUE då Simulink har ett färdigt paket för integration mellan Arduino och Simulink. Att bygga en egen motsvarande enhet hade varit ett alternativ, men ligger långt utanför projektets ramar, detta då såväl hårdvara som mjukvara måste byggas från grunden. Arduino DUE använder sig av 3,3 V-logik och därför måste viss försiktighet iaktas vid inkoppling av sensorer som kräver högre spänningar för att inte skada I/O-portarna (Arduino, 2016).

4.7.2 Analys av brister och fel

Den tidigare prototypställningen var konstruerad för ett tidigare kandidatarbete och för att förbättra den analyserades dess starka och svaga sidor. Vid undersökningen framkom det att de fanns stor friktion och tröghet i systemet vilket omöjliggör den snabba responstid som krävs för att lyckas balansera en dubbelpendel. Tidigare års arbete hade dessutom problem med att deras mikrokontroller slutade fungera mycket nära slutet av deras projekt utan att de lyckades ta reda på varför. Felsökning har visat att den elektriska kontakt på reläkortet som styr spänning och ström till motorn var kortsluten, detta har troligtvis lett till att den tidigare mikrokontrollern fått för höga spänningsnivåer på I/O-portarna och därmed bränt mikroprocessorn. Reläkortet kan användas till att strömförsöka hela mikrokontrollen om spänningen till motorn inte överstiger 9 V. Tidigare projekt försörjde den med 12 V vilket ledde till att mikroprocessorn skadades.

4.7.3 Åtgärder

För att undvika att mikroprocessorn bränns har kretsen brutits på reläkortet vilket resulterat i att spänningen över motorn inte kan överstiga 9 V. För att minska trögheten hos släden har cirka 40% av dess volym frästs bort vilket har lett till att vikten minskat från cirka 800 g till 463 g. En större ombyggnad av infästningen av drivhjulet på motorsidan har skett, detta för att minska friktionen. Detta ledde till att problemet som tidigare funnits med ojämn gång i växellådan lösts. Den tidigare infästningen har byggts om från grunden till det nuvarande motorfästet med två kullagrade axelhållare. Denna nybyggnation kan nu stå emot stora krafter från remmen, detta gör att det går att spanna remmen hårdare och därmed få mindre fördröjning i systemet. Se Figur 4.4 för en bild av hur det nya motorfästet är konstruerat.



Figur 4.4: Motorfäste med dubbla kullager för att avlasta motor och växellåda från radiella krafter.

5

Resultat

I detta kapitel presenteras samt studeras resultat från simuleringar där tre olika regulatorer testats. Resultaten är inhämtade från simuleringar i Simulink och sedan exporterade till Matlab för att underlätta analys samt skapa grafer.

5.1 Simulering

I simuleringförsöken undersöktes tre olika dimensioneringar av LQ-regulatorer. Respektive regulator skulle balansera dubbelpendeln och samtidigt uppfylla kraven som ställdes i avsnitt 4.5. Regulatorerna dimensionerades utifrån antagandet att alla tillstånd är mätbara. I avsnitten nedan presenterar vi styrsignalens karaktäristik samt slädens och pendlarnas läge. Viktiga värden från simuleringresultaten förklaras i Tabell 5.1 och resultaten av dessa värden presenteras under respektive avsnitt för varje regulator.

