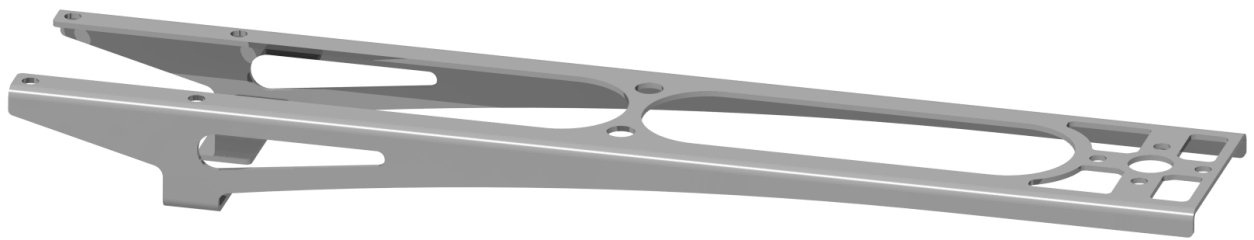




# CHALMERS

---



## Topologi- och formoptimerad lättviktsram till en quadcopter

Kandidatarbete i tillämpad mekanik

ERLAND ERLANDSSON  
HANNA JANSSON  
NADINE KÅMARK  
BJÖRN LARSSON  
PONTUS LUNDBERG  
MARTIN ÖRGÅRD



KANDIDATARBETE I TILLÄMPAD MEKANIK

Topologi- och formoptimerad lättviktsram till en quadcopter

ERLAND ERLANDSSON  
HANNA JANSSON  
NADINE KÅMARK  
BJÖRN LARSSON  
PONTUS LUNDBERG  
MARTIN ÖRGÅRD

Institutionen för tillämpad mekanik  
Avdelningen för material- och beräkningsmekanik  
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA

Göteborg, Sverige 2015

Topologi- och formoptimerad lättviktsram till en quadcopter

ERLAND ERLANDSSON

HANNA JANSSON

NADINE KÅMARK

BJÖRN LARSSON

PONTUS LUNDBERG

MARTIN ÖRGÅRD

© ERLAND ERLANDSSON, HANNA JANSSON, NADINE KÅMARK, BJÖRN LARSSON, PONTUS LUNDBERG, MARTIN ÖRGÅRD, 2015

Kandidatarbete 2015:05

ISSN 1654-4676

Institutionen för tillämpad mekanik

Avdelningen för material- och beräkningsmekanik

Chalmers tekniska högskola

SE-412 96 Göteborg

Sverige

Telefon: +46 (0)31-772 1000

Omslag:

Det slutliga lättviktsoptimerade konceptet

Chalmers Reproservice

Göteborg, Sverige 2015

Topologi- och formoptimerad lättviktsram till en quadcopter

Kandidatarbete i tillämpad mekanik

ERLAND ERLANDSSON

HANNA JANSSON

NADINE KÅMARK

BJÖRN LARSSON

PONTUS LUNDBERG

MARTIN ÖRGÅRD

Institutionen för tillämpad mekanik

Avdelningen för material- och beräkningsmekanik

Chalmers tekniska högskola

## SAMMANFATTNING

Topologi- och formoptimering är två verktyg för automatiserad optimal design av strukturer. I ett samhälle representerat av överkonsumtion och ständig teknisk utveckling blir distributionen av material och dess utnyttjandegrad av allt större betydelse. Med topologi- och formoptimering ges möjligheten till optimering av strukturer med avseende på den egenskap där förbättring anses nödvändig eller intressant, till exempel vikt eller styvhet. Topologioptimeringen maximerar styvhet per vikt och formoptimeringen bidrar till en gynnsam materialfördelning med avseende på till exempel spänningar.

I projektet tillämpas topologi- och formoptimering för att lättviktsoptimera en ram till en quadcopter. Det huvudsakliga målet är att med hjälp av optimeringsmetoderna omkonstruera en befintlig ram genom att minska komponentvikten utan att försämra produktens hållfasthet. Det betydande hindret i arbetsprocessen är de begränsade konverteringsmöjligheterna mellan de olika stegen i processen. Efter topologioptimeringen behöver konceptet modelleras manuellt för att kunna formoptimeras. Parametrisering och uppställning av formoptimeringen sker manuellt och är en tidskrävande process. För att underlätta optimeringsprocessen är en helt automatiserad process gynnsam och i princip nödvändig. Mycket tid går idag åt till att modellera koncepten på nytt för att byta programvara eller optimeringsmetod. De här manuella stegen tar inte bara tid, de påverkar även slutresultatet.

Det valda lastfallet representeras av en kraschlandning. Det hade varit intressant att jämföra resultaten från olika lastfall och då ta hänsyn till dynamiska respektive statiska laster. En mer verklig uppskattning av lastfallet ger ett mer verklighetstroget resultat och bidrar till en bättre fördelning av materialet.

Projektet har uppfyllt syftet då en lättviktsram till en quadcopter har tagits fram med hjälp av topologi- och formoptimering. Tillverkning av armar har skett kontinuerligt med hjälp av 3D-skrivning och abrasiv vattenskarvning. De framtagna koncepten klarar av lika stor belastning eller större än referensen enligt uppskattat lastfall. Vikten minskade för alla koncept i jämförelse med referensen och det slutliga konceptet innefattar en viktminskning på 67% vid en motsvarande hållfasthet som referensen.

Nyckelord: optimering, strukturoptimering, topologioptimering, formoptimering, lättviktsoptimering, quadcopter, finit-elementmetod

## ABSTRACT

Topology and shape optimization are two methods of automated optimal design of structures. In a society represented by overconsumption and constant technical development, the distribution of materials and their utilization become more and more significant. Topology and shape optimization give the opportunity to optimize properties of a structure specifically in need of improvement, for example weight or stiffness. The topology optimization maximizes the stiffness per weight unit and the shape optimization contributes to a favorable material distribution with respect to a structural entity as, e.g. stress.

In this project, topology and shape optimization is applied to minimize the weight of the frame of a quadcopter. The main objective is to reconstruct an existing frame by using the two optimization methods in order to decrease the weight of the component without decreasing the strength of the frame. The major obstacle of the work process is the limited conversion opportunity between the different stages of the process. After the topology optimization has been performed, the concept has to be modelled manually in order to enable shape optimization. Parameterization and specification of the shape optimization are performed manually which makes it a time consuming process.

An entirely automated process is favorable and almost necessary in order to facilitate the optimization process. Today, a considerable amount of time is spent remodeling concepts in order to change software or method of optimization. These manual steps are not only time consuming, they also affect the end result. The chosen load case is represented by a crash landing. It would be interesting to compare the results of different load cases, taking into account both dynamic and static loads. A more realistic estimate of the load case provides a truer result and contributes to a better distribution of the material. The project has accomplished its aims since a lightweight frame for a quadcopter has been developed using topology and shape optimization. The manufacturing of frames has continuously been done with the aid of 3D-printing and abrasive waterjet cutting.

According to the estimated load case, the developed concepts are as strong as or stronger than the reference frame. The weight decreased in all three concepts compared to the reference frame. The final concept is 67% lighter than and as strong as the reference frame.

## FÖRORD

Den här rapporten behandlar projektet Topologi- och formoptimerad lättviktsram till en quadcopter som löper över vårterminen 2015 på Chalmers tekniska högskola. Projektet ingår i ett kandidatarbete under institutionen Tillämpad Mekanik. Projektmedlemmarna är studenter från tredje året på civilingenjörsprogrammet i Maskinteknik. Valet att göra ett kandidatarbete inom topologi- och formoptimering grundar sig på ett intresse för finita elementmetoden samt de praktiska tillämpningar som medföljer. Topologi- och formoptimering är två på marknaden relevanta områden vilket bidrog till intresset för projektet. Ett särskilt tack ägnas till projektets handledare Mikael Öhman som bidragit med ett stort engagemang och god vägledning. Ett tack ägnas också till projektets examinator Mikael Enelund som bidragit med stöd, respons och resurser.





# INNEHÅLL

<b>Sammanfattning</b>	<b>i</b>
<b>Abstract</b>	<b>ii</b>
<b>Förord</b>	<b>iii</b>
<b>Innehåll</b>	<b>v</b>
<b>1 Inledning</b>	<b>1</b>
1.1 Syfte och frågeställning . . . . .	1
1.2 Avgränsningar . . . . .	1
1.3 Övergripande metod för optimeringsprocessen . . . . .	3
<b>2 Teori</b>	<b>4</b>
2.1 Spänningsanalys . . . . .	4
2.2 Finita elementmetoden, FEM . . . . .	5
2.3 Självsvängningsanalys . . . . .	7
2.3.1 Modanalys . . . . .	7
2.3.2 Verifiering av egenfrekvenser . . . . .	8
2.4 Knäckningsanalys . . . . .	9
2.5 Topologioptimering . . . . .	9
2.5.1 Kända problem vid topologioptimering . . . . .	10
2.5.1.1 Schackbrädesmönster . . . . .	10
2.5.1.2 Nätberoende . . . . .	10
2.5.1.3 Densitetsvariationer . . . . .	11
2.5.1.4 Lokalt och globalt gradient-villkor . . . . .	12
2.5.2 SIMP-modellen . . . . .	12
2.5.3 Filter . . . . .	13
2.5.3.1 Densitetsfilter . . . . .	13
2.5.4 Filtrera känsligheterna . . . . .	14
2.5.4.1 Geometriberoende . . . . .	14
2.5.5 Konvertering av topologioptimeringsresultatet . . . . .	15
2.6 Formoptimering . . . . .	17
2.6.1 Matematisk beskrivning av formoptimering . . . . .	17
<b>3 Metod</b>	<b>17</b>
3.1 Val av designdomän . . . . .	18
3.2 Lastfall och kontaktvillkor . . . . .	18
3.3 Spänningsanalys . . . . .	18
3.4 Modanalys . . . . .	19
3.5 Knäckningsanalys . . . . .	19
3.6 Topologioptimering . . . . .	19
3.7 Konvertering . . . . .	19
3.8 Formoptimering . . . . .	20
3.9 Konceptval . . . . .	20
3.10 Tillverkningsmetoder och materialval . . . . .	20
3.10.1 Abrasiv vattenskärning . . . . .	21
3.10.2 Additiv tillverkning . . . . .	21
3.10.3 Material . . . . .	21
3.10.3.1 Polyamid (PA) . . . . .	21
3.10.3.2 Aluminiumplåt . . . . .	21
<b>4 Resultat</b>	<b>22</b>
4.1 Val av designdomän . . . . .	22

4.2	Utvärdering av referens . . . . .	23
4.2.1	Spänningsanalys . . . . .	24
4.3	Topologioptimering . . . . .	24
4.3.1	Koncept 1 . . . . .	25
4.3.2	Koncept 2 . . . . .	26
4.3.3	Koncept 3 . . . . .	28
4.4	Formoptimering . . . . .	28
4.4.1	Koncept 1 . . . . .	28
4.4.2	Koncept 2 . . . . .	29
4.4.3	Koncept 3 . . . . .	31
4.5	Självsvängningsanalys . . . . .	32
4.6	Knäckningsanalys . . . . .	32
4.7	Konceptval . . . . .	32
4.8	Manuell vidareutveckling av valt koncept . . . . .	33
4.9	Vidare formoptimering av valt koncept . . . . .	33
<b>5</b>	<b>Diskussion</b>	<b>35</b>
5.1	Slutsatser och rekommendationer . . . . .	36
	<b>Bilagor</b>	<b>38</b>
	<b>A Spänningsanalyser</b>	<b>39</b>
	<b>B Formoptimering</b>	<b>43</b>
	<b>C Självsvängningsanalys</b>	<b>45</b>
	<b>D Knäckningsanalyser</b>	<b>48</b>

# 1 Inledning

Topologi- och formoptimering är verktyg för automatiserad optimal design av strukturer. I ett samhälle representerat av överkonsumtion och ständig teknisk utveckling blir distributionen av material och dess utnyttjandegrad i diverse konstruktioner av allt större betydelse för en hållbar framtid. Verktygen berör framförallt näringslivet som inte har oändliga ekonomiska resurser, samtidigt som viljan att vara slagkraftig på marknaden i sin bransch finns. Med topologi- och formoptimering ges möjligheten till optimering av strukturer med avseende på den egenskap där förbättring anses nödvändig eller intressant, till exempel vikt eller styvhet. Minimering av vikt resulterar i energieffektivare drift. De optimerade resultaten kan anta organiska former, vilket sätter begränsningar på tillverkningen. I redan etablerade branscher är topologi- och formoptimering intressanta och relativt nya metoder. Topologioptimering syftar till att maximera styvhet per viktenhet och formoptimeringen minimerar spänningar genom att omfördela materialet på ett mer optimalt sätt. Tillsammans bildar de en bra metod för att lättviktsoptimera en komponent.

För en quadcopter är det intressant att minska totalvikten för att förlänga batteritiden och förbättra flygkvaliteten då bibehållen storlek på motorerna ger större lyftkraft – förbättringar som är viktiga för att kunna göra produkten konkurrenskraftig. I projektet lättviktsoptimeras en quadcopters armar med hjälp av topologi- och formoptimering. Eftersom formen på koncepten kan anta komplicerade geometrier tillämpas en additiv tillverkningsmetod samt abrasiv vattenskarvning för tillverkning av prototyper. Additiv tillverkningsmetod är tack vare sin lager på lager teknik generös vid tillverkning av avancerade geometrier. Abrasiv vattenskarvning som tillverkningsmetod är till exempel fördelaktig när komponenten har flera oregelbundet formade hål av varierande storlek samtidigt som hållfastheten bibehålls.

## 1.1 Syfte och frågeställning

Projektet syftar till att konstruera en lättviktsram till en quadcopter med hjälp av topologi- och formoptimering. Tillverkning av armar kommer ske kontinuerligt med hjälp av 3D-skrivare och abrasiv vattenskarvare. De framtagna konstruktionerna kontrolleras att de klarar av minst lika stor belastning som en befintlig konstruktion på marknaden, vidare benämnd som referens. Det är av främsta intresse att minimera vikten så mycket som möjligt utan att försämra hållfastheten i jämförelse med referensen. Följande frågeställningar ska besvaras:

- Hur kan topologi- och formoptimering användas för lättviktsoptimering?
- Vilka tillverkningsmöjligheter finns med utgångspunkt från optimeringsresultaten?
- Vilka strukturella belastningar uppfyller referensen?
- Vilka strukturella krav uppfyller de optimerade koncepten?

## 1.2 Avgränsningar

Det huvudsakliga syftet är att minimera vikten på armen så mycket som möjligt samtidigt som armen behöver uppfylla de strukturella krav som ställs på konstruktionen. För att genomföra det här med hjälp av topologi- och formoptimering behöver en optimeringsprocess anpassas till den specifika uppgiften. Avskalningen av material får inte försämra flygegenskaperna på så sätt att quadcoptern blir instabil eller hamnar i självsvängning, det här undviks med hjälp av modanalyser. Den största orsaken till utmattning av quadcoptern är självsvängning vilket medför att ingen renodlad utmattningsanalys genomförs. Reglertekniska och aerodynamiska problem ligger utanför projektramen och kommer därför om möjligt undvikas för att underlätta projektet.

De tillgängliga tillverkningsmetoderna vid prototypstillverkning på Chalmers är additiv tillverkningsmetod och abrasiv vattenskarvning, vilket ger de tillgängliga materialen aluminiumplåt i tjockleken 1mm, balsaträ, ABS- och PLA-plast. Additiv tillverkningsmetod medför att geometrin kan ha inneslutna porer vilket vid serietillverkning inte är aktuellt då additiv tillverkning främst används vid prototyp och enstyckstillverkning, därför kommer inneslutna porer att undvikas.

Yttre belastningar kommer att uppskattas med hjälp av den befintliga armen, statiska laster approximeras och beräknas. De här lasterna ligger till grund för de analyser som genomförs samt optimeringen. ANSYS [2] med tillägget Genesis [17] kommer att användas för topologioptimering och verktyget *Response Surface Optimization* i ANSYS kommer att användas för formoptimeringen.

Följande avgränsningar har gjorts:

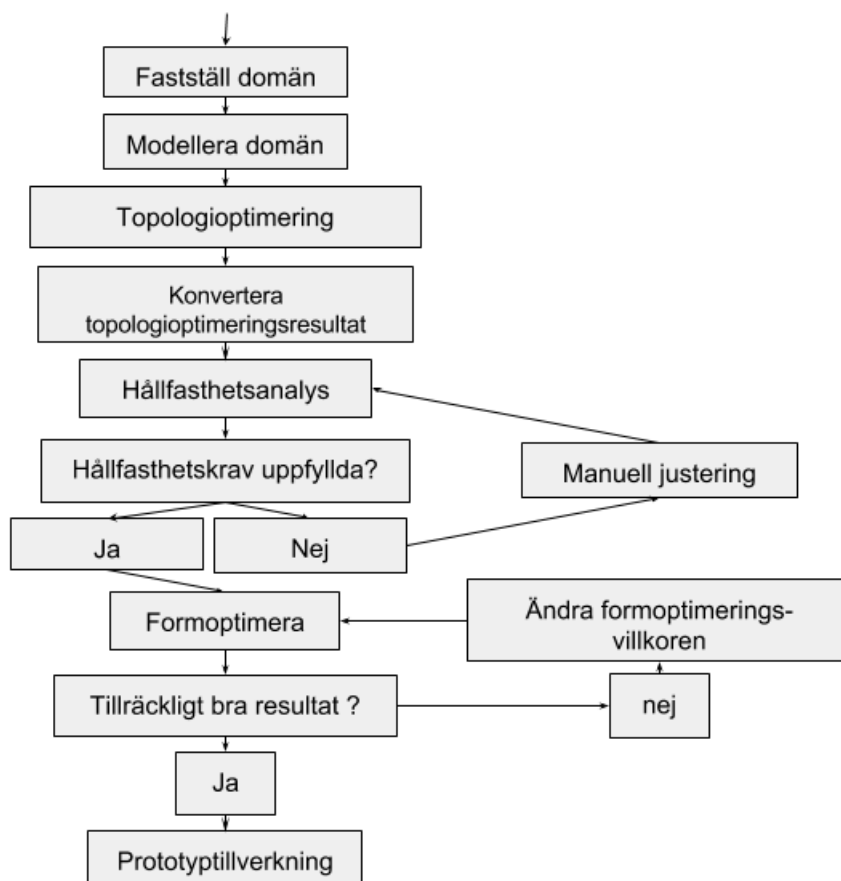
- Endast armarna på ramen kommer att optimeras, quadcoptern har fyra armar vilka är de komponenter som fäster samman kroppen med respektive motor.
- Ingen utmattningsanalys genomförs
- Projektet berör inte beräkningar inom reglerteknik eller aerodynamik.
- Kolfiber och hårdplaster kommer inte att användas.
  - De här materialen får inte användas i prototypverkstaden av hälso- och säkerhetsskäl.
- Diametern från motor till motor på den köpta quadcoptern skall behållas till prototypen.
  - Det här för att inte påverka flygegenskaperna.
- Inneslutna porer i konstruktionen kommer undvikas.

Följande begränsningar finns för projektet:

- 2000 kr i budget
- Prototypen tillverkas med hjälp av tillhandahållna produktionssätt i Prototypverkstaden på Chalmers.
- Tidsbegränsning på 16 arbetsveckor

### 1.3 Övergripande metod för optimeringsprocessen

Optimeringsprocessen kommer bestå av två huvudsakliga metoder, topologi- och formoptimering. I figur 1.1 nedan visas en övergripande metod för hela optimeringsprocessen inkluderande för- och efterarbete för topologi- och formoptimering.



Figur 1.1: Övergripande metod för optimeringsprocessen

Som visualiserar i figur 1.1 startar arbetet med att fastställa domänen, den maximalt tillåtna volymen en arm får lov att uppta och domänen modelleras därefter med så simpel geometri som möjligt. Den modellerade domänen topologioptimeras och resultatet som är en så styv och lätt konstruktion som möjligt konverteras för att få rätt format inför formoptimeringen. En hållfasthetsanalys genomförs i syfte att undvika triviala kritiska punkter som tar upp alldeles för hög belastning. Inför formoptimeringen väljs de mått som får lov att variera och vilka begränsningar som finns, till exempel den maximala vikten på komponenten. Om resultaten från formoptimeringen inte är tillfredställande förändras villkoren och när resultatet är tillräckligt bra eller har nått konvergens kan konceptet förberedas för prototyp tillverkning.

## 2 Teori

I det här kapitlet presenteras teorin bakom de metoder som använts för strukturoptimering och analyser. De mekaniska analyserna så som spännings-, mod-, och knäckningsanalys är grundläggande för att kontrollera struktur- och hållfasthetskrav. Finita elementmetoden är en numerisk metod som används för att lösa partiella differentialekvationer. Finita elementmetoden är en etablerad metod som används för att genomföra de strukturella analyserna. När finita elementmetoden är bekant kan topologi- och formoptimering beskrivas utifrån den matematiska modellen.

