

Är det is eller vatten?

- en studie i att bestämma vattnets fas med hjälp av simulationer och flervägsreflekterade GPS-signaler

Kandidatarbete inom Automation och mekatronik, Datateknik och Teknisk Fysik

MIKAEL ALPING
MATHIAS HANSSON
DANIEL MARTINSSON
JOAKIM SUNDBERG

Institutionen för Rymd- och geovetenskap
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA
Göteborg, Sverige 2013
Kandidatarbete RRYX02-13-03

Sammanfattning

Havsisars utbredning är något som skiljer från år till år och som är beroende av ihållande temperatur under 0° . Genom användning av MATLAB, SNR-data från mottagna GPS-signaler och med hjälp av simulationer har olika parametrar som kan underlätta bestämmandet av havsisens utbredning analyserats. En metod för att automatiskt kunna avgöra vattnets fas har utvecklats. Under de dagar som den insamlade mätdatan avser, var det möjligt då man först valde ut en lämplig satellit, att avgöra om det var vatten eller is.

Abstract

The expansion of sea ice changes every year and is dependent of a subzero $^{\circ}\text{C}$ temperature. With the use of MATLAB, different parameters have been analyzed to help determine sea ice expansions with the use of SNR-data from GPS-signals. Both through simulations and data collected from a GPS-receiver. A method to automatically determine the phase of the water was developed. The study found that it was possible to determine whether it was ice or water around the antenna.

Tillkännagivanden

Vi vill rikta ett stort tack till våra handledare Johan Löfgren och Rüdinger Haas från institutionen för rymd och geovetenskap. Deras stöd, expertis och entusiasm har varit till stor hjälp. Vi vill även tacka Felipe Nievinski från University of Colorado, vars arbete med SNR-simulatorens har möjliggjort vår undersökning.

Daniel, Joakim, Mathias och Mikael.

Innehåll

1	Introduktion	1
1.1	Syfte	1
1.2	Avgränsningar	2
1.3	Metod	2
2	Teori	4
2.1	Antenn	4
2.1.1	Förstärkningskaraktäristik	5
2.2	Mottagare	5
2.2.1	Brus	6
2.3	Fresnelzoner	6
2.4	SNR-förhållande	7
2.5	Flervägsreflekterade signaler	8
2.6	Permittiviteten för havsvatten	10
2.7	Signalstyrkan för reflektionssignalen	11
2.7.1	Havsvatten	14
3	Insamlade mätdata	16
3.1	Mottagaren utanför Onsala	16
3.2	Presentation av datan	16
3.2.1	Vatten eller is?	22
4	Simuleringsresultat	24
5	Diskussion	30
5.1	Simuleringsresultat	30
5.2	Simulatorn	31
5.3	Insamlade värden/rådata	31
5.3.1	Vatten eller is?	32
5.4	Teori	33
5.4.1	Vågor på vattnet	33
5.4.2	Permittiviteten för havsvatten	34
5.4.3	Signalstyrkan för den signal som reflekteras i havsytan	34
5.4.4	Olika lager	35
5.4.5	Dåligt väder	36

5.5	Vidareutveckling	36
6	Slutsats	38
A	Radiovågor (Elektromagnetiska vågor)	39
A.1	Maxwells ekvationer	39
A.2	Polarisation av TEM-vågor	43
A.2.1	Antenner och TEM-vågors polarisation	44
A.2.2	Signalens polarisationsbyte	45
A.3	Fresnels ekvationer	45
A.4	Permittivitetsens frekvensberoende	50
B	SNR-simulator (guide)	51
B.1	Kom igång	51
B.2	Struktur	51
B.3	Grundinställningar	52
B.3.1	GNSS-frekvens	52
B.3.2	Höjd över reflektionsyta	53
B.4	Antenninställningar	53
B.4.1	Antennmodell	53
B.5	Reflektionsmedium	54
C	Istest	57
C.1	icetest.m	57
C.2	findflank.m	57
D	Övrig matlab-kod	58
	Referenser	61

Todo list

1 Introduktion

Global Navigation Satellite System (GNSS) är ett satellitsystem som började utvecklas under andra hälften av 1900-talet, främst av Sovjetunionen (med systemet GLObalnaja NAvigatsionnaja Sputnikovaja Sistema, GLONASS) och USA (med systemet Global Positioning System, GPS) i syfte att skapa ett globalt navigationssystem för respektive försvarsmakt. GNSS positionsbestämmer användare genom att lösa ett ekvationssystem med 4 variabler (x-led, y-led, z-led och tid) med hjälp av mätningar av avståndet mellan satelliterna och användaren.

GNSS har sedan början av 90-talet öppnats upp för den civila sektorn, vilket inte endast möjliggjort civila navigationshjälpmedel utan också möjlighet att genomföra vetenskapligt intressanta mätningar, exempelvis som att mäta jordskorpans rörelser. Stora delar av GNSS-signalerna når mottagaren efter att ha reflekterats mot omgivningen, som i sin tur är känslig för dessa flervägsreflektade signaler. De reflekterade signalernas styrka och egenskaper står i relation till omgivningens olika egenskaper, vilket gör att en GNSS-mottagare kan användas som en sensor vid olika former av geologiska mätningar. Tillgången till den stora mängd data som GNSS tillhandahåller, har framför allt under det sena 00-talet, möjliggjort nya typer av mätningar genom att erbjuda ett globalt mätinstrument. [7]

1.1 Syfte

Syftet är att med hjälp av insamlade värden och simuleringar kunna avgöra om man med hjälp av GPS-signaler och mottagarens Signal to Noise-Ratio (SNR) kan avgöra vilket ämne som omgivande reflektionsyta består av. Den faktiska uppgiften går ut på avgöra ifall vattnet kring antennen är i fast eller flytande form. SNR-simulatorens skall användas som ett verktyg och hjälpmedel i bedömningen, där de simulerade resultaten jämförs med empiriska mätdata.

Syftet med en teoretiskt bakgrund är att kunna förstå radiosignalens natur och kunna beskriva hur den utbreder sig, och vad som händer när radiosignalen reflekteras mot ett absorberande medium. Den faktiska uppgiften går ut på att förklara vad som händer när radiosignalen reflekteras i vattnet omkring antennen vid Onsala rymdobservatorium¹.

¹ Onsala Space Observatory = OSO

Målet för teoriavsnittet är att ta fram en kvantitativ modell, genom fysikaliska approximationer och andra typer av förenklingar, som beskriver hur radiosignalen reflekteras och transmitteras när det träffar havsvattnets yta.

1.2 Avgränsningar

Simuleringarna sker med den färdigskapade SNR-simulatore. Den givna mätdata kommer endast från mätstationen utanför Onsala rymdobservatorium. Mätdata består av tre matriser (tid-X-satellitnummer innehållandes SNR värden, elevationsdata och azimutvinkel).

1.3 Metod

Under arbetet har en SNR-simulator använts för att simulera hur olika parametrar påverkar en mottagares SNR-förhållande. I simulatore finns möjlighet att ändra olika parametrar, som till exempel antennens höjd ovanför vattenytan, infallsvinkel mot underlaget och radiosignalens frekvens.

De allra första simuleringarna har utförts med kraftigt varierande parametrar för att tydligt avslöja vilka parametrar som påverkar SNR-förhållandet. Utifrån detta gjordes mer exakta simuleringar, som i sin tur användes för att verifiera teori och resultat från analys av rådata.

Arbetet utgår från givna mätdata som har samlats in från en GPS-installation vid OSO och dessa har jämförts med de resultat som erhållits från simuleringarna.

Rapporten innehåller en geografisk kartanalys vilken skall avgöra ifall omgivningen kring Onsala är unik för dessa mätningar (skydd från vind, få övriga störningar, etcetera).

Eftersom att projektet innehåller flera tekniska och fysikaliska bitar har lämpliga litteraturstudier genomförts. Bland annat har redan uppmätta värden på reflektionskoefficienter för vatten och is använts från andra källor eftersom att dessa saknas i SNR-simulatore. Teorin innefattar också SNR-förhållandet, antennens egenskaper, mottagare, brus och andra faktorer som kan tänkas att spela in när resultaten ska tolkas.

Det även har gjorts en teoretisk modell för att förklara vilka fysikaliska lagar som påverkar resultaten. Genom att kombinera empiriska data, simuleringar och teori avser studien att jämföra resultatet med de givna värdena.

Med hjälp av teorin för elektromagnetiska vågor utformades därefter en modell för att beräkna signalstyrkan hos den radiosignal som reflekteras i havsytan, vilket möjliggör en teoretisk beräkning av vilka typer av havsvatten som resulterar i stark- respektive svag- reflektion.

I teorin ingår det att studera hur den relativa permittiviteten ϵ_r för havsvatten beror av temperaturen eftersom målet är att kunna avgöra huruvida olika SNR-grafer svarar mot is eller vatten.

2 Teori

Radiokommunikation använder elektromagnetiska vågor som går under kategorin radiovågor (radiosignaler) som har frekvenser mellan 3 kHz - 300 GHz och våglängder från 1 mm - 100 km. GPS-signaler skickas på två frekvenser: L1 och L2, med 1575.42 MHz och 1227.64 MHz respektive, där L1 är den frekvens som arbetet kommer i kontakt med.

Radiosignaler går under det allmänna namnet transversella elektromagnetiska vågor (TEM-vågor)[7] och eftersom SNR-förhållandet innehåller amplituden för den direkta- och indirekta²- radiosignalen är det därför intressant att studera de grundläggande principerna för hur elektromagnetiska vågor propagerar och vad som händer när radiovågen reflekteras mot ett tätare medium.

2.1 Antenn

En antenn är en systemdel som finns i två typer: en sändarantennen som konverterar elektriska strömmar till elektromagnetiska vågor och en mottagarantenn som konverterar elektromagnetiska vågor till elektriska strömmar. I studien används en mottagarantenn på jordskorpan och en satellitmonterad sändarantenn.

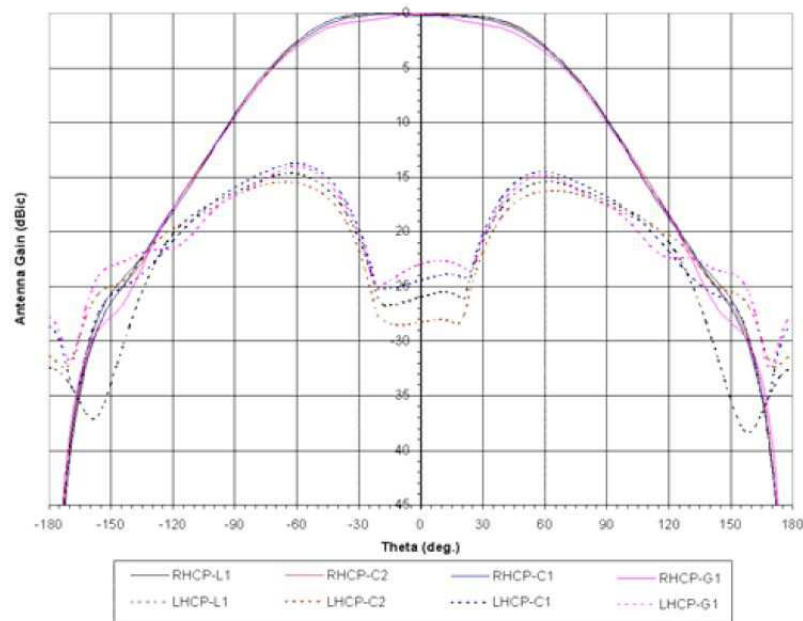
En mottagarantenns huvudsakliga egenskaper beskrivs av dess effektförstärkning, vilket är en funktion av infallsvinkel mot antennens zenit³, inklusive förluster. Vidare är antenner konstruerade för att ta emot signaler med en specifik polarisation och inställda efter specifika frekvensspektrum. Därför tar en antenn emot radiosignaler bättre från avsedda riktningar och sådana radiosignaler som har den polarisationen som antennen avser.

GNSS-mareografstationen vid OSO använder en Leica AR25.

² Radiosignalen som reflekterats i vattenytan.

³ Zenit är en riktning 90° ortogonalt mot horisonten.

2.1.1 Förstärkningskaraktistik



Figur 1: Leica AR25:s effekt-förstärkningskaraktistik: En graf med förstärkning i db (y-axeln) som funktion av infallsvinkel relativt zenit (x-axeln). De prickade linjerna avser förstärkningen för vänsterpolariserade radiosignaler medan de heldragna linjerna avser förstärkningen för högerpolariserade radiosignaler. [12]

För Leica AR25 innebär förstärkningskaraktistiken exempelvis att högerpolariserade signaler dämpas när infallsvinkeln ökar och rör sig bort från antennens zenit. Detta svarar mot att satelliten närmar sig horisonten. Leica AR25 dämpar vänsterpolariserade signaler mer än högerpolariserade signaler. Se *figur 1*.

2.2 Mottagare

En mottagare är en serie komponenter vars uppgift är att särskilja en radiosignal från brus. Generellt sett gäller att om den mottagna radiosignalen är lika stor som det totala mottagna bruset, kommer mottagaren inte att kunna skilja på

radiosignalen och bruset.

2.2.1 Brus

Brus är en oundviklig del inom kommunikation på grund av att alla komponenter och medium adderar brus till signalen. Till brus räknas också alla oönskade störningar som påverkar signalen.

Johnsson/thermal noise:

Temperaturer över den *absoluta nollpunkten*⁴ ger upphov till rörelser på atomnivå därför att temperaturen exciterar atomerna och ger dem rörelseenergi. I en mottagare tar sig detta uttryck som ett bandbegränsat vitt brus⁵ som funktion av komponentegenskaper och temperatur. Alla mottagare ger således också upphov till en brusig mottagning enligt *ekvation* (1):

$$P = \kappa T B \text{ [Watt]} \quad (1)$$

där: $\kappa = \left(1.38 \cdot 10^{-23} \left[\frac{\text{Joule}}{\text{°Kelvin}} \right] \right)$ är Boltzmanns konstant, T är temperaturen i °Kelvin, B är bandbredden i Hz och P är den termiska bruseffekten.

Externt brus:

Brus som adderas från utomstående signalkällor, exempelvis: himlakroppar, medium som stör den mottagna signalen, och andra radiosändare.

Totalt brus:

Det totala bruset varierar därför med temperaturen, satellitposition, externt brus, signalens färdväg och övriga atmosfärparametrar. [10] Vid bedömning av SNR-datan vid Leica AR25 antennen antas bakgrundsbruset vara konstant eftersom att SNR-datan är proportionell mot signalstyrkan (se kommande avsnitt: 2.3 *Fresnelzoner*) medan externt brus i form av dåligt väder och övriga stör signaler förväntas att påverka SNR-datan.

2.3 Fresnelzoner

När den direkta signalen reflekteras kan den delas i ett antal fresnelellipsoider mellan sändare och mottagare. Om en signal reflekteras i fresnelzonerna kommer

⁴ $T_0 = -273.15 \text{ °C}$.

⁵ Stokastiskt brus med konstant genomsnittlig energi i effektspektret.

den reflekterade signalen i den första fresnelzonen ha en fasförskjutning som högst på en halv period jämfört med den direkta signalen. För varje efterkommande zon kommer fasförskjutningen vara $n\lambda/2$, där λ är perioden för signalen och n är vilken fresnelzon man tittar på.

Fresnelzoner är relevanta vid uppskattning av mottagarkvalité, då flervägs-reflektioner kan ge upphov till betydande interferens. När fresnelzoner är beräknade relativt den mottagna signalen vid reflektion i zonerna, kommer udda fresnelzoner (udda n) att verka destruktivt och jämna fresnelzoner (jämnt n) verka konstruktivt vid reflektion (givet att de når antennen).

Andelen av signalens effekt minskar i de yttre fresnelzonerna relativt den 1:a fresnelzonen, som också inkluderar den direkta signalen. De närmaste fresnelzonerna kan därför vid analys av kommunikationsanslutningar betraktas som relevanta.[11]

Vid reflektion av radiosignaler mot plana ytor, kommer små infallsvinklar resultera i längre fresnelzoner jämfört med större infallsvinklar vilka kommer resultera i kortare fresnelzoner, i mottagarantennens riktning. Högre fresnelzoner (innehållande mindre energi) reflekterar mot större ytor relativt lägre fresnelzoner.

2.4 SNR-förhållande

SNR definieras enligt *ekvation* (2) och beskriver kvoten mellan den totala ineffekten av radiosignalen och effekten av det omgivande bruset:

$$\text{SNR} = \frac{P^T}{P^{Brus}}, \quad (2)$$

där P^T är den totala effekten av direkt- och reflektions- signalen. Mäter man P^T och P^{Brus} över konstant impedans i antennen kan man uttrycka effekten i deras motsvarande amplituder E^T och A^{Brus} och får då:

$$\text{SNR} = \left(\frac{E^T}{A^{Brus}} \right)^2 = \left(\frac{E_0^D + E_0^R}{A^{Brus}} \right)^2, \quad (3)$$

där E_0^D är den L1-radiosignal som går direkt till antennen och E_0^R är den L1-radiosignal som reflekteras i vattnet innan den går till antennen. Se *figur* 2.