Tabell 5.1: Förklaring av beteckningar

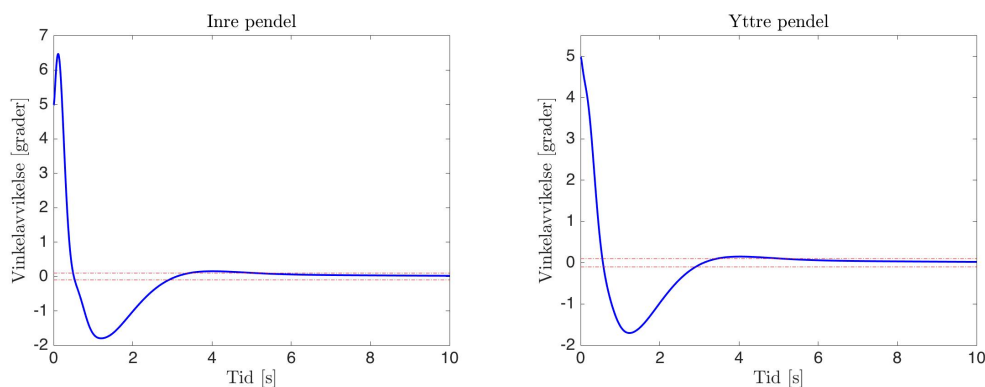
Beteckning	Förklaring
v_{pp}	Peak-to-peak-värdet för styrsignalen till motorn under simuleringstiden [V]
v_{min}	Minsta värdet för motorn under simuleringstiden [V]
v_{max}	Största värdet för motorn under simuleringstiden [V]
$p_{inre,pp}$	Peak-to-peak-värdet för inre pendel under simuleringstiden [°]
$p_{inre,min}$	Minsta värdet för inre pendel under simuleringstiden [°]
$p_{inre,max}$	Största värdet för inre pendel under simuleringstiden [°]
$t_{inre,0,01}$	Tiden innan inre pendeln befinner sig inom $\pm 0,01^\circ$ från jämviktsläget [s]
$p_{yttre,pp}$	Peak-to-peak-värdet för yttre pendel under simuleringstiden [°]
$p_{yttre,min}$	Minsta värdet för yttre pendel under simuleringstiden [°]
$p_{yttre,max}$	Största värdet för yttre pendel under simuleringstiden [°]
$t_{yttre,0,01}$	Tiden innan yttre pendeln befinner sig inom $\pm 0,01^\circ$ från jämviktsläget [s]
s_{pp}	Slädens förflyttning längs banan under simuleringstiden [m]

5.1.1 Regulator 1

Den första regulatordesignen skulle göra att dubbelpendel klarade av en initial vinkelavvikelse på 5° från jämviktsläget. Viktmatrixerna Q och R dimensionerades enligt

$$Q = \begin{bmatrix} 10 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 150 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 150 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 \end{bmatrix}, \quad R = 1 \quad (5.1)$$

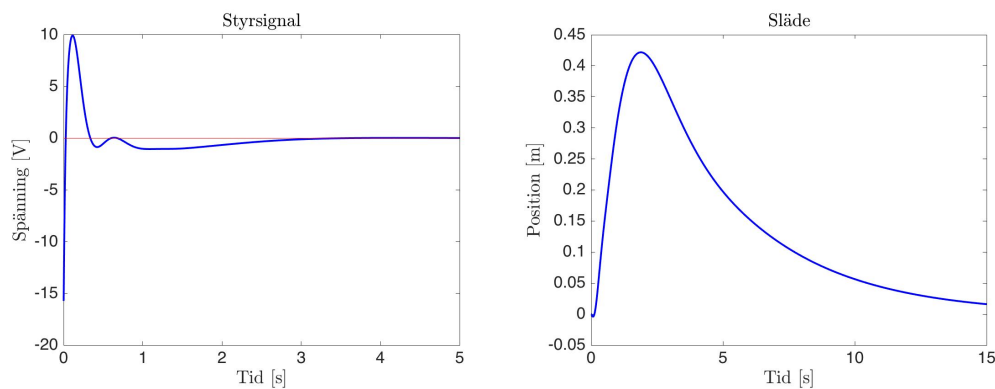
Denna regulatordesign resulterade i pendelrörelser enligt Figur 5.1 och styrsignal och slädförflyttning enligt Figur 5.2.



(a) Inre pendelns rörelse under 10 s med en startvinkel på 5° . (b) Yttre pendelns rörelse under 10 s med en startvinkel på 5° .

Figur 5.1: Simuleringsresultat för den inre pendeln, (a), och den yttre pendeln, (b), med Regulator 1.

Med Regulator 1 tar det cirka 6 s för båda pendlarna att stabiliseras och balanseras i upprätt läge. Styrsignalen planar ut och går mot 0 V efter 4 s, trots det fortsätter slädens förflyttning i flera sekunder. Detta är ett resultat av den låga friktionskonstant, f_c , för släden som användes i simuleringen. För exakta tider och övrigt värden för simuleringen med Regulator 1 se Tabell 5.2.



(a) Motorns styrsignal under 5 s med Regulator 1. (b) Slädens förflyttning längs banan under 15 s.