### 2.1 Spänningsanalys

För att definiera spänning krävs en definition av töjning. Töjningar ger upphov till spänningar vilket gör att de är bundna till varandra genom en konstitutiv lag, här används Hookes generaliserade lag. En töjning är ett mått på materialets deformation och är enhetslöst. Med töjning avses sann eller teknisk töjning. Den sanna töjningen är ett logaritmiskt förhållande mellan objektets längd före och efter deformation och den tekniska töjningen är en linjär approximation av den samma. Förskjutningen  $\mathbf{u}$  för en punkt  $\mathbf{x}$ , där  $\mathbf{x} = [x, y, z]^T$  kan beskrivas  $\mathbf{u} = [u_x(x, y, z), u_y(x, y, z), u_z(x, y, z)]^T$ . För härledning se *Hållfasthetslära - Allmänna tillstånd* [11]. Töjningen  $\boldsymbol{\varepsilon}$  på Voigt-notation definieras:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\nabla} \mathbf{u} \quad (2.1)$$

där  $\tilde{\nabla}$  är differentialoperatoren:

$$\tilde{\nabla} = \begin{bmatrix} \frac{\partial}{\partial y} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\partial}{\partial y} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial x} & 0 \\ \frac{\partial}{\partial z} & 0 & \frac{\partial}{\partial x} \\ 0 & \frac{\partial}{\partial z} & \frac{\partial}{\partial y} \end{bmatrix} \quad (2.2)$$

och  $\boldsymbol{\varepsilon}$  ser ut enligt:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \varepsilon_z \\ \gamma_{xy} \\ \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{bmatrix}. \quad (2.3)$$

Utifrån definitionen av töjningarna kan förhållandet mellan spänning och töjning, Hookes generaliserade lag, analyseras. Hookes generaliserade lag tillsammans med von Mises flytkriterium är en bra materialmodell för att beskriva hur plaster och metaller beter sig under belastning. Hookes generaliserade lag på matrisform ser ut enligt:

$$\boldsymbol{\sigma} = \mathbf{D} \boldsymbol{\varepsilon} \quad (2.4)$$

där  $\mathbf{D}$ -matrisen för isotropa material så som metaller och de flesta plaster ser ut enligt:

$$\mathbf{D} = \frac{E}{(1 + \nu)(1 - 2\nu)} \begin{bmatrix} 1 - \nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1 - \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1 - \nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 - 2\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 - 2\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(1 - 2\nu) \end{bmatrix} \quad (2.5)$$

och spänningstensorn:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{xz} \\ \sigma_{yz} \end{bmatrix}. \quad (2.6)$$

När materialets belastning kan uppskattas behövs ett flytvillkor för att bestämma om materialet stannar i den elastiska zonen under belastningsförloppet. En flythypotes är ett villkor som avgör när den plastiska deformationen inleds. Flytfunktionen  $F$  beror av de sex spänningskomponenterna och när  $F = 0$  påbörjas plasticering. Då fås

$$F = F(\boldsymbol{\sigma})$$

där  $F$  har följande villkor

$$F \begin{cases} < 0 & \implies \text{elastisk respons} \\ = 0 & \implies \text{initiering av plasticitet} \\ > 0 & \implies \text{elasto-plastisk respons} \end{cases}$$

Enligt von Mises flytvillkor bildas en cylindrisk yta, flytytan, vid  $F = 0$  som är parallell med den hydrostatiska axeln. Då den hydrostatiska spänningen inte påverkar de tillgängliga materialen fås von Mises flytvillkor:

$$F = \underbrace{\sqrt{\frac{3}{2}} \|\boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}}\|}_{=\sigma_{e,\text{Mises}}} - \sigma_s = 0$$

där  $F$  är flytfunktionen,  $\sigma_s$  är flytspänningen och  $\boldsymbol{\sigma}_{\text{dev}}$  är deviatorspänningen. För vidare härledning se [11]. Allmänt fås effektivspänningen enligt von Mises:

$$\sigma_{e,\text{Mises}} = \sqrt{\sigma_{xx}^2 + \sigma_{yy}^2 + \sigma_{zz}^2 + \sigma_{xx}\sigma_{yy} + \sigma_{yy}\sigma_{zz} + \sigma_{zz}\sigma_{xx} + 3\tau_{xy}^2 + 3\tau_{yz}^2 + 3\tau_{zx}^2} \quad (2.7)$$

För att behålla konstruktionen inom den elastiska zonen används sträckgränsen som maximalt tillåten spänning och betecknas vidare  $\sigma_{\text{max}}$  för de olika materialen. Om effektivspänningen,  $\sigma_{e,\text{Mises}}$ , för en belastad konstruktion är med vald säkerhetsmarginal lägre än materialets sträckgräns,  $\sigma_{\text{max}}$ , anses konstruktionens hållfasthet vara tillräckligt bra. För att identifiera de sex spänningskomponenterna ställs statisk jämvikt upp och följande differentialekvation ska lösas:

$$\tilde{\nabla}^T \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0}$$

där  $\mathbf{b}$  typiskt är gravitationslasten,  $\rho\mathbf{g}$ .

## 2.2 Finita elementmetoden, FEM

Flera av de använda verktygen i ANSYS baseras på den matematiska modellen finita elementmetoden, FEM. FEM är en numerisk metod för att lösa partiella differentialekvationer approximativt och syftar till att lösa ett stort och komplicerat problem genom att dela upp problemet i mindre delområden som sedan assembleras för att bilda totallösningen. Den differentialekvation som önskas lösas är jämviktsekvationen i 3-dimensioner, se ekv (2.8).

$$\tilde{\nabla} \boldsymbol{\sigma}(\tilde{\nabla} \mathbf{u}) + \mathbf{b} = \mathbf{0} \quad (2.8)$$

Jämviktsekvationen som också kallas den starka formen ska därefter variationsformuleras, det här är en metod för att erhålla ett alternativt ekvationssystem och kallas den svaga formen. Den svaga formen åstadkoms genom att multiplicera ekvationen med en testfunktion  $\mathbf{v}$  och partialintegrera över volymen. Efter vidare beräkningar och med hänsyn till randvillkor fås variationsformuleringen enligt ekvation (2.9). Randvillkoren beskriver objektets relation till omgivningen och kan anges på nodvariabeln eller dess derivator. Ett randvillkor kan vara en given förskjutning eller en given spänning. Randvillkoren avspeglar sig i tractionvektorn,  $\mathbf{t}$  och förhåller sig till spänningsvektorn enligt ekvation (2.10).

$$\int_V (\tilde{\nabla} \mathbf{v})^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{v}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{v}^T \mathbf{b} dV \quad (2.9)$$

$$\begin{cases} t_x = \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z \\ t_y = \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z \\ t_z = \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z \end{cases} \quad (2.10)$$

Efter att den svaga formen formulerats kan FE-approximationen ställas upp och lösas. Första steget är att approximera förskjutningarna i termer av basfunktioner och nodvariabler enligt nedan.

$$\mathbf{u} \approx \mathbf{u}_h = \mathbf{N}\mathbf{a} \quad (2.11)$$

vilket ger ett samband mellan norvariablerna  $\mathbf{a}$  och töjningarna:

$$\boldsymbol{\varepsilon} = \tilde{\nabla}\mathbf{u} = \underbrace{\tilde{\nabla}\mathbf{N}}_{\mathbf{B}}\mathbf{a} \quad (2.12)$$

där

$$\mathbf{B} = \tilde{\nabla}\mathbf{N}$$

Därefter kan testfunktionerna väljas enligt Galerkin vilket är på samma sätt som de approximerade förskjutningarna  $\mathbf{u}_h$

$$\mathbf{v} = \mathbf{N}\mathbf{c} \quad (2.13)$$

där  $\mathbf{c}$  är godtycklig. Från detta följer att:

$$\tilde{\nabla}\mathbf{v} = \mathbf{B}\mathbf{c} \quad (2.14)$$

och med insättning av ekv (2.14) och (2.13) i (2.9) fås:

$$\mathbf{c}^T \left( \int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV - \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS - \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \right) = \mathbf{0} \quad (2.15)$$

Eftersom att  $\mathbf{c}$  är godtycklig måste det innanför parentesen i ekvation (2.15) lösa ekvationen. Därav kan den nya ekvationen skrivas:

$$\int_V \mathbf{B}^T \boldsymbol{\sigma} dV = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (2.16)$$

Insättning av ekvation (2.4) och (2.12) i (2.16) genererar FE-problemet i sin fullständiga form [14].

$$\underbrace{\left( \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \right)}_{\mathbf{K}} \mathbf{a} = \underbrace{\int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV}_{\mathbf{f}} \quad (2.17)$$

$$\mathbf{K} = \int_V \mathbf{B}^T \mathbf{D} \mathbf{B} dV \quad (2.18)$$

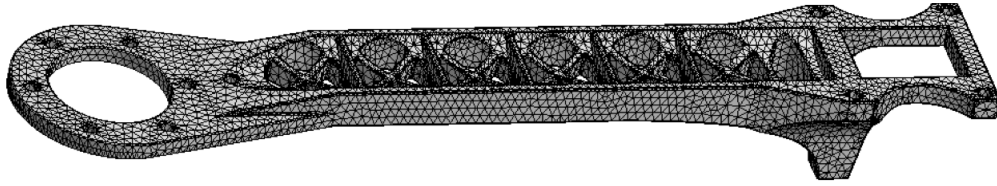
$$\mathbf{f} = \int_S \mathbf{N}^T \mathbf{t} dS + \int_V \mathbf{N}^T \mathbf{b} dV \quad (2.19)$$

Således kan FE-problemet skrivas som:

$$\mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{f} \quad (2.20)$$

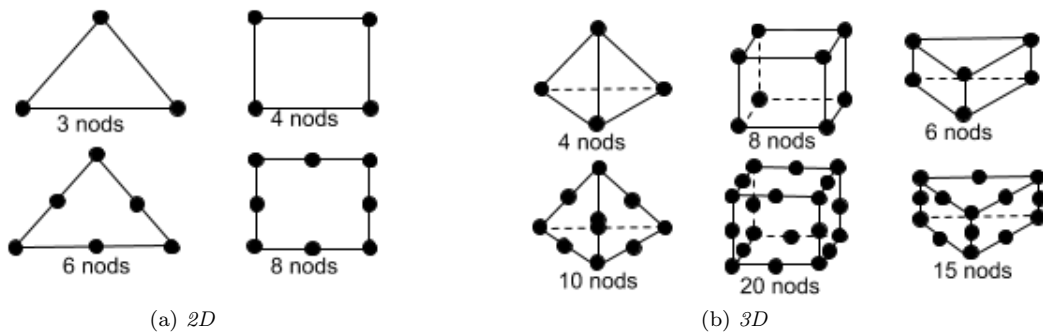
där  $\mathbf{K}$  är styvhetsmatrisen,  $\mathbf{a}$  är vektorn med de obekanta nodvariablerna och  $\mathbf{f}$  är lastvektorn. Värdet på nodvariablerna representerar här nodförskjutningarna. Ekvation (2.20) löses elementvis och beroende på hur fint elementnät samt vilken elementtyp som används kommer noggrannheten i FE-approximationen variera, men metoden konvergera. I figur 2.1 ses det använda elementnätet på den befintliga quadcopterarmen. Varje cell är ett element och varje knutpunkt är en nod. Elementen kan fördelas på olika sätt och se olika ut. Som synes i figur 2.1 fördelas elementen ofta tätare kring hål och andra plötsliga geometriska förändringar. Det här på grund av att det behövs ett tätare elementnät kring kritiska punkter, till exempel där spänningskoncentrationer kan uppstå, för att få ett trovärdigt resultat av beräkningarna.





Figur 2.1: Figuren illustrerar det använda elementnätet på quadcopterarmen. De här elementen har en elementstorlek på 2 mm.

För bättre approximationer så kan utöver förfinat elementnät även element av högre ordning väljas. Ett element med högre ordning är ett element med ökat antal noder, se figur 2.2. Både förfinat elementnät och element med högre ordning kräver dock längre beräkningstid vid FE-beräkningen.



Figur 2.2: Elementtyper

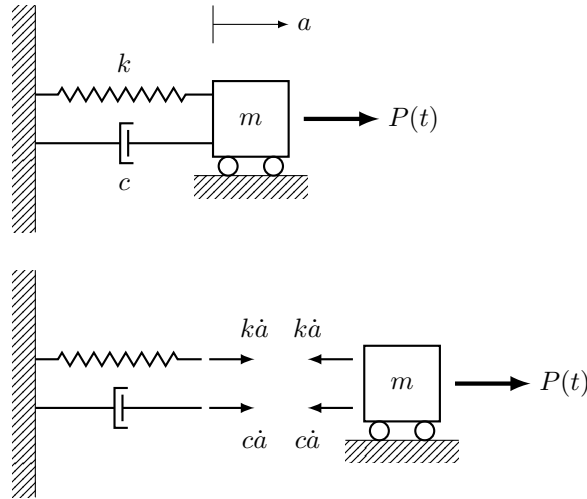
Solidelement är en tredimensionell elementtyp som används för solida geometrier. Vid strukturella analyser av tunna geometrier skulle det krävas ett flertal solidelement i tjockleksriktningen för att kunna ta upp böjmoment, vilket leder till ett överdrivet stort antal element totalt. Därmed sparas beräkningstid genom att istället använda skalelement, där geometrins tjocklek istället behandlas analytiskt och rotationsfrihetsgrader tillförs i noderna.

## 2.3 Självsvängningsanalys

Vid konstruktion av dynamiska system behöver hänsyn till konstruktionens egenfrekvenser tas för att undvika resonans. Resonans uppstår då den dynamiska lastens frekvens sammanfaller med konstruktionens egenfrekvens [5]. Detta genomförs med hjälp av modanalys i programvara så som ANSYS.

### 2.3.1 Modanalys

För SDOF (Single Degree of Freedom) system härleds den dynamiska responsen med hjälp av Newtons andra lag. Systemet består av en stel kropp med massa  $m$ , fjäder med styvhet  $k$ , viskös dämpare med dämpningskonstant  $c$ , och den exciterande kraften  $P$ . Kraften i fjädern är proportionell mot förskjutningen  $a$  och dämpningen är proportionell mot hastigheten  $\dot{a}$ . Fjädern och dämparen antas linjära.



Kraftjämvikt i horisontell led ger:

$$m\ddot{a} + c\dot{a} + ka = P(t) \quad (2.21)$$

Eftersom system med fler än en frihetsgrad kommer att betraktas fås för MDOF (Multiple Degrees of Freedom) system:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{P}(t) \quad (2.22)$$

där  $\mathbf{M}$ ,  $\mathbf{C}$  och  $\mathbf{K}$  är mass-, dämpnings- och styvhetsmatriserna samt  $\mathbf{a}$  betecknar förskjutningsvektorn för systemets frihetsgrader med respektive hastigheter  $\dot{\mathbf{a}}$  och accelerationer  $\ddot{\mathbf{a}}$ . Vid modanalys relateras last, massa och styvhet till strukturens egenfrekvenser och responsen summeras från respektive egenmod (svängningsform). Vid modanalys av ett fritt odämpat system sätts högerledet till nollvektorn [5] så att  $\mathbf{P}(t) = \mathbf{0}$ .

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{a}} + \mathbf{K}\mathbf{a} = \mathbf{0} \quad (2.23)$$

Vibrationsproblemet blir att hitta ett tillstånd så att (2.23) uppnår jämvikt. För att visa det antas den fria vibrationen vara simpelt harmoniskt exciterad.

$$\mathbf{a}(t) = \hat{\mathbf{a}} \sin(\omega t) \quad (2.24)$$

där  $\hat{\mathbf{a}}$  är en amplitudvektor. Vidare fås vid derivering den sökta accelerationen

$$\ddot{\mathbf{a}}(t) = -\omega^2 \hat{\mathbf{a}} \sin(\omega t) \quad (2.25)$$

Substitution av  $\mathbf{a}$  och  $\ddot{\mathbf{a}}$  i (2.23) då sinus-termen är godtycklig leder till egenvärdesproblemet

$$[\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}]\hat{\mathbf{a}} = \mathbf{0} \quad (2.26)$$

där  $\omega$  är de sökta egenfrekvenserna och  $\hat{\mathbf{a}}$  är tillhörande egenmod. Egenvärdesproblemet har en icke-trivial lösning om och endast om determinanten är lika med noll [5].

$$\det |\mathbf{K} - \omega^2 \mathbf{M}| = 0 \quad (2.27)$$

Från ekvation (2.27) kan  $n$  värden odämpade egenfrekvenser,  $\omega^2 = (\bar{\omega}_1^2, \bar{\omega}_2^2, \bar{\omega}_3^2, \bar{\omega}_4^2, \dots, \bar{\omega}_n^2)$  beräknas, där  $n$  är antalet frihetsgrader.

### 2.3.2 Verifiering av egenfrekvenser

Vid test av lyftkraft experimentellt uppmäts spänning vilket tillsammans med motordata innebär att egenfrekvenser som passerar kan beräknas. Detta görs med hjälp av motorns varvtal [rpm], den uppmätta spänningen [V] och tabulerat motordata [rpm/V]. Därefter kan motorfrekvensen beräknas enligt:

$$\omega_e = \frac{V_u \cdot kV_{\text{motor}}}{60} \quad (2.28)$$

där  $V_u$  är den uppmätta spänningen,  $kV_{\text{motor}}$  är motorns varvtal per spänningseenhet från datablad och  $\omega_e$  är den beräknade frekvensen. Genom att uppmäta spänningen då resonans uppstår kan en ungefärlig egenfrekvens beräknas med ekvationen ovan för en obelastad motor. Därefter behöver frekvensen korrigeras till den av en belastad motor.

## 2.4 Knäckningsanalys

Risken för knäckning är störst för långsmala eller tunnväggiga komponenter som utsätts för kompressiva spänningar och krafter. Knäckning leder ofta till allvarligt brott eftersom en stor deformationen sker momentant och därmed bidrar till stor skada. När knäcklasten är lägre än den last som får strukturen att plasticera behöver knäcklasten vara den dimensionerande lasten [10]. Den linjära FE-baserade knäckningsanalysen är ett egenvärdesproblem som ser ut enligt följande:

$$[\mathbf{K} + \lambda_{cr} \mathbf{K}_{\sigma,ref}] \boldsymbol{\delta}_u = \mathbf{0}$$

där  $\mathbf{K}$  är styvhetsmatrisen,  $\lambda_{cr}$  är egenvärden,  $\mathbf{K}_{\sigma,ref}$  är en stabilitetskoefficientsmatris och  $\boldsymbol{\delta}_u$  är egenvektorn.  $\mathbf{K}_{\sigma,ref}$  är en symmetrisk matris som beror på spänningsnivån och speglar effekten av geometrisk förändring av elementlastvektorn från ett känt spänningstillstånd. För vidare förklaring av egenvärdesproblemet se [6].

## 2.5 Topologioptimering

När topologioptimeringsproblem löses beräkningsmässigt med datorkraft behövs en diskretisering av problemet med finita elementmetoden [12]. Teorin i följande avsnitt beskriver topologioptimering i generella termer, de här grunderna används i ANSYS med tilläggsapplikationen Genesis, se avsnitt "3.7 Topologioptimering". Följande uttryck ställs upp i den allmänna diskreta problemformuleringen [12]:

$$\min_{\alpha_e} \mathbf{f}^T \mathbf{a}(\alpha_e) \quad (2.29)$$

så att

$$\int_{\Omega} \alpha_e \, d\Omega = \text{vol}(\Omega^{\text{mat}}) \leq \Omega \quad (2.30)$$

där

$$\mathbf{a}(\alpha_e) = \mathbf{K}^{-1}(\alpha_e) \mathbf{f} \quad \alpha_e \leq 1 \quad (2.31)$$

där  $\mathbf{a}$  och  $\mathbf{f}$  är förskjutningarna respektive lastvektorn,  $\mathbf{f}^T \mathbf{a}$  är kompliansen som också är den målfunktion som ska minimeras. Det skalära fältet  $\alpha_e$  är en skalningsfaktor som analytiskt också får anta värdet noll, vilket inte alltid är fallet numeriskt. Kompliansen går att uttrycka med hjälp av deformationsenergin. Ekvation (2.30) i topologiformuleringen anger ett villkor på mängden material som står till förfogande. Det gör att minimeringen av kompliansen, det vill säga maximering av styvheten, gäller för en fix volym. Jämviktssamband, komabilitetsvillkor samt konstitutiva samband anges ofta som intervall och representerar de begränsningar som designvariablerna i målfunktionen har. Styvhetsmatrisen  $\mathbf{K}$  beror på summan av skalningsfaktorn i element  $e$  där  $e = 1, \dots, N$  och kan därmed skrivas på formen [6]:

$$\mathbf{K} = \sum_{e=1}^N \mathbf{K}_e(\alpha_e) = \int_V \mathbf{B}^T \underbrace{\alpha_e \mathbf{D}^0}_{\mathbf{D}} \mathbf{B} \, dV \quad (2.32)$$

I design av topologin av en struktur är det intressant att bestämma den optimala placeringen av ett givet isotropt material i ett definierat utrymme. För punkterna i detta utrymme bestäms huruvida de ska vara materialpunkter eller inte. Materialpunkterna sparas, alla andra punkter i designutrymmet blir tomrum. Designutrymmet begränsas till referensdomänen  $\Omega$ . Härefter ligger intresset i att bestämma den optimala underdomänen  $\Omega^{\text{mat}}$  av materialpunkter som är okänd, vilket kräver att (2.33) nedan ställs upp. För en topologiformulering med maximering av styvhet, "0-1" design (material eller inget material) och minimering av vikt som mål så behöver följande formulering ske:

$$\mathbf{D} = \alpha_e \mathbf{D}^0 \quad \alpha_e = \begin{cases} 1 & \text{om } \mathbf{x} \in \Omega^{\text{mat}} \\ 0 & \text{om } \mathbf{x} \in \Omega^{\text{mat}}/\Omega \end{cases} \quad (2.33)$$

där  $\mathbf{D}^0$  är den oskalade styvhetsmatrisen (2.5).

