

Higgsbosonen, standardmodellen och LHC

En praktisk introduktion till teori och simuleringar inom partikelfysik

Kandidatarbete inom civilingenjörsprogrammet Teknisk fysik

ANTON NILSSON, OLOF NORBERG,
LINUS NORDGREN

Higgsbosonen, standardmodellen och LHC - En praktisk introduktion till teori och simuleringar inom partikelfysik.

Anton Nilsson^a, Olof Norberg^b, Linus Nordgren^c

E-post:

^aantnilss@student.chalmers.se

^bolofno@student.chalmers.se

^clinusno@student.chalmers.se

©Anton Nilsson, Olof Norberg, Linus Nordgren, 2013.

FUFX02 - Kandidatarbete vid Fundamental fysik

Kandidatarbete nummer FUFX02-13-01

Handledare: Gabriele Ferretti

Examinatorer: Christian Forssén, Daniel Persson

Institutionen för fundamental fysik

Chalmers tekniska högskola

412 96 Göteborg

Sverige

+46(31) 772 1000

Framsida: Feynmandiagram för *The Golden Channel*. Higgsbosonen produceras av två gluoner, och sönderfaller till fyra leptoner. Se avsnitt 3.4 för detaljer.

Sammandrag

Den här rapporten syftar till att ge en inblick i dagens partikelfysik och den forskning som pågår inom området. Fokus ligger dels på den nyligen inträffade upptäckten av Higgsbosonen, och dels på hur mjukvara kan användas för att simulera processer i partikelacceleratorer. Grundläggande begrepp inom partikelfysik samt sökandet efter Higgsbosonen diskuteras, och resultaten från bland annat Large Hadron Collider jämförs med simuleringar gjorda i MADGRAPH 5. Vidare utvecklas enkla nya partikelfysikmodeller i FeynRules, vilka också simuleras. För att underbygga presentationerna av dessa aspekter byggs en del av den bakomliggande teorin upp från grunden. Dessutom ges instruktioner för användandet av programmen FeynRules, för skapande av modeller; MADGRAPH 5, för simulering av processer i partikelacceleratorer; och MADANALYSIS 5, för databehandling av de resultat som fås. De viktigaste resultaten är simuleringar av vanliga Higgsbosonsökningsprocesser, vilka kvalitativt stämmer med förväntningar och experimentell data. Ytterligare innehåller resultaten överensstämmande analytiska och numeriska beräkningar av ett tvärsnitt i en enkel modell med en partikel.

Nyckelord: Partikelfysik, Higgsbosonen, standardmodellen, Large Hadron Collider, MADGRAPH 5, FeynRules, MADANALYSIS 5.

Abstract

This report aims to provide an insight into the particle physics of today, and into the research that goes on within the field. The focus is partly on the recent discovery of the Higgs boson, and partly on how software can be used to simulate processes in particle accelerators. Basic concepts of particle physics and the search for the Higgs boson are discussed, and experimental results, including those from the Large Hadron Collider, are compared with simulations made in MADGRAPH 5. Furthermore, simple new models of particle physics are created in FeynRules, in order to make simulations based on the models. To support the presentations of these aspects, some of the underlying theory is built from the ground up. Additionally, instructions are given on the usage of the programs FeynRules, for creation of models; MADGRAPH 5, for simulating processes in particle accelerators; and MADANALYSIS 5, for data processing of the results obtained. The most significant results are simulations of processes commonly used for Higgs boson searches, with results in qualitative agreement with predictions and experimental data. The results also include consistent analytical and numerical calculations in a simple model with one particle.

Keywords: Particle physics, Higgs boson, standard model, Large Hadron Collider, MADGRAPH 5, FeynRules, MADANALYSIS 5.

Innehåll

1	Inledning	1
2	Teoretisk bakgrund	1
2.1	Lagrangianer och differentialekvationer	2
2.1.1	Lagrangianer för olika spinn	3
2.2	En exempelmodell	5
2.3	Spridningsmatrisen och Feynmandiagram	5
2.3.1	Spridningsmatrisen	5
2.3.2	Feynmandiagram	10
2.4	Tvärsnitt och sönderfallsbredd	11
2.4.1	Tvärsnitt för processen $x + x \rightarrow x + x$ i exempelmodellen . . .	12
3	Standardmodellen, acceleratorexperiment och Higgsbosonen	13
3.1	Standardmodellen	13
3.1.1	Problem med standardmodellen	15
3.2	Experimentell partikelfysik och partikelacceleratorer	15
3.3	Detektorer och observabler vid acceleratorexperiment	16
3.4	Upptäckten av Higgsbosonen vid LHC	17
4	En praktisk guide till FeynRules, MadGraph 5 och MadAnalysis 5	18
4.1	Att bygga en modell i FeynRules	19
4.2	Att simulera en process i MADGRAPH 5	22
4.3	Att göra en analys i MADANALYSIS 5	25
4.3.1	Ett första histogram	26
4.3.2	Ändra utseende på histogram	27
4.3.3	Implementering av cuts	28
4.3.4	Expertläget i MADANALYSIS 5	29
5	Resultat och diskussioner kring simuleringar	31
5.1	Simulering av exempelmodellen	32
5.2	Simulering av $p + p \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-$	32
5.3	Simulering av $p + p \rightarrow \gamma + \gamma$	35
5.4	Simulering av Higgsstrahlung vid leptonkolliderare	36
5.5	Modell med extra Higgsboson	39
6	Avslutande kommentarer	40
	Tack till	41
	Referenser	42

1 Inledning

Vilka fundamentala partiklar och krafter som bygger upp vårt universum är frågor som fortfarande inte har blivit helt besvarade. På 60-talet påbörjades i och med föreningen av elektromagnetism och den svaga kraften [1, 2, 3] uppbyggnaden av det som nu kallas för standardmodellen. År 1964 publicerades tre viktiga artiklar [4, 5, 6] om vad som senare har kommit att kallas för Higgsmekanismen, efter Peter Higgs som skrev en av artiklarna. Under 70-talet byggdes standardmodellen på med kvarkar och den starka växelverkan, och började då mer och mer likna standardmodellen som den ser ut idag.

Alla stora delar av standardmodellen har i dagsläget verifierats experimentellt, efter att den länge eftersökta Higgsbosonen, relaterad till Higgsmekanismen, tycks ha upptäckts under partikelkollisionsexperiment vid Large Hadron Collider (LHC) i Schweiz [7, 8]. Trots detta anses standardmodellen av forskare vara otillräcklig. Standardmodellen har ett flertal mycket tydliga brister, till exempel att den saknar gravitation, och länge har många fysiker sökt efter ny fysik, bortom standardmodellen. Många teorier för hur denna nya fysik kan se ut finns, men få har ännu kunnat bli undersökta experimentellt.

En viktig del av forskandet kring ny fysik är möjligheten att kunna testa resultaten som en modell ger, för att se om de är rimliga och om de stämmer med eventuella experimentella data. Att genomföra dessa räkningar analytiskt är dock i många lägen inte rimligt, varken inom standardmodellen eller nyare och mer avancerade modeller. Av denna anledning används datorer med olika typer av mjukvara för att simulera de olika interaktionerna i en modell. Den här rapporten syftar till att studera hur och varför man gör dessa simuleringar, genom att redovisa teori, hur man bygger egna partikelfysikmodeller i Mathematica-paketet FeynRules, samt hur man simulerar dessa modeller och presenterar resultaten med programmen MADGRAPH 5 och MADANALYSIS 5. Simuleringar som går att jämföra med aktuella verkliga experiment kommer att presenteras och diskuteras. Teorin som redovisas är grundläggande, och är långt ifrån en fullständig presentation av partikelfysik och kvantfältteori. Av denna anledning är modellerna som byggs enkla och syftar till att vara instruktiva, snarare än att vara teoretiskt välmotiverade.

2 Teoretisk bakgrund

I de följande avsnitten kommer den teori som är relevant för arbetet att presenteras, genom härledningar, exempel, och redovisning av kända fakta. Genom hela rapporten kommer naturliga enheter, med $\hbar = c = 1$, att användas. Minkowskimetriken som används är $(+---)$, med $x^\mu = (t, x, y, z)$, och μ, ν används för att beteckna Lorentz-index. Ytterligare använder vi Einsteins summationskonvention, $a_\mu b^\mu = \sum a_\mu b^\mu$.

2.1 Lagrangianer och differentialekvationer

För denna rapports syften kommer beskrivningen av en kvantfältteori i huvudsak att göras i en Lagrangiansk formulering. Lagrangianen i kvantfältteori är en funktion \mathcal{L} som beror på teorins kvantfält ϕ_a och på kvantfältens derivator $\partial_\mu \phi_a$, där a indexerar de ingående kvantfälten. Då \mathcal{L} integreras över rumtiden erhålls verkan S , det vill säga

$$S[\phi_a, \partial_\mu \phi_a] = \int \mathcal{L}[\phi_a, \partial_\mu \phi_a] d^4x.$$

Det är värt att notera att Lagrangianen L i klassisk mekanik vanligtvis definieras så att $S = \int L dt$. Storheten \mathcal{L} beskriver alltså egentligen en Lagrangiansitet, vars rumsintegral $L = \int \mathcal{L} d^3x$ är den egentliga Lagrangianen. I kvantfältteori är dock den lokala beskrivning som ges av \mathcal{L} mer praktisk än den som ges av L , och av denna anledning kommer fortsättningsvis enbart Lagrangiansiteter \mathcal{L} att användas i denna rapport; för att förenkla presentationen kommer dessa Lagrangiansiteter helt enkelt att kallas för Lagrangianer.

Den fundamentala principen i den Lagrangianska beskrivningen av klassisk mekanik är den så kallade minsta verkans princip. Minsta verkans princip säger att ett systems utveckling mellan två givna konfigurationer fullständigt beskrivs av villkoret att verkan S ska ha en stationär punkt. För att se vart detta leder, betrakta en liten förändring $\delta\phi_a$ av ϕ_a . Då

$$\phi_a \mapsto \phi_a + \delta\phi_a$$

har vi att

$$\partial_\mu \phi_a \mapsto \partial_\mu \phi_a + \partial_\mu \delta\phi_a,$$

och alltså att

$$\mathcal{L} \mapsto \mathcal{L} + \delta\mathcal{L} = \mathcal{L} + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_a} \delta\phi_a + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_a)} \partial_\mu \delta\phi_a.$$

Att kräva att verkan är stationär innebär nu att $\delta S = \int (\mathcal{L} + \delta\mathcal{L} - \mathcal{L}) d^4x = \int \delta\mathcal{L} d^4x$ ska vara noll, det vill säga att

$$0 = \delta S = \int \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_a} \delta\phi_a + \frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_a)} \partial_\mu \delta\phi_a \right) d^4x.$$

Genom att partialintegrera den sista termen erhålls

$$\delta S = \int \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_a} \delta\phi_a - \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_a)} \right) \delta\phi_a + \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_a)} \delta\phi_a \right) \right] d^4x,$$

där den sista termen kan skrivas om som en ytintegral med Stokes sats. Eftersom ändpunktskonfigurationerna för ϕ_a antogs fixa och $\delta\phi_a$ alltså ska vara noll i ändpunkterna kommer ytintegralen att försvinna, vilket ger

$$\delta S = \int \left[\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_a} - \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_a)} \right) \right] \delta\phi_a d^4x.$$

Denna integral ska försvinna för godtyckliga $\delta\phi_a$, så det måste gälla att uttrycket inom klammrarna ska vara noll, det vill säga att

$$\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial\phi_a} - \partial_\mu \left(\frac{\partial\mathcal{L}}{\partial(\partial_\mu\phi_a)} \right) = 0. \quad (1)$$

För varje a ger alltså minsta verkans princip en differentialekvation för det motsvarande fältet ϕ_a . Detta system av differentialekvationer kallas för Euler-Lagranges ekvationer.