Figur 5.2: Simuleringsresultat för styrsignalen, (a), och slädens position, (b), med Regulator 1.

Tabell 5.2: Resultat från simuleringen av systemet med Regulator 1 implementerad

Beteckning	Förklaring
v_{pp}	18,14 V
v_{min}	-11,2 V
v_{max}	6,93 V
$p_{inre,pp}$	8,27°
$p_{inre,min}$	-1,80°
$p_{inre,max}$	6,47°
$t_{inre,0,01}$	5,10 s
$p_{yttre,pp}$	6,69°
$p_{yttre,min}$	-1,70°
$p_{yttre,max}$	4,99°
$t_{yttre,0,01}$	5,08 s
s_{pp}	0,43 m

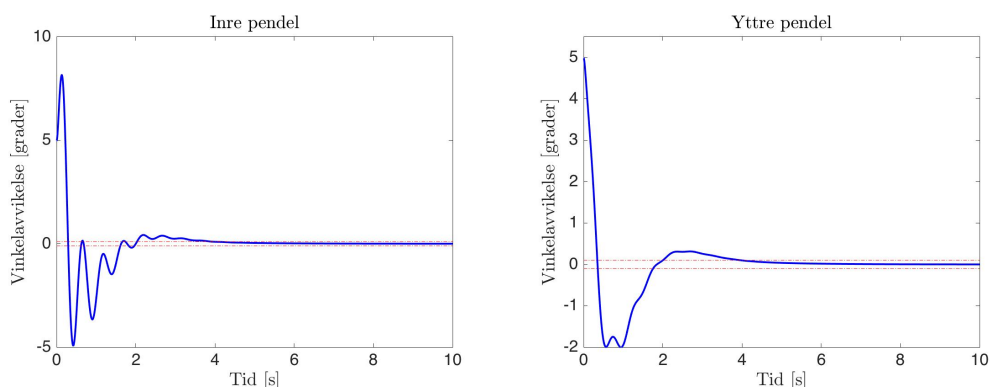
5.1.2 Regulator 2

Den andra regulatorns syfte var att reglera systemet så att slädens förflyttning längs banan var så liten som möjligt. Detta innebär att s_{pp} skulle minimeras. Utifrån simuleringstester kunde viktmatriserna väljas enligt

$$Q = \begin{bmatrix} 120 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 25 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 25 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 200 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 60 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 70 \end{bmatrix}, \quad R = 0,89 \quad (5.2)$$

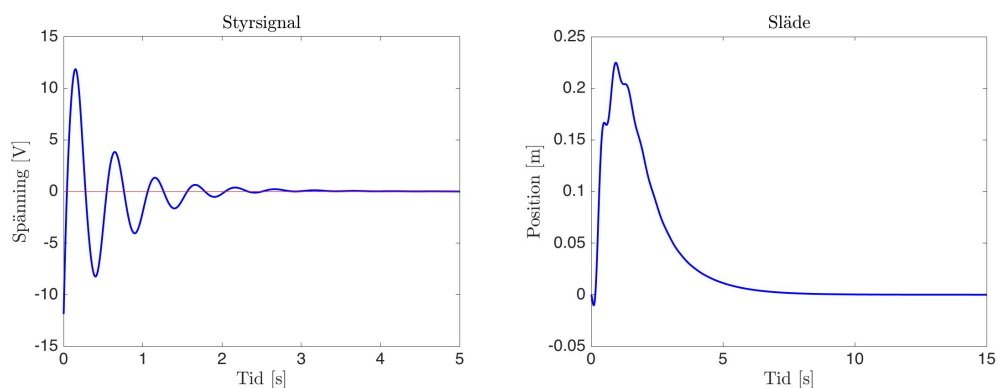
Denna regulatordesign resulterade i pendelrörelser enligt Figur 5.3 och styrsignal och slädförflyttning enligt Figur 5.4. Under de första sekunderna varierar den inre pendelns

5. Resultat



(a) Inre pendelns rörelse under 10 s med en startvinkel på 5° . (b) Yttre pendelns rörelse under 10 s med en startvinkel på 5° .

Figur 5.3: Simuleringsresultat för den inre pendeln, (a), och den yttre pendeln, (b), med Regulator 2



(a) Motorns styrsignal under 5 s med Regulator 2. (b) Slädens förflyttning längs banan under 15 s.