Anledningen till att "0-1"-design eftersträvas är att armen till quadcoptern kommer bestå av ett isotropt material som har samma egenskaper i alla riktningar. Det leder till realiserbara lösningar. Det mest använda tillvägagångssättet för att lösa det här problemet är att ersätta heltalsvariablerna med kontinuerliga variabler och sedan införa någon form av bestraffning som styr lösningen till ett "0-1"-problem. Vilket sker analytiskt i (2.33). När topologicalgoritmen är uppställd handlar det tillsist om att hantera ett par kända fenomen inom topologioptimering. Fenomenen tas upp i avsnitt 2.5.1 nedan där nätberoende, densitetsvariationer, schackbrädesmönster och geometriberoende beskrivs utförligt med tillhörande åtgärder. Det ska påpekas att vid hantering av fenomenet nätberoende uppstår istället fenomenet densitetsvariation.

## 2.5.1 Kända problem vid topologioptimering

Med diskretiseringen i föregående stycke definierat måste ett par överväganden göras till topologicalgoritmen; flera väl kända fenomen som uppstår vid topologioptimering måste hanteras och beskrivs i kommande stycken. Fenomenen är schackbrädesmönster, nätberoende, densitetsvariation och geometriberoende. För att hantera nätberoendet måste densitetsvariationer beaktas. För att visualisera problemen används en 88-raders kod för att generera figurer. Koden är skriven i MATLAB och syftar till att användas som introduktion till topologioptimering. För vidare förklaring av koden se *Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code* [1].

### 2.5.1.1 Schackbrädesmönster

När strukturen innehåller material i ett schackbrädesliknande mönster är det en representation av det här problemet. En sådan struktur är inte realiserbar eftersom det i praktiken inte finns någon tillverkningsmetod där material kan appliceras på detta sätt. Problemet grundas i att diskretiseringen med FEM överskattar styvheten,  $\mathbf{K}$ -matrisen blir för styv diagonalt mellan elementen. Överskattningen ger upphov till schackbrädesmönster. För att undvika det här kan diverse filter användas. Ett annat alternativ är att använda element av högre ordning. I figur 2.3 ses ett exempel på en struktur som uppvisar schackbrädesmönster.

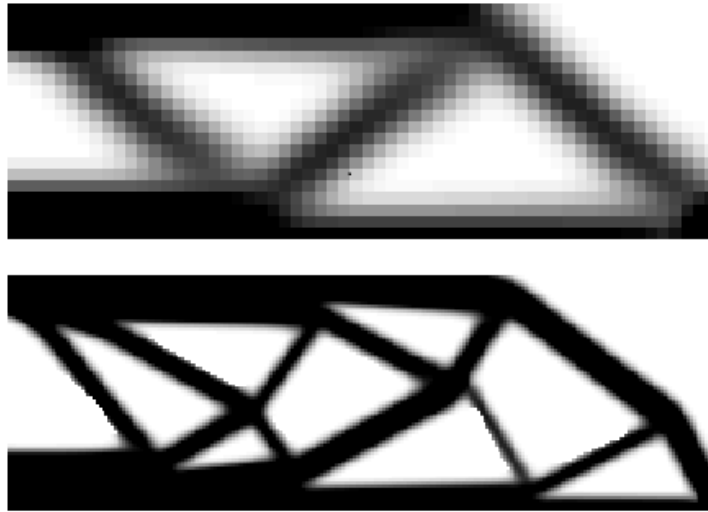


Figur 2.3: Visualisering av en struktur med schackbrädesmönster

I figur 2.3 har strukturen konvergerat mot en "0-1"-design. Även om det matematiskt är genomförbart innebär det inte praktisk realiserbarhet.

### 2.5.1.2 Nätberoende

Nätberoende är när olika finhet på elementnätet ger olika resultat. Det här bidrar till att lösningen aldrig konvergerar eftersom ett finare elementnät ger fler hål i strukturen, vilket visualiseras i figur 2.4. Detta fenomen är inte önskvärt och kommer därför försöka undvikas. Det bidrar till att densitetsvariationer förekommer som inte enkelt kan realiseras.



Figur 2.4: *Visualisering av nätberoende.*

I figur 2.4 illustreras en nätberoende lösning. I och med att fler tomrum skapas när elementnätet förfinas fås en ökad effektivitet för en given struktur, det vill säga, materialet kan distribueras på ett effektivare sett över geometrin. Detta är signifikant för topologioptimeringscykler. Effekten gör att det tillhandahålls strukturell variation i form av mikrostrukturer vid allt finare elementnät. Hur strukturen förhåller sig i en given rymd beror på målfunktionen. Ett finare nät har följden att beräkningstiden ökar, vilket inte är önskvärt. Lösningen är införandet av någon av nedanstående generella klasser med metoder:

- Begränsa designutrymmet till fix för geometrin. Således räcker detta för att uppnå nät-oberoende, men då uppstår istället densitetsvariationer som yttrar sig i gråskalor. Densitetsvillkor är metoder på att hantera densitetsvariationer.
- Lägg till en penaliseringmetod som bestraffar densiteter som inte uppfyller kraven. Bestrafningen styr lösningen till diskreta "0-1"-värden. Addera därför villkor till optimeringsproblemet som penaliserar densiteterna. Till exempel "omkretskontroll" som sätter stopp för antalet hål eller tomrum som kan uppkomma vid finare nät. Den här approximation är svår att uppskatta.
  - Andra typer av villkor som restriktioner på lokal eller global densitetsgradient kan göras. Se avsnitt 2.5.1.4.
  - Även SIMP-modellen kommer att tas upp eftersom den är mest använd och effektiv, se avsnitt 2.5.2.
- Lägg till filter. Se avsnitt 2.5.3. Där följande filter tas upp:
  - Densitetsfilter, se avsnitt 2.5.3.1.
  - Känslighetsfilter, se avsnitt 2.5.4.

### 2.5.1.3 Densitetsvariationer

Vid försök att hantera nätberoendet uppkommer densitetsvariationer som hanteras med hjälp av någon typ av villkor. Det är därför naturligt att först förklara fenomenet innan olika tillvägagångssätt för att behandla situationen presenteras. Variationer i densitet är inte önskvärt då tillverkningen blir komplicerad eller omöjlig, därför måste variationer till största möjliga mån uteslutas i "0-1"-design. Förekomsten beror många gånger på val av filter, beroende på hur tillverkningsrestriktionerna ser ut väljs lämpligt filter därefter. Olika filter brukar tendera i en specifik riktning, antingen hämmas eller dämpas förekomsten av densitetsvariationer. I princip har typ av filter valts i och med att målet med topologioptimeringen redan är fastställt, "0-1"-design. Nedan i figur 2.5 ses ett exempel på en struktur som uppvisar densitetsvariationer.



Figur 2.5: *Exempel på densitetsvariation*

Som synes i figur ovan finns gråskalor vilka är följden av densitetsvariation då ”0-1”-design inte har tillämpats.

#### 2.5.1.4 Lokalt och globalt gradient-villkor

Vid sållning av gråskalor kan olika penaliseringmetoder användas. Lokala eller globala restriktioner som penaliserar densiteten är exempel. En lokal variant är att villkor sätts på densitetsvariationens derivator i varje punkt enligt ekvation (2.34) nedan. Således kommer den här varianten garantera att det existerar lösningar och att finita elementmetoden konvergerar. Gradient-villkoret (2.34) ger en väldefinierad lokal längdskala. Villkoret antyder att övergången från hålrum till hålrum genom materialet måste ske över en längd som är större än  $2/G$ , vilket är bredden av den tunnast möjliga parametern. Dock innebär det här ett större antal extra villkor till topologiformuleringen, vilket gör att metoden ofta väljs bort

$$\left| \frac{\partial \rho}{\partial x_i} \right| \leq G, (i = 1, 2, 3)) \quad (2.34)$$

eller så görs en global variant enligt ekvationen nedan, som benämns ”globalt gradientvillkor”. Båda nämnda villkoren i (2.34) och (2.35), förutsätter att fasta gränser finns på densiteten som får variera inom ett givet intervall. Den här begränsningen faller in i topologiformuleringen. Med begränsningar menas den finita elementformuleringen med de valda villkoren för att få existerande lösningar och ett konvergerande resultat. I det här fallet gäller det den lokala och den globala restriktionen på densiteten, för bevis se [12]

$$\|\rho\|_{H^1} = \left( \int_{\Omega} (\rho^2 + \|\nabla \rho\|^2) d\Omega \right)^{\frac{1}{2}} \leq M \quad (2.35)$$

där  $\Omega$  = grundstrukturen/definierad referensdomän,  $M$  = En godtycklig gräns,  $H$  = Sobolovrummet,  $H(\Omega)$ . Sobolovrummet är ett vektorrum av funktioner med en tillhörande normering (t.ex. vänsterledet i ekvationen (2.35)) som är en kombination av  $L^p$  – normeringar av funktionen själv samtidigt som den deriverar upp till en given ordning av derivata. Normeringen mäter både storleken och regelbundenheten av en funktion.

Villkoret ovan säger att vi för vilken finit elementdiskretisering som helst av referensdomänen  $\Omega$  kan välja en tillräckligt stor gräns  $M$  på normen av  $\rho$  sådant att normvillkoret  $\|\rho\|_{H^1}$  förblir inaktivt. Implementeringen av villkoret kräver försiktighet och borde involvera ett antal tester av gränsen  $M$ .

## 2.5.2 SIMP-modellen

Den mest kända och använda penaliseringmetoden i topologioptimeringsproblem är SIMP-modellen (Solid Isotropic Material with Penalization). Metoden benämns även som ”penaliserade proportionella styvhetsmodellen” vilket ger en tydligare indikation på modellens innebörd. SIMP-modellen används i problem med ”0-1”-design, minimering av vikt och kompliansen. Därför kan det misstänkas att denna matematiska metod används för ANSYS med tilläggsapplikationen Genesis. SIMP-modellen beskrivs matematiskt som följer:

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = \rho(\mathbf{x})^p \mathbf{D}^0, \quad p > 1 \quad (2.36)$$

Notera att ekvation (2.36) har sina likheter med (2.33), nu är dock fallet en praktisk tillämpning. Som tidigare är densiteten designfunktionen och  $\mathbf{D}^0$  representerar materialegenskaperna av ett givet isotropt material.

Vidare blir designproblemet för den fixa domänen formulerat som ett storleksproblem (sizing problem) genom att modifiera styvhetsmatrisen  $\mathbf{D}$  så att den beror kontinuerligt på en funktion som sedan tolkas som en densitetsfunktion (2.36) av materialet. Funktionen blir designvariabeln, se ekvation (2.36) med  $\rho(\mathbf{x})$ . Notera att med SIMP-modellen är densiteten designfunktionen. Kravet är att optimeringsresultaten i designen måste uteslutande bestå av områden med densitetsproportion 1 eller 0, "0-1"-design. Försättningsvis betyder det i sin tur att mellanliggande värden av den artificiella densitetsfunktionen (2.36) borde bli penaliserad på ett sätt som är analogt till andra kontinuerliga optimeringsapproximationer av arten "0-1"-design. Densiteten interpoleras mellan materialegenskaperna 0 och  $\mathbf{D}^0$ ;  $\mathbf{D}(\rho = 0) = \mathbf{0}$ ,  $\mathbf{D}(\rho = 1) = \mathbf{D}^0$ , med betydelsen att om en slutgiltig design har densiteten 0 eller 1 i alla punkter blir designen svartvit och problemet har uppskattats med en korrekt fysisk modell. Med SIMP-modellen väljs  $p \geq 1$  så att mellanliggande densiteter inte är att föredra i den mening att styvheten i penaliserade densiteter är liten i jämförelse med styvheten för densiteter som klarade kravet. Med andra ord, genom att specificera ett högre värde på  $p$ , högre än 1, blir det svårare för mellanliggande densiteter i den optimala designen att existera märkvärdt. Kom ihåg att SIMP-metoden är en tillämpning och att de densiteter som faller under gränsen antar ett kontinuerligt värde nära noll och ibland även ett heltal noll. Det gäller dels att skilja på analytiskt och numeriskt, men det är möjligt att densiteterna ändå kan anta heltalet noll i numeriska beräkningar. Vid det här laget är penaliseringen genomförd. För problem med ett aktivt volymvillkor ( $V$ ) så fungerar penaliseringen fortfarande om  $p$  väljs tillräckligt stort, för att få en riktigt bra "0-1"-design handlar det om  $p \geq 3$ . Det har visat sig för minimering av komplians på diskret form att för tillräckligt stora  $p$  existerar en global optimal lösning på "0-1"-form, förutsatt att volymvillkoret är kompatibelt med en sådan design. Noterbart är att begynnelseproblemet "0-1"-design, är definierat på en fix referensdomän och detta tillsammans med SIMP-interpolationen betyder att det optimala topologiproblemet tar formen av ett standard "storleksproblem" (sizing problem) på en fix domän [12].

### 2.5.3 Filter

Kommande avsnitt beskriver hur olika filter fungerar vid hantering av densitetsvariationer.

#### 2.5.3.1 Densitetsfilter

De tidigare nämnda teknikerna i avsnitten ovan föreslår en tydlig begränsning på den tillåtna fördelade densiteten som kan förekomma i optimeringsproblemet och behöver där behandlas som ett villkor i optimeringsformuleringen. Ett alternativ till detta är att direkt begränsa densitetsvariationen som uppkommer genom att bara tillåta filtrerade densiteter i styvheten. Vidare är SIMP-metoden modifierad till följande reducerade designutrymme.

$$\mathbf{D}(\mathbf{x}) = ((\rho * \kappa)(\mathbf{x}))^p \mathbf{D}^0, \quad p \in L^\infty(\Omega) \quad (2.37)$$

$$(\rho * \kappa)(\mathbf{x}) = \frac{1}{\langle \kappa \rangle} \int_{\Omega} \rho(\mathbf{y}) \kappa(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \, d\mathbf{y} \quad (2.38)$$

$$\langle \kappa \rangle = \int_{R^n} \kappa(\mathbf{y}) \, d\mathbf{y} \quad (2.39)$$

$$\int_{\Omega} \rho(\mathbf{x}) \, d\Omega \leq V; \quad 0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1 \quad (2.40)$$

där  $\kappa$  har geometriska formen av en bucklig kärna, enligt:

$$\kappa(\mathbf{x}) = \begin{cases} 1 - \frac{\|\mathbf{x}\|}{r} & \text{om } \|\mathbf{x}\| \leq r \\ 0 & \text{annars} \end{cases} \quad (2.41)$$

Filtrerradien  $r$  är fix i formuleringen och tillämpas således som en fix längdskala i styvhetsfördelningen. Filtreringen betyder att styvheten i en punkt  $\mathbf{x}$  beror på densiteten  $\rho(\mathbf{x})$  i alla punkter av ett område i  $\mathbf{x}$   $0 \leq \rho(\mathbf{x}) \leq 1$ . Det resulterar i en ytutjämning som sker på liknande manér som vid en filtrering av en bild. Ytutjämningen och den fixa skalan betyder att denna metod ger existerande lösningar och konvergens i och med förfiningen av elementnätet. Vagt formulerat är anledningen till detta att filtret raderar ett finskaligt beteende

av densiteten  $\rho$  sådan att variationerna i den mekaniska analysen (via filtreringen  $\rho * \kappa$ ) uppträder som en tidigare nämnd gråskala som penaliseras av SIMP. Generellt landar den här metoden i densitetsfält  $\rho$  som antar bi-värden, men styvhetsfördelningen  $(\rho * \kappa)^p$  är mer suddig med grå gränser. Detta kan anses tvetydigt då den mekaniska analysen är gjord på den filtrerade densiteten. För tillämpningen är skillnaden jämfört med standardutförandet (se avsnitt 2.5.2 SIMP-modellen) att elementstyvhetsmatrisen i FE-analysen är definierad genom viktade genomsnitt av styvheten på omgivande element. För en närmre titt på känslighetsanalysen på ett standardutförande går hänvisningen vidare till *Topology Optimization* [12]. Härefter bör känslighetsinformationen modifieras till att hantera den omdefinierade styvhetsmatrisen, som betyder att känsligheten av kompliansen med hänsyn till  $\rho(\mathbf{x})$  kommer involvera den gemensamma energin av ett område tillhörande  $\mathbf{x}$ . Därför är det nu naturligt att fortsätta visa hur denna modifiering ser ut och görs.

## 2.5.4 Filtrera känsligheterna

Det här tillvägagångssättet avslutar försöken att hantera densitetsvariationer och är det tredje i ordningen. Med filterlösningen körs ett densitetsfilter, men det gör att känsligheten av kompliansen behöver modifieras och även det kan göras med ett filter. Beräkningserfarenhet har visat att filtrering av känslighetsinformationen på optimeringsproblemet är ett högeffektivt sätt att säkerställa nätberoende. Det innebär en modifikation på designkänsligheten av ett specifikt element baserat på ett viktat genomsnitt av elementkänsligheterna i ett fixt område (referensdomänen). Ett sådant filter är helt och hållet heuristiskt, men ger resultat liknande det lokala gradientvillkoret som kräver extra beräkningstid och är väldigt enkelt att implementera (inga extra villkor behöver adderas). Schemat för filtret fungerar genom att modifiera elementkänsligheterna av kompliansen [12]:

$$\frac{\widehat{\partial f}}{\partial \rho_k} = \frac{1}{\rho_k \sum_{i=1}^N \hat{H}_{ik}} \sum_{i=1}^N \hat{H}_{ik} \rho_i \frac{\partial f}{\partial \rho_i} \quad k = 1, \dots, N \quad (2.42)$$

där  $N$  är antalet element och där viktfaktorn  $\hat{H}_{ik}$  är skriven som:

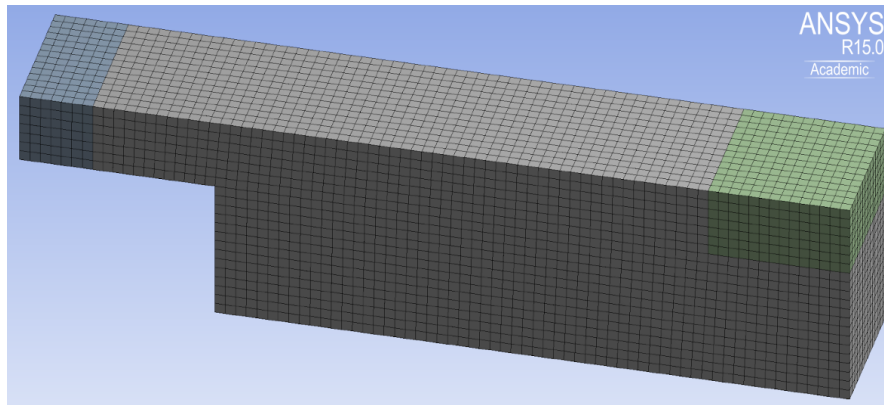
$$\hat{H}_{ik} = \begin{cases} r_{\min} - \text{dist}(i, k) & \text{om } \text{dist}(k, i) \leq r_{\min} \\ 0 & \text{annars} \end{cases} \quad (2.43)$$

där operatoren  $\text{dist}(k, i)$  definierad som avståndet mellan elementen  $k$  och  $i$ :s centrum. Viktningsoperatoren  $\hat{H}_{ik}$  är noll utanför filterområdet, och avtar linjärt med avståndet från element  $k$ . När filterradien  $r_{\min}$  närmar sig noll konvergerar den modifierade känsligheten till den ursprungliga och när  $r_{\min}$  går mot oändligheten är alla känsligheter lika. Filtret kan ses i matlabkoden i *Topology Optimization* [12]. Tyvärr är den teoretiska bakgrunden inte förstådd, det är också oklart vad som löses. Flertalet applikationer är dock baserade på denna filtreringsmetod. Försättningsvis så ges stabila resultat vid nätförfining och behåller en minsta längdskala som kontrolleras av filterradien  $r_{\min}$ . Erfarenhet visar på att filtret på något sätt förbättrar det beräkningsmässiga beteendet av topologidesignens förfaranden då den fördröjer tendensen av SIMP-schemat att "fastna" i "0-1"-design [12].