Studerar man *ekvation* (3) ser man att SNR-förhållandet går mot noll respektive oändligheten, då E^T eller då A^{Brus} går mot noll. I praktiken inträffar

inte något av dessa fall eftersom ett visst bakgrundsbrus alltid existerar vilket syns i avsnitt 2.2.1 *Brus*.

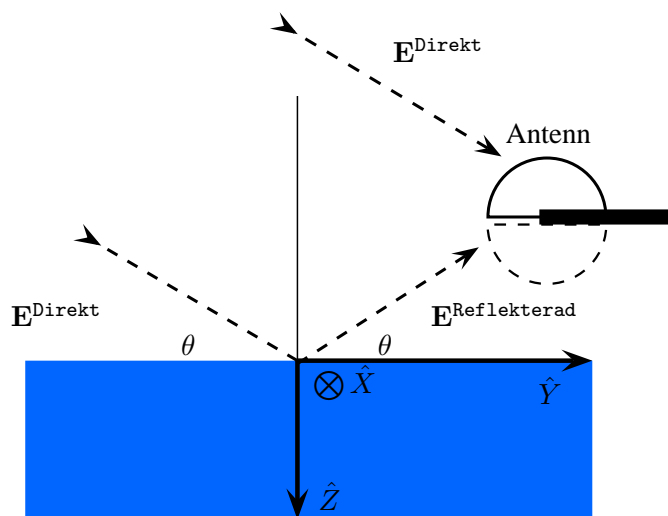
Den uppmätta SNR-datan (se avsnitt: 3.2 *Presentation av datan*) består av bakgrundsbrus och andra signaler som inte är L1-radiosignaler. När SNR-förhållandet plottas mot elevationsvinkel kommer också SNR-graferna att avslöja ett interferensmönster som uppkommer på grund av att den reflekterade L1-radiosignalen E_0^R interfererar destruktivt eller konstruktivt med E_0^D för olika vågrörelser i vattnet och elevationsvinklar från ytan till satelliten. Genom fenomenet flervägsreflekterade signaler får man att SNR-förhållandet är proportionellt enligt:

$$\begin{aligned} SNR &\propto (E_0^D + E_0^R)^2 = \\ &(E_0^D)^2 + (E_0^R)^2 + 2\vec{E}^D \cdot \vec{E}^R = \\ &(E_0^D)^2 + (E_0^R)^2 + 2E_0^D E_0^R \cos(\phi), \end{aligned} \quad (4)$$

där ϕ är fasskillnaden mellan \vec{E}^D och \vec{E}^R som ger upphov till interferensmönstret. Se avsnitt: 2.5 *Flervägsreflekterade signaler* för förklaring av termen: $(\vec{E}^D \cdot \vec{E}^R)$ och flervägsreflektion.

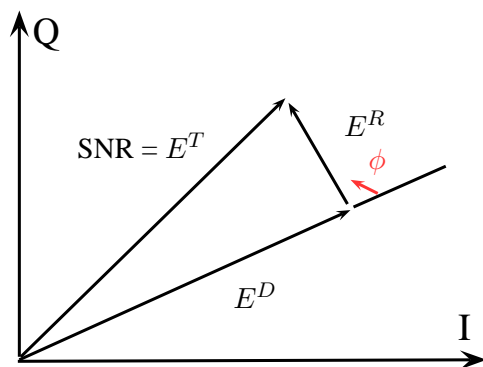
2.5 Flervägsreflekterade signaler

En L1-radiosignal som sänds från satelliten utbreder sig som en tredimensionell våg i sin utbredningsriktning vilket medför att radiosignalen kan approximeras till plana vågor när den når antennen. Eftersom att satelliten är långt borta från antennen resulterar planvågorna för L1-radiosignalen i en stor nedslagsytan omkring antennen (se avsnitt: 2.3 *Fresnelzoner*). En del av radiosignalen som träffar omgivningen kommer att reflekteras mot antennen och det är dessa radiosignaler som ger upphov till fenomenet flervägsreflekterade signaler. Se *figur 2*:



Figur 2: Antennen, direktsignalen och den reflekterade signalen.

Eftersom direkt- och reflektions- signalen färdas olika sträckor uppstår en tidsfördröjning mellan signalerna i antennen. Tidsfördröjningen som registreras i mottagaren beskrivs som en fasförskjutning mellan den direkta- och reflektions- signalen, vilka är superpositionerade och behandlas i mottagaren som en summa av två signaler. Fasförskjutningen visualiseras i ett fasdiagram enligt *figur 3*:



Figur 3: fasdiagram över direktsignal, reflektionssignal och deras fasförskjutning ϕ

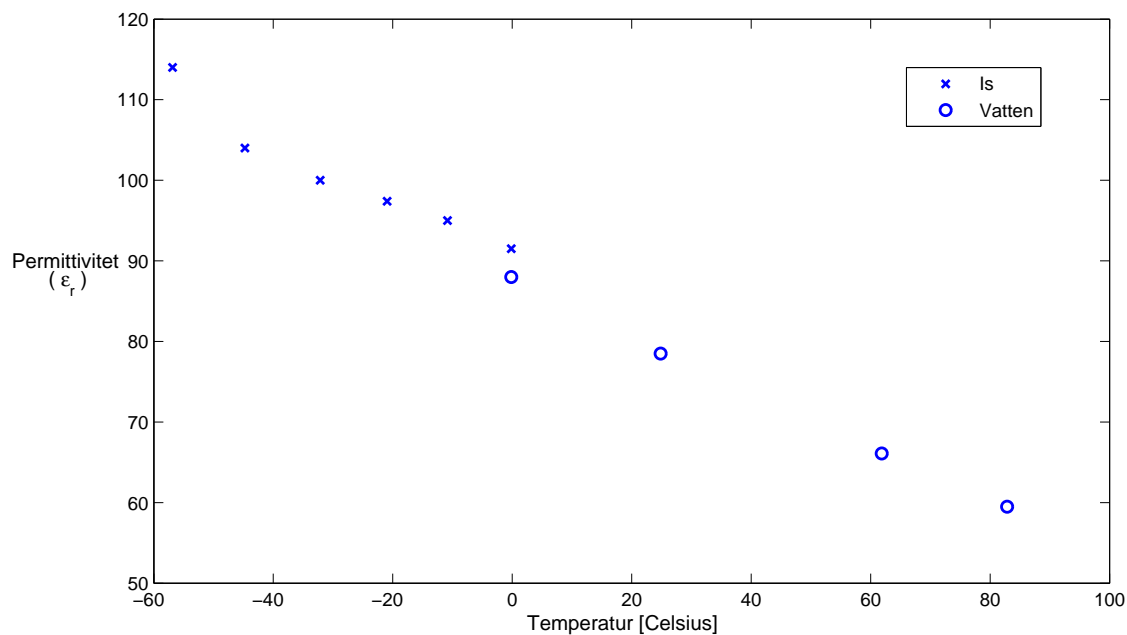
Den tidsfördröjda reflektionssignalen interfererar därför med direktsignalen vid antennen och det blir konstruktiv- eller destruktiv- interferens beroende på fasförskjutningen ϕ och signalernas våglängder. För vissa elevationer kommer därför interferensen att förstärka respektive försvaga mottagarsignalen.

Ur *figur 3* fås också:

$$\vec{E}^D \cdot \vec{E}^R = E^D E^R \cos \phi.$$

2.6 Permittiviteten för havsvatten

Data från andra studier tillsammans med andra förenklingar medför att det går att uppskatta hur permittiviten varierar med temperaturen för havsvatten. I studien antas det att permittiviteten för havsvatten är samma som för vanligt vatten (sötvatten). För en mera omfattande hänsyn till problematiken med permittiviteten, se avsnitt: 5.4.2 *Permittiviteten för havsvatten*. Med detta statuerat ges permittiviten för vanligt vatten enligt *figur 4*.



Figur 4: Uppmätt permittivitet för is och vatten vid en jämn yta. [4])

I *figur 4* syns det hur permittiviteten varierar med temperaturen. Det är emellertid inte relevant att betrakta permittiviteten utanför temperaturintervallet:

$$I = [-30, 30] \text{ } ^\circ\text{C}, \quad (5)$$

eftersom att temperaturen omkring antennen utanför OSO inte väntas att hamna utanför intervallet (5) ofta, och därför att teorin endast avser att uppskatta permittiviteten, och inte ange den exakt. Med permittiviteten som funktion av *intervallet* (5) avser teorin att studera signalstyrkan för den radiosignal som reflekteras i havsvattnet. Se avsnitt: 2.7.1 *Havsvatten*.

Det finns också uppgifter på diskreta värden för permittiviteten för olika typer av is och vatten enligt *tabell 1*.

Typ ⁶	Temperatur [C°]	ϵ_r
Ren is	-10	95
Ren is	-40	105
Mjuk nysnö	-10	4
Mjuk nysnö	-40	4
Kornig snö	-10	15
Kornig snö	-40	15
Stads-snö	-10	30
Stads-snö	0	15
Kompakt blötsnö	0	50
Glaciärs-is	0	120
Sjöis (0.5% salthalt)	-7	4
Sjövatten	-24	80
*Torkad sand och sten		8
*Frusen mark	-20	8

Tabell 1: Permittenheten för olika typer av is och vatten. Namnen är direktöversatta. [6]

Diskussion av dessa värden återkommer i avsnitt: *Permittiviteten för havsvatten*.

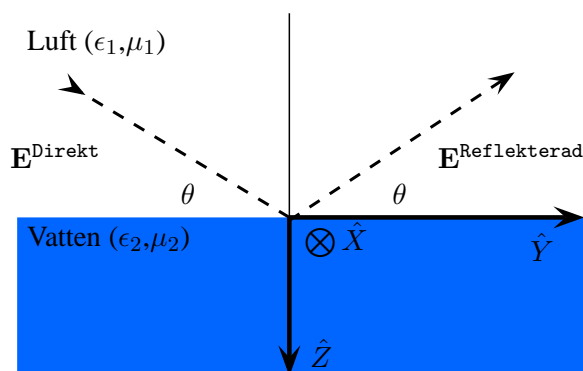
2.7 Signalstyrkan för reflektionssignalen

I detta avsnitt studeras det hur stor andel av den inkommande signalen som träffar havsytan som återstår efter reflektionen i förhållande till den signal som går direkt till antennen. Se *figur 2*.

⁶ * avser ämnen som ingår för att kunna jämföra dess reflektionsegenskaper med reflektionsegenskaperna för havs-is och havsvatten.

Med användning av Fresnels ekvationer enligt *ekvation* (56)⁷ (se appendix A.3: *Fresnels ekvationer*, sida: 49) och den matematiska beskrivningen för en radiosignal, fås *ekvation* (14).

För att ta fram *ekvation* (14) betrakta *figur* 5.



Figur 5: Radiosignal som reflekteras upp i antennen

Först ansätter man en inkommande signal enligt *ekvation* (6):

$$\mathbf{E}^{\text{Direkt}} = E_0[\hat{x} + \hat{u}(-i)]e^{-i(k_y y + k_z z)}, \quad (6)$$

där

$$\hat{u} = \hat{y} \cos \theta - \hat{z} \sin \theta.$$

Den reflekterade signalen ansätts därefter med godtyckliga konstanter A och B , som ska beräknas för olika ϵ_r och θ_i , enligt *ekvation* (7):

$$\mathbf{E}^{\text{Reflekted}} = E_0[A\hat{x} + B\hat{v}(-i)]e^{-i(k_y y + k_z z)}, \quad (7)$$

där

$$\hat{v} = -\hat{y} \cos \theta - \hat{z} \sin \theta.$$

I *ekvationerna* (6) och (7) svarar x-komponenten mot det elektriska fältet medan \hat{u} och \hat{v} svarar mot det magnetiska fältet. Således är radiosignalerna $\mathbf{E}^{\text{Direkt}}$ och $\mathbf{E}^{\text{Reflekted}}$ fullständigt beskrivna utifrån cirkulär polarisation och eftersom både innehåller ett E- och ett B-fält vardera.

⁷ Dessa ekvationer är modifierade fresnelsekvationer så att θ_t är uttryckt i θ_i . Fresnel-sekvationerna innehåller annars θ_t som är vinkeln mellan normalen och den radiosignalen som transmittas ner i vattnet, vilket är en okänd variabel. Se appendix A.3: *Fresnels ekvationer* för en detaljerad härledning.

Impedansen som påträffas av reflektionssignalen i havsvattnet beskrivs av:

$$Z^M = \frac{k_z}{\omega\epsilon} \quad (8)$$

och

$$Z^E = \frac{\omega\mu}{k_z} \quad (9)$$

där M och E anger impedansen för det magnetiska- och elektriska- fältet respektive. *Ekvationerna* (8) och (9) uppkommer på grund av att man kräver att de tangentiella komponenterna av det elektriska- och magnetiska- fältet skall vara lika vid reflektionsytan och följer av Maxwells ekvationer vid en given rand. *Ekvationerna* (8) och (9) skrivs nu om, genom att $k_z = k \cos \theta$, och med samma teknik som i *uträkning* (55) (appendix A.3: *Fresnels ekvationer*, sida: 49), som:

$$Z^M = \eta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2}, \quad (10)$$

och

$$Z^E = \frac{\eta_2}{\sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2}}. \quad (11)$$

Eftersom att det elektriska fältet oscillerar i x-led är:

$$A = \Gamma_{\parallel} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2} - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2} + \eta_1 \cos \theta_i}, \quad (12)$$

och det magnetiska fältet oscillerar i z-y planet är:

$$B = \Gamma_{\perp} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2}}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2}}. \quad (13)$$

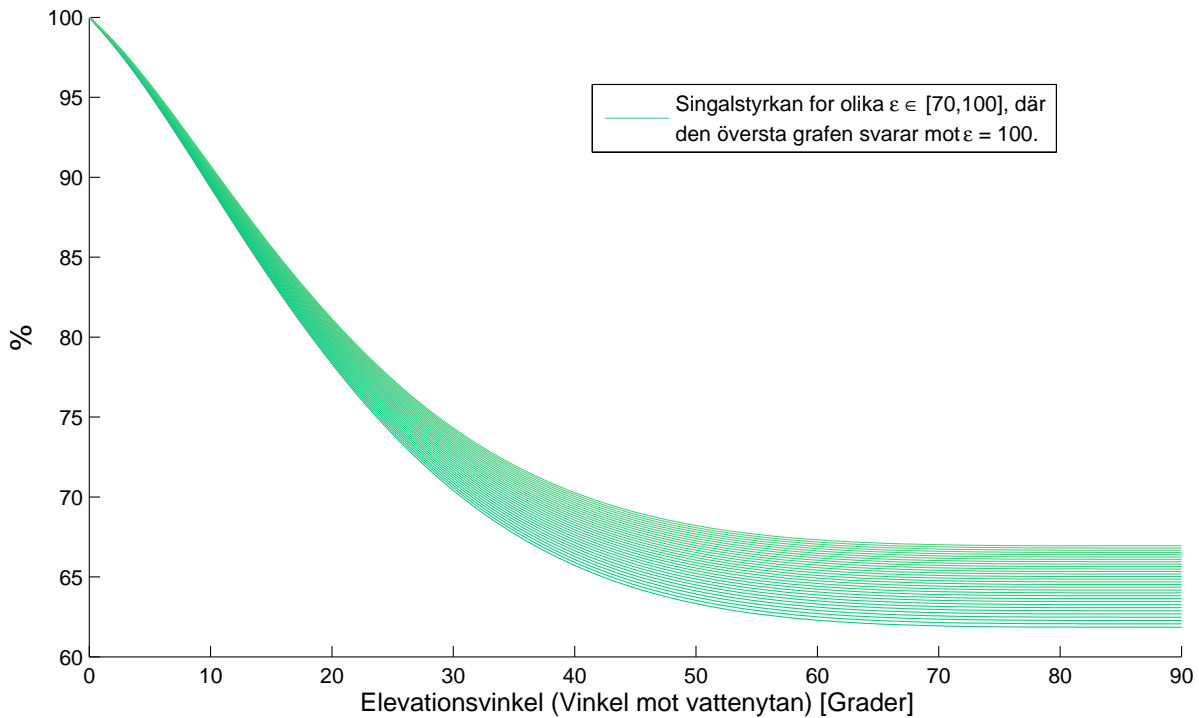
Slutligen fås signalstyrkan av den reflekterade signalen som:

$$P(\theta_i, \epsilon_r) = 100 \left[\frac{|A|^2}{Z^E} + \frac{|B \cos \theta|^2}{Z^M} \right] \frac{1}{\frac{1}{Z^E} + \frac{|-i \cos \theta|^2}{Z^M}}. \quad (14)$$

Ekvation (14)⁸ ger signalstyrkan som funktion av θ_i och ϵ_r för radiosignalen som reflekteras på havsytan i procent av direktsignalen.