Figur 5.4: Simuleringsresultat för styrsignalen, (a), och slädens position, (b), med Regulator 2

vinkel kraftigt, men efter 6 s har båda pendlarna stabiliserats och balanseras i upprätt läge. Styrsignalen oscillerar till en början men planar ut och går mot 0 V efter 4 s. Släden visar på liknande beteende som för Regulator 1 med den låga friktionen, skillnaden i detta fallet är att förflyttningen är mindre. Slädens rörelse längs banan, s_{pp} , blev 0,23 m, vilket redovisas i Tabell 5.3 tillsammans med andra utvalda värden från simuleringen med Regulator 2.

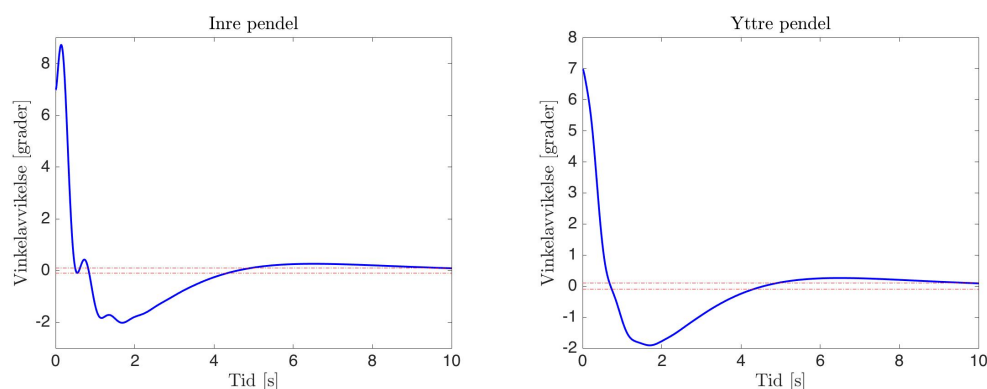
Tabell 5.3: Resultat från simuleringen av systemet med Regulator 2 implementerad

Beteckning	Förklaring
v_{pp}	23,73 V
v_{min}	-11,88 V
v_{max}	11,88 V
$p_{inre,pp}$	13,08°
$p_{inre,min}$	-4,92°
$p_{inre,max}$	8,16°
$t_{inre,0,01}$	3,60 s
$p_{yttre,pp}$	6,99°
$p_{yttre,min}$	-2,00°
$p_{yttre,max}$	4,99°
$t_{yttre,0,01}$	3,55 s
s_{pp}	0,23 m

5.1.3 Regulator 3

Den tredje regulatorns syfte var att reglera systemet så att den initiala vinkelavvikelsen från jämviktsläget hos både inre och yttre pendeln kunde bli så stor som möjligt. Detta resulterade i viktmatriser enligt

$$Q = \begin{bmatrix} 4 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 10 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 80 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 11 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 500 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 500 \end{bmatrix}, \quad R = 1,45 \quad (5.3)$$

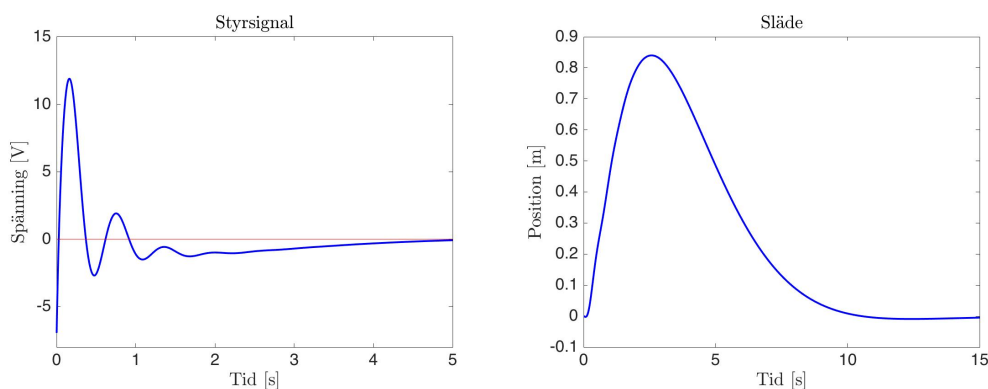


(a) Inre pendelns rörelse under 10 s med en startvinkel på 5°. (b) Yttre pendelns rörelse under 10 s med en startvinkel på 5°.