### 2.5.4.1 Geometriberoende

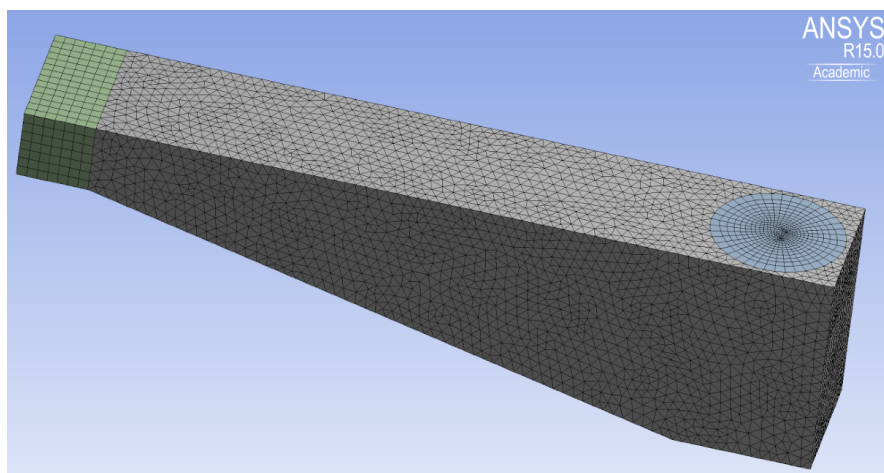
Ett finare elementnät ger ett bättre resultat vid topologioptimering samtidigt som det kräver mer datorkapacitet. Därför är det alltid önskvärt att göra optimeringsdomänen så simpel som möjligt. Det här innebär i praktiken att i största möjliga mån undvika cirkulära former och radier, så som cylindrar och hål, och hellre göra domänen lite större men med räta vinklar. Det går att använda enklare element för att skapa en geometri med räta vinklar än en geometri med cirkulära former. Enklare element innebär i sin tur även färre noder och då även färre beräkningar för datorn att utföra vilket gör lösningen mer beräkningsvänlig. Det här syns i figur 2.6 och 2.7.





Figur 2.6: En enkel geometri med ungefär 22860 noder.

I figur 2.6 är elementnätet uppbyggt av approximativt 22800 noder medan den mindre, men mer avancerade, domänen i figur 2.7 är uppbyggd av cirka 28000 noder. Även om volymen av den mer avancerade domänen är 21,5% mindre än den stora så krävs det 22% fler noder för att beskriva geometrin. Lägga märke till elementens raka fördelning i figur 2.6 och jämför den med elementfördelningen i figur 2.7. Geometrin är något mer komplicerad och kräver därför en annan typ av element och därmed även fler noder.

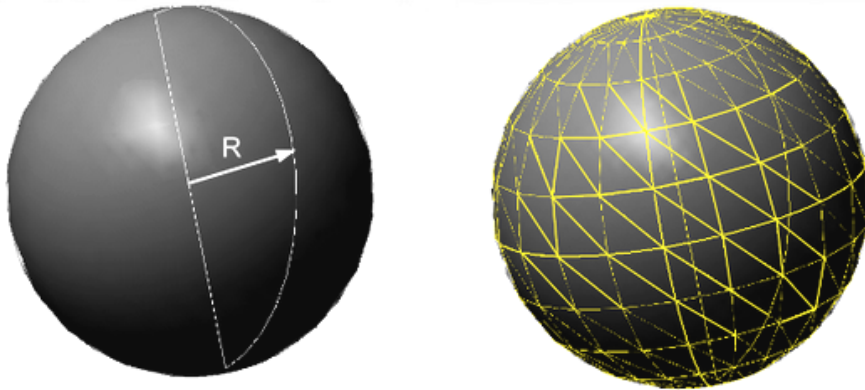


Figur 2.7: En mer avancerad geometri med ungefär 27944 noder

Det syns tydligt i figurerna 2.6 och 2.7 att geometrins komplexitet är starkt beroende för vilka element som används och hur de fördelar sig. Det är önskvärt att ha en enkel elementfördelning för att kunna fokusera den begränsade beräkningskapaciteten på resultatets noggrannhet eller snabbhet i stället för ett onödigt komplicerat men gles elementnät.

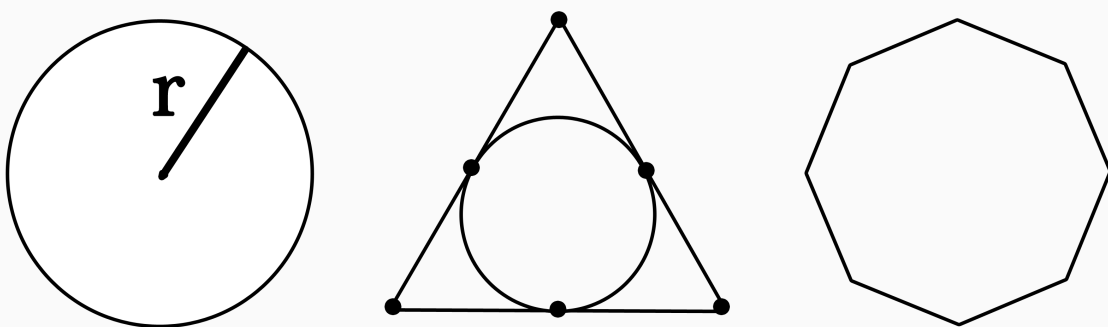
### 2.5.5 Konvertering av topologioptimeringsresultatet

Det finns idag inget trivialt sätt att konvertera den topologioptimerade geometrin till en formoptimeringsbar modell. Problemet med att konvertera en topologioptimerad struktur till CAD presenteras i [13]. Topologioptimerade strukturer kan anta exotiska och organiska former som inte kan beskrivas med mått. Resultaten är i ett format som saknar önskvärda mått och består av fler parametrar än vad formoptimeringen kan hantera. I figur 2.8 påvisas skillnaden mellan ett modellerat klot med fullständig geometri mot ett topologioptimerat klot.



Figur 2.8: Till vänster illustreras ett modellerat klot beskrivet av en radie medan det högra klotets geometri består av sammansatta fasetter.

Lägg märke till att skillnaden i antal parametrar som beskriver strukturen i figur 2.8 är stor. Klotet till vänster beskrivs av en radie medan det högra klotet beskrivs av flera sammansatta fasetter. Notera att varje triangel i det högra klotet är ett plan vilket kommer göra ytan skrovlig till skillnad mot klotet med en radie. Dock är det möjligt att analysera geometrier som är uppbyggda av sammansatta fasetter, men på grund av den ojämna ytan kommer onödiga spänningskoncentrationer uppstå. Problematiken ligger således i fasan då en formoptimering ska göras av det topologioptimerade resultatet som inte är av hanterbara former likt; en radie, längd, tjocklek etc. Antalet optimeringsparametrar blir för många och även om optimeringen är teoretisk möjlig blir den krävda beräkningskraften för stor för att det ska vara praktiskt genomförbart. Det här innebär att en manuell omarbetning och nymodellering behöver göras då en organisk form är omöjlig att efterlikna. För att den manuella omkonstruktionen ska kunna undvikas krävs en mjukvara som översätter de komplicerade fasettsammansättningarna till mått som radier, tjocklekar och längder. Den här mjukvaran skulle till exempel behöva söka efter tänkbara radier på en geometri, vilket i dagsläget är omöjligt. Ett sätt att skapa mjuka övergångar mellan ett antal punkter är med hjälp av NURBS (*Non-Uniform Rational B-Spline*) [16]. Det behövs färre antal punkter för att beskriva en komplex geometri än till exempel beskrivning med hjälp av fasetter. En NURBS-cirkel fås genom att placera sju punkter i en triangel medan en topologioptimerad cirkel vars format kräver en polygon med oändligt många sidor, i figur 2.9 visualiseras skillnaden.



Figur 2.9: Till vänster syns en vanlig cirkel, i mitten syns en NURBS-cirkel och till höger formatet från topologioptimeringsresultatet.

Utifrån figur 2.9 kan det konstateras att NURBS är ett bra sätt att med hög upplösning få släta övergångar och färre parametrar; dock består en vanlig cirkel av betydligt färre parametrar. Därför är NURBS inte en fullständig lösning till konvertering från topologioptimeringsresultatet till en användbar formoptimeringsmodell.

## 2.6 Formoptimering

Formoptimering används för att optimera den redan befintliga topologioptimerade strukturen med avseende på spänningar. Redan befintliga hålradier, tjocklekar eller andra mått anges som designvariabler och får därmed variera i det manuellt bestämda intervallet [4]. Syftet med formoptimering är att förändra den tillåtna formen på en struktur, för att följa en funktion som behöver optimeras. Den stora skillnaden från andra optimeringsalgoritmer är att objektet ofta är en form, det vill säga domäner av  $D^n$ , i stället för funktioner. Det blir en begränsning som kan leda till att problemet saknar lösning och mer avslappnade problemformuleringar behöver införas. Ett formoptimeringsproblem kan generellt skrivas på formen:

$$\min : \{F(X) : X \in D^n\} \quad (2.44)$$

Formoptimeringsproblemet är ett minimeringsproblem,  $X$  är designvariabler,  $D^n$  är designrummet bestående av  $X$ , och  $F$  är målfunktionen som ska minimeras över  $D^n$  [3].

### 2.6.1 Matematisk beskrivning av formoptimering

För att utföra en formoptimeringsalgoritm används ofta responsytor som matematisk bas. Användandet av en responsyta är ett sätt att optimera när det finns flera målfunktioner och flera FE-analyser som ska tas hänsyn till. En målfunktion är den funktion som ska minimeras och beror på de valda designvariablerna. Designvariabler är de inparametrar som ska tillåtas variera, till exempel radier eller tjocklekar [9]. Designvariablerna skrivs enligt:

$$X = [x_1, x_2, x_3, \dots, x_n] \in D^n \quad (2.45)$$

där  $n$  är antal designvariabler. Designrummet,  $D$ , har  $n$  antal dimensioner och definieras av intervallen på designvariablerna på följande sätt:

$$x_{i,\min} \leq x_i \leq x_{i,\max} \quad i = 1, 2, 3, \dots, n. \quad (2.46)$$

I ekvationen ovan representerar  $x_{i,\min}$  och  $x_{i,\max}$  den övre respektive undre gränsen för en designvariabel, till exempel intervallet som en radie får lov att variera inom. Utöver de ovan nämnda behöver tillståndsvariabler definieras för att begränsa lösningen. Tillståndsvariabler är responsen från lösningen och kan till exempel vara en spänning eller en förskjutning. En lösning anses då finnas om och endast om:

$$g_{j,\min} \leq g_j(X) \leq g_{j,\max} \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.47)$$

där  $g_{j,\min}$  och  $g_{j,\max}$  motsvarar största respektive minsta värdet på tillståndsvariablerna och är därmed det som begränsar beräkningen. Då kan formoptimeringen skrivas som minimeringsproblemet:

$$\min_{X \in D^n} F(X) \quad (2.48)$$

så att

$$g_{j,\min} \leq g_j(X) \leq g_{j,\max} \quad j = 1, 2, 3, \dots, m \quad (2.49)$$

där  $F(X)$  är målfunktionen och som typiskt är vikten eller volymen för den givna uppsättningen parametrar,  $X$ .

## 3 Metod

Nedan presenteras de metoder som används. Först uppskattas och definieras den designdomän och det lastfall som kommer att användas för att mäta och jämföra hållfastheten för referensen och de framtagna koncepten. Hur hållfastheten mäts presenteras nedan i de tre analysmetoderna spänningsanalys, modanalys och knäckningsanalys. Här används programvaran ANSYS som innehåller verktyg för respektive beräkningsmetod. Vid tunnväggiga geometrier används skalelement istället för solidelement för att effektivisera beräkningarna. En geometri modellerad i ANSYS kan modelleras som ett skal från början. Om geometrin är modellerad i

Catia V5 [7] behöver den solida geometrin göras om till en skalgeometri. Det här görs med *Design Modeler* där *Thin/Surface* väljs och därefter markeras samtliga ytterytor av geometrin så att en yta utan någon tjocklek skapas. Sedan öppnas *Mechanical - Model* och genom att klicka på *PartBody* under *Geometry* kan *Thickness* väljas till önskad tjocklek som behandlas analytiskt i kommande beräkningar.

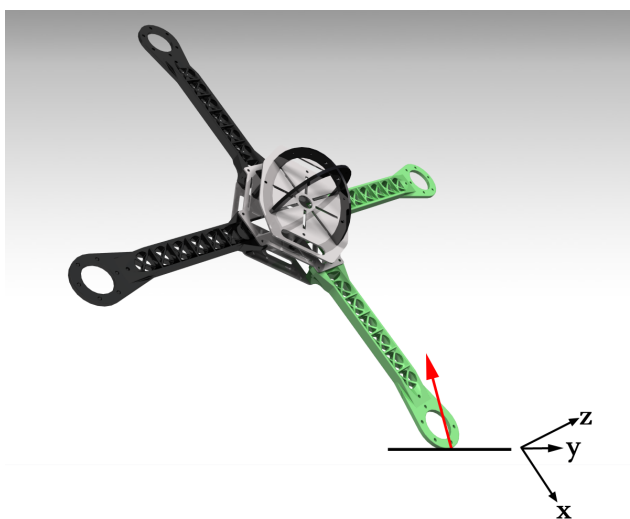
Tillvägagångssättet för topologioptimering och formoptimering redogörs i avsnitten 3.6 respektive 3.8. Avsnitt 3.7 förklarar övergången däremellan. När koncepten tagits fram med hjälp av ovan nämnda optimeringar påbörjas prototypstillverkning enligt de tillverkningsmetoder samt materialval som presenteras nedan.

### 3.1 Val av designdomän

En lämplig quadcopter köps in för att erhålla en referensarm. Designdomänen modelleras som en så enkel geometri som möjligt med mått efter referensens yttermått.

### 3.2 Lastfall och kontaktvillkor

Kontaktvillkoren väljs så att armen är fast inspänd vid skruvfästningarna samt de ytor på armen som är i kontakt med kroppen. Den yttre kraftens riktning och angreppspunkt baseras på ett exempel där quadcoptern faller och landar på en av armarna med en uppskattad lutning så att kraftkomponenterna fördelas lika, vilket illustreras nedan i fig 3.1.



Figur 3.1: Visualisering av det valda lastfallet.

För att avgöra storleken på kraftkomponenterna simuleras ett statiskt lastfall på referensen i ANSYS. Simuleringen är en manuell och iterativ process där kraften successivt höjs tills den maximala spänningen når materialets flytgräns. Den här kritiska lasten används sedan i alla analyser framöver om inget annat anges.

### 3.3 Spänningsanalys

När geometrin importerats till eller modellerats i ANSYS öppnas *Mechanical - Model* för att ställa upp en spänningsanalys. Kontaktvillkor väljs vid infästningen, på kontaktytor och hålradier till *fixed support*. Det enligt ovan valda lastfallet modelleras med hjälp av en *force* på den yttre kanten. Under *solution* väljs *Equivalent (von-Mises) Stress* som önskat resultat. Beräkningen körs och den maximala spänningen jämförs med materialets flytspänning.

### 3.4 Modanalys

För att bedöma risken för resonans görs en modanalys i ANSYS genom att använda *Modal*. Materialdata importeras under *Engineering data* som xml-filer med sparade materialegenskaper. Det är här viktigt att materialen stämmer väl överens med de verkliga komponenterna. Geometrin importeras assemblerad med fyra armar, kropp, batteri, motorer och bågar. Detta görs eftersom alla quadcopters komponenter påverkar egenfrekvenser och moder. Dubbelklicka på *Model* för att öppna modellen. Inga randvillkor används då quadcoptern är fri att röra sig i rymden. I *Connections* ändras *Contacts* till *MPC-kontakter*. Elementnätet genereras under *Mesh - generate mesh* och beräkningen körs där egenfrekvenser med motsvarande egenmoder beräknas. Lösningen öppnas under *Solution* och de moder som ska användas väljs, nollegenmoder och stelkroppsrörelser kan bortses från. *Stress - Equivalent stress (von Mises)* läggs till under *Solution*.

### 3.5 Knäckningsanalys

För att bedöma knäckningsrisken används verktyget för knäcklastberäkning, *Linear Buckling*, i ANSYS *Static Structural*. Kontaktvillkor väljs vid infästningen, på kontaktytor och hålradiar till *fixed support*. Lastfallet som använts vid samtliga knäckningsanalyser är en pålagd tryckkraft, *force*, på 1N med en riktning längsgående armen med en angreppspunkt längst ut vid motorfästet. Under båda *Solution* i trädet väljs *Total Deformation* som önskat resultat. Beräkningen körs och resultatet *Load Multiplier* representerar en multipel av den pålagda kraften 1N, alltså den kritiska knäcklasten.

### 3.6 Topologioptimering

Till topologioptimeringen används Genesis. Genesis, även kallat GTAM (*Genesis Topology for ANSYS Mechanical*) [17], är ett pluginprogram till ANSYS som kopplas med verktyget *Static Structural*. I *Static Structural* modelleras en geometri alternativt importeras en färdig CAD-modell.

Första steget i topologioptimeringen innefattar att lägga grunden till designdomänen som ska optimeras. Det är viktigt att hålla geometrin enkel för att undgå ett alltför högt antal element. En allt för hög noggrannhet vid genererandet av ett elementnät leder till att simuleringen tar lång tid. Därefter definieras randvillkor och laster till geometrin vilket kommer lägga grunden till resultatet av topologioptimeringen. Därefter bör delar av designdomänen som ska topologioptimeras definieras. Quadcopters armar definieras i *Topology Regions*. Kroppen samt hål för motor och infästning ska förbli kvar och inte gå förlorad i optimeringsprocessen.

Genesis förhindrar automatiskt att essentiella delar inte påverkas av optimeringen genom att använda bestraffningsfunktioner. Bestraffningsfunktionens syfte är att ta bort densiteter som antar värdet 0 och behålla de densiteter som antar 1. Dock görs det här manuellt i *Topology Constraints*, det vill säga att randvillkor ställs upp på de delar som ska behållas. I Genesis sätts lägsta gränsen för en del som ska vara kvar till 0,99, eller nära 1, Genesis tolkar den informationen som att materialet inte ska försvinna vid optimeringen. Målfunktionen för topologioptimeringen har som uppgift att begränsa designvolymen. Här behövs att ett bivillkor anges som stoppar itereringen. I Genesis är bivillkoret den minsta volym som måste bevaras, vilket är ett tal mellan 0 och 1. Här väljs 0,2 på grund av det begränsande antalet element, som gör att strukturen inte blir sammanhängande.

I *Topology Objectives* kan resultatet tolkas för olika mängd kvarstående volym som kan variera mellan 20% och 100%. Den lägre volymgränsen behöver inte vara den bästa då den inte alltid är realiserbar. Det kan innebära att punkter i konstruktionen inte håller samman och därmed inte kan tillverkas eller ta upp spänningar. Filen som kan exporteras har formatet STL eller IGES.

### 3.7 Konvertering

När topologioptimeringen är klar behöver en modell med fullständig geometri modelleras på nytt, vilket görs i ANSYS modelleringsverktyg. Det här beror på att det inte finns något sätt att direkt konvertera resultatet till

en ny CAD-modell se 2.5.5 *Konvertering av topologioptimeringsresultatet*. Resultatet från topologioptimering används som inspiration till modellen som sätts upp för formoptimering. Vid den här modelleringen behöver alla mått som senare önskas väljas till parametrar sätts ut i skisserna.

## 3.8 Formoptimering

För formoptimering kommer programvaran ANSYS och dess verktyg *DesignXplorer-Response Surface Optimization* att användas. För att formoptimeringen ska fungera förutsätts att strukturen är modellerad så att parametrar kan väljas. När konceptet modelleras på nytt finns risken att det inte blir exakt likadant eftersom modelleringsverktygens funktioner är olika, men likhet eftersträvas så långt som möjligt. Här finns utrymme för ingenjörskonstnärliga förändringar i syfte att undvika spänningskoncentrationer eller andra triviala kritiska punkter. Skarpa hörn och andra kritiska punkter behöver måttsättas med radier för att radien ska vara en valbar parameter för formoptimeringen. Det här krävs eftersom geometriska mått måste existera för att vara valbara som parametrar.