2.7.1 Havsvatten

Betrakta intervallet enligt (5). Antar man att permittiviteten varierar linjärt med temperaturen på intervallet (5) på ett kontinuerligt vis fås *figur 6*, genom att man plottar reflektionssignalens styrka som funktion av ϵ och θ_i , med användning av *ekvationen* (14).

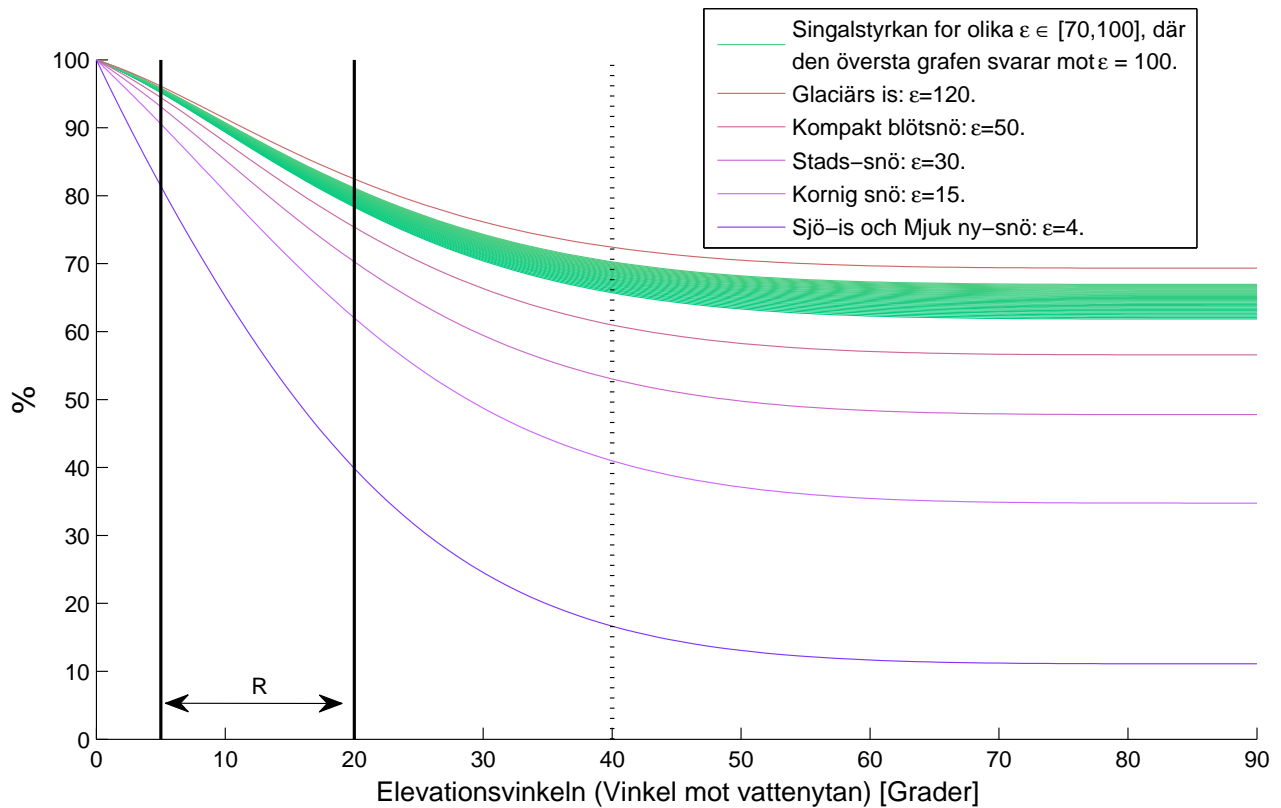


Figur 6: Signalstyrkan för radiosignalen som reflekteras på havsytan, i förhållande till direktsignalen

Med hänsyn tagen till de diskreta värdena enligt tabell 1 (avsnitt: *Permittiviteten för havsvatten*) plus signalstyrkan enligt *figur 6* fås också *figur 7*:

⁸ Ekvation (14) är egentligen en funktion enligt: $P(\theta_i, \epsilon_r, \mu_r)$, men $\mu_r \approx 1$ för icke-magnetiska material [2].

2.7 Signalstyrkan för reflektionssignalen



Figur 7: Signalstyrkan för radiosignalen som reflekteras på havsytan, i förhållande till direktsignalen

I *figur 7* anger R det intervallet som användes i *icetest.m*. Se avsnitt: 3.2.1 *Vatten eller is?* under avsnitt: 3 *Insamlade mätdata*, för ytterligare information och appendix C.1: *icetest.m*, för att se programmet. Den streckade vertikala linjen i *figur 7* anger den vinkeln där Leica-antennen dämpar reflektionssignaler mer, än vad vinklar som är $\leq 40^\circ$ gör. Se *figur 1* för att studera Leica AR25:s förstärkningskaraktistik.

3 Insamlade mätdata

Testandet av reflektioner och SNR-värden gjordes i Matlab med ett program vid namn SNR-simulator[1] och med ett tiotal dagar insamlad mätdata från en mottagare utanför OSO. Mätdata är insamlade dels från en period när man vet säkert att det var havs-is och en period när man vet att det var havsvatten.

3.1 Mottagaren utanför Onsala

De insamlade värdena var från en mottagare utanför OSO. Antennen står på en klippa och hänger ut över havet med hjälp av en metallställning. Runt omkring antennen finns det mycket vatten, men inget öppet hav eftersom det finns öar som ligger som en skyddande ring runt antennen. Öarna ligger ungefär 100 meter från antennen i de flesta riktningarna. I Syd/Sydväst är det en större öppning mellan öarna och det är över 200 meter till land. I *figur 8* ser man hur omgivningen runt antennen ser ut.

Antennen sitter cirka 2,7 meter ovanför havsytan, men höjden ändras eftersom att tidvattnet kommer och går. På *figur 1* kan man se hur stor förstärkning som antennen har för olika infallsvinklar, som gäller för antennen i Onsala. Innanför området som är OSO är man mycket restriktiv med apparatur som ger ifrån sig radiosignaler (mobiltelefoner, mikrovågsugnar, etcetera) och närmsta tätort ligger ca 5 km bort. Därför är antennen förhållandevis bra isolerad från andra radiosignaler där den står, än om man hade placerat antennen inne i en stad där det sannolikt finns mer radiokommunikation.

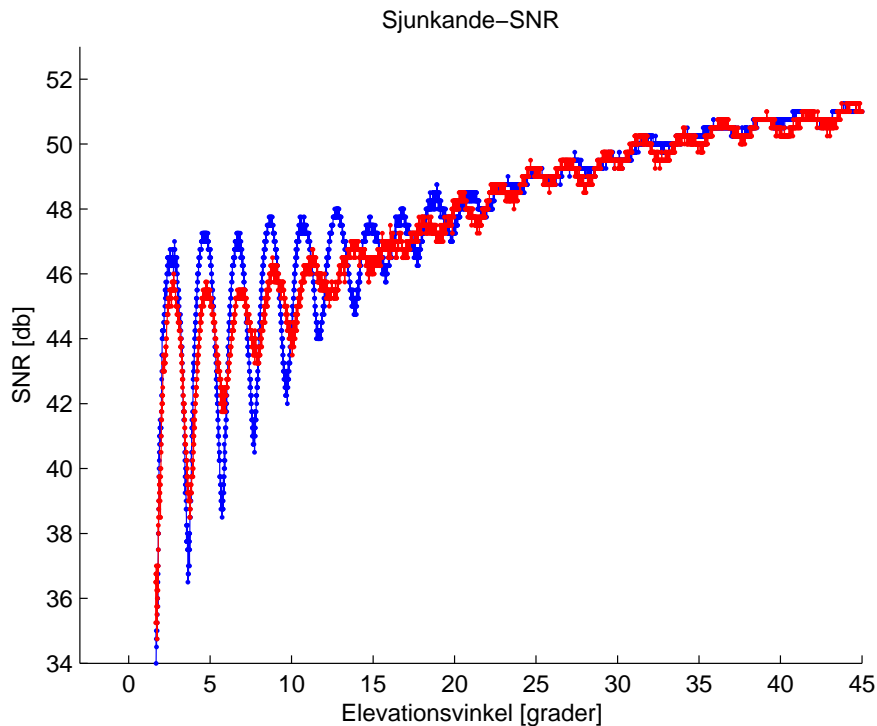
3.2 Presentation av datan

Den rådata som fanns att tillgå var SNR-värdet, elevationsvinkel till satelliten, och azimutvinkel till satelliten, vilket anger väderstrecket den stod i. Allting var samplat 1 gång per sekund under dygnets 24 timmar. Vilket resulterade i 3 matriser som var 86400 rader och 32 kolumner, där varje kolumn representerar en utav de 32 GPS-satelliterna. All data från alla satelliter samlas in, men ungefär hälften av dagens SNR-värden blir noll eftersom satelliten är under horisonten. De insamlade värdena uppförde sig inte riktigt enligt förväntningar därför att det fanns en del öar utanför platsen där antennen stod som påverkade SNR-förhållande mycket. Beroende på vilka väderstreck som satelliten stiger och sjunker får man ut olika SNR/elevation-förhållanden. I vissa fall, blev



Figur 8: Antennens plats utanför Onsala. Ytterradien är 208 meter medan inneringen har radien 114 meter

SNR/elevation-förhållanden jämna kurvor med tydliga interferensmönster medan andra SNR/elevation-förhållanden uppträdde oregelbundna och gick inte att tolka. De jämna SNR/elevation-förhållandena svarar mot när satelliten passerat i det väderstreck, där det inte finns några öar. I *figur 9* visas SNR-förhållandet mot elevationsvinkel.

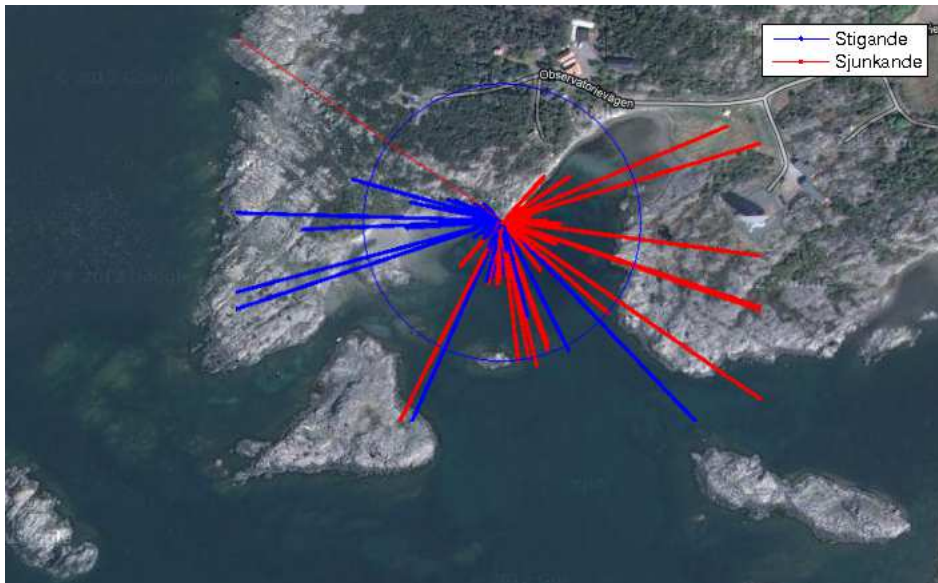


Figur 9: SNR-förhållande mot elevationsvinkel, havsvatten (röd) och havs-is (blå)

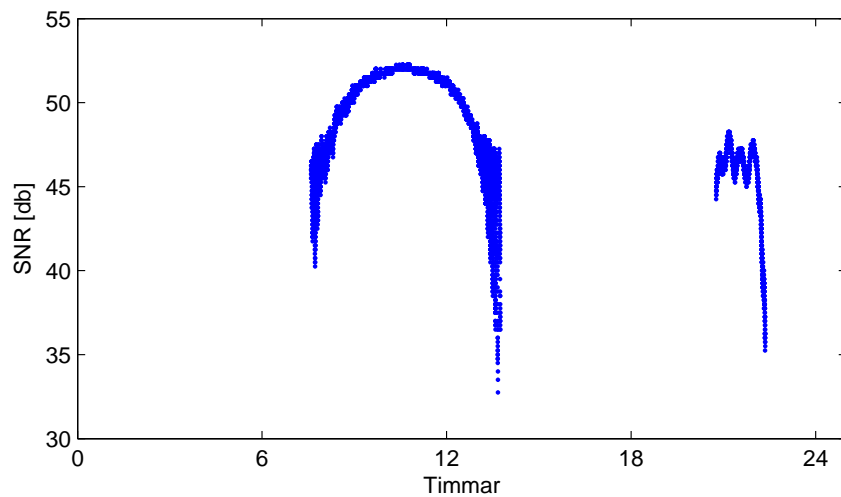
Där antennen står och har samlat in värden kan man se att det finns små öar och land. Dessa påverkar SNR-kurvan genom att den får ett otydligare interferensmönster och blir mindre jämn. Mellan 175 och 135 grader i azimut-led finns en större öppning mellan öarna. I den öppningen sjunker vissa av satelliterna ner och för dessa satelliter fås SNR-grafer från rådatan som kan tolkas enligt teorin. Satellit nummer ett var en av dessa, och det är den som är utritad i *figur 9*.

I *figur 10* ser man först och främst att de flesta satelliter stiger i väst och sjunker i öst. En del kommer från lite sydligare håll och inga kommer norrifrån. Samtidigt finns också sådana som sjunker i det väderstreck vilket medför jämna-SNR-grafer med tydligt interferensmönster som går att tolka.

Man kan jämföra *figur 8* och *10* och se att fastlandet som ligger norr om antennen inte borde påverka särskilt mycket på grund av att det knappt är någon satellit som reflekterar från det väderstreck. GPS-satelliters banor går aldrig över den 60:e breddgraden, därför får man inga reflektioner norrifrån.



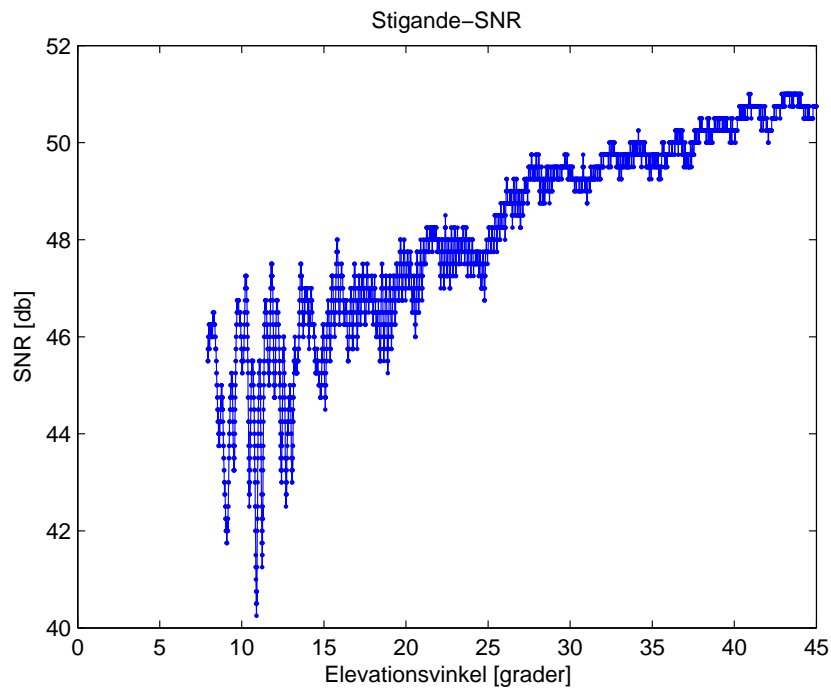
Figur 10: Här syns satelliternas reflektionsbanor förbi antennen som befinner sig mitt i ringen. Blå är stigande satelliter och röd är sjunkande satelliter. Den blå ringen har en radie på 130 meter.



Figur 11: SNR-data från satellit ett under ett helt dygn, plottad från en dag med havs-is.