Figur 5.5: Simuleringsresultat för den inre pendeln, (a), och den yttre pendeln, (b), med Regulator 3

5. Resultat

Denna regulatordesign resulterade i pendelrörelser enligt Figur 5.5 och styrsignal och slädförflyttning enligt Figur 5.6. Med en större startavvikelse för pendlarna tar det 10 s för Regulator 3 att stabilisera och balansera pendlarna i upprätt läge. Styrsignalen planar ut och går mot 0 V efter 5 s. Släden visar på liknande beteende som för de två tidigare regulatorerna med den låga friktionen, skillnaden i detta fallet är att släden utnyttjar nästan hela räslängden, vilket redovisas i Tabell 5.4 tillsammans med andra utvalda värden från simuleringen med Regulator 3. Med Regulator 3 kunde systemet klara av en startvinkel på $6,99^\circ$ för den inre pendeln och $6,99^\circ$ för den yttre pendeln.



(a) Motorns styrsignal under 5 s med Regulator 2. (b) Slädens förflyttning längs banan under 15 s.

Figur 5.6: Simuleringsresultat för styrsignalen, (a), och slädens position, (b), med Regulator 3

Tabell 5.4: Resultat från simuleringen av systemet med Regulator 3 implementerad

Beteckning	Förklaring
v_{pp}	18,83 V
v_{min}	-6,94 V
v_{max}	11,89 V
$p_{inre,pp}$	$10,74^\circ$
$p_{inre,min}$	$-2,02^\circ$
$p_{inre,max}$	$8,72^\circ$
$t_{inre,0,01}$	9,79 s
$p_{yttre,pp}$	$8,90^\circ$
$p_{yttre,min}$	$-1,90^\circ$
$p_{yttre,max}$	$6,99^\circ$
$t_{yttre,0,01}$	9,76 s
s_{pp}	0,85 m

6

Diskussion

I detta kapitel kommer resultaten presenteras samt diskuteras tillsammans med de avvikelserna från verkligheten som uppstår i en simuleringsmiljö. Varför våra resultat enbart är presenterade som simuleringar diskuteras i 6.2, arbetet stötte på problem som tog för lång tid att lösa för att hinna leverera ett resultat från implementeringen. Även avvikelser från vårt källmaterial såsom polplaceringen hos vår observatör diskuteras.

6.1 Konstruktion

Att få arbeta praktiskt har varit mycket lärorikt och givande. Nya typer av problem har dykt upp som har ställt höga krav på vår förmåga att lösa problem. Processen ger bättre bild av svårigheterna som uppstår i en verklig process från modell till prototyp.

6.1.1 Avväganden

För arbetet med konstruktionen har framförallt tidsaspekten spelat en stor roll vid beslut kring investeringar och ombyggnationer. En stegmotor hade varit önskvärd för styrka och precision hos styrningen av släden, dock skulle detta försena tidsplanen för mycket. Detta eftersom en större ombyggnation av motorfästet inte kunde påbörjas innan den nya motorn levererats. Erfarenheter från byggnationen av det valda motorfästet visar också på att det kan finnas avvikelser i databladen gällande mått och toleranser, vilket ytterligare påverkar den tid som krävs vid konstruktion. Tack vare en del funderande så finns det nu en komplett prototypuppställning som kan förflytta släden med tillräcklig hastighet och dessutom leverera sensordata med hög upplösning till Arduinon.

6.1.2 Process

För att få till en lyckad konstruktion har de tillgängliga resurserna i prototyplabbet i form av erfarenhet och kunskap hos Jan och Reine utnyttjats till stor grad vid byggnationen. Att få stöd och kunskap under hela processen har varit avgörande för kvaliteten. Handledarna säger ifrån och tillåter inte alltför många genvägar vilket ger en bra förståelse för hur svårt det är att leverera en komplett produkt som ska uppfylla hårda krav på kvalitet och funktionalitet.