I *DesignModeler-Geometry* öppnas den skiss som innehåller de parametrar som önskas variera. Där kan måtten markeras som parametrar. En vanlig spännings- och töjningsanalys ställs upp i *Mechanical* med det valda lastfallet och kontaktvillkor som tidigare för att se var spänningskoncentrationer uppträder. I detaljvyn för maxspänningen under *Results* markeras *Maximum*, eftersom maximal spänning är en önskad utparameter. På samma sätt väljs komponentens vikt som utparameter.

Under *DesignXplorer-Design of Experiments* syns de valda in- och utparametrarna. För varje inparameter kan intervallen ändras. Varje vald parameter blir tilldelad ett intervall att variera i och de förvalda intervallen används om möjligt. Alla kombinationer av variationer är inte fysiskt möjliga då överlappningar kan ske i skissen, intervallen bör därför kontrolleras innan körning.

Vid uppdatering av *Design of Experiments* sätter ANSYS samman ett antal designpunkter. En designpunkt är en kombination av värden på designvariablerna och beräknar värden på utparametrarna för varje designpunkt. Här fås en översikt över resultatet i *Table of Schematic* inuti *Design of Experiments*. Till vänster under *Toolbox* kan olika grafer över sammansättningen av designpunkter läggas till om intresse finns.

Vid uppdatering av *DesignXplorer-Response Surface* skapas en matematisk yta vars maximum eller minimum kan eftersökas, beroende på syfte med optimeringen. Under *DesignXplorer-Optimization* kan mål och bivillkor ställas in. Genom att klicka på *Objectives and Constrains* i *Outline of Schematic* fås möjlighet att ställa in mål och bivillkor på utparametrarna i *Table of Scematic*. Här väljs att vikt och spänning ska vara lägre än en övre gräns som sätts till komponentens nuvarande vikt samt materialets sträckgräns.

När *DesignXplorer-Optimization* uppdateras presenteras tre kandidatpunkter under *Table of Schematic* som anses vara de bästa utifrån den prioritering som valts. Den kandidatpunkt som har lägst vikt väljs för vidareutveckling och prototyp tillverkning.

## 3.9 Konceptval

De framtagna koncepten vägs mot varandra i ett konceptval och ett koncept väljs för vidareutveckling. Det koncept som väljs är det som uppfyller samtliga hållfasthetskrav och har lägst vikt. Vidareutvecklingen kommer innehålla ytterligare viktminimeringar både manuella och automatiserade, dessutom kommer det valda konceptet genomgå en formoptimering för att minimera spänningskoncentrationerna. Slutligen genomgår konceptet en mod- och knäckanalys för att försäkra att inga hållfasthetskrav förbises.

## 3.10 Tillverkningsmetoder och materialval

På grund av de nya geometrierna kan nya landningsben och mittkropp behöva att konstrueras. De här komponenterna kommer ej att genomgå topologi- eller formoptimering utan de kommer att manuellt konstrueras

efter konceptets utformning. De material som är tillgängliga i Chalmers prototypverkstad för de möjliga tillverkningsmetoderna är balsaträ, ABS, PLA och metall. För ytterligare förklaring se avgränsningar i avsnitt 1.2. De tillverkningsmetoder som är tillgängliga och som kommer att användas är additiv tillverkning och abrasiv vattenskarvning. Den sekundära bearbetningen kommer innefatta manuell borrar, slipning och bockning.

### 3.10.1 Abrasiv vattenskarvning

Vattenskarvning använder vatten vid högt tryck, cirka 4000 bar, i en stråle för att slipa igenom material. Med tillsatt abrasivmedel, vilket är ett slipmedel av vanligtvis sand, i vattenstrålen kan hårdare material så som stållegeringar bearbetas och det kallas då för abrasiv vattenskarvning. Abrasiv vattenskarvning är en snabb process med många fördelar då den ger möjlighet till figurskarvning. Tillverkningsmetoden har ingenjörsmässiga fördelar eftersom det bildas minimalt eller obefintligt med spänningsbildningar och mikrosprickor i det bearbetade materialet. Vidare är det en mycket miljövänlig metod. Efterbearbetning kan krävas för att avlägsna grader, vilket är restmaterial som uppstår vid utskarvning. Vattenskarvning används för att skära ut den geometri som skall användas för armar i plåt. Därefter återstår vidare bearbetning för att färdigställa armarna.

### 3.10.2 Additiv tillverkning

Additiv tillverkning även kallat friformsframställning innebär att material appliceras skikt för skikt från datorgenererade 3D-modeller. Här används 3D-skrivaren *Makerbot Replicator* vilken extruderar termoplast skikt för skikt direkt från 3D-modell i formatet STL, denna metod kallas för FDM (*Fused Deposition Method*). Den additiva tillverkningen används vid enstyckstillverkning av geometrier som är svåra eller tidskrävande att tillverka genom andra tillverkningsmetoder.

### 3.10.3 Material

Material till komponenter väljs utifrån flera faktorer med hjälp av bland annat *CES EduPack 2014* vilket är en databas med listor över material och materialegenskaper. Vid val av material har stor hänsyn tagits till hur lättarbetat materialet är och tillgängligheten i den förfogade verkstaden. Vad gäller den additiva tillverkningen har endast två plaster, PLA och ABS, varit tillgängliga.

PLA väljs som material till den additiva tillverkningen då den extruderas i låg temperatur och är stärkelsebaserad till skillnad mot ABS, som kräver högre temperatur eftersom den är oljebaserad. PLA kommer från en förnybar resurs och kan återvinnas som vanliga restprodukter vilket ger den flera fördelar ur miljöhänsyn. Vid tillverkning med ABS uppstår även "warping-problemet", vilket innebär att geometrin deformeras på grund av den höga värmeenergi som är svår att kyla bort från den extruderade geometrin. Det här medför att ytfinhet och extruderingshastighet ökar vid användning av PLA samtidigt som inga hälsovådliga gaser bildas under tillverkning.

#### 3.10.3.1 Polyamid (PA)

Vid modellering och analys av referens används plasten PA då det är det material som referensen ursprungligen består utav. Materialdata för PA är taget från programvaran *CES* och är sammanställt i tabell 3.1 nedan.

Tabell 3.1: Materialdata PA

Sträckgräns [MPa]	100
Densitet [kg/m <sup>3</sup> ]	1,3·10 <sup>3</sup>

#### 3.10.3.2 Aluminiumplåt

De metaller som finns tillgängliga är aluminium i plåttjockleken 1mm och stål i plåttjockleken 1mm respektive 0,5mm. Då aluminium är 2,9 gånger lättare än stål hade det behövts en tunnare plåttjocklek än vad som

är tillgängligt, därav används lättmetallen aluminium på grund av dess låga densitet samt goda mekaniska egenskaper. Aluminium är ett mycket lättarbetat material och inom ett begränsat intervall av plåttjocklekar kan Chalmers verkstad tillhandahålla tillverkningsmöjligheterna som krävs. Vid tunnväggiga böckade geometrier är aluminium ett idealt material att använda.

Tabell 3.2: Materialdata aluminiumplåt

Sträckgräns [MPa]	280
Densitet [kg/m <sup>3</sup> ]	2,7·10 <sup>3</sup>

Materialdata för aluminiumlegeringen är taget från programvaran ANSYS materialbibliotek och är sammanställt i tabell 3.2.

## 4 Resultat

Följande kapitel innehåller resultaten från de metoder som använts. En utvärdering av referensen är viktig för att kunna genomföra en jämförelse med resultaten på de nya koncepten. Jämförelsen ligger till grund för det konceptval som utförs i avsnitt 4.7.

### 4.1 Val av designdomän

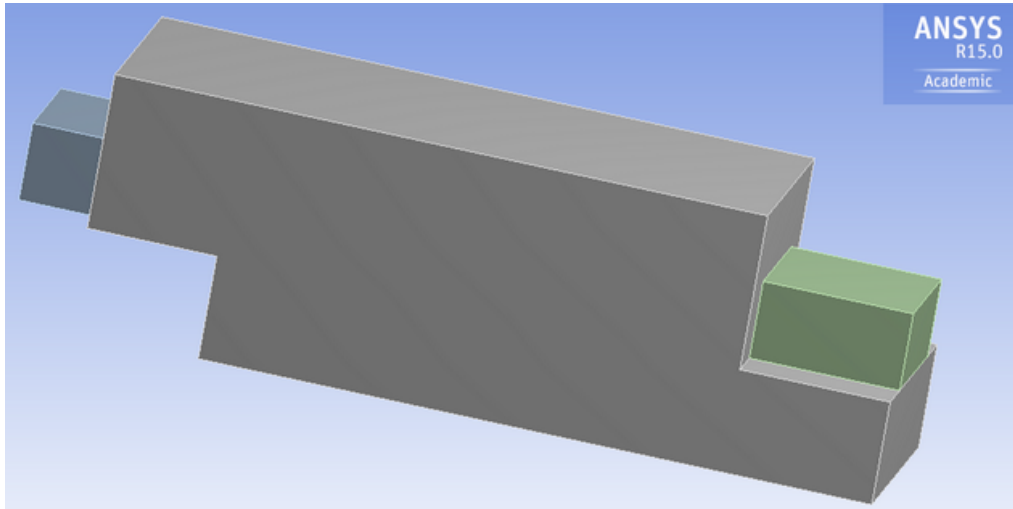
Den inköpta quadcoptern är av modell Turnigy SK450 från återförsäljaren [www.hobbyking.com](http://www.hobbyking.com) [8], se figur 4.1.



Figur 4.1: *Inköpt quadcopter Turnigy SK450*

Designdomänen för varje arm väljs som ett rätblock med lika längd och bredd som referensens arm samt samma höjd som landningsbenet, med plats för infästningar, se figur 4.2.



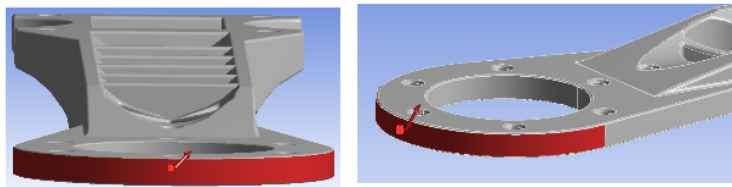


Figur 4.2: Vald designdomän

Det blåa blocket till vänster i figur 4.2 symboliserar infästningen och det gröna blocket till höger markerar motorfästet.

## 4.2 Utvärdering av referens

Den tänkta kollisionen enligt avsnitt 3.2 skapar en jämnt fördelad kraft mellan  $x$ ,  $y$  och  $z$ -komponenterna med kraftens angreppspunkt, se figur 4.3, längst ut på ramen vid motorfästet.



Figur 4.3: Visar kraftens angreppsytta

Kraftens komponentfördelning framgår i tabell 4.1 nedan. Koordinatsystemet sitter i kraftens angreppspunkt med  $x$ -axeln riktat rakt ut från quadcopterns kropp,  $y$ -axeln är horisontell rakt i sidled och  $z$ -axeln är vertikal rakt uppåt.

Tabell 4.1: Det valda lastfallet

Riktning	$x$	$y$	$z$
Last [N]	-35	35	35

Det valda lastfallet får komponentstorlekarna 35N i vardera riktning, vilket motsvarar 60,6N längs angreppsriktningen.

Vid modellerandet av referensen gjordes ett fåtal approximationer. De markerade områdena i figur 4.4 nedan har en annorlunda kurvatur i verkligheten. Det finns även metallgängor i varje hål på den verkliga produkten som inte ingår i modellen.



Figur 4.4: Markerar de delar av geometrin på referensarmen som approximerats vid modellering

I tabell 4.2 nedan syns att den uppmätta vikten inte överensstämmer med den av ANSYS beräknade. Det här kan till exempel bero på att de använda materialkonstanterna inte är exakt samma som de verkliga eller på approximationerna som gjordes vid modelleringen.

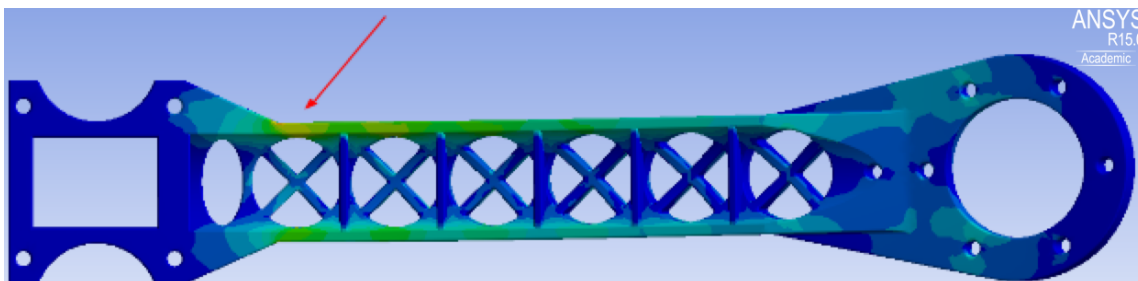
Tabell 4.2: Samlad data för referensen

Material	PA
Vikt [g]	32,2
Verklig uppmätt vikt [g]	34,7

För framtida jämförelser används den verkliga uppmätta vikten, 34,7g.

#### 4.2.1 Spänningsanalys

Spänningskoncentrationer uppträdde vid den relativt skarpa kanten som är markerad i figur 4.5 nedan, för ytterligare figurer se bilaga A.



Figur 4.5: Spänningsfördelningen på referensen, pilen visar området med de högsta spänningarna

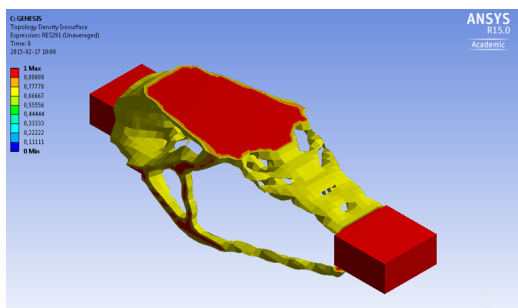
I tabell 4.3 nedan presenteras resultat från spänningsanalysen av referensen.

Tabell 4.3: Resultat av spänningsanalys

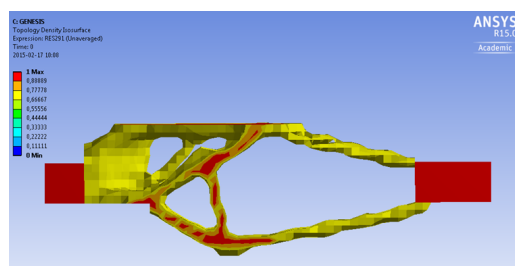
Max spänning (von Mises) [MPa]	100,46
Max utböjning [mm]	44,36

### 4.3 Topologioptimering

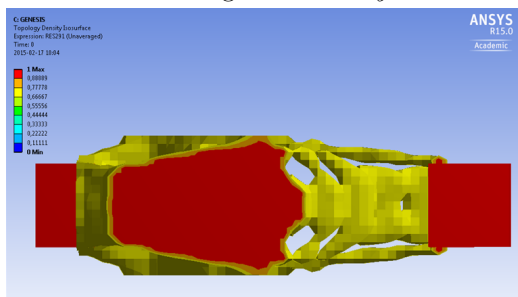
Ovan nämnda designomän används som utgångspunkt för topologioptimeringen. Det valda lastfallet appliceras på designomänen i Genesis och topologioptimeringsresultatet syns nedan i figur 4.6, 4.7, 4.8 och 4.9.



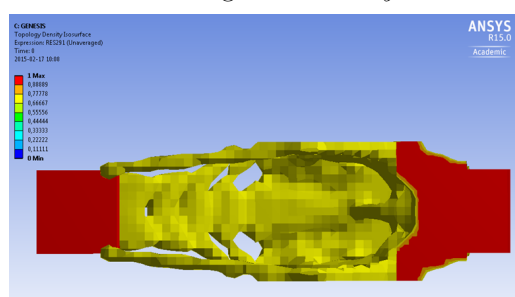
Figur 4.6: 3D-vy



Figur 4.7: Sidovy



Figur 4.8: Toppvy



Figur 4.9: Bottenvy

De röda rätblocken på konceptets ändar representerar infästningen respektive motorblocket. I figur 4.7 sitter motorn till höger och kroppen till vänster. Topologioptimeringsresultatet är av organisk karaktär och därmed svårmodellerat i ett CAD-program. Två tolkningar av resultatet görs som resulterar i koncept 1 och 2, koncept 3 är sedan en vidareutveckling av koncept 2.

### 4.3.1 Koncept 1

Koncept 1 har tydliga drag från topologioptimeringen samtidigt som det är anpassat för tillverkningsmetoden abrasiv vattenskärning och bockning av aluminiumplåt. Utifrån topologioptimeringen gjordes en tolkning i Catia V5 med hjälp av *Generative Sheet Metal Design*, se figur 4.10 och 4.11.



Figur 4.10: 3D-vy av koncept 1



Figur 4.11: Sidovy av koncept 1

CAD-modellen exporterades till ANSYS där konceptets spänningar analyserades med valt lastfall. I tabell 4.4 visas data och resultatet från spänningsanalysen, utförligt resultat återfinns i bilaga A.

Tabell 4.4: Data för koncept 1

Material	Aluminiumplåt
Vikt [g]	32,9
Maximal spänning (von Mises) [MPa]	216
Max utböjning [mm]	2,1

I tabell 4.4 ses att modellen utsätts för en spänning som maximalt uppgår till 216 MPa vilket är under gränsen för plasticering för vald aluminium. Deformationen uppgår till 2,1 mm vilket i sammanhanget också är acceptabelt, här skall dock tilläggas att det vid verkliga förhållanden sitter en motor monterad på armens yttre kant vilket ytterligare skulle hindra denna förskjutning. Då vikten jämfört med referens är hög behöver ytterligare material tas bort vilket medför att en omkonstruktion genomförs. Resultatet av den manuella omkonstruktionen syns nedan i figur 4.12 och 4.13.



Figur 4.12: 3D-vy av koncept 1



Figur 4.13: Sidovy av koncept 1

Under justeringen av koncept 1 förändrades kurvaturen på bågarna, vilket resulterade i en något lägre vikt och maximalt uppträdande spänning.

I tabell 4.5 visas konceptdata och resultatet från spänningsanalysen, utförligt resultat återfinns i bilaga A.

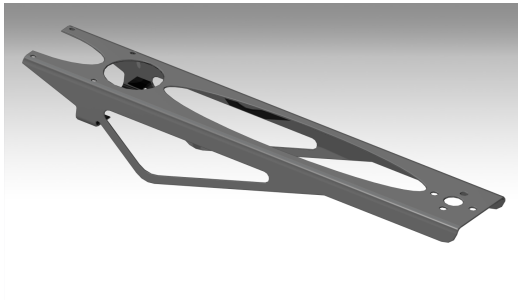
Tabell 4.5: Data för justerat koncept 1

Material	Aluminiumplåt
Vikt [g]	26,5
Maximal spänning (von Mises) [MPa]	198
Max utböjning [mm]	0,4

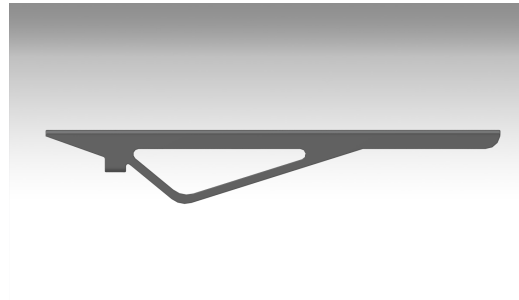
Den manuellt justerade versionen av koncept 1 har förbättrats både gällande vikt och spänning, dock kvarstår fortfarande signifikanta spänningskoncentrationer runt infästningen. De spänningskoncentrationer som uppstår runt hål och över flänsen är förväntade eftersom modellen där övergår från fast till fri rand vilket medför att derivator av lösningen ändras snabbt, det vill säga andraderivatan är stor.

### 4.3.2 Koncept 2

Utifrån topologioptimering med det valda lastfallet gjordes ytterligare en tolkning i Catia V5 med hjälp av *Generative Sheet Metal Design* för att undersöka möjligheten att tillverka en prototyp i bockad aluminiumplåt, se figur 4.14 och 4.15.