En viktig skillnad mellan den klassiska mekaniken och kvantfältteori är att de ingående fälten inte är vanliga vektorfält, utan istället operatorer. Var och en av dessa kvantfältoperatorer styrs av en fri Lagrangian. Interaktioner mellan de ingående fälten beskrivs av interaktionslagrangianer, och summan av de fria Lagrangianerna och interaktionslagrangianerna bildar teorins fullständiga Lagrangian, vilken styr utvecklingen av alla interaktioner i teorin.

2.1.1 Lagrangianer för olika spinn

För att göra diskussionen ovan mer konkret är det lämpligt att betrakta några exempel på Lagrangianer. I standardmodellen, som presenteras senare, förekommer partiklar med spinnen 0, $\frac{1}{2}$ och 1, och till var och en av dessa grupper hör en fri Lagrangian. Till partiklar med spinn 0 hör Klein-Gordon-Lagrangianen

$$\mathcal{L}_{\text{KG}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu\phi)^2 - \frac{1}{2} m^2\phi^2,$$

där kvantfältet ϕ är ett skalärt kvantfält som beskriver partiklar med massa m [9]. Euler-Lagranges ekvationer för denna Lagrangian leder till ekvationen

$$\partial_\mu\partial^\mu\phi + m^2\phi = 0,$$

vilken inte är något annat än Klein-Gordons ekvation. Fria lösningar ges av en Foursönderläggning av ϕ i sina planvågslösningar $e^{\pm ik^\mu x_\mu}$ enligt

$$\phi(x^\mu) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{k}}}} \left(\hat{a}_{\mathbf{k}} e^{-ik^\mu x_\mu} + \hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger e^{ik^\mu x_\mu} \right),$$

där k^μ är partikelns fyrrörelsemängd, \mathbf{k} dess tre rörelsemängd, och $E_{\mathbf{k}} = m^2 + \mathbf{k}^2$ är partikelns energi. $\hat{a}_{\mathbf{k}}^\dagger$ och $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ är skapelse- respektive förintelseoperatorer för partiklar med rörelsemängd \mathbf{k} .

Partiklar med spinn $\frac{1}{2}$ styrs av Dirac-Lagrangianen [9]

$$\mathcal{L}_{\text{Dirac}} = \psi^\dagger \gamma^0 (i\gamma^\mu \partial_\mu - m) \psi = \bar{\psi} (i\cancel{\partial} - m) \psi.$$

I tecknandet av denna har flera nya notationer införts. Själva Diracfältet ψ är en så kallad spinor, vilket är en form av objekt som liknar en vanlig tensor, men som uppfyller andra transformationsegenskaper. γ^μ betecknar Diracs γ -matriser, en uppsättning 4×4 -matriser som är relaterade till Paulimatriserna. Notationen $\bar{\psi}$ är en

förkortning av $\psi^\dagger \gamma^0$, och Feynmans notation $\not{A} = \gamma^\mu A_\mu$ används allmänt för tensorer med ett Lorentzindex. Differentialekvationen som erhålls ur DiracLagrangianen via Euler-Lagranges ekvation är Diracekvationen

$$(i\not{\partial} - m) \psi = 0.$$

Spinn 1-partiklar har en Lagrangian [9]

$$\mathcal{L}_{\text{Proca}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + \frac{m^2}{2}A_\mu^2,$$

där $F_{\mu\nu}$ definitionsmässigt ges av $F_{\mu\nu} = \partial_\mu A_\nu - \partial_\nu A_\mu$. Som konsekvens gäller det för $F_{\mu\nu}$ att

$$\partial_\mu F_{\nu\rho} + \partial_\nu F_{\rho\mu} + \partial_\rho F_{\mu\nu} = 0. \quad (2)$$

I elektrodynamik motsvarar A^μ den elektromagnetiska vektorpotentialen, och alltså är $F_{\mu\nu}$ den elektromagnetiska fälttensorn. Ytterligare gäller det att $m = 0$, eftersom fotonen är masslös. Detta specialfall av $\mathcal{L}_{\text{Proca}}$ är Maxwelllagrangianen

$$\mathcal{L}_{\text{Maxwell}} = -\frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 = -\frac{1}{2}(\partial_\mu A^\nu \partial^\mu A_\nu - \partial_\nu A^\mu \partial^\nu A_\mu). \quad (3)$$

Ekvationen (2) känns i detta fall igen som två av Maxwells ekvationer. Enbart derivatatermen i Euler-Lagrange-ekvationen (1) överlever för Lagrangianen (3), och alltså erhålls uttrycket

$$\partial_\mu(\partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu) = \partial_\mu F^{\mu\nu} = 0,$$

vilket är de andra två Maxwellekvationerna.

Utöver Lagrangianerna ovan, vilka beskriver fria partiklar, finns i standardmodellen ett antal interaktionslagrangianer. Att lista alla dessa är inte av relevans i denna rapport, men till exempel ges interaktionstermen i kvantelektrodynamik (QED) av

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu,$$

där e är den positiva elementarladdningen. Den fullständiga Lagrangianen i kvantelektrodynamik är alltså

$$\mathcal{L}_{\text{QED}} = \mathcal{L}_{\text{Dirac}} + \mathcal{L}_{\text{Maxwell}} + \mathcal{L}_{\text{int}} = \bar{\psi}(i\not{\partial} - m)\psi - \frac{1}{4}F_{\mu\nu}^2 + e\bar{\psi}\gamma^\mu\psi A_\mu.$$

Diractermen beskriver teorins fermioner, det vill säga leptonerna, medan Maxwell-termen beskriver fotonen, teorins boson. Interaktionstermen beskriver växelverkan mellan fotoner och leptoner.

2.2 En exempelmodell

I de nästföljande avsnitten kommer en diskussion av flera teoretiska aspekter att föras. För att göra diskussionen av dessa enklare att följa införs här en enkel exempelmodell, med vilken demonstrativa uträkningar kan göras. Modellen består av endast en partikel, kallad x , utan laddning och utan spinn, med massan m_x , och med ett kvantfält φ , som beskrivs av den fria Lagrangianen

$$\mathcal{L}_{\text{KG}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m_x^2 \varphi^2.$$

För att införa interaktioner i modellen väljs en interaktionslagrangian

$$\mathcal{L}_{\text{int}} = -\frac{1}{4!} \lambda \varphi^4,$$

där λ är en kopplingskonstant. Exempelmodellens fullständiga Lagrangian är alltså

$$\mathcal{L}_{\text{Exempel}} = \mathcal{L}_{\text{KG}} + \mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m_x^2 \varphi^2 - \frac{1}{4!} \lambda \varphi^4.$$

Tillfälligt kan potensvalet och valet av faktorn $\frac{1}{4!}$ i interaktionslagrangianen förefalla tämligen godtyckligt, men i nästa avsnitt kommer motiveringen bakom dessa val att bli tydlig.

2.3 Spridningsmatrisen och Feynmandiagram

En Lagrangian specificerar i princip en kvantfältteori fullständigt, men efter att ha infört några Lagrangianer i det föregående avsnittet kvarstår det fortfarande att förklara hur dessa leder till faktiska förutsägelser av mätbara storheter. Det första steget för att göra detta är att införa den så kallade spridningsmatrisen, eller S -matrisen. Detta avsnitt kommer att ägnas åt att räkna på denna matris. Under räkningarnas gång kommer dessutom det viktiga konceptet Feynmandiagram att komma upp som ett naturligt sätt att illustrera störningsräkningar grafiskt. Med räkningarna gjorda kommer det inte att vara ett långt steg till att i avsnitt 2.4 kunna räkna på faktiska spridningsprocesser.

2.3.1 Spridningsmatrisen

Vi börjar med att betrakta ett allmänt spridningsexperiment där det faller in m partiklar, och antalet utgående partiklar efter interaktion är n . Beteckna de infallande partiklarnas rörelsemängder med $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \dots, \mathbf{p}_m$, och de utgående partiklarnas rörelsemängder med $\mathbf{k}_1, \mathbf{k}_2, \dots, \mathbf{k}_n$. Låt dessutom α och β beteckna det infallande respektive det utgående tillståndet. Med detta gjort vill vi införa en unitär tidsutvecklingsoperator $\hat{U} = \hat{U}(t, t_0)$ som tidsutvecklar ett tillstånd α vid tiden t_0 till ett

tillstånd $\hat{U}(t, t_0)\alpha$ vid tiden t . Det korrekta uttrycket för \hat{U} är

$$\begin{aligned} \hat{U}(t, t_0) = & 1 + (-i) \int_{t_0}^t H_{\text{int}}(t_1) dt_1 + (-i)^2 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t_1} H_{\text{int}}(t_1) H_{\text{int}}(t_2) dt_1 dt_2 + \\ & + (-i)^3 \int_{t_0}^t \int_{t_0}^{t_1} \int_{t_0}^{t_2} H_{\text{int}}(t_1) H_{\text{int}}(t_2) H_{\text{int}}(t_3) dt_1 dt_2 dt_3 + \dots \end{aligned} \quad (4)$$

där $H_{\text{int}} = \int \mathcal{H}_{\text{int}} d^3x$ är interaktionshamiltonianen. Som för Lagrangianer är det H som är den egentliga Hamiltonianen, medan \mathcal{H} är en Hamiltoniandensitet. Härledningarna av formeln (4) för tidsutvecklingsoperatoren återfinns i [10, 11].

Vi vill nu beräkna

$$\langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \dots \mathbf{k}_n | \hat{U}(\infty, -\infty) | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots \mathbf{p}_m \rangle, \quad (5)$$

där $|\mathbf{k}_j\rangle = \sqrt{2E_{\mathbf{k}_j}} \hat{a}_{\mathbf{k}_j}^\dagger |0\rangle$. Motiveringen bakom att utföra denna räkning är för närvarande inte uppenbar, men nyttan av att ha den gjord kommer att framgå tydligt då vi börjar räkna på sannolikheter i avsnitt 2.4.

Beteckna den inre produkten i (5) med $S_{\beta\alpha} = S_{\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_n, \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_m}$, och inför operatoren $\hat{S} = \hat{U}(\infty, -\infty)$, så att vi kan skriva

$$S_{\beta\alpha} = S_{\mathbf{k}_1 \dots \mathbf{k}_n, \mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_m} = \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \dots \mathbf{k}_n | \hat{S} | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots \mathbf{p}_m \rangle.$$

Explicit ges \hat{S} av

$$\hat{S} = 1 - i \int \mathcal{H}_{\text{int}}(x) d^4x + \dots,$$

enligt (4). Operatoren \hat{S} kommer i denna rapport att kallas för S -operatoren, och matrisen med element $S_{\beta\alpha}$ kommer att kallas för S -matrisen eller spridningsmatrisen. Namnet ” S -matris” är inte helt standardiserat, och ibland används det för operatoren \hat{S} ; vi kommer dock konsekvent att använda ordet ” S -matris” om $S_{\beta\alpha}$.