6.2 Problem vid implementering

Målet med projektet var att balansera en dubbelpendel i upprätt läge, det har vi i skrivande stund inte lyckats med. Det uppstod stora problem när givarsignalerna skulle skickas från encodern till Arduinon för att sedan behandlas i Simulink. Från början var förhoppningen att vi skulle göra ett program, ladda över det till Arduinon som gjorde alla beräkningar och skickade och tog emot signaler till motorn och från givarna. Vi hittade ett paket till Simulink med block som hanterade signalerna från encodern på ett önskvärt sätt men det var mer komplicerat att få det att fungera än vad vi trott. Vi har parallellt försökt att läsa av signalen och behandla den separat men eftersom encodern skickar mätdata med hög frekvens klarar nuvarande implementation på Arduinon inte av att utföra nödvändiga beräkningar.

Vi fick även problem med att läsa av vinkelgivaren. När den kopplades in och vi läste av datan i Simulink fick vi en icke-linjär utsignal, vilket inte var väntat. Vid vidare undersökning fann vi att utdatan faktiskt var linjär men att detta inte gick att se i Simulink.

6.3 Estimering av tillstånd

Polerna som valdes till $(A - LC)$ är långsammare än den tumregel som gäller vid val av poler för en observatör. Detta val gjordes eftersom systemet inte gick att stabilisera när snabbare poler valdes till $(A - LC)$.

6.4 Simuleringsresultat

För att komma fram till viktmatriserna gjordes ett antal tester där olika val av straff (q_1, \dots, q_6 samt R) studerades. Eftersom straffen är beroende av varandra gick det inte att ändra på ett straff utan att påverka ett tillstånd som i praktiken är kopplat till ett annat straff. Därför gjordes många försök att dimensionera en regulator som gjorde att systemet uppnådde ett önskat beteende. Eftersom en implementering aldrig gjordes dimensionerades regulatorerna utifrån antagandet att alla tillstånd var mätbara. Simuleringsresultaten visar att vår regulator skulle klara av att balansera pendlarna vid en implementation. Dessutom finns det viss marginal att göra vidare studier enligt Regulator 2 och 3 och samtidigt uppfylla projektets mål och avgränsningar.

6.4.1 Regulator 1

Eftersom den inre pendeln balanserar upp den yttre pendel drogs slutsatsen att den yttre pendel är den svåraste delen att balansera. Detta resulterade i att stor vikt lades på reglering av den yttre pendeln, det vill säga stora straff på tillstånden x_3 samt x_6 i förhållande till övriga straff. I denna dimensionering användas inte motorns fulla kapacitet eller rälsens hela längd. Dessa marginaler är väldigt viktiga att ha då regulatorn har dimensioneras utifrån ett system med endast en låg friktion som störning.

6.4.2 Regulator 2

För att få släden att röra sig så lite som möjligt längs banan valde vi ett mindre R än i föregående regulatordesign. Detta för att öka styrsignalen och därmed utnyttja hela det spann mellan ± 12 V som motorn klarar av. Straffen på x_1 samt x_4 , det vill säga de tillstånd som hör till släden, valdes större än tidigare jämfört med övriga straff. Detta för att få snabbare reaktion hos släden och därmed kunna uppnå målet att röra sig på så liten del av banan som möjligt. Denna snabba reaktion hos släden visade sig även hos tiden det tog för båda pendlarna att stabilisera sig. Den inre och den yttre pendel befann sig inom $0,01^\circ$ från jämviktsläget efter 3,60 s, respektive 3,55 s. Detta i jämförelse med den första regulatordesignen då motsvarande tider var 5,10 s respektive 5,08 s.

6.4.3 Regulator 3

I den tredje dimensioneringen satte banans längd samt motorns maximala ankarspänning begränsningen på hur stor initial vinkelavvikelse systemet klarade av. Vinkelavvikelsen kunde vara nästan 2° större än projektets mål på 5° . Tiden det tar för pendlarna att befinna sig inom $\pm 0,01^\circ$ från jämviktsläget var 9,76 s för den yttre pendeln och 9,79 s för den inre. Detta var ett väntat resultat eftersom pendlarnas vinkelavvikelse vid start var större än i föregående regulatorer vilket borde leda till längre tid att finna jämviktsläget.

6.5 Avvikelser från verkligheten

Simuleringarna gjordes under antagandet att systemet inte utsätts för några andra yttre störningar än friktion samt att alla tillstånd är mätbara. Den friktionskonstant som används i simuleringarna är troligtvis väldigt låg jämfört med den egentliga friktionen för släden. Dessa faktorer leder till att resultaten från en implementation troligtvis skulle skilja sig från simuleringsresultaten.