Figur 4.14: 3D-vy av koncept 2



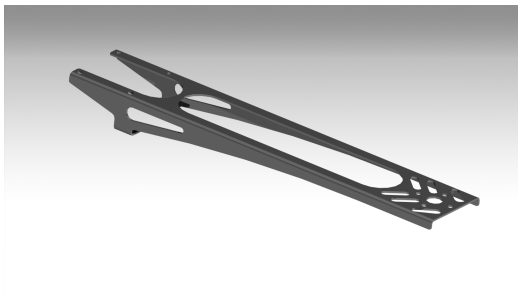
Figur 4.15: Sidovy av koncept 2

Koncept 2 har en annan typ av bågar än koncept 1, i tabell 4.6 nedan visas data samt resultat från spänningsanalysen, utförligt resultat återfinns i bilaga A.

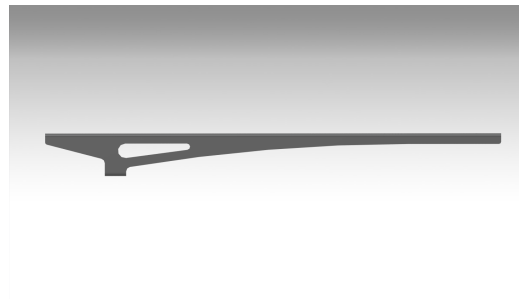
Tabell 4.6: Data för koncept 2

Material	Aluminiumplåt
Vikt [g]	24,0
Maximal spänning (von Mises) [MPa]	272
Max utböjning [mm]	3,0

Den maximala spänningen är nära materialets flytgräns, 280MPa, och därför justeras konceptet manuellt före formoptimering för att öka förutsättningarna. Två vidare tolkningar av det här konceptet görs (koncept 2 och 3). Eftersom bågar på koncept 2 har låga spänningar tas de helt bort, koncept 2 ser nu ut enligt figur 4.16 och 4.17 nedan:



Figur 4.16: 3D-vy av koncept 2



Figur 4.17: Sidovy av koncept 2

utan bågar får koncept 2 en lägre vikt och även lägre maxspänning. I tabell 4.7 nedan visas data samt resultat från spänningsanalysen, utförligt resultat återfinns i bilaga A.

Tabell 4.7: Data för justerat koncept 2

Material	Aluminiumplåt
Vikt [g]	17,3
Maximal spänning (von Mises) [MPa]	226
Max utböjning [mm]	6,0

Den maximalt uppträdande spänningen uppgår till 226MPa. Vikten minskade något, medans den maximala utböjningen ökade.

### 4.3.3 Koncept 3

Ett koncept tas fram där bågarnas konstruktion i det ursprungliga koncept 2 rundas av och omkonstrueras för att minska spänningarna i konstruktionen, se figur 4.18 och 4.19.



Figur 4.18: 3D-vy av koncept 3



Figur 4.19: Sidovy av koncept 3

Koncept 3 är i övrigt likt det ursprungliga koncept 2, bortsett från att utskärningen på toppen har gjorts något bredare. Den här förändringen medför att vikten minskar till 19,6g och att spänningarna sjunker till 246MPa, vilket är godkänt. I tabell 4.8 nedan visas konceptdata och resultatet från spänningsanalysen, utförligt resultat återfinns i bilaga A.

Tabell 4.8: Data för koncept 3

Material	Aluminiumplåt
Vikt [g]	19,6
Maximal spänning (von Mises) [MPa]	246
Max utböjning [mm]	4,0

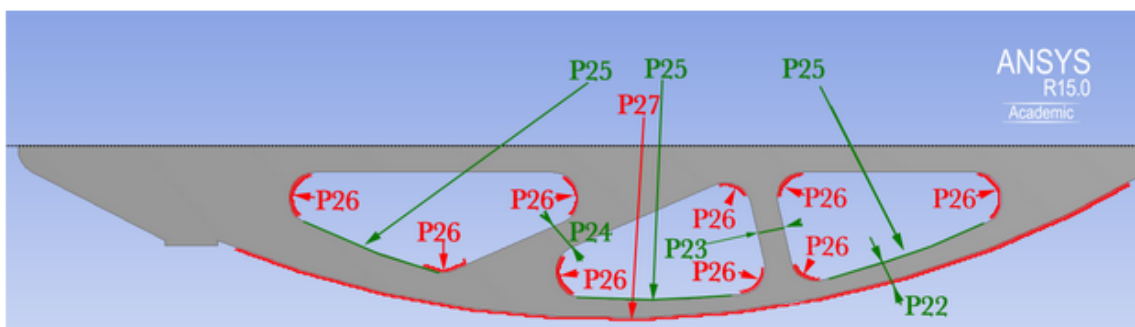
Koncept 3 har en vikt på 19.6g vilket är något lägre än det ursprungliga koncept 2, dock ökade den maximala utböjningen något. Den maximala spänningen är lägre än materialets sträckgräns.

## 4.4 Formoptimering

De tre ovan nämnda koncepten går vidare till automatiserad formoptimering. Nedan beskrivs koncepten, de valda designparametrarna samt resultatet av formoptimeringen. Den maximala spänningen beskrivs i % av  $\sigma_{\max}$  eftersom koncepten tillverkas i aluminiumplåt till skillnad från referensen som tillverkades i PA. Formoptimeringen körs med bivillkoren att vikten ska vara lägre än 35g, vilket motsvarar referensens vikt, och den maximala spänningen lägre än 280MPa vilket är materialets sträckgräns. Utförlig data från formoptimeringen finns samlad i bilaga B.

### 4.4.1 Koncept 1

De mått som väljs till varierbara parametrar är radier i de tre hålen på sidan, tjocklekar mellan hålen samt radier och tjocklek på avrundningen på undersidan vilket visualiseras i figur 4.20 nedan.



Figur 4.20: Valda parametrar koncept 1

ANSYS genererade intervall används. Parametrarnas mått före respektive efter formoptimeringen presenteras i tabell 4.9:

Tabell 4.9: Parametrarnas mått

Parameter	Före formoptimering [m]	Efter formoptimering [m]
P22	0,0030000	0,0027003
P23	0,0050000	0,0045005
P24	0,0050000	0,0045005
P25	0,1500000	0,1350200
P26	0,0050000	0,0045005
P27	0,2000000	0,1800200

I tabell 4.9 syns parametrarna i vänstra kolumnen och mått före respektive efter formoptimeringen. Den kombination av parametervärden som visas högra kolumnen valdes eftersom den representerar den lägsta vikten. ANSYS föreslår tre kandidatpunkter, fullständiga data återfinns i bilaga B. Alla parametrar har förändrats, i tabell 4.10 visas numeriska data över förbättringarna och jämförelse mot referens samt konceptet före formoptimering.

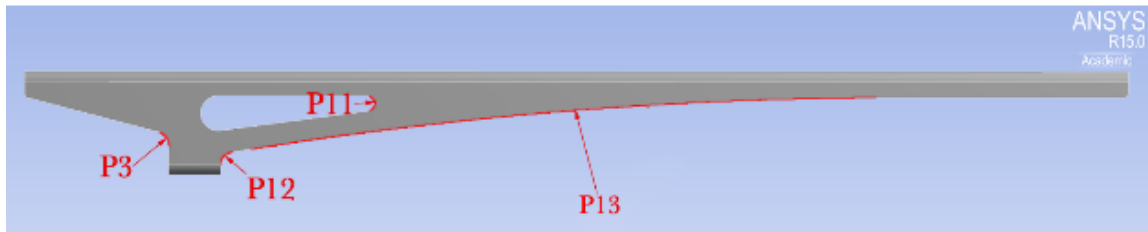
Tabell 4.10: Resultat formoptimering koncept 1

	Vikt [g]	Maximalspänning [MPa] och % av $\sigma_{\max}$	Maxutböjning [mm]
Referens	34,7	100 = $\sigma_{\max}$	44,4
Koncept 1 före formoptimering	29,6	140 = $0,5\sigma_{\max}$	0,9
Koncept 1 efter formoptimering	27,0	102 = $0,36\sigma_{\max}$	1,0

Enligt tabell 4.10 har vikten till följd av formoptimeringen minskat med 1,6g och den maximala spänningen har minskat avsevärt. Noterbart är även att den maximala utböjningen i jämförelse med referensen också minskar avsevärt. Jämfört med referensen har vikten minskat med 22,2%.

#### 4.4.2 Koncept 2

De mått som väljs till varierbara parametrar är P3, P11, P12, P13, och P14 som kan ses i figur 4.21 respektive figur 4.22.



Figur 4.21: Sidovy för valda parametrar koncept 2



Figur 4.22: Toppvy för valda parametrar koncept 2

De av ANSYS genererade tillåtna intervall används i stor utsträckning. Ett intervall begränsas manuellt eftersom kombinationerna inte blev fysiskt möjliga. Parametrarnas mått före respektive efter formoptimeringen presenteras i tabell 4.11:

Tabell 4.11: Parametrarnas mått

Parameter	Före formoptimering [m]	Efter formoptimering [m]
P3	0,0040000	0,0036036
P11	0,0015000	0,0014835
P12	0,0020000	0,0021202
P13	0,7880000	0,7993400
P14	0,0250000	0,0237740
P15	0,0125000	0,0120200

I tabell 4.11 syns parametrarna i vänstra kolumnen och mått före respektive efter formoptimeringen. Den kombination av parametervärden som visas i högra kolumnen väljs eftersom den representerar den lägsta vikten. ANSYS föreslår tre kandidatpunkter, fullständiga data återfinns i bilaga B. Alla parametrar har förändrats, i tabell 4.12 visas numeriska data över förbättringarna och jämförelse mot referens samt konceptet före formoptimering.

Tabell 4.12: Resultat formoptimering koncept 2

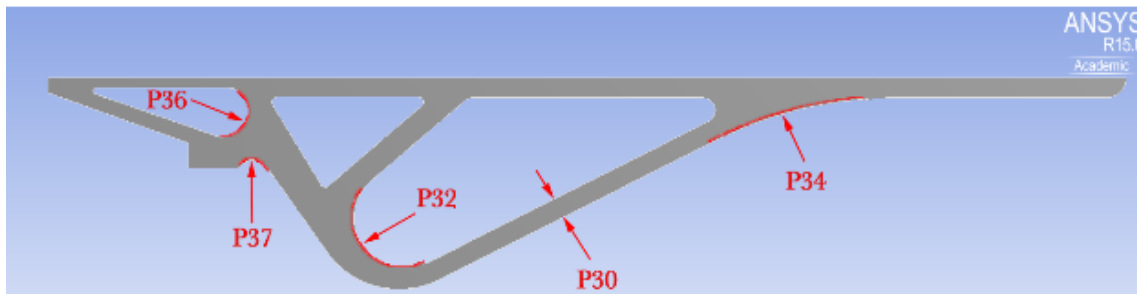
	Vikt [g]	Maximalspänning [MPa] och % av $\sigma_{\max}$	Maxutböjning [mm]
Referens	34,7	100 = $\sigma_{\max}$	44,4
Koncept 2 före formoptimering	17,36	226 = $0,8\sigma_{\max}$	6,0
Koncept 2 efter formoptimering	16,4	210 = $0,75\sigma_{\max}$	2,0

Enligt tabell 4.12 har vikten minskat med 18,3g med hjälp av topologi- och formoptimeringen samt den maximala spänningen har minskat något. Jämfört med referensen har vikten minskat med 51,8%.



### 4.4.3 Koncept 3

De parameterar som väljs för formoptimeringen är P30, P32, P34, P35, P36 och P37 vilket tydliggörs i figur 4.23 och figur 4.23.



Figur 4.23: Sidovy för valda parametrar koncept 3



Figur 4.24: Toppvvy för valda parametrar koncept 3

De av ANSYS genererade tillåtna intervall används. Parametrarnas mått före respektive efter formoptimeringen presenteras i tabell 4.13:

Tabell 4.13: Parametrarnas mått

Parameter	Före formoptimering [m]	Efter formoptimering [m]
P30	0,0040000	0,0036011
P32	0,0100000	0,0100010
P34	0,0250000	0,0241690
P35	0,0801720	0,0753700
P36	0,0050000	0,0046434
P37	0,0032000	0,0029385

I tabell 4.13 syns parametrarna i vänstra kolumnen och mått före respektive efter formoptimeringen. ANSYS föreslår tre kandidatpunkter, fullständiga data återfinns i bilaga B. Alla parametrar har förändrats, i tabell 4.14 visas numeriska data över förbättringarna och jämförelse mot referens samt konceptet före formoptimering.

Tabell 4.14: Resultat formoptimering koncept 3

	Vikt [g]	Maximalspänning [MPa] och % av $\sigma_{\max}$	Maxutböjning [mm]
Referens	34,7	100 = $\sigma_{\max}$	44,4
Koncept 3 före formoptimering	19,6	246 = $0,88\sigma_{\max}$	4,0
Koncept 3 efter formoptimering	19,7	238 = $0,85\sigma_{\max}$	3,0

Enligt tabell 4.14 har vikten minskat med 15g med hjälp av topologi- och formoptimeringen samt den maximala

spänningen har minskat något. Jämfört med referensen har vikten minskat med 56,8%

## 4.5 Självsvängningsanalys

Resultatet från modanalysen på koncepten och referensen redovisas i tabellerna 4.15 och 4.16. De moderna som beaktas är de som ligger i närområdet till quadcopterns arbetsfrekvens omkring 75Hz. För ytterligare data se bilaga C.

Tabell 4.15: Resultat modanalys referens

	Frekvens [Hz]				
Egenmod	9	10	11	12	13
Referens	60,12	63,46	69,80	77,24	84,19

Tabell 4.16: Resultat modanalys koncept

	Frekvens [Hz]	Frekvens [Hz]	Frekvens [Hz]	Frekvens [Hz]
Egenmod	7	8	9	10
Koncept 1	73,079	130,84	147,86	155,31
Koncept 2	48,254	74,84	88,944	109,43
Koncept 3	58,971	63,88	78,18	78,211

Noterbart är att dimensionering av armen inte kommer göras mot självsvängning då det är hela systemet och inte nödvändigtvis armen som orsakar ett eventuellt självsvängningsproblem.

## 4.6 Knäckningsanalys

Resultatet av den kritiska knäcklasten för respektive koncept presenteras i tabell 4.17. För ytterligare data se bilaga D.

Tabell 4.17: Kritiska knäckklaster

	Kritisk knäcklast [N]
Referens	113,3
Koncept 1	616,2
Koncept 2	831,3
Koncept 3	1434,3

Eftersom samtliga kritiska knäckklaster är större än den tidigare definierade lasten 60,6N anses risken för knäckning vara låg och kritisk knäcklast är därför inte dimensionerande. Figur på respektive knäckmod återfinns i bilaga C.

## 4.7 Konceptval

Koncept 2 väljs eftersom det har den lägsta vikten samtidigt som hållfasthetskraven är uppfyllda.

Tabell 4.18: Resultat

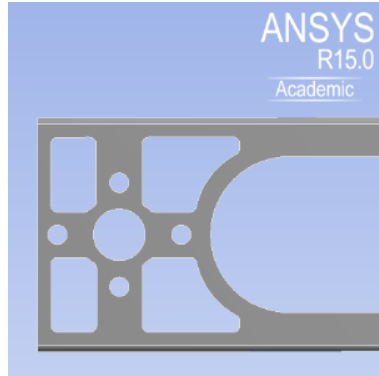
	Vikt [g]	Den maximala spänning som uppstår uttryckt i $\sigma_{\max}$	Knäckrisk
Referens	34,7	$\sigma_{\max}$	Nej
Koncept 1	27,0	$0,36\sigma_{\max}$	Nej
Koncept 2	16,4	$0,75\sigma_{\max}$	Nej
Koncept 3	19,7	$0,85\sigma_{\max}$	Nej

Som synes i tabell 4.18 har alla koncept lägre vikt än referensen. Den maximala spänningen som uppstår i koncepten är lägre än den maximalt tillåtna spänningen. Valt koncept blir således det koncept med lägst vikt, vilket är koncept 2.

## 4.8 Manuell vidareutveckling av valt koncept

För att ytterligare minimera vikten på det valda konceptet analyseras spänningsskilderna manuellt och vid de områden där låga spänningar finns skalas ännu mer material bort.

Koncept 2 valdes till vidareutveckling och ytterligare reduktion av vikt var målet. Det är främst på ovansidan som detta är möjligt och ytan vid motorn har potential att förbättras. Där skalas det av så mycket material som möjligt och tack vare att motorn är stel kommer elimineringen av material inte påverka spänningarna nämnvärt hur hålen än är designade. Geometrin vid motorn får formen enligt figur 4.25.

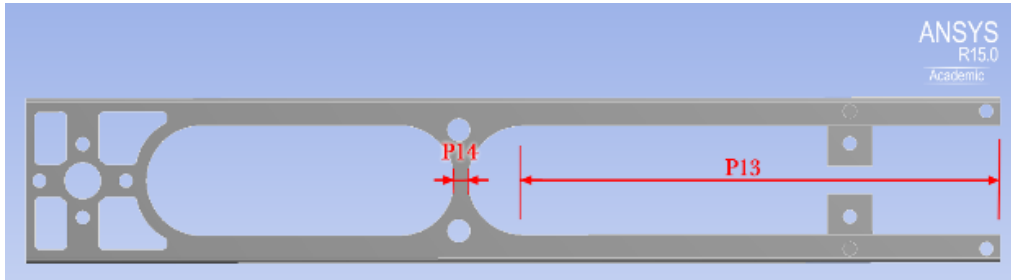


Figur 4.25: Ovansida vid motorfästet

I figur 4.25 visas de nya utskärningarna som gjorts vid motorfästet.

## 4.9 Vidare formoptimering av valt koncept

Dessutom sågs en avsevärd skillnad i spänningar då hålen på ovansidan flyttades från kroppen in mot mitten, se figur 4.26. Det skapas även två små hål i mitten av armen för att minska vikt och luftmotstånd. Den nya geometrin formoptimeras och de varierbara parametrarna P13 och P14 kan skådas i figur 4.26.



Figur 4.26: Varierbara parametrar vid formoptimering

De av ANSYS genererade tillåtna intervall används. Parametrarnas mått före respektive efter formoptimeringen presenteras i tabell 4.19.

Tabell 4.19: Resultat efter formoptimering

Parameter	Före formoptimering [m]	Efter formoptimering [m]
P13	0,0378	0,095
P14	0,003	0,003

Efter vidareutvecklingen och formoptimeringen blev konceptet 0,2g tyngre, dock höll den för mer last vilket kan ses i tabell 4.20.

Tabell 4.20: Resultat för vidareutveckling av valt koncept

	Vikt [g]	Maximal spänning [MPa] och % av $\sigma_{\max}$	Maxutböjning [mm]
Koncept 2 före vidareutveckling	16,4	210 = 0,75 $\sigma_{\max}$	5
Koncept 2 efter vidareutveckling	16,6	180 = 0,64 $\sigma_{\max}$	5

Vidareutvecklingen resulterade i en viktreducering jämfört med referensen på 52%. Slutligen kan det konstateras att resultatet gentemot referensen blev en viktminskning på 18,1g och en hållfasthet som klarar 36% mer last vilket anses lyckat. För att ytterligare viktminimera koncept 2 kan plåttjockleken minskas. Aluminiumplåt finns normalt i tjocklekar från 0.5mm och uppåt, i tabell 4.21 visas resultat från spänningsanalyser för olika plåttjocklekar.

Tabell 4.21: Analysresultat för varierande plåttjocklek

Plåttjocklek [mm]	Vikt [g]	Maximal spänning [MPa] och % av $\sigma_{\max}$	Maxutböjning [mm]
1,0	16,6	180 = 0,64 $\sigma_{\max}$	5
0,7	11,5	264 = 0,94 $\sigma_{\max}$	7,9
0,5	8,4	429 = 1,53 $\sigma_{\max}$	11,1

I tabell 4.21 syns att plåttjockleken har stor inverkan på komponentens vikt. Plåttjocklek 0,7mm väljs eftersom spänningarna blir för höga vid 0,5mm plåt. Det här medför att det slutliga konceptet har en hållfasthet motsvarande referensens och en vikt på 11,5g som innebär en total viktreducering på 67%.

## 5 Diskussion

Topologi- och formoptimering har visats vara en lämplig kombination för lättviktsoptimering. Topologioptimeringen maximerade komponentens styvhet och formoptimeringen tog hänsyn till spänningsbilden, båda med syfte att minimera mängden material genom att fördela materialet så effektivt som möjligt på ett systematiskt och automatiserat sätt. Systematiken finns och topologioptimeringen sker relativt automatiserat, men resultatet var svårtolkat. Topologioptimeringsresultatet antog en organisk form och blev därför svårt att arbeta vidare med på grund av konverteringsproblemen. Den manuella konvertering som utfördes mellan de två optimeringsmetoderna innebar grova förändringar av topologioptimeringsresultatet, vilket ledde till att koncepten i slutändan fått en lägre influensgrad av topologioptimeringen än önskat.