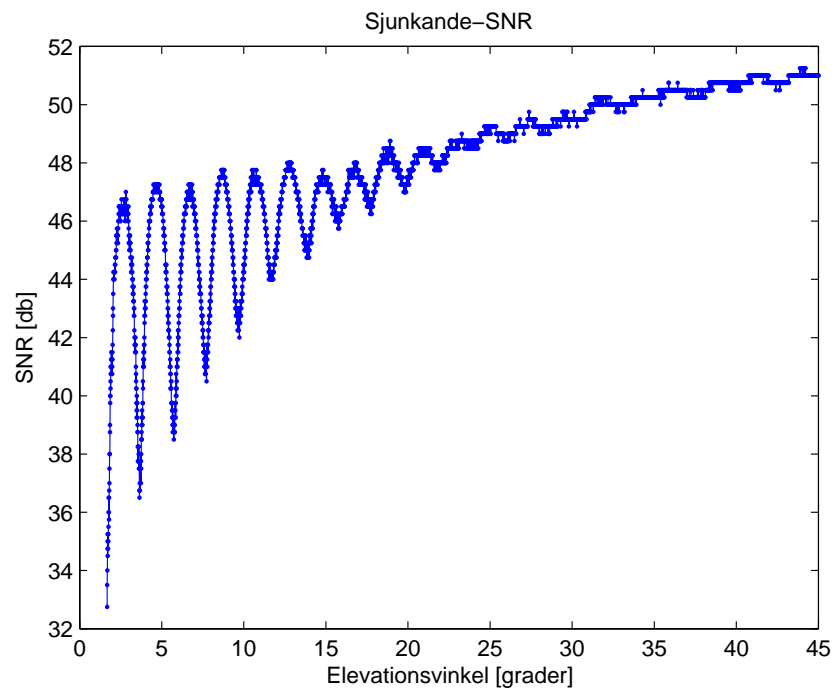
När man tagit ut enbart en satellits SNR-värde ser det ut som i *figur 11*, som är plottad över dygnets 24 timmar. Eftersom GPS-satelliter har en periodtid på 11 timmar och 58 minuter kommer satelliten passera antennen 2 gånger per dag.

Detta syns i *figur 11* som de två topparna för två olika tider på dygnet, med flera timmars mellanrum. *Figur 11*, *12*, *13* och *14* är alla plottar över samma dag när det var is omkring antennen.

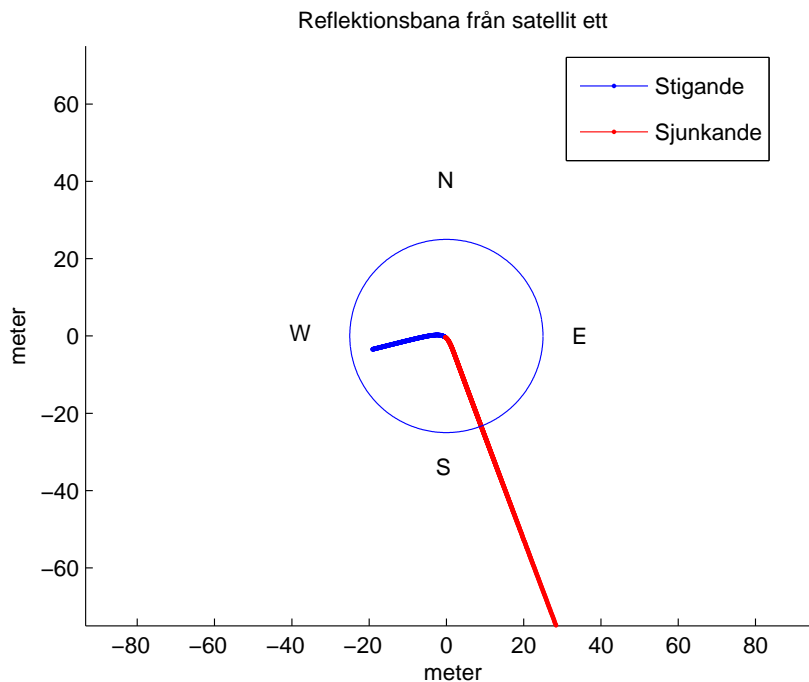


Figur 12: SNR-förhållandet för satellit ett när den stiger, plottad från en dag med havs-is.

Om man ur *figur 11* delar på den stora toppen i två olika delar, en stigande och sjunkande del, och istället för att visa SNR-förhållandet som funktion av tid och istället plottar SNR-förhållandet som funktion infallsvinkel mot underlaget, får man graferna som visas i *figur 12* och *13*.



Figur 13: SNR-förhållande för satellit ett när den stiger, plottad från en dag med havs-is.

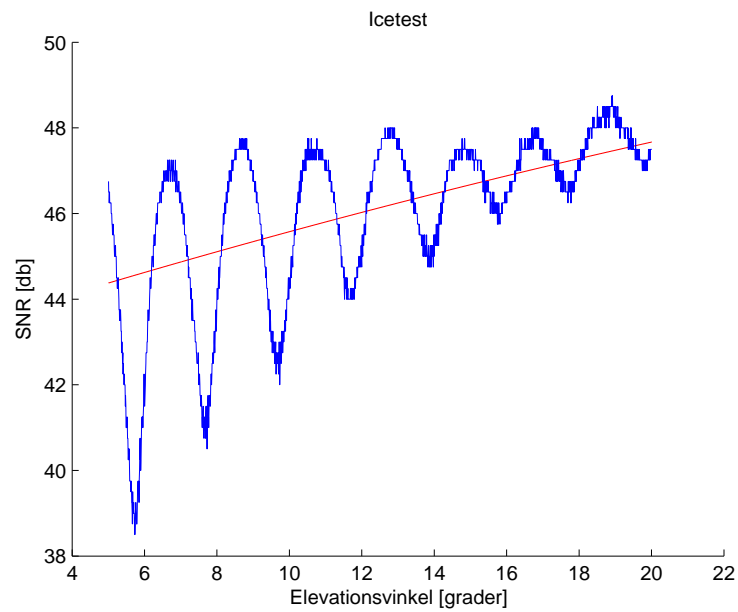


Figur 14: Reflektionsbanor från satellit ett, blå är stigande och röd är sjunkande. Avstånd anges i meter. Den blå ringen har en radie på 25 meter

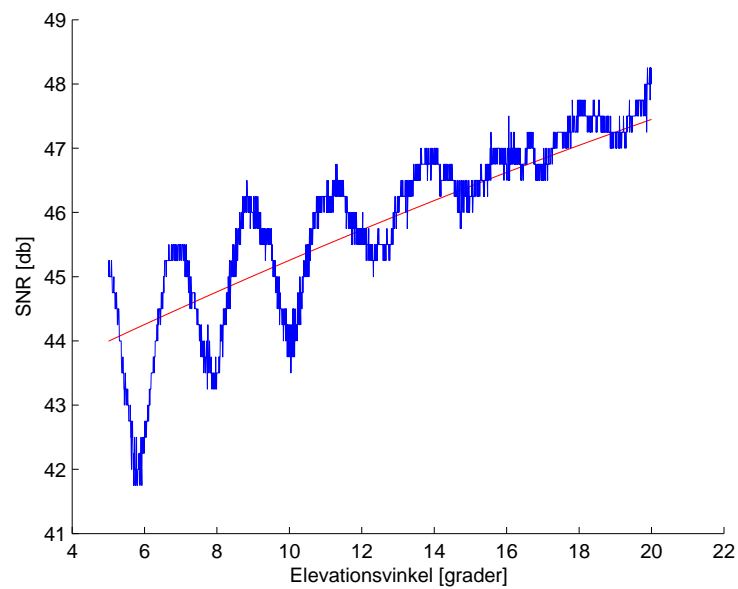
I figur 14 ser man reflektionsbanorna för satellit ett. Ur den figuren ser man att satelliten kommer in ifrån väster och försvinner ut mot syd/sydväst.

3.2.1 Vatten eller is?

För att bestämma havsvattnets fas skapades en algoritm, som utfördes av ett Matlab-program. SNR-kurvans amplituder jämförs med ett medelvärde till kurvan, vilket approximerades med ett andragradspolynom. Därefter beräknades standardavvikelsen Ξ från de insamlade värdena till andragradspolynomet. Skillnaden i Ξ representerar den amplitudskillnad, som existerar mellan havs-is och havsvatten. Havs-is har således en större standardavvikelse än havsvatten. För havs-is blev $\Xi \approx 1,6$ och för havsvatten blev $\Xi \approx 0,7$. Detta stämmer i de flesta fall, men vissa av satelliterna genererade svårtolkade SNR-grafer, vilket gjorde att Ξ inte överensstämmer med gränsvärdena för havs-is och havsvatten. Programmet som användes finns i avsnitt: *Istest* (sida: 57).



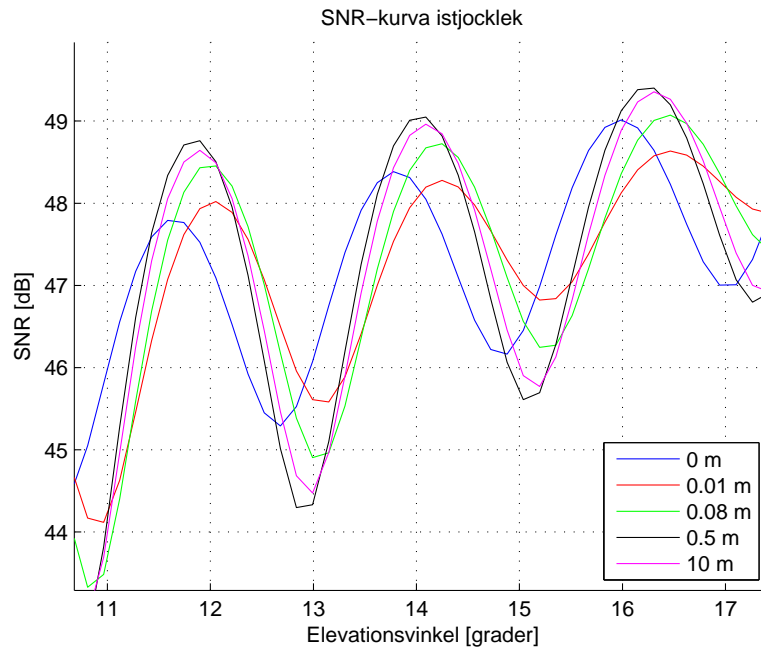
Figur 15: SNR-kurva mellan 5 och 20 graders elevationsvinkel (blå) för havs-is. Approximerad andragradsfunktionskurva (röd)



Figur 16: SNR-kurva mellan 5 och 20 graders elevationsvinkel (blå) för havsvatten. Approximerad andragradsfunktionskurva (röd)

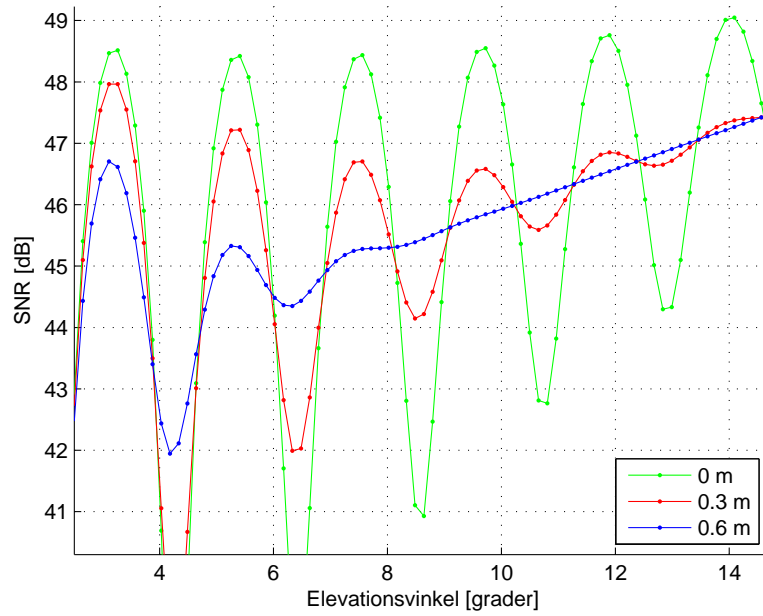
4 Simuleringsresultat

I figur 17 syns SNR-kurvor för olika tjocklek på is.



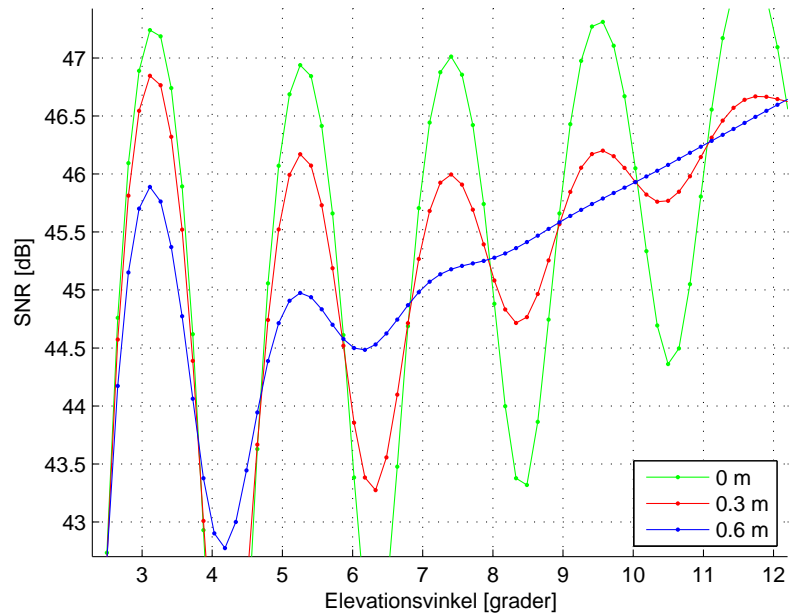
Figur 17

I figur 18 syns SNR-kurvor för olika standardavvikelser i ytan hos is.



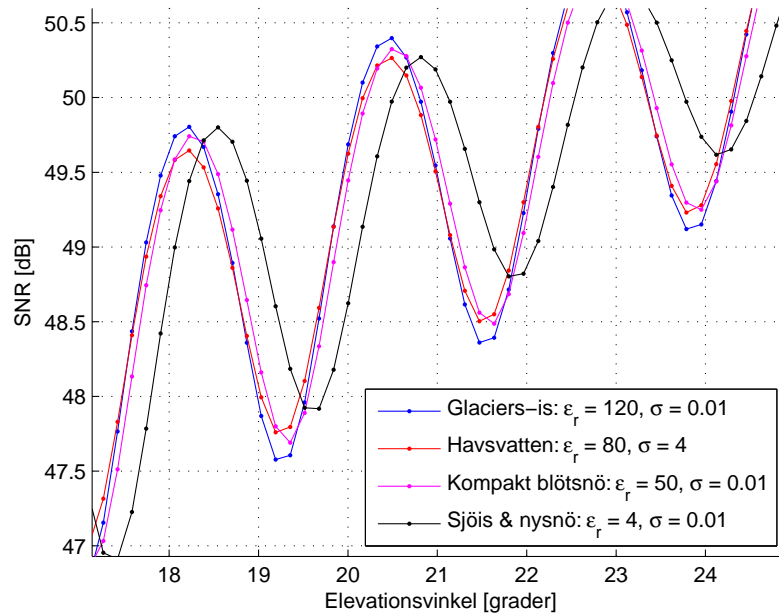
Figur 18: SNR-grafer för olika standardavvikelser (skrovlightet) för is .

I figur 19 syns SNR-kurvor för olika standardavvikelser i vattenytan.

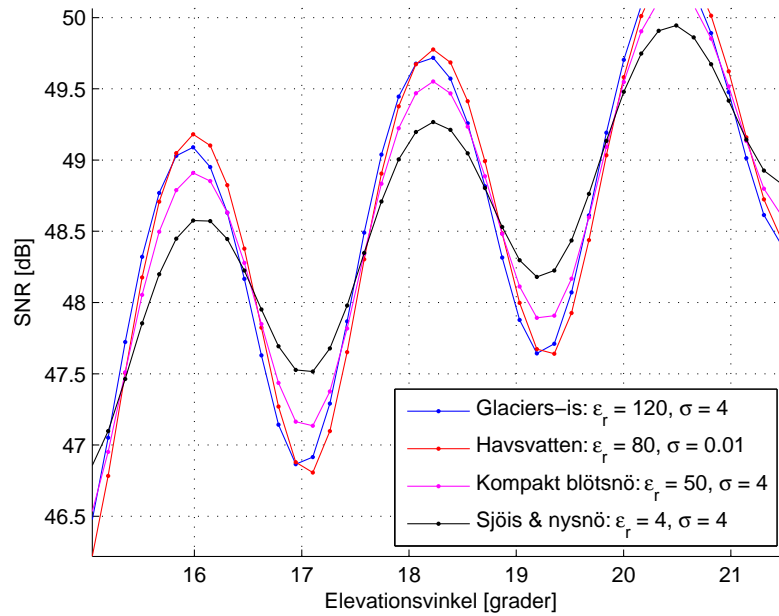


Figur 19: SNR-kurvor för standardavvikelser i vattenytan.