Spridningsmatrisen för en fri Hamiltonian

Vi kan nu beräkna S -matrisen i ett par enkla fall. I en fri teori, utan interaktioner, har vi $\mathcal{H}_{\text{int}} = 0$, och alltså $\hat{S} = 1$. I detta fall gäller det att

$$\begin{aligned} S_{\beta\alpha} &= \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \dots \mathbf{k}_n | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \dots \mathbf{p}_m \rangle = \\ &= \sqrt{2E_{\mathbf{k}_1} \dots 2E_{\mathbf{p}_1} \dots} \langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2} \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots \hat{a}_{\mathbf{p}_m}^\dagger | 0 \rangle. \end{aligned} \quad (6)$$

Den andra faktorn kan förenklas genom användning av kommuteringsrelationerna $[\hat{a}_{\mathbf{p}}^\dagger, \hat{a}_{\mathbf{q}}^\dagger] = [\hat{a}_{\mathbf{p}}, \hat{a}_{\mathbf{q}}] = 0$ och $[\hat{a}_{\mathbf{p}}, \hat{a}_{\mathbf{q}}^\dagger] = (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{p} - \mathbf{q})$. Vi kan till exempel börja med att byta plats på $\hat{a}_{\mathbf{k}_n}$ och $\hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger$ för att erhålla

$$\begin{aligned} \langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{n-1}} \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle &= \langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{n-1}} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle + \\ &+ (2\pi)^3 \delta^{(3)}(\mathbf{k}_n - \mathbf{p}_1) \langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{n-1}} \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle. \end{aligned}$$

Om vi fortsätter låta $\hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger$ vandra åt vänster får vi

$$\begin{aligned} \langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{n-1}} \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle &= \langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle + \\ &+ (2\pi)^3 \sum_{j=1}^n \delta^{(3)}(\mathbf{k}_j - \mathbf{p}_1) \langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{j-1}} \hat{a}_{\mathbf{k}_{j+1}} \dots \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle, \end{aligned}$$

där termerna i summan är sådana att operatorerna $\hat{a}_{\mathbf{k}_j}$ och $\hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger$ har tagit ut varandra. Det går nu att observera att den ensamma termen är noll, eftersom skapelseoperatoren $\hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger$ förintar vakuumtillståndet $\langle 0 |$ då den verkar åt vänster. På grund av detta gäller det att

$$\langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \dots | 0 \rangle = (2\pi)^3 \sum_{j=1}^n \delta^{(3)}(\mathbf{k}_j - \mathbf{p}_1) \langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{j-1}} \hat{a}_{\mathbf{k}_{j+1}} \dots \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle.$$

Vi kan nu iterera denna process, och låta nästa skapelseoperator vandra åt vänster. Eftersom en skapelseoperator och en förintelseoperator försvinner i varje steg i iterationen kommer vi till slut att landa i ett uttryck med antingen bara skapelseoperatorer kvar, bara förintelseoperatorer kvar, eller möjligtvis uttrycket $\langle 0 | 0 \rangle$, beroende på om $m > n$, $m < n$ eller $m = n$. I de två första fallen kan en skapelse- eller förintelseoperator verka fritt på ett vakuumtillstånd, vilket ger $\langle 0 | \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_{n-1}} \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger \dots | 0 \rangle = 0$. $S_{\beta\alpha}$ överlever alltså bara om $m = n$, det vill säga om antalet inkommande partiklar är lika stort som antalet utgående partiklar. I detta fall får vi

$$\begin{aligned} \langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \dots \hat{a}_{\mathbf{k}_n} \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \dots \hat{a}_{\mathbf{p}_n}^\dagger | 0 \rangle &= (2\pi)^{3n} \left(\delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{p}_1) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{p}_2) \dots \delta^{(3)}(\mathbf{k}_n - \mathbf{p}_n) \right. \\ &\left. + \text{permutationer} \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Ett enkelt sätt att illustrera denna summa är genom att låta varje term betecknas av ett diagram med rörelsemängderna $\mathbf{p}_i, \mathbf{k}_j$ som noder, och linjer mellan de rörelsemängder som deltafunktionerna relaterar. För fallet $n = 3$ kan vi till exempel teckna summan av deltafunktioner som:

$$\begin{array}{c} \begin{array}{ccc} \mathbf{p}_3 & \text{---} & \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{p}_2 & \text{---} & \mathbf{k}_2 \\ \mathbf{p}_1 & \text{---} & \mathbf{k}_1 \end{array} + \begin{array}{ccc} \mathbf{p}_3 & \text{---} & \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{p}_2 & \diagdown & \diagup \\ \mathbf{p}_1 & \diagup & \diagdown \end{array} + \begin{array}{ccc} \mathbf{p}_3 & & \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{p}_2 & \diagdown & \diagup \\ \mathbf{p}_1 & \text{---} & \mathbf{k}_1 \end{array} + \\ \\ + \begin{array}{ccc} \mathbf{p}_3 & & \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{p}_2 & \diagdown & \diagup \\ \mathbf{p}_1 & \diagup & \diagdown \end{array} + \begin{array}{ccc} \mathbf{p}_3 & & \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{p}_2 & \diagdown & \diagup \\ \mathbf{p}_1 & \text{---} & \mathbf{k}_1 \end{array} + \begin{array}{ccc} \mathbf{p}_3 & & \mathbf{k}_3 \\ \mathbf{p}_2 & \diagdown & \diagup \\ \mathbf{p}_1 & \diagup & \diagdown \end{array} \end{array}$$

Denna diagrammatiska representation av $S_{\beta\alpha}$ visar på ett intuitivt sätt vad som händer i spridningsprocessen. På grund av deltafunktionerna i (7) kommer varje

utgående partikel att ha exakt samma rörelsemängd som någon ingående partikel. Detta kan tolkas som att partiklarna inte växelverkar alls, vilket är helt förväntat, eftersom vi räknade på fallet $\mathcal{H}_{\text{int}} = 0$.

Spridningsmatrisen i exempelmodellen

Efter beräkning av S -matrisen i en fri teori i det föregående avsnittet är det lätt att gå över till en räkning i en något mer intressant modell. Exempelmodellen som introducerades i avsnitt 2.2 beskrivs av Lagrangianen

$$\mathcal{L}_x = \mathcal{L}_{\text{KG}} + \mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{1}{2} (\partial_\mu \varphi)^2 - \frac{1}{2} m_x^2 \varphi^2 - \frac{1}{4!} \lambda \varphi^4.$$

Eftersom \mathcal{L}_{int} är oberoende av $\dot{\varphi}$ gäller det att \mathcal{H}_{int} helt enkelt är

$$\mathcal{H}_{\text{int}} = -\mathcal{L}_{\text{int}} = \frac{\lambda}{4!} \varphi^4,$$

eftersom $\mathcal{H} = \dot{\varphi} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{\varphi}} - \mathcal{L}$. Det gäller att φ ges av

$$\varphi = \int \frac{d^3 q}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{q}}}} \left(\hat{a}_{\mathbf{q}} e^{-iq^\mu x_\mu} + \hat{a}_{\mathbf{q}}^\dagger e^{iq^\mu x_\mu} \right).$$

Till första ordningens störning har vi nu att

$$S_{\beta\alpha} = \left\langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 \left| 1 - i \int \mathcal{H}_{\text{int}} d^4 x \right| \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \right\rangle, \quad (8)$$

där vi har valt att betrakta en interaktion mellan två partiklar där även sluttillståndet innehåller två partiklar. Vi är bara intresserade av interaktioner, och alltså kan vi dela upp $S_{\beta\alpha}$ som $S_{\beta\alpha} = I_{\beta\alpha} + T_{\beta\alpha}$, där $T_{\beta\alpha}$ innehåller de bidrag vi intresserar oss för. Poängen med detta är att vi förbehåller oss möjligheten att räkna på $S_{\beta\alpha}$, och att slänga termer som inte intresserar oss när de väl dyker upp.

Innan vi börjar räkna på uttrycket (8) är det värt att förenkla φ^4 . I sin helhet ges φ^4 av

$$\varphi^4 = \prod_{j=1}^4 \left(\int \frac{d^3 q_j}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{q}_j}}} \left(e^{-iq_j^\mu x_\mu} \hat{a}_{\mathbf{q}_j} + e^{iq_j^\mu x_\mu} \hat{a}_{\mathbf{q}_j}^\dagger \right) \right).$$

Om vi inför $\theta_j = e^{iq_j^\mu x_\mu}$ och X så att $\varphi^4 = \prod_{j=1}^4 \left(\int \frac{d^3 q_j}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{q}_j}}} \right) X$, gäller det att

$$X = \left(\theta_1^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_1} + \theta_1 \hat{a}_{\mathbf{q}_1}^\dagger \right) \left(\theta_2^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_2} + \theta_2 \hat{a}_{\mathbf{q}_2}^\dagger \right) \left(\theta_3^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_3} + \theta_3 \hat{a}_{\mathbf{q}_3}^\dagger \right) \left(\theta_4^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_4} + \theta_4 \hat{a}_{\mathbf{q}_4}^\dagger \right).$$

Vi kan sedan dela upp X i fem termer X_0, \dots, X_4 efter hur många skapelseoperatorer de har. Med detta gjort kan vi skriva (8) som

$$S_{\beta\alpha} = \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle - \frac{i\lambda}{4!} \int d^4 x \prod_{j=1}^4 \left(\int \frac{d^3 q_j}{(2\pi)^3} \frac{1}{\sqrt{2E_{\mathbf{q}_j}}} \right) \langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | X | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle.$$

Den första termen kan kännas igen från räkningen i den fria teorin ovan, och är inte ett interaktionsbidrag, varför vi alltså inte vill inkludera denna term i $T_{\beta\alpha}$. Vi skriver nu ut nästa term i skapelse- och förintelseoperatorer enligt

$$\langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | X | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle = \sqrt{2E_{\mathbf{k}_1} 2E_{\mathbf{k}_2} 2E_{\mathbf{p}_1} 2E_{\mathbf{p}_2}} \langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2} X \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger | 0 \rangle.$$

På samma sätt som i den fria teorin kan vi nu se att X måste innehålla exakt två förintelseoperatorer och två skapelseoperatorer för att $\langle \mathbf{k}_1 \mathbf{k}_2 | X | \mathbf{p}_1 \mathbf{p}_2 \rangle$ inte helt ska förintas till noll av skapelse- och förintelseoperatorerna. Den enda termen i X som överlever är alltså X_2 . Om vi inför $\theta_{\alpha\beta}^{\gamma\delta} = \theta_\alpha^\dagger \theta_\beta^\dagger \theta_\gamma \theta_\delta$ kan vi skriva ut X_2 som

$$\begin{aligned} X_2 = & \theta_{12}^{34} \hat{a}_{\mathbf{q}_1} \hat{a}_{\mathbf{q}_2} \hat{a}_{\mathbf{q}_3}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_4}^\dagger + \theta_{13}^{24} \hat{a}_{\mathbf{q}_1} \hat{a}_{\mathbf{q}_2}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_3} \hat{a}_{\mathbf{q}_4}^\dagger + \theta_{14}^{23} \hat{a}_{\mathbf{q}_1} \hat{a}_{\mathbf{q}_2}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_3}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_4} + \\ & + \theta_{34}^{12} \hat{a}_{\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_2}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_3} \hat{a}_{\mathbf{q}_4} + \theta_{24}^{13} \hat{a}_{\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_2} \hat{a}_{\mathbf{q}_3}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_4} + \theta_{23}^{14} \hat{a}_{\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_2} \hat{a}_{\mathbf{q}_3} \hat{a}_{\mathbf{q}_4}^\dagger. \end{aligned} \quad (9)$$

Genom att använda resultatet av räkningarna i den fria teorin kan vi direkt skriva upp uttryck för de olika termerna i $\langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2} X \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger | 0 \rangle = \langle 0 | \hat{a}_{\mathbf{k}_1} \hat{a}_{\mathbf{k}_2} X_2 \hat{a}_{\mathbf{p}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{p}_2}^\dagger | 0 \rangle$.