Om topologioptimeringsresultatet är en optimal fördelning av material med avseende på styvhet per vikt bör de koncepten efterliknas i största möjliga mån. Den manuella konverteringen från topologioptimeringsresultatet till CAD-modell innebär informationsbortfall som skulle kunna ha en betydande roll i slutresultatet. Dock är det svårt att spekulera kring hur mycket materialminskning som förlorades till följd av den manuella konverteringen. Dessutom är en manuell insats mycket tidskrävande. Intresset för en automatiserad lättviktsoptimeringsprocess med självgående konvertering mellan topologi- och formoptimering är stort. Konverteringsproblemet diskuteras i [13] och där konstateras det att ny teknik är under utveckling, men att det fortfarande finns problem som måste lösas innan tekniken kan appliceras på interaktiva CAD-program. Även om dagens teknik hade kunnat parametrera en cylinder eller en enklare CAD-geometri hjälper det inte topologioptimeringskonverteringen då den inte kan beskrivas av enkla geometrier som radier och längder. Dock anses topologioptimeringen fördelaktig trots bristen på geometrisk information, då systematiska metoder är att föredra.

Dock finns det saker att ifrågasätta vid den praktiska tillämpningen av topologioptimeringen i Genesis. Till exempel kan bivillkoret att minsta volym som måste kvarstå, 20%, ifrågasättas. Det kunde antagligen sättas till en lägre procentsats. Vidare är det inte fullt så enkelt att bara välja den lägsta procentsatsen för volymvillkoret eftersom att sannolikheten att kunna realisera strukturen minskar desto mindre volymsatsen är. Där någonstans följer en avvägning, när är ett minsta möjliga volymvillkor godtagbart, samtidigt som strukturen är sammanhängande?

Med det givna volymvillkoret definierat så kontrollerades olika strukturer i volymintervallet 20-100%. I efterhand är det här som utrymme för förbättring har givits, då för varje vald struktur med tillhörande volymvillkor kan massan jämföras med referensen. Där kan ett krav ställas på att max få samma vikt som referensquadcopterns och samtidigt få den styvaste strukturen för den vikten. Förutsatt att samma material används på optimeringsstrukturen som referensquadcoptern kan också en ordentlig och rättvis utvärdering av topologioptimeringens insats göras. Till exempel jämföra hållfastheten i ANSYS och se vilken som är styvast, hur stor utböjning blir eller analysera spänningar då topologioptimeringen inte tar hänsyn till detta.

Formoptimering är en systematisk och automatiserad metod för att fördela materialet på bästa sätt med avseende på exempelvis spänningsbilden och anses därför vara ett bra tillägg efter en topologioptimering. För att genomföra en formoptimering i ANSYS krävs det en ANSYS-modellerad geometri eller en importerad geometri med definierade parametrar. Under formoptimeringen minskades spänningarna och vikten en hel del, trots att parametrarnas intervall var snäva. Svårigheter uppstod när intervallen utvidgades och lösningar som inte var fysiskt möjliga uppstod då måtten överlappade varandra. Genom att använda större intervall skulle ett bättre resultat kunna uppnås då variablerna får ökad frihet, dock skulle det kräva en mer avancerad algoritm som kontrollerar de verkliga fysiska möjligheterna. En grundläggande förutsättning är att måttsättningen tillåter intervallens storlek, en förutsättning som är svår att hantera när variablerna ökar i antal. Det framgår tydligt att den stora begränsningen är bristen på automation. Om konverteringen mellan topologi- och formoptimering var automatiserad hade mycket arbetstid sparats samtidigt som det slutliga konceptet hade innehållit tydligare drag från topologioptimeringen.

Vid tillverkning av lätta geometrier är modelleringsverktyget Sheet Metal i Catia V5 tillsammans med abrasiv vattenskarning mycket användbart eftersom de tillåter tunna geometrier med många olikformade hål. För komponenter som inte kan modelleras med hjälp av skal är additiv tillverkningsmetod som 3D-skrivning lämplig och användbar.

Topologi- och formoptimering är en systematisk metod för att uppskatta hur en lättviktskomponent skulle kunna se ut. En starkt påverkande faktor är valet av lastfall och kontaktvillkor. Det använda lastfallet symboliserar

en kollision, men hur ser den optimala strukturen med avseende på flygningen ut? Analyser som gjorts har hela tiden jämförts med referensens resultat i syfte att kontrollera att hållfastheten inte försämras. Ett annorlunda lastfall hade gett ett annat resultat från topologioptimeringen och komponenten hade fått en annan geometrisk karaktär tidigt i processen. Kontaktvillkoren är svåra att efterlikna eftersom komponenten hela tiden är i rörelse vid drift. Att anta fast inspänning på kontaktytor förmodas dock inte påverka resultatet nämnvärt.

De tre formoptimerade koncepten visar en tydlig förbättring med avseende på vikt och spänningskoncentrationer utifrån de tester som gjorts. Självsvängningsanalyserna visar att koncepten ligger inom det intervall där självsvängning kan bli ett problem, här måste det dock påpekas att undermåliga resurser vid genomförande av analyserna bidrar till att de ligger underordnade vid val av koncept. Det finns sedermera alternativa tillvägagångssätt att hindra quadcoptern från att komma i självsvängning, till exempel genom att välja styva lättviktsmaterial till resterande komponenter, byte mot lättare motorer, implementera dämpande material mellan kontaktytor m.m.

## 5.1 Slutsatser och rekommendationer

Projektet har uppfyllt syftet då en lättviktsram till en quadcopter har tagits fram med hjälp av topologi- och formoptimering. Tillverkning av armar har skett kontinuerligt med hjälp av 3D-skrivning och abrasiv vattenskarvning. De framtagna koncepten klarar av lika stor belastning eller större än referensen enligt uppskattat lastfall. Vikten minskade för alla tre koncept i jämförelse med referensen och det slutliga konceptet innefattar en viktminskning på 67% samt en motsvarande hållfasthet som referensen.

För att underlätta optimeringsprocessen är en helt automatiserad process nödvändig. Mycket tid går idag åt till att modellera koncepten på nytt för att byta programvara eller optimeringsmetod. De här manuella stegen tar inte bara tid, de påverkar även slutresultatet. Det hade varit intressant att jämföra resultaten från olika lastfall och då ta hänsyn till dynamiska laster tidigt. En mer verklig uppskattning av lastfallet ger ett mer verklighetstroget resultat och bidrar till en bättre fördelning av materialet. Ett lastfall som representerar en flygning i stället för kraschlandning hade varit intressant.

Självsvängning kan vid flygning bli ett problem med det valda konceptet, detta behöver analyseras utförligare och verifieras genom tester. Dessutom skulle en formoptimering mot självsvängning på hela systemet vara intressant.

Tillverkningsmöjligheterna är mer begränsade om graden av influens från topologioptimeringsresultatet är stor. Efter topologioptimering finns möjlighet att anpassa konstruktionen för fler tillverkningsmetoder, men då på bekostnad av topologioptimeringens fördelar.

# Litteraturförteckning

- [1] Andreassen, Calusen, Schevenels, Lazarov, Sigmund. 2010, *Efficient topology optimization in MATLAB using 88 lines of code*. University of Denmark, Department of Solid Mechanics, Structural and Multidisciplinary Optimization.
- [2] ANSYS, Inc. *ANSYS Mechanical* <http://www.ansys.com/Products/Simulation+Technology/Structural+Analysis/ANSYS+Mechanical>, hämtad 2015-05-18
- [3] Bucur & Buttazzo, 2005, *Variational methods in shape optimization problems*, Birkhäuser
- [4] Christensen, & Klarbring. 2008, *An introduction to structural optimization* Springer, New York, ISBN: 978-1-4020-8665-6
- [5] Clough, & Penzien, 2003, *Dynamics of structures* Computers & Structures. Inc, Berkeley,
- [6] Cook, Malkus, Plesha, Witt, 2002, *Concepts And Applications Of Finite Element Analysis*. 4th Edition, John Wiley & Sons Inc.
- [7] Dassault Systèmes *CATIA V5* <http://www.3ds.com/products-services/catia/>, hämtad 2015-05-18
- [8] Hobbyking.com - The ultimate hobby experience. *SK450 Quad Copter Powered By Multistar. Ready-To-Fly Package (Mode 1)*. [http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/\\_\\_45468\\_\\_Turnigy\\_SK450\\_Quad\\_Copter\\_Powered\\_By\\_Multistar\\_Quadcopter\\_5X\\_Package\\_Mode\\_1\\_Ready\\_to\\_Fly\\_.html](http://www.hobbyking.com/hobbyking/store/__45468__Turnigy_SK450_Quad_Copter_Powered_By_Multistar_Quadcopter_5X_Package_Mode_1_Ready_to_Fly_.html), hämtad 2015-05-12
- [9] Jianxiong, 2006, *Design Optimizations Using ANSYS Generated Response Surfaces*. <http://www.ansys.com/staticassets/ANSYS/staticassets/resourcelibrary/confpaper/2006-Int-ANSYS-Conf-111.pdf>, hämtad 2015-04-17
- [10] Ljung, Saabye, Ottosen och Ristinmaa, 2007, *Introduktion till hållfasthetslära - Enaxliga tillstånd*. Studentlitteratur.
- [11] Ljung, Saabye, Ottosen och Ristinmaa, 2007. *Hållfasthetslära - Allmänna tillstånd*. Studentlitteratur.
- [12] Bendsoe, et al., 2004, *Topology Optimization* Springer-Verlag Berlin Heidelberg
- [13] Olhoff, Bendsoe, Rasmussen, 1991, *On CAD-integrated structural topology and design optimization* Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering 89 Elsevier Science Publishers B.V
- [14] Ottosen, Niels. 1992, *Introduction to the Finite Element Method*, Prentice Hall, New York
- [15] Paz, Mario. 2012, *Structural Dynamics: Theory and computation*, Springer Science & Business Media, New York, ISBN: 978-1-4615-7920-5
- [16] RealWorld Graphics *What is a NURBS?* , <http://www.rw-designer.com/NURBS>, hämtad 2015-05-12
- [17] Vanderplaats Research & Development, Inc. *Topology Optimization Extension for ANSYS® Mechanical* <http://www.vrand.com/GTAM.html>, hämtad 2015-05-18

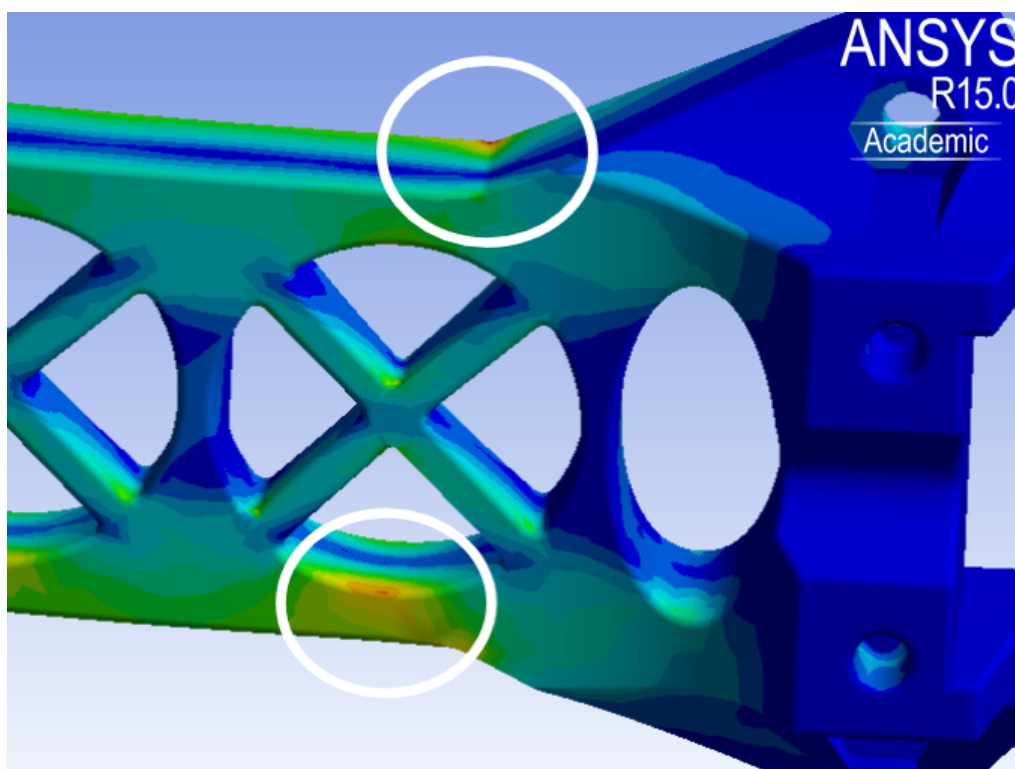
# Bilagor



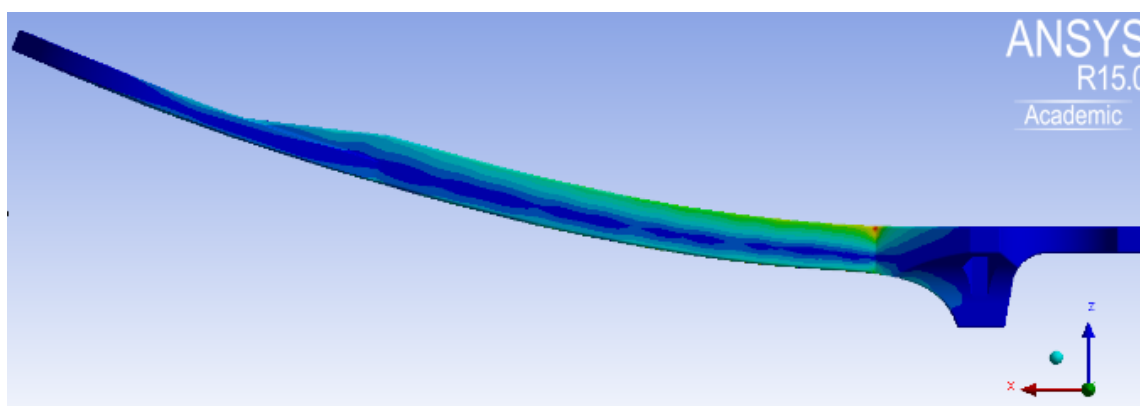
# A Spänningsanalyser

## 1 Referens

Minsta elementstorlek [mm]	0,1
Antal solidelement	281899



Figur A.1: *Spänningskoncentrationer*

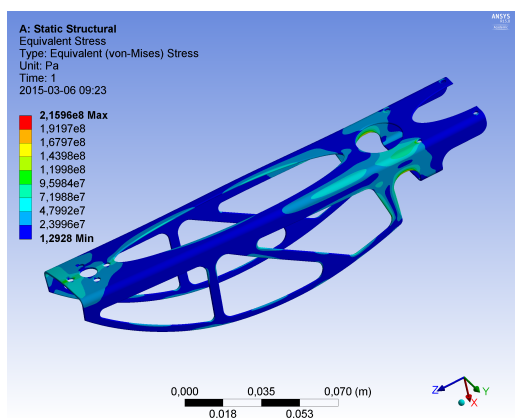


Figur A.2: *Utböjning*

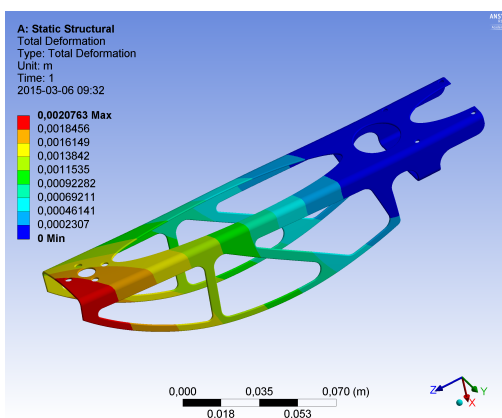
## 2 Koncept 1

### 2.1 Före manuell justering

Minsta elementstorlek [mm]	0,2
Antal solidelement	1485090



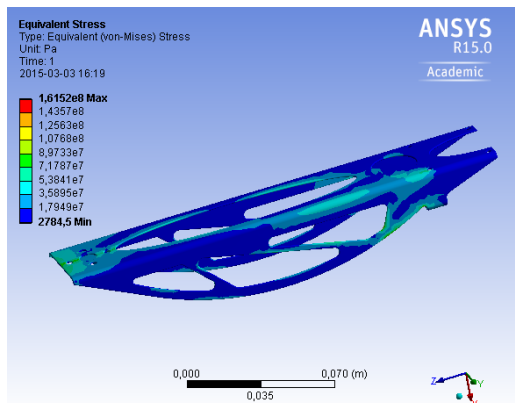
(a) Spänningsanalys koncept 1



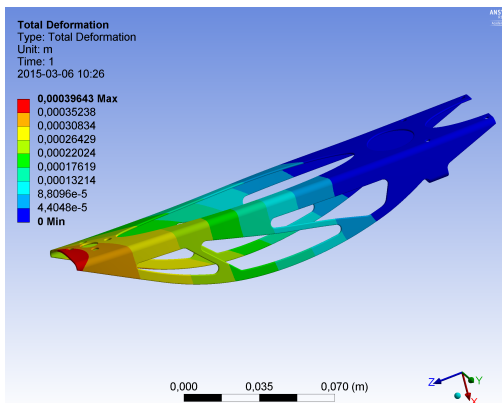
(b) Utböjning koncept 1

### 2.2 Efter manuell justering

Minsta elementstorlek [mm]	0,3
Antal solidelement	556625



(c) Spänningsanalys justerat koncept 1

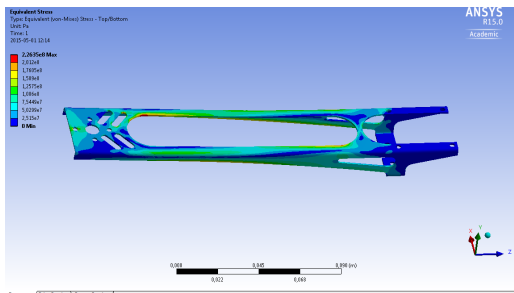


(d) Utböjning justerat koncept 1

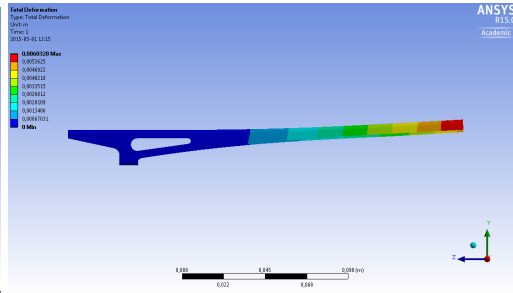
## 3 Koncept 2

### 3.1 Före manuell justering

Minsta elementstorlek [mm]	0,53
Antal skalelement	9127



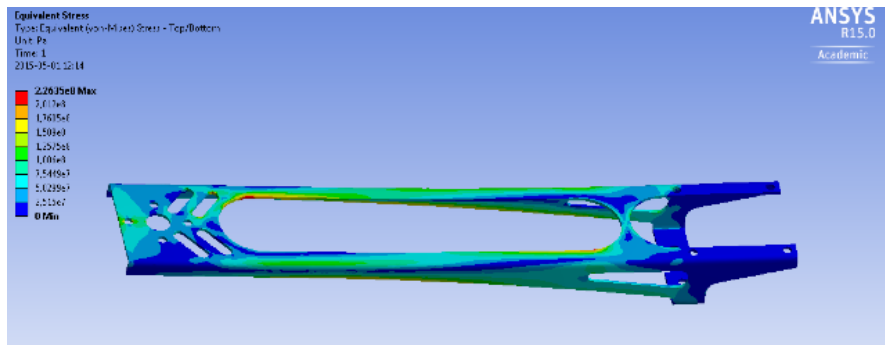
(e) Spänningsanalys koncept 2



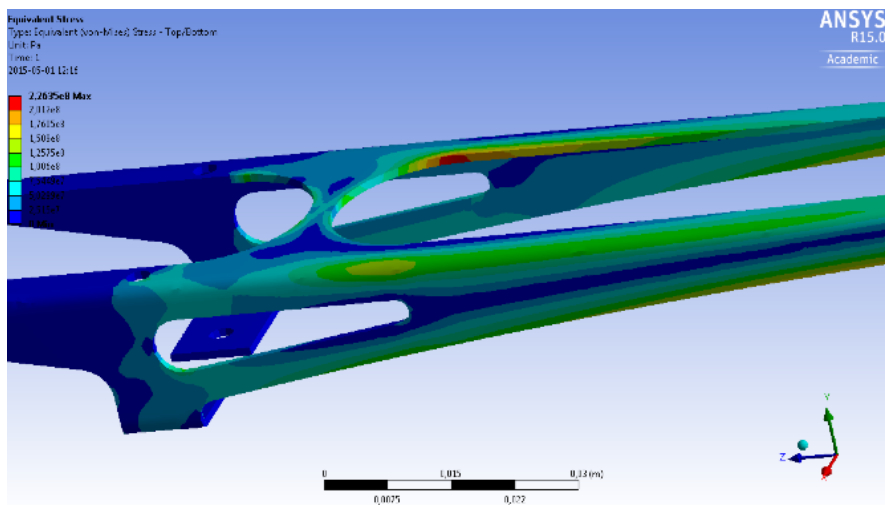
(f) Utböjning koncept 2

### 3.2 Efter manuell justering

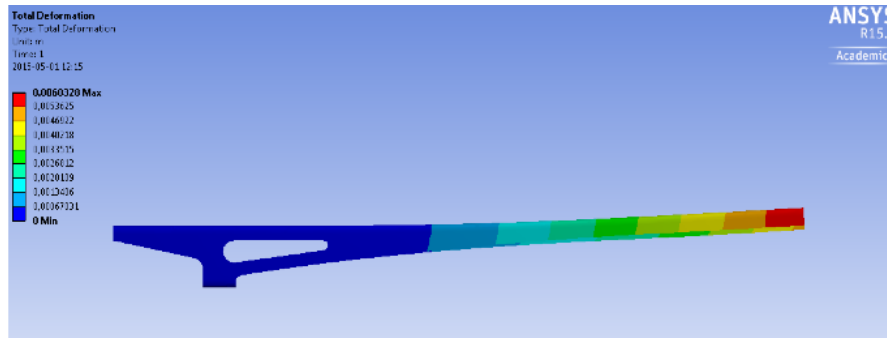
Minsta elementstorlek [mm]	0,66
Antal skalelement	8118



Figur A.3: Spänningskoncentrationer



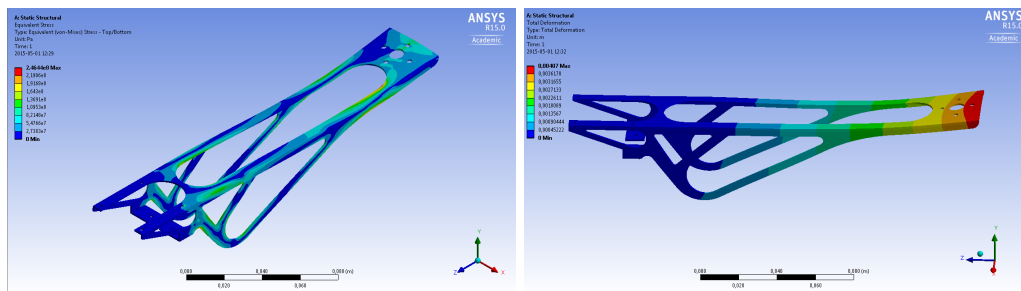
Figur A.4: Spänningskoncentrationer



Figur A.5: *Utböjning*

## 4 Koncept 3

Minsta elementstorlek [mm]	0,94
Antal skaelement	8861



## B Formoptimering

### 1 Koncept 1

Formoptimeringen körs och ANSYS föreslår om möjligt tre olika kombinationer av parametrar som benämns kandidatpunkter och anses av ANSYS vara de tre bästa alternativen.