På konstruktionssidan är det, förutom friktionen, drivremmen som är en störning i systemet. Drivremmen är den del som binder samman drivningen från motorn med släden. Remmen är av gummi och därför töjbar, vilket är något som hade gjort att resultaten från simuleringen hade skilt sig från verkligheten.

7

Slutsats

I detta kapitel diskuteras arbetsprocessen samt reflektioner kring hur väl syftet i avsnitt 1.1 uppfylldes. Kapitlet behandlar även rekommendationer för framtida projekt med samma konstruktion där syftet är att balansera en inverterad pendel, såväl enkel som dubbel.

7.1 Process

I och med simuleringsresultatet är syftet uppfyllt då vår framtagna regulator klarar av att balansera den inverterade dubbelpendeln. Tyvärr har vi inte lyckats att balansera den på den praktiska uppställningen, även om indikationerna från simuleringarna tyder på ett lyckat resultat vid en implementation. Regulatorn uppfyller samtliga krav gällande fysiska begränsningar på räslängder och styrsignaler till motorn. Det är oklart hur mycket påverkan de faktorer som togs upp i avsnitt 6.5 kommer ha på en framtida implementering av regulatorn.

Arbetet har blivit försenat på grund av en rad problem som inte har med regulatorn att göra, utan snarare kommunikation och databehandling mellan Simulink, Arduino och de givare som används. Exempelvis har en högupplöst encoder använts, vilket lett till att nuvarande implementation gör att Arduinon inte kan sampla alla steg. Detta leder till att systemet förlorar information vilket ger ett instabilt system. Problem har även härstammat från trasig hårdvara då ett av fyra reläer var trasigt samt feltolkningar av tillgänglig information från tidigare arbete. Trots detta har vi goda förhoppningar om att lyckas med implementeringen till den praktiska uppställningen inom en inte alltför lång tidsrymd.

7.2 Rekommendationer

För att ytterligare lyfta konstruktionens prestanda gällande minskad tröghet samt friktion hade ett byte av linjÄrlager, vilket är den del som gör att släden kan röra sig längs banan, varit fördelaktigt. Även en ombyggnation av den sida på konstruktionen där motorn inte sitter hade bidragit till minskad tröghet samt friktion. Vidare skulle en elektrisk slÄpring i leden närmast släden möjliggöra fri rotation på pendlarna utan risk för att signalkablarna trasslar ihop sig. Gällande motorval så valde vi att behålla likströmsmotorn, men för att kontrollera styrningen av släden mer exakt så rekommenderar vi en framtida uppgradering till en stegmotor. Detta hade även underlättat positionsavläsningen eftersom stegmotorn har detta integrerat till skillnad från likströmsmotorn.

7. Slutsats

För att uppnå syftet att balansera en dubbelpendel på en praktisk uppställning borde friktionstester genomföras. Pendlarnas dynamik borde även undersökas för få den matematiska modell så verklighetstrogen som möjligt då även dessa tillför friktion till systemet. Detta hade gett mer exakta parametrar vilket hade underlättat vid designen av regulatorn.