Termen som svarar mot $\theta_{34}^{12} \hat{a}_{\mathbf{q}_1}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_2}^\dagger \hat{a}_{\mathbf{q}_3} \hat{a}_{\mathbf{q}_4}$ blir

$$\begin{aligned} & \theta_{34}^{12} (2\pi)^{12} \left[\delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_1) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_2) + \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_2) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_1) \right] \times \\ & \times \left[\delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}_3) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_4) + \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}_4) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_3) \right]. \end{aligned}$$

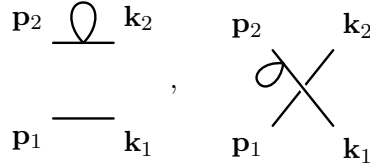
Vi kan nu integrera detta uttryck:

$$\begin{aligned} & \int d^4x \prod_{j=1}^4 \left(\int \frac{d^3q_j}{(2\pi)^3} \right) \frac{\sqrt{2E_{\mathbf{k}_1} 2E_{\mathbf{k}_2} 2E_{\mathbf{p}_1} 2E_{\mathbf{p}_2}}}{\sqrt{2E_{\mathbf{q}_1} 2E_{\mathbf{q}_2} 2E_{\mathbf{q}_3} 2E_{\mathbf{q}_4}}} e^{i(q_1^\mu x_\mu + q_2^\mu x_\mu - q_3^\mu x_\mu - q_4^\mu x_\mu)} (2\pi)^{12} \times \\ & \times \left[\delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_1) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_2) + \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_2) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_1) \right] \times \\ & \times \left[\delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}_3) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_4) + \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}_4) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_3) \right] = \\ & = 4 \int d^4x \prod_{j=1}^4 \left(\int d^3q_j \right) \frac{\sqrt{2E_{\mathbf{k}_1} 2E_{\mathbf{k}_2} 2E_{\mathbf{p}_1} 2E_{\mathbf{p}_2}}}{\sqrt{2E_{\mathbf{q}_1} 2E_{\mathbf{q}_2} 2E_{\mathbf{q}_3} 2E_{\mathbf{q}_4}}} e^{i(q_1^\mu x_\mu + q_2^\mu x_\mu - q_3^\mu x_\mu - q_4^\mu x_\mu)} \times \\ & \times \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 - \mathbf{q}_1) \delta^{(3)}(\mathbf{k}_2 - \mathbf{q}_2) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 - \mathbf{q}_3) \delta^{(3)}(\mathbf{p}_2 - \mathbf{q}_4) = \\ & = 4 \int e^{i(k_1^\mu x_\mu + k_2^\mu x_\mu - p_1^\mu x_\mu - p_2^\mu x_\mu)} d^4x = 4(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2) \end{aligned}$$

I det första förenklingssteget används att integralen är oförändrad under utbytena $\mathbf{q}_1 \leftrightarrow \mathbf{q}_2$ och $\mathbf{q}_3 \leftrightarrow \mathbf{q}_4$, i det andra steget integreras deltafunktionerna bort, och det sista steget är bara Fouriers integral.

Uttrycket (9) för X_2 innehåller fem termer utöver den som vi precis räknade på. Det är lätt att övertyga sig om att var och en av dessa kommer att innehålla fyra termer som integreras till $4(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2)$ på samma sätt som i räkningen ovan. Utöver dessa bidrag kommer det också förekomma termer med faktorer

av slaget $\delta^{(3)}(\mathbf{q}_i - \mathbf{q}_j)$, det vill säga sådana där två av integrationsvariablerna sitter i en deltafunktion. Sådana termer kommer diagrammatiskt att se ut som



och så vidare. Eftersom diagrammen inte är sammanhängande beskriver de ingen interaktion mellan partiklarna, och av denna anledning kan vi slänga sådana termer. Till slut får vi alltså att matriselementet $T_{\beta\alpha}$ enbart innehåller bidrag på formen $(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2)$, och att vi har sex stycken sådana bidrag, från termerna ovan. Detta ger

$$\begin{aligned} T_{\beta\alpha} &= \frac{-i\lambda}{4!} \cdot 24(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2) \\ &= -i\lambda(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2). \end{aligned} \quad (10)$$

Det är av denna anledning som faktorn $\frac{1}{4!}$ togs med i exempelmodellens Lagrangian.

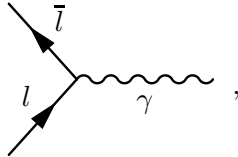
2.3.2 Feynmandiagram

Vid beräkningen av $S_{\beta\alpha}$ i vår exempelmodell infördes diagram som ett enkelt sätt att illustrera termer i $S_{\beta\alpha}$. Denna typ av diagram kallas för Feynmandiagram, och tillåter oss att på ett enkelt sätt illustrera en interaktion mellan partiklar. I exempelmodellen finns till första ordningens störning enbart interaktioner där fyra partiklar möts i en vertex, och för en sådan vertex fann vi $T_{\beta\alpha} = -i\lambda(2\pi)^4 \delta^{(3)}(k_1 + k_2 - p_1 - p_2)$. Deltafunktionen i detta uttryck säger att rörelsemängd måste bevaras i en interaktionsvertex. På samma sätt kan vi alltid vänta oss att $T_{\beta\alpha}$ ska ha utseendet

$$T_{\beta\alpha} = \mathcal{M}(2\pi)^4 \delta^{(4)}(k_1 + k_2 + \dots + k_n - p_1 - p_2)$$

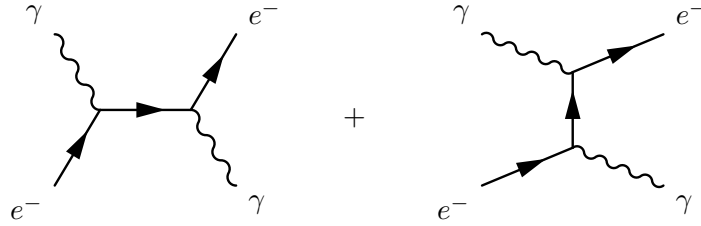
i ett diagram där det är n utgående partiklar. Faktorn \mathcal{M} kallas för ett diagrams Feynmanamplitud, och innehåller den fysik som beror på en teoris interaktionshamiltonian. Faktorn $(2\pi)^4 \delta^{(4)}$ uttrycker däremot rörelsemängdens bevarande, och kommer att återfinnas oberoende av detaljerna hos interaktionshamiltonianen.

Efter dessa kommentarer är det på sin plats att beskriva Feynmandiagram utanför vår enkla exempelmodell. I kvantelektrodynamik finns det likt i vår exempelmodell bara en sorts vertex. Den uppkommer av interaktionslagrangianen $\mathcal{L}_{\text{int}} = e\bar{\psi}\not{A}\psi$, och ser ut som



där l betecknar en lepton, \bar{l} betecknar en antilepton, och γ betecknar en foton. Feynmanregeln för denna vertex är $-ie\gamma^\mu$ [12]. Som exempel kan vi med Feynmandiagram

rita foton-elektron-spridning, $e^- + \gamma \rightarrow e^- + \gamma$, som:



I dessa två diagram finns det en intern linje, det vill säga en linje mellan två noder. Sådana interna linjer kallas också för propagatorer, och beskrivs i allmänhet av uttryck på formen $\frac{g(p)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$, där m är propageringspartikelns massa. Till exempel har en leptonpropagator Feynmanregeln $\frac{i(\not{p} + m)}{p^2 - m^2 + i\epsilon}$. Utseendet för fotonpropagatorn är inte entydigt bestämt, utan har en frihetsgrad som kan fixeras genom ett så kallat gaugeval. Gaugefrihetsgraden är analog med friheten vid valet av potential i den klassiska elektrodynamiken. I ett vanligt gaugeval, så kallat Feynmangauge, beskrivs fotonpropagatorn av Feynmanregeln $\frac{-ig_{\mu\nu}}{p^2 + i\epsilon}$ [12]. I Feynmandiagram underförstås en horisontell tidsaxel som pekar åt höger, och av denna anledning är det skillnad på de två diagrammen ovan. Propagatorn i det vänstra diagrammet sägs vara i s-kanalen, och propagatorn i det högra diagrammet sägs vara i t-kanalen.

2.4 Tvärsnitt och sönderfallsbredd

Experiment som utförs för att undersöka elementarpartiklar är i allmänhet spridningsexperiment, där två partikelstrålar kollideras, och de spridda partiklarna observeras. I dessa experiment beskrivs ofta sannolikheten för en interaktion i form av en effektiv area som kallas för tvärsnitt. Tvärsnittet σ för en spridningsprocess där de två infallande partiklarna har rörelsemängder p_1 och p_2 , och antalet utgående partiklar är n , ges av

$$d\sigma = \frac{1}{2E_A 2E_B |v_A - v_B|} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_n, \quad (11)$$

där E_A och E_B är de infallande partiklarnas energier, $|v_A - v_B|$ är de infallande partiklarnas relativa hastighet, \mathcal{M} är Feynmanamplituden för processen, och $d\Phi_n$ är den så kallade n -kropparsfasrymden som ges av

$$d\Phi_n = \left(\prod_{j=1}^n \frac{d^3k_j}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_j} \right) (2\pi)^4 \delta^{(4)} \left(p_A + p_B - \sum_{j=1}^n k_j \right). \quad (12)$$

Ytterligare en viktig storhet är den så kallade sönderfallsbredden Γ , som är antalet sönderfall per tid dividerat med antalet partiklar. Synonymer till sönderfallsbredd är sönderfallshastighet och resonansbredd. Motiveringen bakom att kalla Γ för en bredd har att göra med spridningsexperiment. I ett spridningsförsök kan det bildas en

intermediär instabil partikel, vilken sönderfaller till partiklar som sedan detekteras. Då detta görs erhålls en spridningsamplitud som är proportionell mot $\frac{1}{p^2 - m^2 + im\Gamma}$. Om man plottar tvärsnittet mot energin i spridningsförsöket kommer en topp kring propagatorpartikelns massa m att erhållas; resonanstoppens bredd kommer därför att bestämmas av resonanstillståndets sönderfallsbredd. Sönderfallsbredden Γ kan beräknas enligt

$$d\Gamma = \frac{1}{2m} |\mathcal{M}|^2 d\Phi_n,$$

där $d\Phi_n$ är n -kropparsfasrymden enligt (12) ovan, och m är den sönderfallande partikelns massa.