I *figur 20* och *21* syns det att skillnaderna i permittivitet och konduktivitet påverkar SNR-kurvan olika mycket. I *figur 20* är det mindre konduktivitet för de tre SNR-kurvorna jämfört med SNR-kurvan för havsvatten som har högre konduktivitet. I *figur 21* visas det motsatta fallet, nämligen att de tre SNR-kurvorna med lägre konduktivitet i *figur 20*, har högre konduktivitet jämfört med den SNR-kurvan för havsvatten, som nu har lägre konduktivitet.

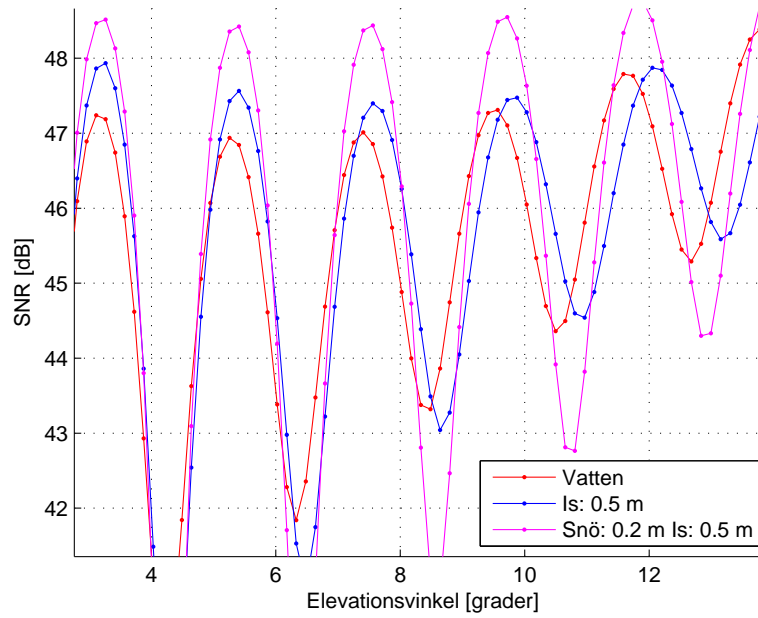


Figur 20: SNR-kurvor för olika permittivitet (120, 50, 4) med en konduktivitet på 0,01 S/m. Havsvattnet har konduktiviteten 4 S/m.



Figur 21: SNR-kurvor för olika permittivitet (120, 50, 4) med en konduktivitet på 4,0 S/m. Havsvattnet har konduktiviteten 0,01 S/m.

I *figur 22* syns det att storleken för oscillationerna i SNR-grafen inte blir lika stora när man har snö liggande på isen. I *figur 22* syns SNR-kurvor för is med tjockleken 50 cm som har ett snölager ovanpå isen med tjockleken 20 cm.



Figur 22: SNR-kurvor för fallet när det ligger ett snölager ovanpå isen.

5 Diskussion

5.1 Simuleringsresultat

Betrakta kapitel: *Simuleringsresultat*. Eftersom den reflekterade radiosignalen interfererar med den direkta radiosignalen i antennen, bildas oscillationer i SNR-grafen på grund av konstruktiv- och destruktiv- interferens. Större oscillationer i SNR-graferna svarar mot en starkare reflekterad radiosignal jämfört med mindre oscillationer. Från de olika simuleringarna kan man dra slutsatsen att amplituden påverkas tydligast jämfört med fas och frekvens då olika inställningarna ändras.

Om den reflekterade radiosignalen fullständigt skulle transmittas ner i havsvatten för samtliga elevationsvinklar, medför det en SNR-graf vilken skulle likna *figur* (1) (sida: 5), där endast den direkta radiosignalens vinkel och styrka mot antennen skulle påverka amplituden. I detta fallet hade SNR-graferna inte innehållit några oscillationer på grund av att ingen interferens hade förekommit mellan direkt- och reflektions- signalen. Det syns i *uttryck* (4) (sida: 8) eftersom att SNR-förhållandet är proportionellt mot fasförskjutningen ϕ som svarar mot interferensoscillationerna vilken hade varit noll då reflektionssignalen hade transmittats i (eller reflekterats bort från) havsvattnet fullständigt.

I *figur* 17 (sida: 24) framgår det tydligt att isens tjocklek påverkar den reflekterade signalens styrka, då amplituden ökar för tjockare is. Skillnaden blir stor redan för tunn is, då 0,01 m ger en skillnad på cirka 1 decibel. Då reflektioner från tjock is ger upphov till större amplituder än vatten och tunn is, kan amplitudskillnaden tolkas som att is reflekterar elektromagnetiska vågor bättre än vatten.

I *figurerna* 20 och 21 under kapitel: 4 *Simuleringsresultat*, syns det att både permittiviteten och konduktiviteten påverkar amplituden för oscillationerna hos SNR-graferna. Båda parametrarna: permittivitet och konduktivitet, går att ändra i SNR-simulatore. Det utfördes litteraturstudier på permittiviteten och konduktiviteten, men det gick emellertid inte att hitta några lämpliga litteraturstudier om konduktiviteten för varken: havs-is och havsvatten, eller för, is och vatten.

Permittiviteten varierar mycket för olika typer av is, snö och vatten, se *tabell* 1 (sida: 11), men också för vanligt vatten (sötvatten) då temperaturen sjunker, se *figur* (4) (sida: 10). Att permittiviteten varierar för is och vatten med temperaturen enligt *figur* (4) var förväntat, i någon utsträckning, eftersom förväntningarna var

att det skulle gå att se skillnad på amplituden för is och vatten genom att studera SNR-simulationer. Att det gick att se skillnad på amplituden för is och vatten verifierades också då rådatan enligt *figur* (9) (sida: 18) studerades i början av arbetet. För tolkning av de något anmärkningsvärda permittivitetera enligt *tabell* (1), se kommande avsnitt: 5.4.2 *Permittiviteten för havsvatten*.

Konduktivitetens förhållandevis stora påverkan av amplituden, enligt *figurerna* (20) och (21), var inte förväntad, eftersom det antogs att ledningsförmågan var liten för havs-is och havsvatten. Huruvida konduktiviteterna: $0,01S/m$ och $4SS/m$ stämmer i *figurerna* (20) och (21) är inte säkert eftersom det inte gick att få tag på säkra källor, utan är framtagna ur litteratur där det varken specificeras varifrån de kommer och för vilka förhållanden de gäller (exempelvis: hur mycket konduktiviteten beror på saltmängden i vattnet).

5.2 Simulatore

Mycket av den insamlade rådatan och de antaganden som gjorts kring den har verifierats med hjälp av SNR-simulatore [1]. Denna simulator har självklart sina brister, då det är närmast omöjligt att återskapa en helt verklighetstrogen miljö. En tydlig brist är att det i nuläget enbart går att återskapa homogena lager och ytor runt antennen, vilket sällan är fallet i en kustmiljö. Befintliga GNSS-installationer är ofta belägna vid kusten, vilket är en brist då den optimala miljön för fjärranalys av havsisar är öppet vatten. Data som analyseras kommer därför att påverkas av öar och andra oönskade geografiska avvikelser. Simulators brister behöver nödvändigtvis inte vara negativa, då det inte alltid är önskvärt att efterlikna rådatans alla störningar. De perfekta förhållanden som råder vid simulation gör att uppenbara skillnader i SNR framträder mycket tydligt. Simulators inställningar är valda så att de ska efterlikna de förhållanden som råder vid OSO.

Något som är viktigt att poängtera är att simulatore fortfarande är i utvecklingsfasen och uppdateras kontinuerligt. Det finns därför en risk för fel.

5.3 Insamlade värden/rådata

Resultaten var inte helt väntade mot de antagna, men att det skulle vara möjligt att skilja på is och vatten framgick snabbt då tydliga skillnader mellan de insamlade värdena kunde observeras vid första anblicken. Något som däremot förbryllade oss var att graferna för samma yta kunde skilja sig mycket. Vilket

var problem som vi senare insåg orsakades av att den reflekterade signalen påverkades av de omkringliggande öarna.

Metoden för att analysera GNSS-signalerna och dess resulterande SNR-förhållande är i denna studie kopplat till de geografiska förhållanden som råder kring antennen vid Onsala (Se figur 8). För att genomföra en liknande studie för en annan plats krävs det därför att man gör en liknande analys av området. En sådan analys innefattar studie av azimutvinklar, för att lämpliga satelliter ska kunna väljas ut. Det finns också många andra förhållanden, som kan vara viktiga att ta hänsyn till. Exempel på detta skulle kunna vara områden med extrema tidvattenförhållanden, vilket medför stor skillnad i SNR-förhållanden på grund av förändringar i antennens höjd över vatten.

Satellit ett (som visas i *figurerna* 9, 11, 12 och 13 i kapitel 3, *Insamlade mätdata*) gav homogena kurvor när den sjönk mot horisonten som gjorde det lättare att analysera. Jämför man *figur* 8 och 14 ser man att satelliten kommer stiga upp nära land och sedan sjunka när den är över öppet vatten. Detta ger en tydlig skillnad i *figurerna* 12 och 13, vilka visar SNR-kurvor för stigande respektive sjunkande satellit ett.

5.3.1 Vatten eller is?

Det största skillnaden mellan is och vattens SNR-mönster, är en skillnad i topp-till-topp amplitud. Denna skillnad är störst mellan elevationsvinklar i intervallet 5-20 grader. Därför valdes mätdata mellan dessa vinklar ut för analys av is- och vattens- standardavvikelse Ξ (se avsnitt 3.2.1). Värden över 20 grader medförde att skillnaden mellan is och vatten var så liten att det var omöjligt att avgöra vilket av fallen det rörde sig om. För alla värden under 5 grader varierade de olika satelliternas mätdata mycket. Detta medförde att datan inte gick att tolka, samtidigt som den bidrog till stora skillnader i Ξ . I *icetest.m* används bara den sjunkande delen av satellitkurvorna eftersom den oftast gav kurvor med tydliga oscillationer, vilka kan förklaras med teoriavsnittet. Dessa gav resultat som kunde förklaras och kopplas till de modeller som använts när *icetest.m* kördes. Metoden fungerade inte varje gång då man behövde undersöka om kurvan var homogen och lämpade sig för analys. Dock kunde väldigt höga Ξ sällas bort, då vi såg i *figur* 17 (sida: 24) att tjockare is inte gav högre amplitud. Låga Ξ kan åstadkommas av kurvor större ojämnheter på havsytanytan enligt *figur* 19 (sida: 26).

5.4 Teori

5.4.1 Vågor på vattnet

Om det är vågor på vattnet kommer amplituden för oscillationerna i SNR-graferna att minska i jämförelse med SNR-grafer för en spekulär yta (plan vattenyta). Det beror på att signalen som når den vågiga ytan, till större del kommer att reflekteras bort eller transmittas ner i vattnet, jämfört med en plan yta.

Om man antar att is alltid bildar en spekulär yta, kan man på ett generaliserat sätt anta att is medför en högre amplitud i SNR-graferna jämfört med vatten. Stillastående vatten har en lägre permittivitet än is (ofta⁹), och om det förekommer vågor på vattnet medför det i sin tur en svagare reflekterad signal som når antennen. Studera exempelvis figur 19 under kapitel 4 (sida: 26). Det syns att större standardavvikelse i vattnet medför lägre amplitud för oscillationerna i SNR-graferna. På samma sätt medför större standardavvikelse för isens yta en lägre amplitud för oscillationerna i SNR-graferna. Det är dock större sannolikhet att standardavvikelsen varierar mer för vatten än för is på grund av vågrörelser. Se figur 18 under avsnitt *Simuleringsresultat* (sida: 25).

I figurerna 19 och 18 syns det att standardavvikelserna för respektive yta är: 0 m, 0.3 m och 0.6 m. 0.6 meter svarar i fallet för vatten med en våg vars totala höjd är 1.2 meter från dess lägsta- till dess högsta- punkt. Det vill säga, det är inte ett troligt fall utanför Onsala rymdobservatorium, och särskilt inte för is. Utan standardavvikelserna påvisar endast hur amplituden för oscillationerna i SNR-graferna kommer att avta när ytan blir ojämn.

Anmärkning vid återkoppling till avsnitt 2.7.1. Kom ihåg att *figur 6* är framtagen för spekulära ytor. Anledningen till att vågrörelser inte tas med i härledningen för signalstyrkan som ges av *ekvation 14* är på grund av enkelhetens skull. Genomförandet av samma beräkning analytiskt för en icke-spekulär yta är i praktiken omöjligt och det är av denna anledning som simuleringsteknik har sitt största styrkeområde. Modellen för signalstyrkan hos reflektionssignalen kan emellertid användas för att understödja simuleringsresultaten. Se diskussionen 5.4.3 för återkoppling av simuleringsresultaten till teorin.

⁹Se diskussionen 5.4.2 för permittiviteten med avseende på de diskreta värdena enligt tabell 1 (sida: 11).

5.4.2 Permittiviteten för havsvatten

Återkoppla till avsnitt 2.6 *Permittiviteten för havsvatten*. Kom ihåg att de angivna värdena för permittiviteten enligt *figur 4* (sida: 10) ges för sötvatten medan vattnet omkring antennen är saltvatten. Anledningen att permittiviteten för sötvatten användes istället för permittiviteten för saltvatten är på grund av att det inte gick att hitta någon lämplig data för permittiviteten hos saltvatten. Därför är det också viktigt att diskutera hur bra och under vilka förhållanden som permittiviteten för vatten överensstämmer med saltvattnets permittivitet.

Det finns en direkt- och en indirekt- orsak till att permittiviteten skiljer sig mellan vatten och saltvatten. Den direkta orsaken är av det naturliga skälet att saltvatten är en blandning av vatten och salt, vilket medför en annan permittivitet än den för vatten. Det beror på att saltmolekylerna har en annan permittivitet än vattnets.

Den indirekta orsaken till en annan permittivitet för saltvattnet än för sötvatten, är en konsekvens som följd av blandningen mellan salt och vatten. På grund av termodynamiska egenskaper förändras fryspunkten hos saltvattnet till skillnad från vanligt vatten, vilket leder till en annorlunda fördelning av permittiviteten än den uppmätta i *figur 4* (sida: 10).

Utifrån dessa två orsaker antas det i rapporten att permittiviteten för saltvatten är samma som permittiviteten för sötvatten, och att saltvattnets permittiviteten ändras på samma sätt som sötvattnets.

5.4.3 Signalstyrkan för den signal som reflekteras i havsytan

Återkoppla till avsnitt: 2.7.1 *Havsvatten*. Det syns hur signalstyrkan hos reflektionssignalen varierar för olika permittivitet och därför också för olika temperaturer enligt *figur 6* (sida: 14). I samma *figur* går det också att avläsa att en högre permittivitet medför en starkare reflektionssignal.

På ett generaliserat vis går det att säga att vattnets reflektionsegenskaper blir bättre när temperaturen sjunker genom att betrakta *figur 4* (sida: 10) tillsammans med dess motsvarande resultat för signalstyrkan hos den reflekterade signalen enligt *figur 6* (sida: 14). Men det förhåller inte alltid på det viset att permittiviteten blir högre när temperaturen sjunker.

Betrakta nu *figur 7* (sida: 15). Det syns att flera typer av is och snö medför svagare reflektionssignal jämfört med värdena i *figur 4* (sida: 10) vilket därför uppför sig motsägelsefullt om man jämfört med permittiviteten för enligt *figur 6*.

Eftersom att det inte på ett entydigt sätt går att avgöra vad namnen i *tabell* (1) innebär kan man inte på ett rigoröst sätt avgöra vad *tabell* (1):s förhållandevis låga permittiviteter kommer ifrån. Om man emellertid kopplar låga värden på permittiviteten till strukturen hos is- och snö- typen kan man tänka sig att permittiviteten från *tabell* (1) beror på hur is- och snö- typen utbreder sig.

Betraktar man exempelvis signalstyrkan hos reflektionssignalen för is- och snö- typen *Sjöis* och *Nysnö* i *figur* 7 (sida: 15) ser man en förhållandevis kraftigt försvagad reflektionssignal om man jämför med reflektionssignalen som fås för permittiviteten $\epsilon_r \in [70,100]$. Detta trots att *Sjöis* och *Nysnö* både är uppmätta under nollgradiga temperaturer. Detta leder en till slutsatsen att den uppmätta permittiviteten beror mycket på strukturen hos is- och snö- typen snarare än temperaturen. Därför kan man tänka sig att de särskilt låga värdena på permittiviteten för olika is- och snö- typer i *tabell* 1 (sida: 11) motsvarar ojämna strukturer.