Litteraturförteckning

- Arduino. (2016, mar). *Arduino products > arduino due [datablad]*. Hämtad 2016-05-02, från <https://www.arduino.cc/en/Main/ArduinoBoardDue>
- Bakshi, U. A. & Bakshi, M. E. (2008). *Modern control theory*. India, 1a uppl.: Technical Publications Pune.
- Boniface, K., McKay, M. P., Lucas, R., Shaffer, A. & Sikka, N. (2011). Serious injuries related to the segway personal transporter: A case series. *Annals of Emergency Medicine*, 57(4), 370-374.
- Fleckenstein, M., Gustavsson, A., Haddad, R. & Jerenvik, M. (2016). Swing up of a pendulum on a cart; Comparison of a Lyapunov based controller and a fuzzy logics controller. . (Projektarbete, Chalmers Tekniska Högskola, Institutionen för Signaler och System).
- Fransson, M., Mihajlovic, A. & Ståleby, A. (2013). Optimal styrning av pendel. *Institutionen för signaler och system, Chalmers tekniska högskola*. (Kandidatarbete, Chalmers Tekniska Högskola, Institutionen för Signaler och System).
- Glad, T. & Ljung, L. (2003). *Reglerteori: flervariabla och olinjära metoder*. Lund, 2a uppl.: Studentlitteratur.
- Kabel, M. (2010, jun). *Jas 39 gripen [elektronisk bild]*. Hämtad 2016-05-13, från <https://commons.wikimedia.org/w/index.php?curid=10726578>
- Lennartson, B. (2002). *Reglerteknikens grunder*. Lund, 4e uppl.: Studentlitteratur.
- Luce, R. D. (1991). *Response times: their role in inferring elementary mental organization*. Oxford, New York: Oxford University Press.
- MicroMotors. (2011). *Technical data series e192 [datablad]* (1a utgåvan). Viale Piave, 80/82 - 23879 VERDERIO. Hämtad 2016-04-20, från <http://www.micromotors.eu/E192.pdf>
- Muñiz-Rodríguez, F., Beauchamp-Báez, G., Cruz-Díaz, G. & Carlos Santos-Ferrer, J. (2015). *Optimal control design and implementation for the double inverted pendulum system in a graduate control course*. I Frontiers in Education Conference (FIE), 21-24 Oktober 2015. El Paso, Texas. doi: 10.1109/FIE.2015.7344272
- Novotechnik. (2007, jan). *Standard potentiometers series p2500 [datablad]* (2a utgåvan). Postfach 4220 73745 Ostfildern. Hämtad 2016-04-05, från <http://www.novotechnik.com/pdfs/P2500.pdf>
- Pixabay. (2013, okt). *Segway, scooter, balans, enhet [elektronisk bild]*. Hämtad 2016-05-13, från <https://pixabay.com/sv/segway-scooter-balans-enhet-160537/>
- Poon, D. C. K., Shieh, S.-S., Joseph, L. M. & Chang, C.-C. (2004). Reaching for the sky. *Civil Engineering (08857024)*, 74(1), 55 - 72.
- Rotary encoder e6b2-c [datablad]. (2011, Okt). Hämtad 2016-05-14, från <http://>

www.omron-pro.ru/doc/sensor/encoder/e6b2.PDF

Stein, G. (2003). Respect the unstable. *IEEE Control Systems*, 23(4), 12-25.

Surana, N. (2013, Jan). *Working or operating principle of dc motor [elektronisk bild]*. Hämtad 2016-05-13, från <http://www.electrical4u.com/working-or-operating-principle-of-dc-motor/>

A

Elektriska komponenter

Nedan följer en övergripande lista på de komponenter som använts vid den praktiska uppställningen. Listan är ej komplett då basala komponenter har utelämnats.

Tabell A.1: Komponentlista

Benämning	Tillverkare	Modell	Beskrivning
Likströmsmotor	Micro Motors	E192.12.5	12 V, integrerad 5:1 planetväxel
Vinkelsensor	Novotechnik	P2501A202	345° elektrisk avkänning, 2 k Ω , spänningsdelare
Encoder	Yumo	E6B2-CWZ3E	1024 pulser per varv, 3 faser
Mikrokontroller	Arduino	DUE	12-bit sampel på analoga 12 I/O, 54 digitala I/O, 3,3 V-logik
Reläkort	Arduino	Motor Shield	5-12 V_{DC} , 2 A, broms och strömmätning
AC/DC-Adapter	N/A	1205	12 V, 5 A

B

Inkoppling av elektrisk utrustning

De givare som använts kopplades in på mikrokontrollern enligt Tabell B.1

Tabell B.1: Inkoppling av givare på Arduino

Komponent	Funktionalitet	Arduino pin
Vinkelgivare 1	Spänningsförsörjning	3,3 V
	Signal	A2
	Jord	GND
Vinkelgivare 2	Spänningsförsörjning	3,3 V
	Signal	A3
	Jord	GND
Encoder	Spänningsförsörjning	5 V
	Signal, Fas A	D30
	Signal, Fas B	D31
	Signal, Fas Z	D32
	Spänningsreferens	GND
Motor Shield	Jord	GND
	Riktning	D13
	PWM	D11
	Broms	D8
	Strömmätning	A1