2.4.1 Tvärsnitt för processen $x + x \rightarrow x + x$ i exempelmodellen

I avsnitt 2.3 bestämdes Feynmanamplituden \mathcal{M} för processen $x + x \rightarrow x + x$ i vår exempelmodell, och det är alltså möjligt att nu beräkna tvärsnittet för denna process. Eftersom $\mathcal{M} = -i\lambda$ är konstant gäller det att

$$\sigma = \frac{1}{2} \int d\sigma = \frac{|\mathcal{M}|^2}{2E_A 2E_B |v_A - v_B|} \frac{1}{2} \int d\Phi_2, \quad (13)$$

där faktorn $\frac{1}{2}$ måste införas eftersom det finns två identiska partiklar i sluttillståndet. Fasrymdsintegralen kan nu behandlas separat:

$$\begin{aligned} \int d\Phi_2 &= \int \int \frac{d^3k_1}{(2\pi)^3} \frac{d^3k_2}{(2\pi)^3} \frac{1}{2E_1 2E_2} (2\pi)^4 \delta^{(4)}(p_A + p_B - k_1 - k_2) = \\ &= \frac{1}{4(2\pi)^2} \int \int \frac{d^3k_1 d^3k_2}{\sqrt{m^2 + \mathbf{k}_1^2} \sqrt{m^2 + \mathbf{k}_2^2}} \delta^{(3)}(\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 - \mathbf{k}_1 - \mathbf{k}_2) \delta(E_A + E_B - E_1 - E_2) \end{aligned}$$

Genom att välja att stå i masscentrumssystemet kan vi ta $E_A = E_B$ och $\mathbf{p}_A = -\mathbf{p}_B$ för att få

$$\int d\Phi_2 = \frac{1}{4(2\pi)^2} \int \int \frac{d^3k_1 d^3k_2}{\sqrt{m^2 + \mathbf{k}_1^2} \sqrt{m^2 + \mathbf{k}_2^2}} \delta^{(3)}(\mathbf{k}_1 + \mathbf{k}_2) \delta(2E_A - E_1 - E_2).$$

Vi kan nu integrera bort rörelsemängdsdeltafunktionen mot k_2

$$\int d\Phi_2 = \frac{1}{4(2\pi)^2} \int \frac{d^3k_1}{m^2 + \mathbf{k}_1^2} \delta(2E_A - 2E_1),$$

och kan gå över till polära koordinater (ρ, θ, φ) med $\rho^2 = \mathbf{k}_1^2$. Genom att använda att $\delta(ax) = \frac{1}{|a|} \delta(x)$ erhålls

$$\int d\Phi_2 = \frac{1}{8(2\pi)^2} 4\pi \int \frac{\rho^2 d\rho}{m^2 + \rho^2} \delta(E_A - \sqrt{m^2 + \rho^2}).$$

Om vi nu använder $\int g(x)\delta(f(x)) = \sum_j \frac{g(x_j)}{|f'(x_j)|}$, där x_j är lösningarna till $f(x_j) = 0$ får vi

$$\int d\Phi_2 = \frac{1}{8\pi} \frac{\sqrt{E_A^2 - m^2}}{E_A}.$$

Eftersom $|v_A - v_B| = 2\sqrt{1 - \frac{m^2}{E_A^2}}$ får vi till sist σ enligt uttrycket (13)

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{128\pi} \frac{1}{E_A^2 \sqrt{1 - \frac{m^2}{E_A^2}}} \frac{\sqrt{E_A^2 - m^2}}{E_A} = \frac{\lambda^2}{128\pi E_A^2}. \quad (14)$$

Det är konventionellt att använda beteckningen $\sqrt{s} = 2E_A$ för masscentrumenergin. Med denna införd har vi

$$\sigma = \frac{\lambda^2}{32\pi s}. \quad (15)$$

3 Standardmodellen, acceleratorexperiment och Higgsbosonen

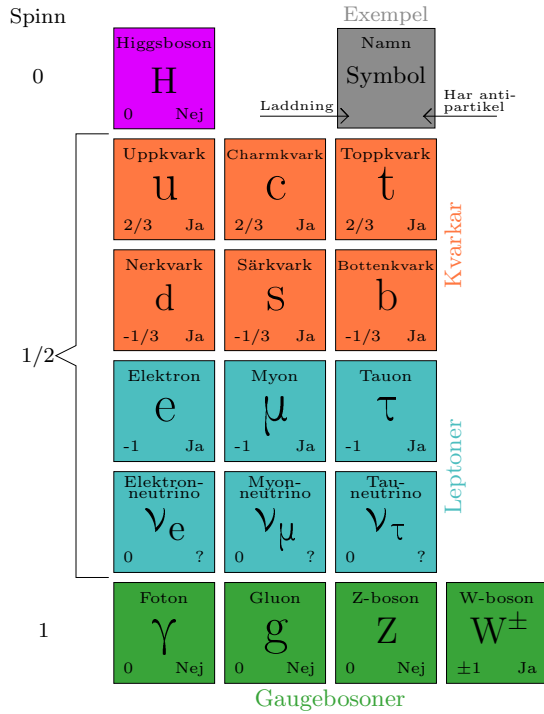
Teorin i föregående avsnitt lägger grunden till en förståelse för vilka egenskaper partiklar har, och hur partiklar interagerar med varandra. Detta avsnitt behandlar översiktligt standardmodellen, som beskriver de partiklar och interaktioner som är kända. Dessutom behandlar avsnittet hur man med acceleratorexperiment kan undersöka observabler och genom dessa förkasta eller styrka sin modell. För att exemplifiera hur partikelacceleratorer används och vilka resultat de kan ge presenteras i slutet av avsnittet en kort redogörelse av resultaten från sökandet efter Higgsbosonen vid LHC.

3.1 Standardmodellen

Den ledande teorin för vilka fundamentala byggstenar som bygger upp universum kallas för standardmodellen. I standardmodellen beskrivs elektromagnetisk växelverkan, samt den svaga och den starka växelverkan, och även vilka partiklar som påverkas av samt förmedlar dessa krafter.

Standardmodellen innehåller förutom fundamentala krafter även de partiklar som i dagsläget kan ses som fundamentala; dessa finns redovisade i figur 1. Gaugebosonerna, med spinn 1, förmedlar olika typer av växelverkan. Fotonen förmedlar elektromagnetisk växelverkan, gluonerna förmedlar den starka kärnkraften, och W - och Z -bosonerna förmedlar den svaga kärnkraften. Kvarkarna bygger upp de så kallade hadronerna, som inkluderar protoner och neutroner, vilka tillsammans med elektronerna bygger upp atomerna. Elektronerna tillhör en egen uppsättning partiklar som kallas leptoner, vilken även innehåller myoner, tauoner, och motsvarande neutriner. Kvarkarna och leptonerna utgör standardmodellens fermioner, och har alla halvta- ligt spinn. I standardmodellen finns dessutom en partikel utan spinn, Higgsbosonen.

Tack vare Higgsfältet kan standardmodellen förklara varför W - och Z -bosonerna har massa.



Figur 1: Partiklarna i standardmodellen. Partiklarna med spinn 1 är gaugebosoner, och kan betraktas som förmedlare av växelverkan. De partiklar som har halvtaligt spinn är däremot fermioner, och bygger bland annat upp atomerna. Higgsbosonen har spinn 0. Förutom att många av partiklarna kan ha antipartiklar, som har motsatt laddning, förekommer gluoner i åtta olika så kallade färger, och varje typ av kvark förekommer i tre olika färger.

Fermionerna i standardmodellen samt W -bosonen har så kallade antipartiklar, vilket innebär att det existerar liknande partiklar med motsatt laddning som dessa. Ett möjligt undantag till detta är neutrinerna, som eventuellt inte har unika antipartiklar, vilket behandlas i nästa avsnitt, 3.1.1. Gluoner och kvarkar kan även särskiljas med hjälp av begreppet färg, som är ett kvanttal relaterat till den starka växelverkan men orelaterat till faktiska färger. Gluoner och kvarkar förekommer i åtta respektive tre olika färger.

Interaktionerna i standardmodellen styrs av elektromagnetisk växelverkan, samt den svaga och den starka växelverkan, och kan representeras med en Lagrangian, som dessutom behandlar hur fria partiklar rör sig. Delar av standardmodellens Lagrangian har redovisats i avsnitt 2.1.1. Den fullständiga Lagrangianen för standardmodellen är dock bortom denna rapport.

3.1.1 Problem med standardmodellen

Alla partiklar och interaktioner som finns i standardmodellen är idag experimentellt verifierade, men det finns en del välkända mindre fel i standardmodellen, samt diverse observerade fenomen som standardmodellen inte kan förklara.

Den kanske mest uppenbara bristen i standardmodellen är att den inte uttalar sig om gravitation, och att den inte tycks vara kompatibel med allmän relativitetsteori. Försök till unifiering av standardmodellen och allmän relativitetsteori har hittills resulterat i att oändligheter dykt upp i de uträkningar som gjorts [13]. Utvecklande av alternativa teorier som innehåller gravitation pågår ständigt, exempelvis inom strängteori, men ännu har ingen kunnat verifieras experimentellt.

Standardmodellen lyckas heller inte förklara den mörka energi som observerats i stora kvantiteter [14], och inte heller varför det tycks finnas mycket mer materia än antimateria i universum.

Ofta formuleras standardmodellen med masslösa neutriner, som antas vara så kallade Diracfermioner, vilket innebär att de har distinkta antipartiklar. Experiment har dock bekräftat ett fenomen kallat neutrinooscillation, vilket innebär att neutriner kan byta smak på ett periodiskt vis [15]. Detta skapar en motsägelse med standardmodellen, då neutrinooscillation förutsätter att neutrinernas massor är nollskilda. Neutrinomassorna har fortfarande inte uppmätts, men man vet alltså att de är nollskilda. I dagsläget är det dessutom oklart om neutrinerna är Diracfermioner eller Majoranafermioner [16]. Majoranafermioner är, till skillnad från Diracfermioner, sina egna antipartiklar.

Forskning kring fysik bortom standardmodellen har pågått länge, och inkluderar allt från små förändringar eller utvidgningar av standardmodellen, till stora försök att skapa helt kompletta teorier. Ett av de största områdena för forskning bortom standardmodellen är supersymmetri, som löser många av de kända problemen med standardmodellen. I supersymmetri antas bland annat att alla kända partiklar i standardmodellen har så kallade superpartners [17], vars egenskaper, förutom spinn, liknar egenskaperna hos den vanliga partikeln. En av de enklaste och mest utforskade supersymmetriska modellerna kallas Minimal Supersymmetric Standard Model (MSSM), och förhoppningen bland många fysiker var att LHC skulle hitta experimentella bevis för MSSM, eller andra supersymmetriska modeller. De experiment som hittills har gjorts, till exempel [18], har inte visat några tecken på supersymmetri, men supersymmetri är ännu inte utesluten.