P22 - Plane4.L127_ds (m)	0,0027003	0,0027009	0,0027015
P23 - Plane4.L118_ds (m)	0,0045005	0,0050005	0,0047505
P24 - Plane4.L117_ds (m)	0,0045005	0,0048338	0,0051672
P25 - Plane4.R109_ds (m)	0,13502	0,14102	0,14702
P26 - Plane4.R111_ds (m)	0,0045005	0,0046434	0,0047862
P27 - Plane4.R126_ds (m)	0,18002	0,18366	0,18729
P13 - Equivalent Stress Maximum (Pa)	★★★ 1,2191E+08	★★★ 5,3139E+07	★★★ 5,1663E+07
P28 - Surface Body Mass (kg)	★★★ 0,02699	★★★ 0,028199	★★★ 0,028672

Figur B.1: Kandidatpunkter för koncept 1

### 2 Koncept 2

Candidate Points			
	Candidate Point 1	Candidate Point 2	Candidate Point 3
P3 - Plane7.R11_ds (m)	0,0036004	0,003602	0,0036036
P11 - Plane7.R17_ds (m)	0,0013502	0,0015502	0,0014835
P12 - Plane7.R12_ds (m)	0,0018002	0,0019602	0,0021202
P13 - Plane7.R9_ds (m)	0,70928	0,75431	0,79934
P14 - Plane5.D7_ds (m)	0,022502	0,023138	0,023774
P15 - Plane5.R1_ds (m)	0,011251	0,011636	0,01202
P9 - Surface Body Mass (kg)	★★★ 0,016472	★★★ 0,017157	★★★ 0,016434
P10 - Equivalent Stress Maximum (Pa)	★★★ 2,2467E+08	★★★ 2,1123E+08	★★★ 2,2392E+08

Figur B.2: Kandidatpunkter för koncept 2

I figur B.2 syns parametrarna i vänstra kolumnen och föreslagna kandidatpunkter till höger om dem. P3, P11-P13 och P15 är varierbara radier samt P14 som är en diameter. P9 representerar komponentens vikt och P10 är den maximala spänningen som uppstår i strukturen. Kandidatpunkt 3 väljs eftersom den representerar den kombination av parametrar som ger den lägsta vikten.

### 3 Koncept 2 - Vidareutveckling

Table of Schematic B4: Optimization - Candidate Points								
	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Reference	Name	P13 - Plane5.H221_ds (m)	P14 - Plane5.H214_ds (m)	P9 - Surface Body Mass (kg)		P10 - Equivalent Stress Maximum (Pa)	
2					Parameter Value	Variation from Reference	Parameter Value	Variation from Reference
3	<input checked="" type="radio"/>	Candidate Point 1	0,09501	0,0027003	★★★ 0,016739	0,00 %	★★★ 1,8382E+08	0,00 %
4	<input type="radio"/>	Candidate Point 2	0,09699	0,0031644	★★★ 0,016772	0,19 %	★★★ 1,8259E+08	-0,67 %
5	<input type="radio"/>	Candidate Point 3	0,09903	0,0030448	★★★ 0,016765	0,15 %	★★★ 1,8332E+08	-0,27 %
6	<input type="radio"/>	Candidate Point 4	0,095	0,003	★★★ 0,016759	0,12 %	★★★ 1,8276E+08	-0,58 %
7	<input type="radio"/>	Candidate Point 4 (verified)	0,095	0,003	★★★ 0,016759	0,12 %	★★★ 1,8208E+08	-0,95 %

Figur B.3: ANSYS föreslagna kandidatpunkter för vidareutvecklat koncept 2

utifrån de föreslagna kandidatpunkterna väljs kandidatpunkt 4 då den har lägst spänning.

### 4 Koncept 3

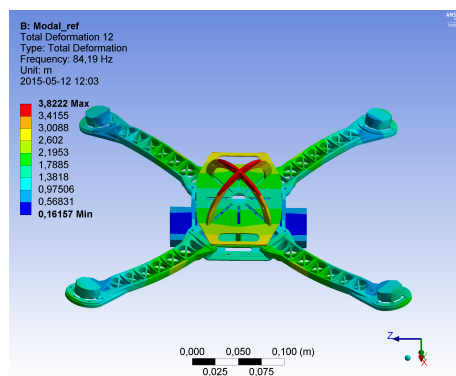
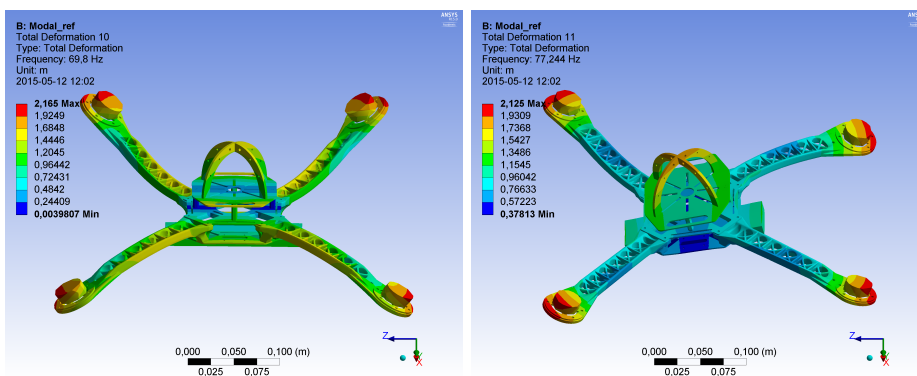
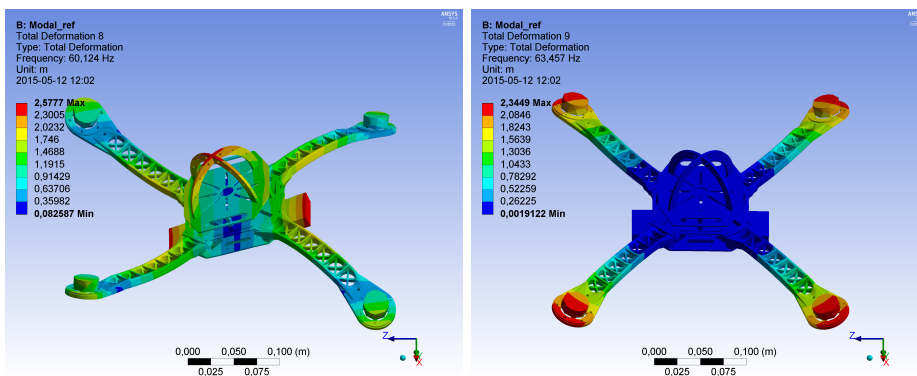
Candidate Points			
	Candidate Point 1	Candidate Point 2	Candidate Point 3
P30 - Plane4.L150_ds (m)	0,0036004	0,0036011	0,0036018
P32 - Plane4.R112_ds (m)	0,009001	0,010001	0,009501
P34 - Plane5.D55_ds (m)	0,022503	0,024169	0,025836
P35 - Plane4.R189_ds (m)	0,072163	0,07537	0,078576
P36 - Plane4.R181_ds (m)	0,0045005	0,0046434	0,0047862
P37 - Plane4.R187_ds (m)	0,0028803	0,0029385	0,0029967
P13 - Equivalent Stress Maximum (Pa)	★★★ 2,2092E+08	★★★ 2,3849E+08	★★★ 2,497E+08
P28 - Surface Body Mass (kg)	★★★ 0,020333	★★★ 0,01971	★★★ 0,019497

Figur B.4: ANSYS föreslagna kandidatpunkter för koncept 3

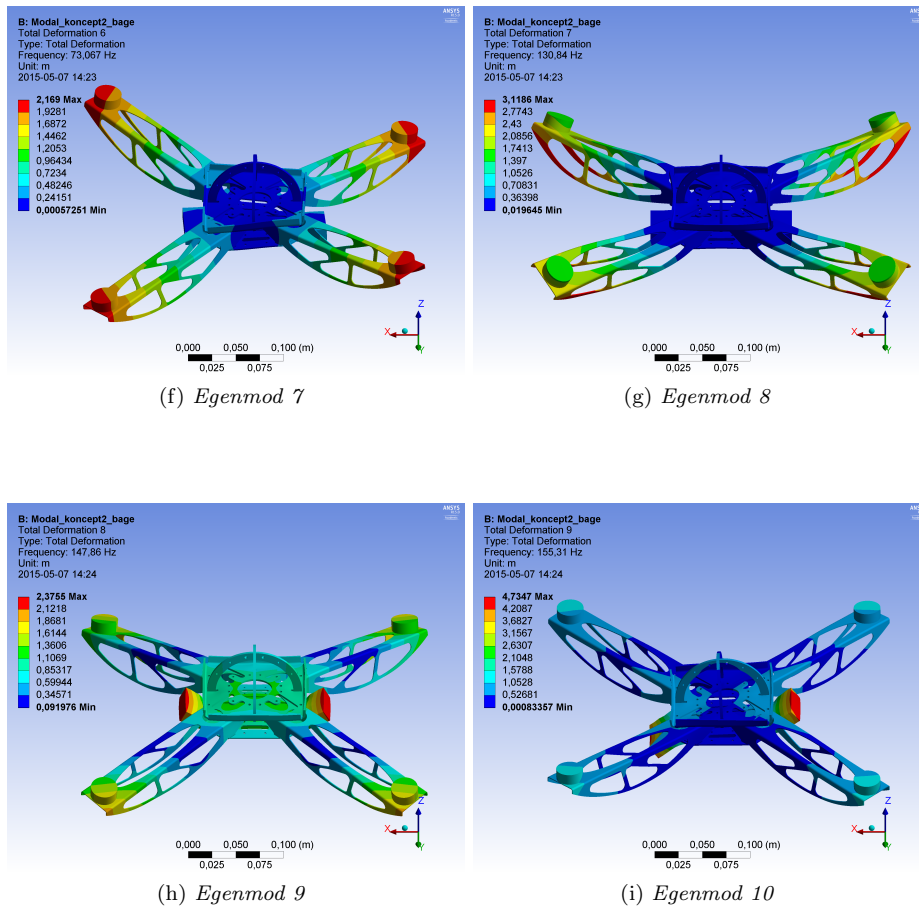
Utifrån de föreslagna kandidatpunkterna i figur B.4 ska en väljas. Kandidatpunkt 1 är tyngst men har lägst spänning. Kandidatpunkt 2 är en kompromiss av låg spänning och låg vikt medan kandidatpunkt 3 har lägst vikt, dock är den mycket nära maxspänningen. Kandidatpunkt 2 anses därför mest lämplig.

# C Självsvängningsanalys

## 1 Referens

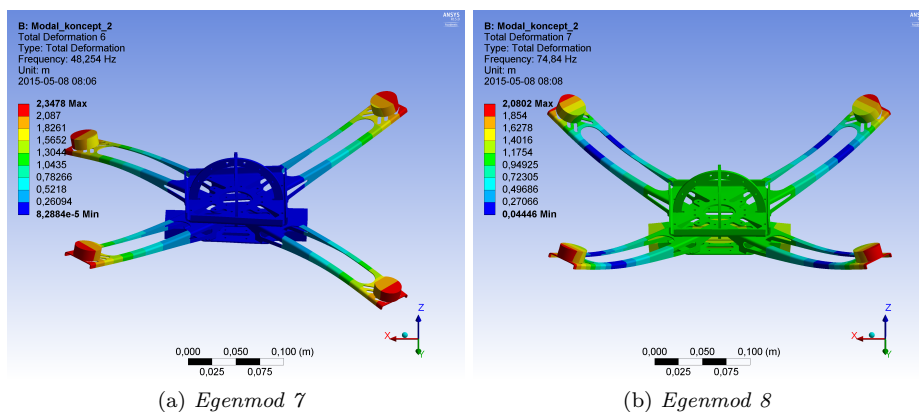


## 2 Koncept 1

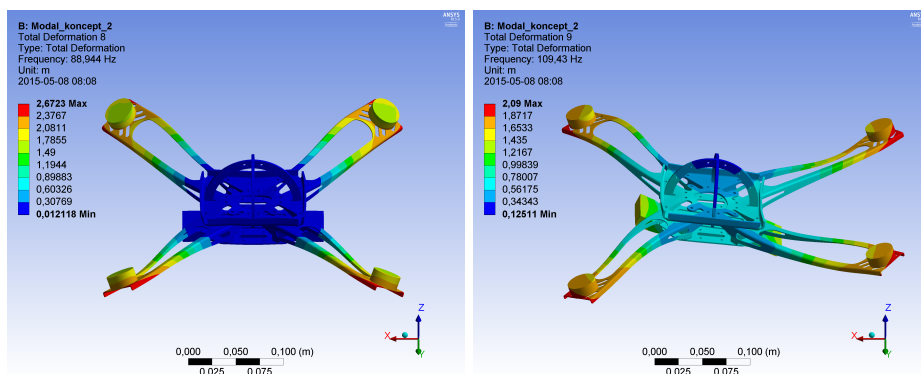


Figur C.1: Självsvängningsanalys för koncept 1, egenmod 7 till 10.

## 3 Koncept 2





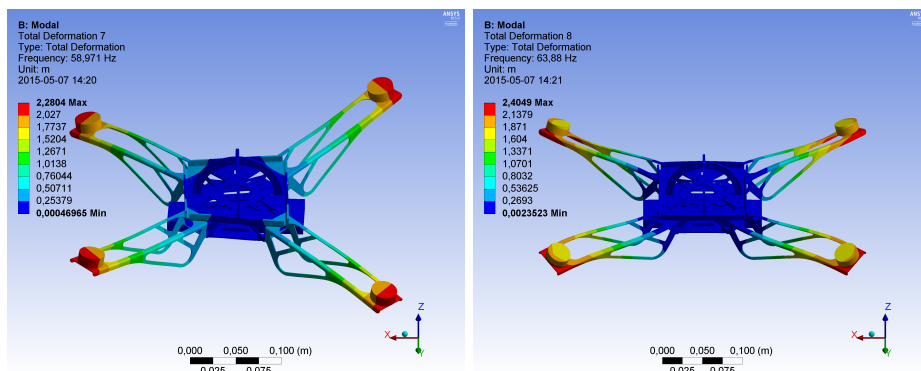


(c) Egenmod 9

(d) Egenmod 10

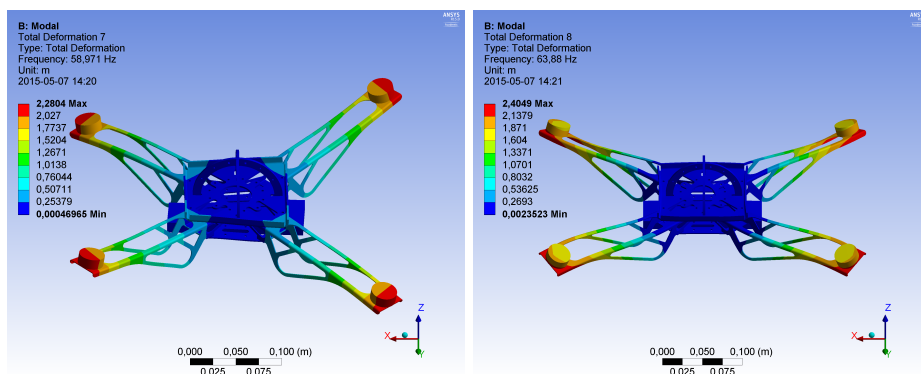
Figur C.2: Självsvängningsanalys för koncept 2, egenmod 7 till 10.

## 4 Koncept 3



(a) Egenmod 7

(b) Egenmod 8



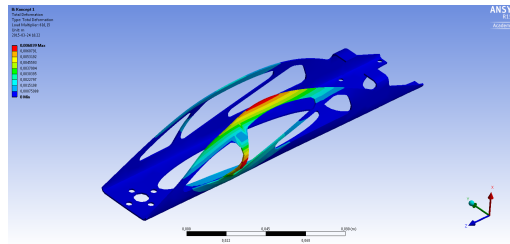
(c) Egenmod 9

(d) Egenmod 10

Figur C.3: Självsvängningsanalys för koncept 3, egenmod 7 till 10.

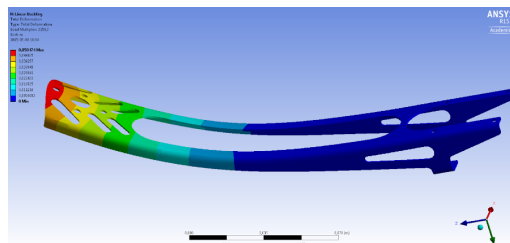
# D Knäckningsanalyser

## 1 Koncept 1



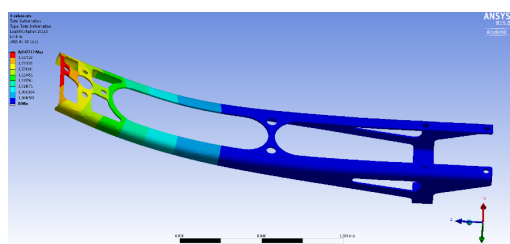
Figur D.1: *Knäckningsanalys koncept 1, knäcklast 616,2N*

## 2 Koncept 2



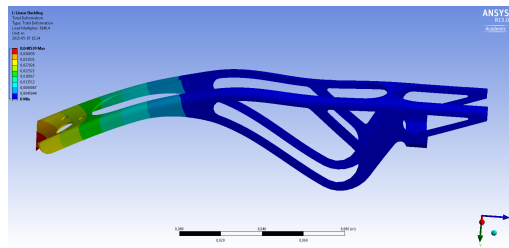
Figur D.2: *Knäckningsanalys koncept 2, knäcklast 831,3N*

## 3 Koncept 2 - Vidareutveckling



Figur D.3: *Knäckningsanalys koncept 2 - Vidareutveckling, knäcklast 2010,6N*

## 4 Koncept 3



Figur D.4: *Knäckningsanalys koncept 3, knäcklast 1434,3N*