Om man därför antar att permittiviteten beror kraftigt på strukturen kan man på ett generaliserat sätt uppskatta att reflektionssignalen kommer att vara svagare då det finns ojämna lager av snö, snö-blandad is, slask och dylikt, ovanför isen genom att återkoppla till avsnitt 5.4.1 *Vågor på vattnet*.

På samma sätt kan man uppskatta att signalstyrkan hos reflektionssignalen kommer att vara stark om vattnet fryser under förhållanden som leder till starkt reflekterande is och det inte lägger sig snö ovanpå. Det vill säga, en stark reflektionssignal är resultatet av vattnen som lyckats frysa och bilda ett tydligt is-skikt ensamt, eller tillsammans med jämna pålagringar av snö-is-former.

Med detta statuerat borde man kunna avgöra om havsvattnet omkring antennen är i is-form genom att studera storleken för oscillationerna i SNR-graferna.

5.4.4 Olika lager

Något som påverkar SNR-förhållandet är snö som lägger sig ovanpå isen. I *figur* 22 syns det att ett tunt snölager medför en sänkt amplitud. Signaler reflekteras därför sämre mot en snötäckt yta. Detta medför att SNR-kruvan för is blir mer lik den för vatten, vilket försvårar arbetet att skilja dem åt. Detta borde inte utgöra några större problem då det ofta blåser vid havsisar, vilket försvårar att snö lägger sig. Det kan dock komma att bli ett problem vid långvarig nederbörd.

5.4.5 Dåligt väder

För många applikationer av ismätningar skulle bestämmande av istjocklek vara en intressant aspekt. Olika höjd- och djup- mätningar med GPS-mottagare har tidigare varit framgångsrika. Ett exempel är snödjupsmätningarna i [9]. Djupmätningar av vatten försvåras främst av vattnets varierande natur; vågor, tidvattnen och andra stora rörelser kan ge upphov till stora förändringar i SNR-datan.

I *figur 19* syns det att en större standardavvikelse i havsytan medför mindre amplitud för oscillationerna i SNR-grafen. Även om standardavvikelserna i *figur 19* motsvarar ett kraftigt oväder kan man anta att en jämn havsyta kommer reflektera bättre än en vågig havsyta.

Om nederbörd påverkar den inkommande signalen, kommer också nederbörden påverka SNR-förhållandet. När den direkta- och reflekterade- signalen påverkas i ungefär lika stor utsträckning. Då SNR-förhållande varierar enligt *uttryck (2)* blir den totala signalen därför lika stor som fallet när ingen av signalerna dämpas.

5.5 Vidareutveckling

Studien är inte generell, utan går endast att applicera vid OSO, eftersom att undersökningen är platsberoende. Det finns därför utrymme för vidareutveckling.

Själva metoden behöver utvecklas och bli mer generell, då den nu är knuten till de förhållanden som råder vid GNSS-stationen. En mer omfattande studie av rådatan behövs genomföras eftersom ytterst få dagar av rådata har behandlats. Antaganden som är gjorda kring hur väder och andra stör-faktorer påverkar resultatet är gjorda utifrån simulationer och teori. Dessa förhållanden behöver därför analyseras för rådata.

Även längre perioder med is behöver undersökas då de tre dagar som ingår i denna studie med största sannolikhet har en väldigt lik is-struktur. Olika typer av is har också olika permittivitet, vilket diskuteras mer omfattande i avsnitt: *5.4.3 Signalstyrkan för den signal som reflekteras i havsytan.*

Det finns en rad olika användningsområden för den här typen av mätningar. Till exempel inom miljöfrågor som rör utbredningen av havsisar, eller inom sjöfart som går genom områden där havsis kan lägga sig. Det kan emellertid diskuteras utifrån ett ekonomiskt perspektiv om det finns något värde i att använda GNSS-signaler för enstaka applikationer där andra tekniska lösningar som är billigare kan existera. Kombinerar inte den GNSS-tekniken med någon

annan applikation finns det i dagsläget endast användning för mätningar där GNSS-data redan samlats in.

6 Slutsats

Då SNR-mönstret skiljer sig mellan havsvatten och havs-is kan man anta att den reflekterade signalens styrka är olika. Den reflekterade signalen interfererar med den direkta signalen och ger upphov till oscillationer där den direkta signalen förstärks och släcks ut med avseende på dess fresnelzoner. Reflektionsegenskaperna för dessa två medium kan man anta är den avgörande faktorn för att det går att analysera vattnets fas utanför antennen vid OSO.

Genom att jämföra SNR-simulationer med rådata, och med hjälp av *icetest.m* för tidpunkter när man med säkerhet vet att det var havs-is respektive havsvatten, kan man på ett generaliserat sätt avgöra vilka storlekar för oscillationerna hos SNR-graferna som svarar mot is och vatten. Med programmet *icetest.m* går det då att avgöra om godtycklig SNR-data (för en dag) uppkommit från en havsyta av is eller vatten, vid Leica AR25-antennen med hänsyn tagen till en satellit som är lämplig.

Man finner då att *standardavvikelsen till andragradsfunktionen* Ξ ¹⁰, som approximerar SNR-grafen med ett andragradspolynom är generellt $\Xi \approx 0.7$ för havsvatten och $\Xi \approx 1.6$ för havs-is. Därför kan man med säkerhet säga att havsytan är frusen om dess rådata resulterar i $\Xi \geq 1.55$, och med samma resonemang kan man säga att havsytan är ofrusen om dess rådata resulterar i $\Xi \leq 0.75$.

¹⁰ Se avsnitt: *Vatten eller is?* under kapitel: *Diskussion* för en explicit förklaring.

A Radiovågor (Elektromagnetiska vågor)

A.1 Maxwells ekvationer

Eftersom att radiosignaler är elektromagnetiska vågor beskrivs de av Maxwells ekvationer[2]:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \mathbf{J} + \frac{\partial \mathbf{D}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \end{array} \right. \quad (15)$$

där:

\mathbf{E} är det elektriska fältet,

\mathbf{B} det magnetiska fältet,

\mathbf{J} är den vektoriella strömdensiteten,

ρ är volymdensiteten av de fria laddningarna i det betraktade systemet,

\mathbf{D} är det elektriska avvikelsefältet,

\mathbf{H} det magnetiska avvikelsefältet.

För vektorfälten \mathbf{D} och \mathbf{H} gäller sambanden (16) och (17):

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}, \quad \text{med } \epsilon_0 = \frac{1}{36\pi} 10^{-9} \text{ Fm}^{-1} \quad (16)$$

$$\mathbf{H} = \mu_0 \mu_r \mathbf{B} = \mu \mathbf{B}, \quad \text{med } \mu_0 = \pi 10^{-7} \text{ Hm}^{-1} \quad (17)$$

där ϵ är den absoluta permittiviteten, $\epsilon_r = \frac{\epsilon}{\epsilon_0}$ är den relativa permittiviteten¹¹ och ϵ_0 är permittiviteten i vakuum. Konstanten ϵ_r beror på vilket medium det elektriska fältet utbreder sig i. Samma analogi gäller för permeabiliteten μ för det magnetiska fältet.

Permittiviteten anger hur det elektriska fältet påverkar ett ledande material, respektive påverkas av, för ett isolerande material, som fältet verkar i. Permeabiliteten anger på samma sätt hur det magnetiska fältet förändras beroende på

¹¹ ϵ_r kallas också för den *Dielektriska konstanten*

medium¹². För ickemagnetiska material gäller generellt att $\mu_r = 1$.

Om man antar att det elektromagnetiska fältet propagerar i luft, så är ρ och \mathbf{J} lika med noll, i Maxwells ekvationer eftersom att det inte finns några fria laddningar eller något flöde av ström. Om man dessutom antar att atmosfären är ett isotropt och homogent medium, och att $\mu_r = \epsilon_r = 1$ för luft^{13 14}, blir Maxwells ekvationer istället:

$$\left\{ \begin{array}{l} \nabla \times \mathbf{E} = -\mu \frac{\partial \mathbf{H}}{\partial t} \\ \nabla \times \mathbf{H} = \epsilon \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \\ \nabla \cdot \mathbf{D} = 0 \\ \nabla \cdot \mathbf{B} = 0. \end{array} \right. \quad (19)$$

Mera konkret kan man säga att det antogs att atmosfären liknar ett vakuum ur perspektivet för en elektromagnetisk våg. Dessa antaganden går att göra eftersom att syftet avser att förstå hur EM-vågen uppför sig under enkla förhållanden, medan simuleringarna avser att ta hänsyn till all komplexitet som tillkommer med verkligheten. Se avsnitt 5 för noggrannare hänsyn till förenklingarna.

Om man kryssmultiplicerar den övre ekvationen i uttrycket (19) med nablaoperatoren ∇ och kombinerar resultatet med de övriga ekvationerna i (19) får man till slut de homogena vektoriella vågekvationerna (20) och (21), som var för sig beskriver den elektriska- och magnetiska- vågens utbredning:

$$\nabla^2 \mathbf{E} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0 \quad (20)$$

$$\nabla^2 \mathbf{B} - \frac{1}{u^2} \frac{\partial^2 \mathbf{B}}{\partial t^2} = 0 \quad (21)$$

där

$$u = \frac{1}{\sqrt{\mu\epsilon}}.$$

Tillsammans beskriver (20) och (21) hur EM-fältet propagerar.

¹² Kuriosa: mellan μ_0 och ϵ_0 råder också sambandet:

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu_0\epsilon_0}} \approx 10^8 \text{ms}^{-1}, \quad (18)$$

där c är ljusets hastighet i vakuum.

¹³ $\mu_r = \mu_{\text{Luft}} = 1,00000037$. [5]

¹⁴ $\epsilon_r = \epsilon_{\text{Luft}} = 1,0005898$. [3]

Vågtalet i vakuum ges av:

$$k_0 = \omega \sqrt{\mu_0 \epsilon_0} = \omega c. \quad (22)$$

vilket medför att *ekvation* (20) kan skrivas som:

$$\nabla^2 \mathbf{E} + k_0^2 \frac{\partial^2 \mathbf{E}}{\partial t^2} = 0. \quad (23)$$

I kartesiska koordinater skrivs *ekvation* (23) enligt:

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} + k_0^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) E_x = 0 \quad (24)$$

för komponenten E_x ¹⁵. *Ekvation* (24) är differentialekvation av typen Helmholtz differentialekvation och en lösning fås genom variabelsubstitution och ser ut enligt:

$$E_x(z,t) = E_0^+ e^{i(\omega t - k_0 z)} + E_0^- e^{-i(\omega t - k_0 z)}. \quad (25)$$

Löser man på samma sätt vågekvationen (21) för det magnetiska fältet, på analogt vis, får man en lösning för B-fältet enligt:

$$B_x(z,t) = B_0^+ e^{i(\omega t - k_0 z)} + B_0^- e^{-i(\omega t - k_0 z)}. \quad (26)$$

För båda *ekvationerna* (25) och (26) är amplituderna E_0 och B_0 godtyckliga integrationskonstanter som uppkommer vid lösning av andra ordningens differentialekvationer, och är generellt sätt komplexvärda konstanter som behöver bestämmas med avseende på randvillkor.

För att nu se hur E-fältet rör sig studeras lösningen av E-fältet i positiv x-led enligt:

$$E_x^+(z,t) = \hat{x} E_0^+ e^{i(\omega t - k_0 z)}. \quad (27)$$

Tas realldelen av detta uttrycket enligt:

$$E_x^+(z,t) = \hat{x} \operatorname{Re} \left[E_0^+ e^{i(\omega t - k_0 z)} \right] = \hat{x} E_0^+ \cos(\omega t - k_0 z) \quad (28)$$

¹⁵ *Anmärkning: den allmänna lösningen till ekvation (23) fås genom att upprepa samma beräkning som för ekvation (24) för samtliga komponenter för E-fältet och sedan superpositionera komponentlösningarna. Men eftersom att målet avser att studera reflektionen av E-fältet räcker det med att studera lösningen för en komponent.*

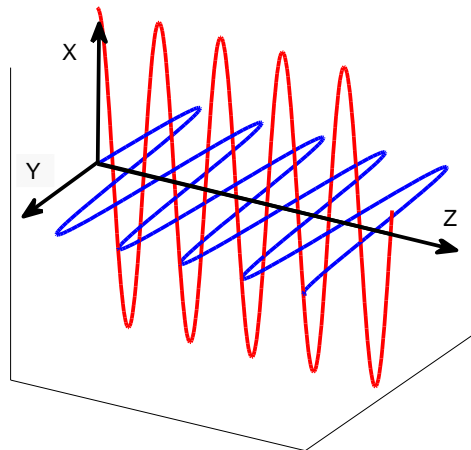
syns det i sista ledet att E-fältet är en icke-stående våg som oscillerar ortogonalt mot sin utbredningsriktning. För E-fältets tillhörande B-fält (E enligt (27)) ger Maxwells ekvation: $\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$, B-fältets rörelse enligt:

$$\nabla \times \mathbf{E} = - \begin{vmatrix} \hat{x} & \hat{y} & \hat{z} \\ 0 & 0 & \frac{\partial}{\partial z} \\ E_x^+(z) & 0 & 0 \end{vmatrix} = \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} (\hat{x}B_x^+(z) + \hat{y}B_y^+(z) + \hat{z}B_z^+(z)), \quad (29)$$

vilket leder till:

$$B_y^+(z) = \hat{y} \frac{k_0}{\omega \mu_0} E_x^+(z) = \hat{y} \frac{1}{\eta_0} E_x^+(z). \quad (30)$$

Här introduceras en nya kvantitet: $\eta = \sqrt{\frac{\mu_r \mu_0}{\epsilon_r \epsilon_0}} = \{\text{i vakuum}\} \approx 120\pi$, som kallas för den *reella impedansen i vakuum* och som talar om med vilken faktor B-fältet är svagare än sitt tillhörande E-fält. Det intressanta med *ekvationerna* (28) och (30) är att man upptäcker att E-fältet och B-fältet oscillerar vinkelrät mot varandra och ortogonalt mot deras utbredningsriktning. Därför finner man att EM-vågor och således radiovågor är transversella elektromagnetiska vågor (TEM-vågor).



Figur 23: En TEM-våg som utbreder sig i z-riktningen.

A.2 Polarisation av TEM-vågor

Polarisationen av en TEM-våg beskriver hur vågens intensiteten för E-fältet och B-fältet ändras beroende på tidpunkt och koordinat i rummet. Det finns tre olika typer av polarisation; linjär polarisation, cirkulär polarisation och elliptisk polarisation. Man säger att en våg är linjärt polariserad om vågen endast oscillerar i ett plan. Det vill säga, vågen har endast en komponent i antingen x- eller y-led. *Ekvation (27)* beskriver exempelvis en linjärpolariserad våg i x-planet.

Cirkulär polarisation och elliptisk polarisation ges till skillnad från linjär polarisation istället av två komponenter som oscillerar i olika plan. Om amplituderna för dessa vågkomponenter är lika stora och de har samma frekvens, blir vågen som helhet cirkulär polariserad. Annars blir den elliptisk polariserad. En explicit förklaring om cirkulär polarisation följer nedan eftersom att radiovågor är cirkulärpolariserade vågor.

Cirkulärpolariserade vågor:

Betrakta en superposition av två planvågor enligt:

$$\begin{aligned}\mathbf{E}(z,t) &= \hat{x}E_{10}e^{i(\omega t - k_0 z)} - \hat{y}E_{20}e^{i(\omega t - k_0 z)} \\ &= \hat{x}E_{10} \cos(\omega t - k_0 z) + \hat{y}E_{20} \sin(\omega t - k_0 z) \\ &= \hat{x}E_{10} \cos(\omega t - k_0 z) + \hat{y}E_{20} \cos\left(\omega t - k_0 z - \frac{\pi}{2}\right),\end{aligned}\quad (31)$$

där första termen i översta ledet beskriver en planvåg i x-led och andra termen i översta ledet en planvåg i y-led med en $\frac{\pi}{2}$ -fasförskjutning relativt den första planvågen. Valfritt led ur (31) kan skrivas som (32):

$$\mathbf{E}(z,t) = \hat{x}E_1(z,t) + \hat{y}E_2(z,t). \quad (32)$$

Studera nu vågen när den precis börjar att utbreda sig. Det vill säga, med $z = 0$ fås:

$$\begin{cases} \mathbf{E}(0,t) = \hat{x}E_1(0,t) + \hat{y}E_2(0,t) \\ \mathbf{E}(0,t) = \hat{x}E_{10} \cos(\omega t) + \hat{y}E_{20} \sin(\omega t) \end{cases} \quad (33)$$

och man får därför ur (33) ekvationerna:

$$\begin{cases} \cos(\omega t) = \frac{E_1(0,t)}{E_{10}} \\ \sin(\omega t) = \frac{E_2(0,t)}{E_{20}}. \end{cases} \quad (34)$$

Genom trigonometriska ettan fås slutligen ekvationen:

$$\left(\frac{E_1(0,t)}{E_{10}}\right)^2 + \left(\frac{E_2(0,t)}{E_{20}}\right)^2 = 1. \quad (35)$$

Således är TEM-vågen med avseende på E-fältet cirkulärt polariserat då $E_{10} = E_{20}$ och elliptiskt polariserat då $E_{10} \neq E_{20}$. Då $E_{10} = E_{20}$ syns det också att:

$$\begin{aligned} \tan \psi &= \frac{\sin(\omega t)}{\cos(\omega t)} = \frac{E_2(0,t)}{E_1(0,t)} \Rightarrow \\ \psi &= \tan\left(\frac{E_2(0,t)}{E_1(0,t)}\right)^{-1} = \omega t \end{aligned} \quad (36)$$

vilket ger att E-fältet är högerhands- eller positivt-cirkulärpolariserat. Hade det varit en teckenskillnad mellan termerna i uttryck (31) hade det istället givit en vänsterhandspolariserad EM-våg och nedersta termen i *ekvation* (36) hade istället blivit:

$$\psi = \tan\left(\frac{-E_2(0,t)}{E_1(0,t)}\right)^{-1} = -\omega t. \quad (37)$$

Ur detta uttryck kan det avläsas att EM-fältet roterar med vinkelhastigheten ω i motsatt riktning till klockans håll. Vidare bestäms rotationsriktningen för cirkulärpolariserade signaler med den såkallade *högerhandsregeln* där tummen svarar mot z-axeln (utbredningsriktningen för TEM-vågor), pekfingret för x-komponenten och långfingret för y-komponenten.