3.2 Experimentell partikelfysik och partikelacceleratorer

Det är i både experiment och tillämpningar önskvärt att kunna accelerera diverse partiklar och ge dem en hög energi. Partiklar med mycket hög energi förekommer naturligt, men är oförutsägbara och svåra att utnyttja. För att genomföra kollisionsexperiment med partiklar i verkligheten använder man sig därför av så kallade partikelacceleratorer. Partikelacceleratorer använder starka oscillerande elektriska fält för att accelerera laddade partiklar. Genom att göra detta kan man åstadkomma stora mängder partiklar med en specifik hög energi, vilka exempelvis kan kollideras med

andra partiklar. Då man låter två partiklar, till exempel protoner, kollidera med varandra kan mätningar göras på de partiklar som efter diverse processer tar sig ur kollisionen.

Partikelacceleratorer är ofta cirkulära, eftersom partiklarna som accelereras då kan skickas runt flera varv i acceleratoren under en längre tid och på så sätt bygga upp hög energi. Då en laddad partikel rör sig i en cirkulär bana strålar den dock ut energi genom så kallad synkrotronstrålning, inverst beroende på partikelmassan upphöjd till fyra [19]. Detta betyder att lättare partiklar, såsom elektroner, kommer att genomgå kraftiga energiförluster, till skillnad från tyngre partiklar, som protoner. För acceleration av elektroner kan det därför vara lämpligare att använda raka partikelacceleratorer.

Högenergiexperiment görs med fördel med två motriktade partikelstrålar med samma energi, då detta tillåter att mer energi i systemet kan användas till bildande av nya partiklar. Partiklarnas energi i sitt masscentrumssystem ger ett mått på hur mycket energi som kan användas för att skapa nya partiklar. I ett system där två lika partiklar inkommer med lika höga energier i motsatta riktningar är rörelsemängden i masscentrumssystemet lika med noll, vilket innebär att rörelsemängdens bevarande tillåter att all energi i systemet kan gå till skapande av utgående partiklar. I ett system med en fix måltavla måste dock en nollskild rörelsemängd bevaras, och en del energi måste alltså gå till rörelseenergi för partiklarna som kommer ut ur kollisionen.

3.3 Detektorer och observabler vid acceleratorexperiment

Efter en kollision av partiklar i en partikelaccelerator vill man kunna detektera de partiklar som kommer ut ur processen. Detektorerna i partikelacceleratorer består i allmänhet av flera mindre detektorer, som alla har en speciell uppgift relaterad till någon viss typ av partikel. Många partiklar som skapas i kollisionsprocesser sönderfaller till andra partiklar innan de kan nå en detektor, och flera av de partiklar som till slut når en detektor kan vara mycket svåra eller rentav omöjliga att detektera på ett direkt vis. Partiklarna man letar efter med detektorer är sådana som är någorlunda stabila, och som lätt interagerar på mätbara sätt. Typiskt detekteras fotoner, elektroner, myoner, och vissa hadroner i partikelacceleratorer.

Utöver att kunna detektera vilka partiklar som kommer ut ur en process är det dessutom viktigt att ta reda på så mycket mätbar information, observabler, från processens partiklar som möjligt. När en partikel detekteras finns det ingen garanti för att man ska få ut all information om partikeln, och det finns heller ingen garanti för att alla utgående partiklar efter en kollision ska träffa detektorn eller ens vara detekterbara. På grund av detta försöker man, utifrån att allt som sker måste vara fysikaliskt, att återskapa den process som har skett baserat på det man vet. Exempelvis förväntar man sig att den totala rörelsemängden för de utgående partiklarna ska vara noll i transversell led, och krav på vinklarna mellan de utgående partiklarna kan ställas. Av denna anledning införs en transverell rörelsemängd \mathbf{p}_T för en partikel, vilken är rörelsemängdskomponenten vinkelrät mot strålriktningen. Den saknade transversella rörelsemängden definieras då som $\mathbf{p}_T^{\text{miss}} = -\sum \mathbf{p}_T$, där

summationen sker över de detekterade partiklarna. Med denna definition är alltså summan av uppmätt transversell rörelsemängd och saknad transversell rörelsemängd noll. Ytterligare införs en storhet som kallas saknad transversell energi, enligt $E_T^{\text{miss}} = |\mathbf{p}_T^{\text{miss}}|$. Storheterna $\mathbf{p}_T^{\text{miss}}$ och E_T^{miss} är mycket användbara för att exempelvis räkna ut antalet neutriner man inte har lyckats detektera [20]. I accelerators som inte kolliderar hadroner kan det dessutom antas att rörelsemängden i longitudinell led ska vara noll, vilket innebär att ytterligare information om kollisionsprocessen kan extraheras. Detta går dock inte att anta i en hadronkolliderare, eftersom hadroner har en inre struktur.

Efter att det har klarlagts vilka partiklar som utgör sluttillståndet i en process är det mycket användbart att undersöka partiklarnas invarianta massa m_{inv} , som enligt [19] definieras som

$$m_{\text{inv}}^2 \equiv \left(\sum E\right)^2 - \left|\sum \mathbf{p}\right|^2. \quad (16)$$

Denna storhet är samma i alla inertialsystem, och motsvarar partiklarnas energi i deras masspunktssystem. Om en massiv partikel sönderfaller till ett antal andra partiklar kommer systemets invarianta massa att vara bevarad. Detta innebär att om man för partiklarna i ett sluttillstånd har en relativt stor mängd mätningar med gemensam invariant massa, så tyder det på att sönderfall från en partikel med den massan har skett.

Partikelacceleratorers prestanda kan bland annat mätas i så kallad luminositet. Mest relevant här är den integrerade luminositeten, som är ett mått på partikelacceleratorns prestanda och på hur mycket den har körts. Den integrerade luminositeten, som hädanefter bara kommer att kallas för luminositeten, kan definieras som $L = N/\sigma$, där N är antalet interaktioner som har skett, och σ är interaktionernas totala tvärsnitt.

3.4 Upptäckten av Higgsbosonen vid LHC

Den största och kanske mest kända partikelacceleratorn är LHC vid CERN i Schweiz. LHC är en cirkulär partikelaccelerator, gjord för att accelerera och kollidera protoner och blykärnor. Inför protonkollisioner kan två protonstrålar med energin 4 TeV per partikel genereras, och år 2015 förväntas en uppgradering vara klar, vilken kommer att öka energin till 7 TeV per partikel [21].

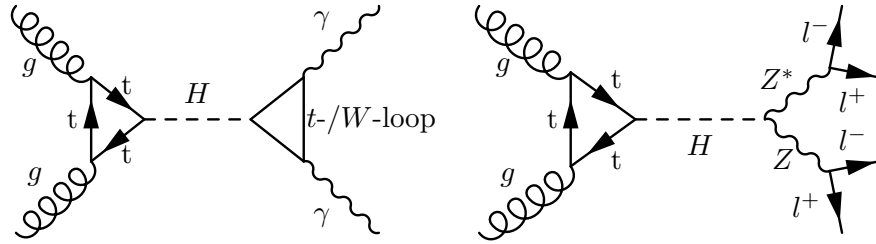
Under 2012 presenterades resultat från de två för Higgsproduktion mest relevanta detektorexperimenten, ATLAS och CMS, vilka båda rapporterade att de hade hittat en partikel som var konsistent med Higgsbosonen [7, 8], som då var den enda partikeln i standardmodellen vars existens inte hade verifierats experimentellt. Efter ytterligare dataanalys meddelade CERN år 2013 att det fanns anledning att tro att det verkligen var en Higgsboson som hade hittats [22]. Higgsproduktionen skedde huvudsakligen genom en process där, efter kollision med två protoner, gluonfusion ger upphov till en toppkvarkloop, som i sin tur gav upphov till en Higgsboson. Detektionen skedde

enligt [7, 8] framförallt efter sönderfallen

$$H \rightarrow Z + Z^* \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-,$$

$$H \rightarrow \gamma + \gamma,$$

där l anger elektron alternativt myon, och där Z^* är en Z -boson som är *off-shell*, vilket brukar beskrivas som en virtuell partikel som bryter energikonserveringslagen. Partiklar som är off-shell kan i ett Feynmandiagram aldrig vara externa linjer, utan bara propagatorer. De är att betrakta som matematiska hjälpmedel, snarare än faktiska partiklar. Sönderfallen finns representerade som Feynmandiagram i figur 2.

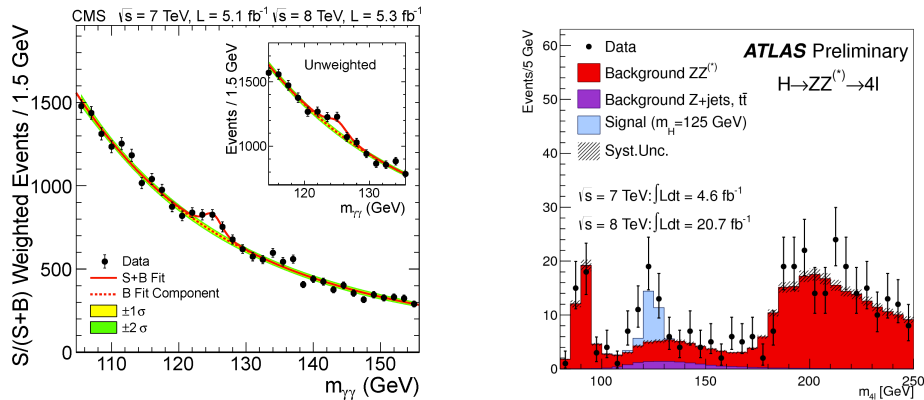


Figur 2: Feynmandiagram för de två vid experiment tydligaste processerna med en Higgsboson med massa $m_H \approx 125$ GeV [7, 8].

Figur 3(a) är ett histogram taget från resultaten från CMS [8], med antalet detekterade händelser för par av fotoner vid olika invarianta massor. Figur 3(b) är en figur från ATLAS-experimentet [23], med ett histogram över antal detekterade händelser vid olika energier för detekterade grupper av fyra leptoner, där tauleptoner är exkluderade. I båda histogrammen är datapunkterna utritade tillsammans med simulerad data, utifrån vad standardmodellen förutspår. Överensstämmelsen mellan datapunkter och förväntade resultat syns tydligt, och i båda histogrammen syns en topp runt 125 GeV, vilken motsvarar den Higgslänkande partikel som har upptäckts. Histogrammens utseende diskuteras vidare i avsnitt 5.2-5.3.

4 En praktisk guide till FeynRules, MadGraph 5 och MadAnalysis 5

I detta avsnitt kommer vi att ge en praktisk introduktion till hur man skapar modeller i FeynRules, hur man simulerar processer i MADGRAPH 5, och hur man analyserar datan i MADANALYSIS 5. Inledningsvis kommer exempelmodellen från ovan att användas för att demonstrera FeynRules och delar av MADGRAPH 5. När den inte längre räcker till kommer Higgsproduktion och -detektion i LHC att simuleras, för att illustrera fler funktioner i MADGRAPH 5 och en analys i MADANALYSIS 5. Denna guide är skriven för Linuxsystem, men bör även kunna användas för andra system.



(a) Sammanställning i histogram av detekterade händelser med par av fotoner i sluttillståndet, från CMS [8]. De svarta punkterna är antal av CMS-detektorn uppmätta händelser i de olika intervallen med invariant massa för fotonerna. Linjerna motsvarar datorsimulerade förväntningar från standardmodellen. Nära 125 GeV syns en topp som motsvarar den Higgsliknande partikel som hittats.

(b) Sammanställning i histogram av detekterade händelser med fyra myoner och elektroner i sluttillståndet, från ATLAS [23]. De svarta punkterna är antal av ATLAS-detektorn uppmätta händelser i de olika intervallen med invariant massa för leptonerna. Staplarna motsvarar datorsimulerade förväntningar från standardmodellen. Nära 125 GeV syns en topp som motsvarar den Higgsliknande partikel som hittats.

Figur 3: Publicerade resultat från Higgsbosonsökandet av ATLAS och CMS.

4.1 Att bygga en modell i FeynRules

FeynRules [24] är ett tilläggsprogram till Wolfram Mathematica, vilket är gjort för att skapa partikelfysikmodeller och beräkna deras Feynmanregler, så att modellerna kan simuleras med annan mjukvara. Då en modell körs genom FeynRules i Mathematica skapas Python-filer som bildar en modell i UFO-format, ett format som många simuleringsprogram inom partikelfysik använder, däribland MADGRAPH 5. Utöver att skapa modellfiler för simulering kan FeynRules även genomföra ett antal tester för att se om modellen har önskade matematiska egenskaper. Denna guide går inte igenom FeynRules alla funktioner. För den läsare som vill veta mer rekommenderas FeynRules manual [25]. I de exempel som demonstreras nedan förekommer svenska uttryck, såsom `namn` och `värde`, vilka är tänkta att representera mer relevanta variabelnamn eller matematiska uttryck, ej innehållande å, ä, eller ö.

Modellbyggande i FeynRules sker i första hand genom redigering av FeynRules-filer, med `.fr` som filändelse. En modell byggs i princip helt upp av en mängd skapade variabler med tilldelade egenskaper, skriven i Mathematica-syntax. För att exemplifiera de olika delarna av en modell och hur man skriver dem kommer exempelmodellen att användas för att visa några olika aspekter av modellbyggande.

En FeynRules-fil delas in i ett antal avsnitt som definierar de olika delarna hos modellen, såsom partiklar eller parametrar. Ett sådant avsnitt har följande form:

```

M$Namn = {
  objekt1 == {
    egenskap1 -> värde1
    egenskap2 -> värde2
    ...
    egenskapN -> värdeN
  },
  objekt2 == {
    egenskap1 -> värde1
    egenskap2 -> värde2
    ...
    egenskapN -> värdeN
  },
  ...
  objektN == {
    egenskap1 -> värde1
    egenskap2 -> värde2
    ...
    egenskapN -> värdeN
  }
}

```

De viktigaste avsnitten är `M$ClassesDescription` som innehåller partikelklasser, `M$Parameters` som innehåller parametrar, och `M$GaugeGroups` som innehåller information om de så kallade gaugegrupperna, som beskriver symmetrier hos modellen. En utförligare beskrivning av gaugegrupper är bortom denna rapport.

En typisk partikelklass definierad i `M$ClassesDescription` kan se ut enligt:

```

S[1] == {
  ClassName      -> x,
  SelfConjugate  -> True,
  Mass           -> {MX,1},
  Width          -> {WX,0},
  PropagatorLabel -> "x",
  ParticleName   -> "x",
  FullName       -> "x"
}

```

Partikelklassen i exemplet är x -partikeln från exempelmodellen. `S[1]` anger att den här partikelklassen är den första partikelklassen bland skalärerna, som markeras med bokstaven `S`. `F` tilldelas fermioner, `V` tilldelas gaugebosoner, och `U` tilldelas spöken. Spöken är en komplikation som uppstår i icke-abelska gauge-teorier, och behandlas inte i denna rapport. `ClassName`, i det här fallet `x`, är namnet på klassen i fråga, och kan vara ett samlingsnamn för flera partiklar med liknande egenskaper. Om partiklarna i en klass har antipartiklar innebär det att de inte är självkonjugerade, och

alltså väljs då `SelfConjugate -> False`, och `True` annars. Massa och sönderfallsbredd anges på samma sätt, på formen `{variabelnamn, värde}`. En variabel vars värde sätts som `Internal` bestäms av andra parametrar i modellen. Diverse kvanttal, såsom laddning `Q` och leptontal `LeptonNumber`, kan anges med `QuantumNumbers`. Egenskapen `PDG` kan användas för att relatera partikelklassen till en partikel med ett nummer definierat av Particle Data Group [26]. Denna egenskap används inte här då exempelmodellen inte är en av Particle Data Group erkänd teori.

För att införa flera partiklar i en klass används

```
ClassMembers    -> {namn1,namn2,...,namnN},
Indices         -> {Index[indexnamn]},
```

där `ClassMembers` ger `namn` åt de olika partiklarna, och `Indices` tar ett användardefinierat index som löper över de olika partiklarna i klassen. När en klass innehåller flera partiklar kan vissa egenskaper, exempelvis massa, ges individuellt till de olika partiklarna genom att använda `{värde1,värde2,...,värdeN}`. Exempelvis anges massor för flera partiklar enligt:

```
Mass -> {samlingsnamn, {namn1,värde1},..., {namnN,värdeN}}
```

`Index` specificeras utanför avsnitten som delar in modellfilen. Ett index `n` som löper från 1 till 5 kan definieras av:

```
IndexRange[Index[indexnamn]] = Range[5];
IndexStyle[indexnamn, n];
```

I `M$Parameters` anges modellens parametrar på formen:

```
ee == {
  ParameterType -> Internal,
  Value         -> Sqrt[4 Pi aEW],
  InteractionOrder -> {QED,1},
  Description   -> "Electric coupling constant"
},
```

För interna parametertyper anges `Value` som ett matematiskt uttryck med andra definierade parametrar, och för externa parametrar (`ParameterType -> External`) tar `Value` emot ett flyttal. `InteractionOrder` specificerar vilken interaktionsordning parametern har, med interaktionstyp och ordning. Den elektriska kopplingskonstanten, som är med i exemplet ovan, och den starka kopplingskonstanten α_s , i `FeynRules` kallad `aS`, krävs av `MADGRAPH 5` för att modellen ska kunna köras, oberoende av om dessa parametrar används eller ej.

Den sista viktiga delen av en `FeynRules`-fil är Lagrangianerna, som inte anges i något eget avsnitt av filen. Lagrangianerna skrivs på formen:

```
Lnamn := matematiskt uttryck
```

Det matematiska uttrycket skrivs med vanlig Mathematica-syntax, tillsammans med diverse FeynRules-specifika operatörer. När FeynRules-paketet laddats in i Mathematica kan kommandot `FRPalette[]` användas för att öppna ett interface som hjälper användaren att skriva ut de olika operatorerna. Exempelmodellens Lagrangian är

```
Lx := 1/2*(del[x, mu])^2 - 1/2*MX^2*x^2 - lam*x^4/24;
```

där `lam` är kopplingskonstanten λ , som definieras bland modellens parametrar.

Utöver en rad `.fr`-filer som definierar en modell kan även så kallade restriction-filer, med ändelsen `.rst`, skapas. Dessa innehåller förenklande approximationer som gör att simuleringarna i modellen tar kortare tid att utföra. En restriction-fil innehåller ett block enligt:

```
M$Restrictions = {
  variabel1 = värde1
  variabel2 = värde2
  ...
  variabelN = värdeN
},
```

Vanligtvis innebär detta att vissa parametrar, exempelvis små massor, sätts till noll.

När modellfilen är skriven används Mathematica för att kompilera den till ett format som simuleringsmjukvara kan använda. Detta kan göras enkelt med en kort serie Mathematica-kommandon:

```
$FeynRulesPath = SetDirectory["/...undermappar.../feynrules-current"]
<< FeynRules`
SetDirectory[$FeynRulesPath <> "/Models/Modellmapp"]
LoadModel["modell_del1.fr", ..., "modell_delN.fr"]
LoadRestriction["begränsning1.rst", ..., "begränsningN.rst"]
WriteUFO[Lagrangian1, ..., LagrangianN, Output -> "namn_UFO"]
```

Mappen `namn_UFO` som skapas kan användas för simuleringar i många olika simuleringsmjukvaror, däribland MADGRAPH 5. Exempelmodellens UFO-mapp kommer hädaneftre att hänvisas till som `xmodel_UFO`.

4.2 Att simulera en process i MadGraph 5

MADGRAPH 5 [27] tar en uppsättning Feynmanregler och simulerar en process, om den är möjlig i modellen, med Monte Carlo-simulering. Genom att göra detta beräknar programmet element i spridningsmatrisen för processen, och saker som tvärsnittet kan då också beräknas. MADGRAPH 5 genererar automatiskt alla möjliga Feynmandiagram för processen som angetts, tvärsnittet för processen, och en uppsättning händelser med fyrvektorer hos de ingående partiklarna. MADGRAPH 5 simulerar bara processer på trädnivå, så diagram med loopar tas inte med.

Exempelmodellen som skapades med FeynRules i föregående avsnitt kan användas för simuleringar, och för detta används MADGRAPH 5. Mjukvaran kräver ingen särskild process för att installera, det är bara att ladda ner den från <http://madgraph.phys.ucl.ac.be/> och packa upp den. Vilken katalog man står i när man startar MADGRAPH 5 bestämmer var simuleringarna hamnar, så det kan vara lämpligt att göra en särskild katalog för dem:

```
mkdir [sökväg till MadGraph 5]/save
cd [sökväg till MadGraph 5]/save
```

MADGRAPH 5 startas med

```
../bin/mg5
```

och därefter importeras exempelmodellen enligt:

```
import [sökväg]/xmodel_UFO
```

Efter det anges vilken process som ska simuleras. Låt säga att man är intresserad av processen där två x -partiklar kolliderar och bildar två nya x -partiklar. Då skrivs:

```
generate x x > x x
```

`generate` är mer flexibelt än så, och detta demonstreras senare. Nästa steg är att skriva `output`, följt av det namn simuleringen ska få, enligt:

```
output exempel
```

Nu återstår bara att köra simuleringen:

```
launch
```

Det går nu att välja hur sofistikerad analysen ska vara. Alternativen är `parton`, `pythia` och `pgs`. Väljs `parton` kommer processen endast att simuleras på elementarpartikelnivå. Väljer man `pythia` innehåller simuleringen också bland annat att fria kvarkar bildar hadroner. Om `pgs` väljs kommer dessutom detektorn att simuleras. PGS står för "Pretty Good Simulator", och har fördelen att den är snabb. Den detektorsimulator som används när man vill vara riktigt exakt kallas GEANT, och tar mycket längre tid på sig för sina beräkningar [28].

Exempelmodellen är för ofysikalisk för att `pythia` och `pgs` ska vara användbara, så alternativet `parton` väljs genom att 1 skrivs.

Nästa steg är en meny där olika textfiler, som ger inställningar till simuleringen, kan ändras. Dessa textfiler kallas för `cards`. I `param_card` finns parametrar för själva modellen, som till exempel partikelmassor och kopplingskonstanter. Värt att notera är att i den medföljande standardmodellen är Higgsmassan satt till 120 GeV, så den bör eventuellt ändras här.