A.2.1 Antenner och TEM-vågors polarisation

För signaler som propagerar på ett linjärpolariserat vis blir signalstyrkan hos antennen som starkast då antennen är riktad parallell mot fältets polarisationsriktning. För cirkulärpolariserade signaler är inte signalstyrkan på samma sätt beroende av hur antennen är riktad i förhållande till signalens polarisation, utan kan ta upp signalen lika bra oberoende av hur signalens infallsvinkel förändras med sin källa (bortse från andra effekter som påverkar signalstyrkan). Av dessa anledningar används horisontellt parallella tv-antennerna på hustak (relativt marken) när de tar emot horisontellt linjärpolariserade tv-signaler. I jämförelse med satelliter som är icke-geostationära, som ofta används vid fjärranalys, är de utsända signalerna istället cirkulärpolariserade eftersom att satelliternas positioner ändras kontinuerligt i förhållande till antennen. Detta exempel är det som rör

antennen utanför Onsala rymdobservatorium.

A.2.2 Signalens polarisationsbyte

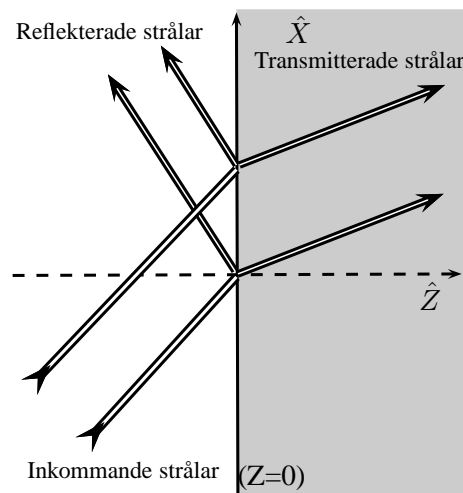
Betrakta en signal enligt *ekvation* (40) (sida: 46) och studera *figur* 25 (sida 46). Denna våg är cirkulärpolariserad. Den reflekterade vågen skrivs i det parallella fallet som:

$$\mathbf{E}_{r0}(x,y) = E_{r0} (\hat{x} \cos \theta_r + \hat{z} \sin \theta_r) e^{-i\beta_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)} \quad (38)$$

och genom att jämföra *ekvationerna* (40) och (38) observerar man en teckenskillnad i förfaktorn till exponentialekvationen, enligt: $E_{i0}(\hat{x} \cos \theta_r \pm \hat{z} \sin \theta_r)$, som anger åt vilket håll polarisationen sker åt. Det vill säga, om E-fältet är högerhandspolariserat när det infaller mot ytan kommer det att vara vänsterhandspolariserat när det har reflekterats. Detta förklarar varför GPS-signalerna byter polarisationsriktning efter att de reflekterats i vattnet.

A.3 Fresnels ekvationer

För att härleda Fresnels ekvationer betrakta *figur* 24:



Figur 24: Modell över inkommande-, reflekterad- och transmitterad- TEM-våg.

Genom geometriska samband och därför att fashastigheten hos den reflekterade- och inkommande- signalen är samma (eftersom att de utbreder sig i samma medium), kan man visa att $\theta_i = \theta_r$ [2]. Detta innebär att vinkeln för den reflekterade

signalen är densamma som vinkeln för den inkommande signalen och är allmänt känt som *Snells lag för reflektion*.

Snells lag medför att antennen endast tar en reflekterad signal för varje enskild vinkel som den inkommande signalen bildar mellan havsytan och satelliten. Med användning av Snells lag för reflektion och med samma teknik som användes att härleda den, fås också *Snells lag för refraktion* som istället relaterar den infallande signalens vinkel med den transmitterade signalens vinkel:

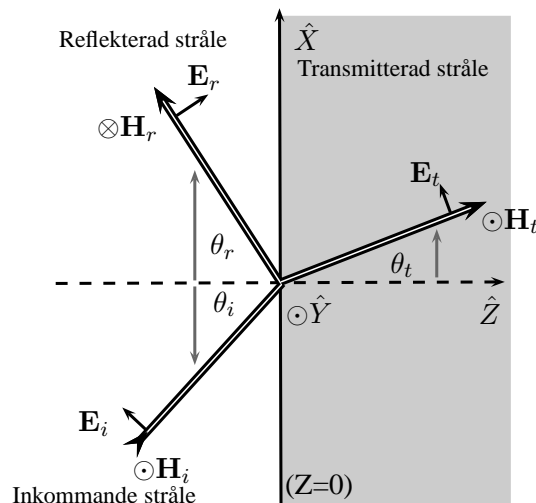
$$\frac{\sin \theta_t}{\sin \theta_i} = \frac{\eta_2}{\eta_1}. \quad (39)$$

För att beskriva vad som händer när en radiosignal träffar en jämn yta studeras två fall av den inkommande signalens polarisation. Detta ena fallet är när komponent är vinkelrät polariserat mot ytan och det andra är när E-fältets komponenter är parallellt polariserat med ytan. Båda fallen förklarar tillsammans vad som händer med signalen efter att den stött på ytan.

För fallet parallell polarisation beskrivs vägen av *ekvation (40)*:

$$\mathbf{E}_i(x,z) = E_{i0} (\hat{x} \cos \theta_i - \hat{z} \sin \theta_i) e^{-i\beta_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)}, \quad (40)$$

och enligt *figur 25*:

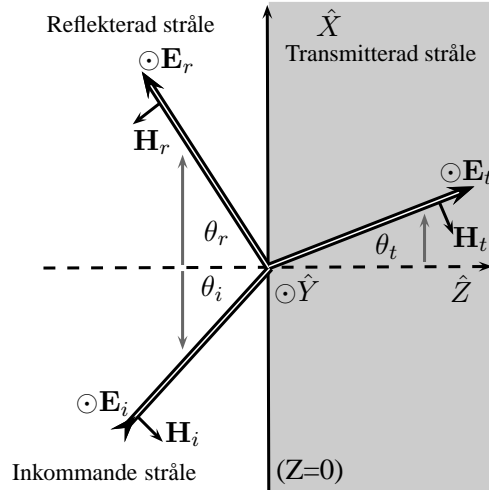


Figur 25: Modell över inkommande EM-våg där E-fältet är parallellt polariserat mot infallsplanet.

För fallet vinkelrät polarisation beskrivs vågen av *ekvation* (41):

$$\mathbf{E}_i(x,z) = \hat{y}E_{i0}e^{-i\beta_1(x \sin \theta_i + z \cos \theta_i)}, \quad (41)$$

och enligt *figur 26*:



Figur 26: Modell över inkommande EM-våg där E-fältet är vinkelrät polariserat mot infallsplanet.

Betrakta fallet när E-fältet är vinkelrät polariserat enligt *figur 26*. Med användning av Snell's lag kan den reflekterade vågen skrivas på liknande form som den inkommande vågen enligt:

$$\mathbf{E}_r(x,z) = \hat{y}E_{r0}e^{-i\beta_1(x \sin \theta_r - z \cos \theta_r)}, \quad (42)$$

och den transmitterade vågen enligt:

$$\mathbf{E}_t(x,z,t) = \hat{y}E_{t0}e^{-i\beta_2(x \sin \theta_t + z \cos \theta_t)}. \quad (43)$$

E-fältets tillhörande B-fält har snarlika uttryck som *ekvationerna*: (40) och (43). För den transmitterade och reflekterade radiovågen enligt *ekvation* (42) och (43) finns det fyra obekanta: E_{t0} , E_{r0} , θ_t och θ_r . Dessa kan bestäms genom att utnyttja att deras tangentiella komponenter skall vara lika vid ytan. Det vill säga, E-fältet skall röra sig kontinuerligt vid gränsen $z = 0$ vilket skrivs matematiskt som:

$$E_{iy}(x,0) + E_{ry}(x,0) = E_{ty}(x,0). \quad (44)$$

På samma sätt fås den motsvarande ekvationen för B-fältet:

$$H_{ix}(x,0) + H_{rx}(x,0) = H_{tx}(x,0). \quad (45)$$

I både *ekvationerna* (44) och (45) anger indexringarna x och y vilket plan tillhörande vågsort oscillerar i. *Ekvationerna* (44) och (45) är ekvivalenta med:

$$E_{i0}e^{-i\beta_1(x \sin \theta_i)} + E_{r0}e^{-i\beta_1(x \sin \theta_r)} = E_{t0}e^{-i\beta_2(x \sin \theta_t)}, \quad (46)$$

respektive:

$$\frac{1}{\eta_1} \left(-E_{i0} \cos \theta_i e^{-i\beta_1(x \sin \theta_i)} + E_{r0} \cos \theta_r e^{-i\beta_1(x \sin \theta_r)} \right) = -\frac{E_{t0}}{\eta_2} \cos \theta_t e^{-i\beta_2(x \sin \theta_t)}. \quad (47)$$

Både *ekvation* (46) och (47) måste gälla för alla x vilket ger att deras exponentialfaktorer måste vara lika som resulterar i:

$$\beta_1 x \sin \theta_i = \beta_1 x \sin \theta_r = \beta_2 x \sin \theta_t. \quad (48)$$

Ekvationerna (46) och (47) är därför ekvivalenta med:

$$E_{i0} + E_{r0} = E_{t0} \quad (49)$$

och

$$\frac{1}{\eta_1} (E_{i0} - E_{r0}) \cos \theta_i = \frac{E_{t0}}{\eta_2} \cos \theta_t. \quad (50)$$

Ur dessa ekvationer uttrycks nu den reflekterade- och transmitterade- vågens styrka i förhållandet relativt den inkommande vågens styrka enligt:

$$\left\{ \begin{array}{l} \Gamma_{\perp} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \cos \theta_t}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \\ \tau_{\perp} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \cos \theta_t} \end{array} \right. \quad (51)$$

som är bekanta ekvationer med namnet *Fresnels ekvationer*. Dessa uttryck anger reflektions- och transmittionskoefficient i respektive ordning för vinkelrät polariserade vågor relativt infallsytan. Γ_{\perp} och τ_{\perp} är också relaterade med varandra enligt:

$$1 + \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp}. \quad (52)$$

Med analoga beräkningar för en inkommande TEM-våg som istället var parallellt polariserad mot ytan enligt *figur 25* och *ekvation (40)*, fås istället de snarlika ekvationerna:

$$\begin{cases} \Gamma_{\parallel} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_t - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \\ \tau_{\parallel} = \frac{E_{t0}}{E_{i0}} = \frac{2\eta_2 \cos \theta_i}{\eta_2 \cos \theta_t + \eta_1 \cos \theta_i} \end{cases} \quad (53)$$

med den gemensamma relationen för koefficienterna enligt:

$$1 + \Gamma_{\perp} = \tau_{\perp} \frac{\cos \theta_t}{\cos \theta_i}. \quad (54)$$

För att studera reflektionskoefficienterna Γ_{\perp} och Γ_{\parallel} för vatten i olika vinklar behövs θ_t uttryckas i θ_i . Genom användning den trigonometriska ettan enligt:

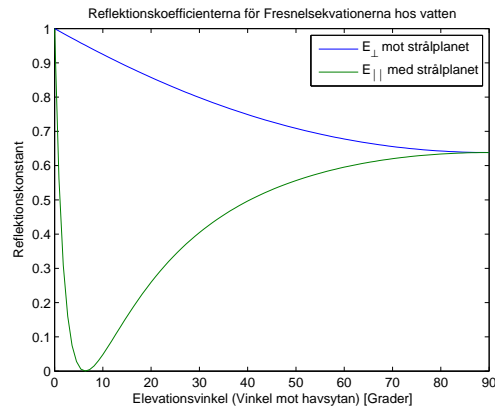
$$\begin{aligned} \cos \theta_t &= \sqrt{1 - \sin^2 \theta_t} = \\ \{\text{Snells lag för refraktion, ekvation (39)}\} &= \\ &= \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2} \end{aligned} \quad (55)$$

fås då ¹⁶:

$$\begin{cases} \Gamma_{\perp} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 \cos \theta_i - \eta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2}}{\eta_2 \cos \theta_i + \eta_1 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2}} \\ \Gamma_{\parallel} = \frac{E_{r0}}{E_{i0}} = \frac{\eta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2} - \eta_1 \cos \theta_i}{\eta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{\eta_2}{\eta_1} \sin \theta_i\right)^2} + \eta_1 \cos \theta_i} \end{cases} \quad (56)$$

Om man antar att permittiviteten för vatten är $\epsilon_r = 80$, enligt [3], utan vidare analys, för att få en uppfattning om reflektionskoefficienterna, erhålls *figur 27*:

¹⁶ Påminnelse: för samtliga uttryck av Fresnels ekvationer är η den reella impedansen, som nämnts tidigare på sida 42. Exempelvis är $\eta_1 = \sqrt{\frac{\mu_0 \mu_{r1}}{\epsilon_0 \epsilon_{r1}}} = \eta_0 \sqrt{\frac{\mu_{r1}}{\epsilon_{r1}}}$.

Figur 27: Γ_{\perp} och Γ_{\parallel} som funktion av vinkel

A.4 Permittivitetsens frekvensberoende

När ett elektromagnetisk fält utbreder sig i ett medium strävar ämnets polarisation att ställa sig efter det elektromagnetiska fältets polarisation. I allmänhet beror responsen av mediets polarisation av det elektromagnetisk fältets vinkelfrekvens ω och således polariseras mediet med en tidsfördröjning efter fältets polarisation. Detta medför att permittiviteten och konduktiviteten hos mediet blir frekvensberoende. För alla medium utan vakuum uppkommer detta frekvensberoende.

Fysikaliskt kan detta förklaras genom att molekylerna hos ämnet i mediet har en laddningsfördelning som inte är lika fördelad ur ett geometriskt perspektiv, vilket svarar mot ämnets polarisation. Detta beror på att olika ämnen har olika molekylstruktur vilket är fördelaktigt för naturen ur ett energiperspektiv. Icke-symmetrin i laddningsfördelningen leder till att molekylerna bildar elektriska dipolmoment¹⁷ som tenderar att anpassa molekylens position efter fältets polarisation och resulterar i att molekylerna strävar efter att röra sig efter fältets polarisation. Då fältets polarisation roterar med vinkelfrekvens resulterar detta i att ämnets polarisation antingen följer fältet polarisation bra, om vinkelfrekvens är låg, eller inte hinner förändra sig då vinkelfrekvens är hög.

¹⁷ Ur ett fysikaliskt perspektiv är det elektriska dipolmomentet en kvantitet som beskriver kraften som uppstår mellan två laddningar och som beror på laddningarnas inbördes avstånd, som en följd av Coulombs kraftlag.

B SNR-simulator (guide)

Följande stycke är en kort guide till SNR-simulatore och innehåller enkla kommandon för att snabbt komma igång.

B.1 Kom igång

Det första man måste göra är att se till så att matlab kommer åt de korrekta filerna. Detta kan man göra antingen genom att högerklicka på mappen "m" och välja "Add to Path" → "Selected Folders and Subfolders" eller skriva in matlab-kommandona nedan.

```
%Location of folder
m_dir = '/home/cth/student/work/software/m/';
addpath(genpath(m_dir))
```

Kod 1.1; [1]

B.2 Struktur

Simulatore är uppbyggd av fem strukter (structs); satellite(sat), surface(sfc), reference system(ref), antenna(ant), och general options(opt). Dessa innehåller alla de grundinställningar man skulle kunna tänkas vilja ändra på. Inställningar kommer man åt genom följande kod:

```
sett = snr_settings();
%Implement setting changes here
%eg. sett.opt.code_name = 'L2C';
setup = snr_setup (sett);
result = snr_fwd (setup);
```

För att endast köra standardinställningar räcker det med den sista raden kod. För att sedan rita upp detta i en graf kan man använda:

```
result = snr_fwd (setup);
snr_demo_plot;
```

Oftast har man dock två eller fler fall man vill jämföra. För att göra detta lägger man till ett andra fall:

```
sett = snr_settings();

% Define first case:
sett.opt.ant_height_above_sfc = 1.5;
    setup = snr_setup (sett);
    result0 = snr_fwd (setup);

% Define second case:
sett.opt.ant_height_above_sfc = 2.5;
    setup = snr_setup (sett);
    result = snr_fwd (setup);
```

De fem olika strukterna behandlar generella inställningar (.opt) och inställningar för satellite(sat), yta(sfc), mottagare(rec) och antenn(ant). För att se vad dessa strukter innehåller kan man ange följande kod:

```
disp(setup.sfc)
```

B.3 Grundinställningar

Det finns en rad olika grundinställningar i simulatorn. Dessa kan man ändra genom att antingen gå in direkt i settnings-filen eller genom en rad olika korta kommandon. Många inställningar behöver inte ändras då de fungerar i de flesta förhållanden. Nedan följer exempel på några av de vanligaste inställningarna man kan tänkas vilja ändra på. Värt att notera är att alla rutiner har standardiserade enheter. Höjd ges alltid i meter, vinklar i grader, frekvenser i hertz osv.

B.3.1 GNSS-frekvens

Det finns en rad olika frekvenser GNSS sänder på och dessa påverkar hur SNR-mönstret ser ut. I simulatorn finns det också antenner som endast är implementerad för en viss typ av frekvens. Det är därför viktigt att ställa in rätt frekvens för att inte simulatorn skall ge felmeddelanden.

```
sett.opt.freq_name = 'L2';
sett.opt.code_name = 'L2C';
setup = snr_setup (sett);
```

```
result = snr_fwd (setup);
```

B.3.2 Höjd över reflektionsyta

Koden nedan ändrar höjdskillnaden mellan reflektionsytan och den högsta icke-rörliga delen av antennens upphängningsanordning, se *figur 28*.

```
sett.opt.ant_height_above_sfc = 1.5;
setup = snr_setup (sett);
result = snr_fwd (setup);
```

B.4 Antenninställningar

För det mesta riktas antenner, som skall ta emot GNSS-signaler, rakt upp. Ibland kan det dock vara intressant att rikta antennen åt ett annat håll för att bättre ta emot reflekterade signaler. Dessa inställningar finns också i `sett.opt` och kan ändras på följande sett:

```
sett.opt.ant_leverarmen = 0;
sett.opt.ignore_vec_apc_arp = true;
warning('off', 'snr:snr_setup_origin:IgnoreVecApcArp')
sett.ant.slope = 90;
sett.ant.aspect = median(result.azim);
sett.ant.axial = 0;
setup = snr_setup (sett);
result = snr_fwd (setup);
```

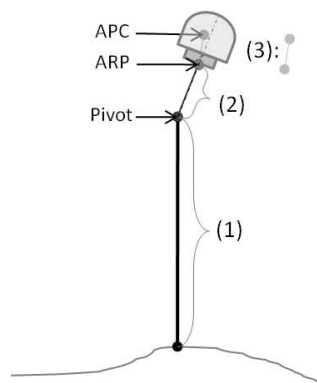
Sätts värdet `sett.ant.slope = 0` innebär detta att antennen pekar rakt upp. `Sett.ant.aspect` och `sett.ant.axial` påverkas endast om "slope-vinkeln" är större än noll. `Aspect` är azimuth-vinkeln i förhållande till antennens riktning och `axial` är rotationen kring antennens egen axel. Antennens position påverkas också av antennens modell, se nedan.

B.4.1 Antennmodell

Olika antenner kommer generera olika typer av SNR-förhållanden, trots samma antennupptställning och reflekterande medium. Modell på antenn och radom anges enligt IGS namn-konvention. Det finns dock ofta flera variationer av samma antenn, så det är viktigt att man väljer den med rätt specifikationer. Leicas

Dorne Margolin antenn finns till exempel i två variationer, en som bara kan ta emot GPS-signaler och en som kan ta emot både GPS och GLONASS.

Varje modell har också speciella inställningar för hur den är monterad, se *figur 28*. Iställningen, för hur högt över ytan antennen sitter, avser den bit av antenn-monteringen som ej är rörlig (1). Den rörliga biten är uppdelad i två delar; ett reglage (2) och själva antennen. Sträckan mellan dessa kallas "ARP-APC vector offset" (3). Där ARP står för antenna reference point och APC för antenna phase center. Det är just denna "vektor offset" som varierar med antennmodell och när antennen är riktad rakt upp adderas den till den icke rörliga delen av monteringen.



Figur 28: Den simulerade antennen. Bild av: Nievinski

```

sett.opt.ignore_vec_apc_arp = true;
warning('off', 'snr:snr_setup_origin:IgnoreVecApcArp')
sett.ant.model = 'TRM29659.00'; sett.ant.radome = 'SCIT'; % @ LOW3
setup = snr_setup (sett);
result = snr_fwd (setup);

```

B.5 Reflektionsmedium

Det ämne signalerna reflekterar mot är kärnan i denna undersökning. Olika ämnen reflekterar givetvis olika bra och kommer således generera olika SNR. Simulatorens har redan färdigdefinierade ämnen och för att få en lista över dessa kan man ge följande kommando:

```
get_permittivity('list');
```

Oftast är det inte endast ett medium GNSS-signalen färdas genom. Det finns därför inställningar i simulatorn för att ha flera olika ämnen. Dessa inställningar delas upp i tre lager; top, middle och bottom. I *figur 29* ges exempel på lagerkomposition.

Top är det ämne som signalen först färdas genom och är i de flesta fall luft (standardinställning). Generellt behöver man därför inte ändra denna inställning.

Middle innehåller inställningar för fall där man vill använda sig av fler ämnen än top och bottom. Middle behöver alltså nödvändigtvis inte innehålla endast ett ämne, utan kan bestå av flera olika. Det kan också innehålla flera olika lager av samma ämne fast med olika specifikationer, så som temperatur. Detta är också det enda lagret innehållande tjocklek. Alla inställningar i middle ges i matriser, där första elementet är första ämnet och så vidare.

Bottom är det understa lagret och fungerar på samma sätt som top.

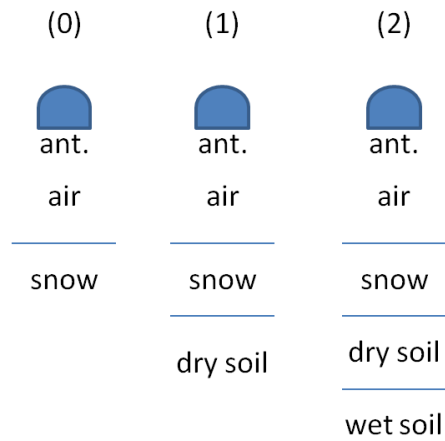
Beroende på vilket ämne man väljer att använda, finns det olika typer av inställningar. "Wet soil fixed" har till exempel fasta inställningar för temperatur och fuktighet, medan "soil" inte har det. I det senare fallet måste man därför manuellt ställa in dessa. Nedan visas exempel på hur man kan använda sig av dessa inställningar:

```
sett = snr_settings();
sett.sfc.fnc_snr_setup_sfc_material = @snr_setup_sfc_material_layered;
sett.sfc.material_top = 'air';

%Middle layer (Second and third material)
sett.sfc.material_middle = struct();
sett.sfc.material_middle.thickness = [0.10; 0.10];
sett.sfc.material_middle.name = {'dry snow fixed'; 'dry soil fixed'};

%Bottom layer
sett.sfc.material_bottom = struct();
sett.sfc.material_bottom.name = 'soil';
sett.sfc.material_bottom.type = 'sandy loam';
sett.sfc.material_bottom.moisture = 0.25;
```

```
setup = snr_setup (sett);  
result = snr_fwd (setup);  
% Compare:  
snr_demo_plot
```



Figur 29: Olika typer av lagerkompositioner. Bild av: Nievinski

C Istest

Programmet som användes för att testa om det gick att bestämma om det låg is på havet utanför antennen finns i kapitlet `icetest.m`. `de_elevflank` och `de_snrflank` fås ifrån funktionen `findflank`, som ligger i kapitlet `findflank.m`. `findflank.m` gav ibland tillbaka tomma matriser, vilket då skriver ut "tom matris.

C.1 `icetest.m`

```
if ~isempty(de_snrflank)
    [m,] = find((de_elevflank>20), 1, 'first');
    [n,] = find((de_elevflank>5), 1, 'first');
    testsnr = de_snrflank(n:m);
    testelev = de_elevflank(n:m);
    Good = isnan(de_snrflank);
    p = polyfit(de_elevflank(Good==0), de_snrflank(Good==0),2);
    Good = Good(n:m);
    f = polyval(p, testelev(Good==0));
    figure;
    hold on
    plot((testelev(Good==0)),f);
    plot(testelev(Good==0), testsnr(Good==0));
    hold off
    snrflank = testsnr(Good==0)-f;
    stdeviation = std(snrflank)
else
    a = 'tom matris'
end
```

C.2 `findflank.m`

```
function [de_snr, de_elev, de_az, as_snr, as_elev, as_az]=find_flank(...
    snrfull,elevfull,azfull)
    elev_usable = elevfull(1:76400);
    [m,] = find((elevfull==max(elev_usable)), 1, 'first');
    n = find(isnan(snrfull(m:end)), 1, 'first');
    de_snr = flipud(snrfull(m:(n+m)));
```

```
de_elev = flipud(elevfull(m:(n+m)));
de_az = flipud(azfull(m:(n+m)));
snrfull = flipud(snrfull);
elevfull = flipud(elevfull);
azfull = flipud(azfull);
[m,] = find((elevfull==max(elev_usable)), 1, 'last');
n = find(isnan(snrfull(m:end)), 1, 'first');
as_snr = flipud(snrfull(m:(n+m)));
as_elev = flipud(elevfull(m:(n+m)));
as_az = flipud(azfull(m:(n+m)));
end
```

D Övrig matlab-kod

Matlab-koden för signalstyrkan hos reflektionssignalen:

```
clc;
clear all;
close all;

MY_0=4*pi*10^-7;
E_0 = (1 / (36*pi))*10^-9;

E_r1 = 1;
MY_r1 = 1;
MY_r2 = 1;

Permittivity = 70:100;

for k = 1:length(Permittivity)
    E_r2 = Permittivity(1,k);
    ETA_1= sqrt(MY_r1* MY_0 / (E_r1 * E_0));
    ETA_2= sqrt(MY_r2 *MY_0 / (E_r2 * E_0));
    x = linspace(0,90,100);
```

```

    beta = pi/2 - x*(pi/180);
    M = zeros(length(E_r2),length(x));
    for j=1:length(x)
G_Ortogonal = ( ETA_2*cos(beta(1,j)) -
    ETA_1*sqrt(1-(((ETA_2/ETA_1)^2)*(sin(beta(1,j)).^2))) )
    ./ (ETA_2*cos(beta(1,j)) +
    ETA_1*sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(beta(1,j))).^2));
G_Parallell = ( ETA_2*sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(beta(1,j))).^2)
    - ETA_1*cos(beta(1,j)) ) ./
(ETA_2*sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)
* sin(beta(1,j))).^2) + ETA_1*cos(beta(1,j)));
A = G_Ortogonal;
B = G_Parallell;
Z_TM_1 = ETA_2 * (sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(beta(1,j))).^2));
Z_TE_1 = ETA_2 ./ (sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(beta(1,j))).^2));
M(k,j) = 100 * [(abs(A)^2)/(Z_TE_1) +
(abs(B*cos(beta(1,j)))^2)/(Z_TM_1) )
/( (1/Z_TE_1) + abs(-1*i*cos(beta(1,j)))^2/(Z_TM_1) )];
    end
    b=k*0.01;
    hold on;
    h1=plot(x,M(k,:), 'Color', [b,0.8,0.5]);
end
title('Styrkan hos den reflekterade signalen i förhållande till direktsignalen')
ylabel('%');
xlabel('Vinkel mot normalen [Grader]')
legend([h1], 'Singalstyrkan for olika \epsilon \in [70,100]
\newlineDen översta grafen svarar mot \epsilon = 100');
hold on;

```

Matlab-koden för fresnelekvationerna enligt *ekvation* (56):

```

clc;
close all;
clear all;

```

```

% x = linspace(0,90);
% THETA_i = x*(pi/180);
    x = linspace(0,90,100);
    THETA_i = pi/2 - x*(pi/180);
MY_0=4*pi*10^-7;
E_r1 = 1;
E_r2 = 80;
E_0 = (1 / (36*pi))*10^-9;
ETA_1 = sqrt(MY_0 / (E_r1 * E_0));
ETA_2= sqrt(MY_0 / (E_r2 * E_0));
G_Ortogonal = ( ETA_2*cos(THETA_i) -
ETA_1*sqrt(1-(((ETA_2/ETA_1)^2)*(sin(THETA_i).^2))) )
    ./ (ETA_2*cos(THETA_i) +
    ETA_1*sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(THETA_i)).^2));
G_Parallell = ( ETA_2*sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(THETA_i)).^2)
- ETA_1*cos(THETA_i) )
    ./ (ETA_2*sqrt(1-((ETA_2/ETA_1)*sin(THETA_i)).^2)
    + ETA_1*cos(THETA_i));
plot(x,abs(G_Ortogonal).^2,x,abs(G_Parallell).^2);
title('Reflektionskoefficienterna för Fresnelsekvationerna hos vatten');
xlabel('Elevationsvinkel (Vinkel mot havsytan) [Grader]');
ylabel('Reflektionskonstant');
legend('E_\perp mot strålplanet', 'E_{\mid\mid} med strålplanet');

```

Referenser

- [1] F. Nievinski, SNR-simulator”, ett matlabprogram för att simulera SNR i GNSS-mottagare, Department of Aerospace Engineering Sciences, University of Colorado, Boulder.
- [2] David K. Cheng. Time-varying fields and Maxwell’s equations”i *Field and Wave Electromagnetics*, Second Edition, United states of america & Canada: Addison-Wesley Publishing Company, 1989, Kap: 7, s 307-326.
- [3] Carl N, Jonny Ö, Studentlitteratur. “T-2.3 Electric Insulators”i *Physics Handbook*, Edition 8:4, Poland: 2009, Kap: T-2.3, s 47.
- [4] Marcus E. Hobbs, Mu Shik Jhon, Henry Eyring, The dielectric constants of liquid water and various forms of ice according to significant structure theory”, Departments of chemistry, Duke university & university of Utah, Durham & Utah, 1966
- [5] B. D. Cullity, C. D. Graham, *Introduction to Magnetic Materials*, second edition, 2008, kapitel, s 568 & 16
- [6] S. Evans, Dielectric properties of ice and snow - a review”, Polar Research Institute, Cambridge, England, 1965.
- [7] B. Hofmann-wellenhof, H. Lichtenegger, J. Collins, ”Introduction & Satellite signal”i *GPS theory and practice*, fifth edition, Wien, Österrike: Springer, 2001, 1 & 5, s 1-10 & s 71-75
- [8] A. Bilich, M Larson, Mapping the GPS multipath using the signal-to-noise-ratio”, *Radio science*”, vol 42, no.6. 11, 2007.
- [9] M. Larsson, J. Nordevall, R. Sirefelt, E. Staf, ”Estimering av snödjup genom analys av flervägsreflekterade gps-signaler”Kandidatarbete, Institutionen för rymd och geovetenskap. CTH, Göteborg, 2012.

- [10] Carr Joe, "Kapitel" i *RF components and circuits*, First edition, Oxford, England: Elsevier, 2005, Signals and noise, s 21-59
- [11] Carlo G. Someda, Diffraction" i *Electromagnetic Waves*, Second edition, Boca Raton, USA: Taylor & Francis group, 2006, 13, s 508-517 Taylor & Francis,
- [12] Leica AR25 whitepaper, 1st ed, Leica Geosystems AG, Heerbrugg, 2009, s 6-7
- [13] A. Bilich, K. M. Larson, P. Axelrad, "Observations of Signal-to-Noise Ratios (SNR) at Geodetic GPS Site CASA: Implications for Phase Multipath", University of Colorado, Boulder, 2013