Nästa `card` är `run_card`. I detta går det bland annat att ändra antalet händelser som ska simuleras, partikelstrålarnas energier och karaktär, en del matematiska

parametrar, samt några cuts. Ett cut är ett slags urval, som innebär att en händelse måste uppfylla något speciellt krav för att tas med i en analys. Det som måste göras just nu är att ändra stråltypen för båda strålarna till att inte ha någon partonfördelningsfunktion, så kallad PDF. Detta innebär att `lpp1` och `lpp2` ska sättas till 0. Hade strålarna bestått av protoner hade det varit nödvändigt att använda fördelningsfunktioner.

Hade `pythia` eller `pgs` valts hade också `pythia_card` och `pgs_card` funnits att ändra. Det förstnämnda innehåller matematiska inställningar för hur Pythia ska arbeta. Det sistnämnda innehåller information om den simulerade detektorn.

När alla cards har redigerats färdigt väljs alternativ 0 för att simuleringen ska starta. En sida dyker automatiskt upp i webbläsaren, och när simuleringen är färdig kan det beräknade tvärsnittet ses där. Under “main page” och sedan “process information” finns processens Feynmandiagram.

För att illustrera mer avancerade koncept betraktar vi nu en annan process i en annan modell. Nu ska Higgsproduktion och -detektion simuleras. Inte heller här kan den inkluderade standardmodellen användas. MADGRAPH 5 simulerar nämligen bara processer på trädnivå, medan den viktigaste mekanismen för att producera Higgsbosoner är ett loopdiagram. Det finns dock en utökning av standardmodellen, som innehåller denna loop som en effektiv vertex. Denna modell importeras med kommandot:

```
import heft
```

Produktion av Higgsbosoner från två protoner följt av sönderfall till fyra leptoner skrivs enligt:

```
generate p p > h , h > l+ l- l+ l-
```

Kommandot anger att protonerna kolliderar och skapar en Higgsboson som är on-shell, och som sedan sönderfaller till två positiva och två negativa leptoner. Detta utgör signalen när data ska analyseras. Ett snarlikt kommando är:

```
generate p p > h > l+ l- l+ l-
```

Skillnaden är att detta kommando tillåter Higgsbosonen att vara off-shell.

Efter att den önskade processen har genererats skrivs `output sig` och `launch`. Nu väljs `pgs` för att simulera detektorn. I `param_card` ändras Higgsmassan på raden med `MH` till 126 GeV och på raden med `WH` ändras Higgsbosonens sönderfallsbredd till 0,00418 GeV. I `run_card` ändras strålarnas energi till 4000 GeV. För att konfigurera `pgs` kan `pgs_card` ändras, men färdiga cards för detektorer i LHC finns att tillgå i MADGRAPH 5. Det finns ett färdigt card i `signal/Cards`, med namnet `pgs_card_ATLAS`, innehållande ATLAS-parametrarna, som kan kopieras till `pgs_card`. Sedan startas simuleringen, och MADGRAPH 5 räknar bland annat ut tvärsnittet till 0,000235 pb.

Att simulera bakgrunden går till på samma sätt, efter att följande process genererats:

```
generate p p > l+ l- l+ l- $ h
```

\$ h säger att eventuella Higgsbosoner i s-kanalen inte får vara on-shell. Alla processer som skapar två positiva och två negativa leptoner från två protoner utan att gå via en on-shell Higgsboson finns alltså med i bakgrunden. Hade \$\$ h använts istället för \$ h hade även off-shell Higgsbosoner i s-kanalen förbjudits. Hade / h använts hade Higgsbosoner förbjudits helt.

Man vill i allmänhet använda de kommandon vi har använt. När en process delas upp räknar MADGRAPH 5 inte med interferens mellan de olika uppsättningarna diagram. För partiklar som är on-shell gör detta inte så mycket, men är de off-shell kan det ge större effekter.

Bakgrunden kommer nu att innehålla ett försumbart bidrag från off-shell Higgsbosoner, men i gengäld är den totala fördelningen mer fysikaliskt riktig. Fortsättningsvis skrivs `output bak` och exakt samma sak som när signalen simulerades görs. Tvärsnittet beräknas av MADGRAPH 5 till 0,01553 pb. Programmet avslutas därefter med:

```
exit
```

4.3 Att göra en analys i MadAnalysis 5

Allt som är kvar nu är att analysera datan som simulerats. Detta görs med programmet MADANALYSIS 5 [29]. Det är ett program för att analysera data från simuleringar och plotta fördelningen av observabler.

För instruktioner om hur man installerar MADANALYSIS 5, se appendix A i manualen [29]. Manualen är mycket användbar, särskilt tabellerna över parametrar och observabler. Den är dock skriven för en äldre version av mjukvaran. Versionen vi använder är version 1.1.5. Det är inte heller säkert att allt i denna guide gäller för framtida versioner av MADANALYSIS 5.

Vi ser till att installera MADANALYSIS 5 på samma ställe som MADGRAPH 5, för att det ska kunna hämta definitionerna på multipartiklarna därifrån. När detta är gjort är det dags att starta programmet. MADANALYSIS 5 kommer att lägga analysen i katalogen man står i när man startar det. Vi väljer att lägga dem på samma ställe som simuleringarna, så vi ställer oss där:

```
cd [sökväg till MadGraph 5]/save
```

MADANALYSIS 5 kan startas i ett av tre lägen:

```
ma5 -P  
ma5 -H  
ma5 -R
```

Dessa står för *parton mode*, *hadron mode* respektive *reconstructed mode*. Lägena är anpassade för olika sofistiktionsnivåer på simuleringen. Hade `parton` eller `pythia` valts i MADGRAPH 5 hade *parton mode* respektive *hadron mode* lämpligtvis valts här. Eftersom `pgs` valdes startar vi nu i *reconstructed mode*.

4.3.1 Ett första histogram

Det första som måste göras är importering av filer som MADGRAPH 5 genererat. Sökvägen som ges till `import` är en sökväg relativt katalogen man står i. Kommandona

```
import bak/Events/run_01/tag_1_pgs_events.lhco.gz as backgroundset
import sig/Events/run_01/tag_1_pgs_events.lhco.gz as signalset
```

importerar de datamängder som genererades tidigare. Flera filer hade kunnat importeras som exempelvis `signalset`, vilket hade gjort att `signalset` hade haft fler händelser.

Varje fil innehåller i det här fallet lika många händelser, så eftersom signalen har mycket lägre tvärsnitt än bakgrunden måste de viktas mot varandra. MADANALYSIS 5 måste då meddelas att de inte redan är viktade, vilket de inte är när man har kört `pgs`:

```
set signalset.weighted_events=false
set backgroundset.weighted_events=false
```

Kommandot `set` ändrar värdet på en parameter (här `weighted_events`) i ett objekt (här `signalset` eller `backgroundset`).

Nu ställs tvärsnitten in för signalen och bakgrunden:

```
set signalset.xsection=0.000235
set backgroundset.xsection=0.01553
```

Det sista som behöver göras för att få detta att gå igenom är att ställa in hur histogrammet ska normaliseras:

```
set main.normalize=lumi
```

Nu normaliserars histogrammet efter luminositeten, som är förinställd till 10 fb^{-1} , om inget annat anges. Luminositeten kan ändras genom ändring av parametern `lumi` i objektet `main`. Om man hade velat vikta datan på ytterligare sätt hade man kunnat sätta `main.normalize` till `lumi_weight`, och ändrat parametern `weight` i våra datamängder.

Nu kan det första histogrammet ritas. Den totala invarianta massan hos de fyra leptonerna plottas med kommandot:

```
plot M(1+ 1- 1+ 1-) 34 80 250
```

Minnebär att observabeln vi ska plotta är den invarianta massan. Att skriva `1+ 1- 1+ 1-` gör att MADANALYSIS 5 lägger ihop partiklarnas fyrvektorer och räknar ut den efterfrågade storheten utifrån det. `34` är antalet bins i histogrammet, och området mellan `80 GeV` och `250 GeV` är det som ritas.

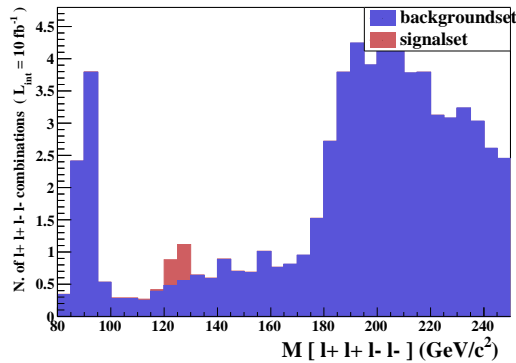
När allt är klart skriver man `submit`, följt av namnet man vill ge analysen. Om man senare vill uppdatera analysen utan att skapa en ny katalog skriver man `resubmit`. Exempelvis kan analysen genomföras med:

```
submit higgsplot
```

Detta genererar en rapport i några olika format. PDF-versionen kan öppnas med:

```
open higgsplot/PDF
```

I denna finner vi ett histogram, som kan ses i figur 4.



Figur 4: Histogram skapat i MADANALYSIS 5.

4.3.2 Ändra utseende på histogram

Histogrammet kan modifieras och ges bland annat andra färger, eller annan text på axlarna. Detta görs genom att ändra variabler dels i datamängderna, dels i själva histogrammet. Signalen kan exempelvis göras grön med:

```
set signalset.backcolor=green
```

Den kommer fortfarande att ha röda kanter, vilket kan avhjälpas med:

```
set signalset.linecolor=green+2
```

Att skriva `green+2` innebär att kanten får en mörkare nyans av grönt.

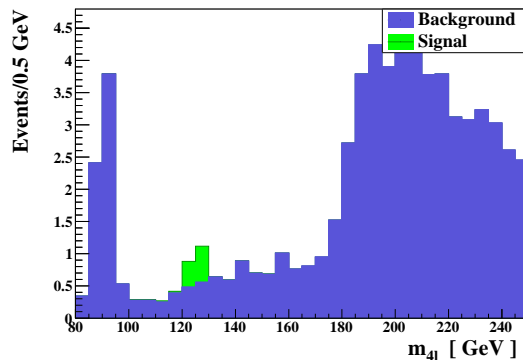
I stället för att signalen och bakgrunden ska visas som 'signalset' och 'backgroundset' kan de döpas om:

```
set signalset.title="Signal"  
set backgroundset.title="Background"
```

Värdet på `title` ska vara en sträng i \LaTeX -format. Texten vid axlarna kan också ändras:

```
set selection[1].titleX="m_{4l} [GeV]"  
set selection[1].titleY="Events/0.5 GeV"
```

Efter körning av `resubmit` fås histogrammet i figur 5.



Figur 5: Histogram med ändrade egenskaper.

4.3.3 Implementering av cuts

Än så länge har ingen ordentlig analys gjorts. I verkligheten vill man välja ut sina händelser efter olika kriterier. Om den process som leder till signalen tenderar att skapa partiklar med vissa egenskaper kan förhållandet mellan signalen och bakgrunden höjas genom val av händelser där de utgående partiklarna har dessa egenskaper.

Händelser kan väljas ut genom `select` och `reject`. Låt säga att man vill ta bort alla händelser där den totala invarianta massan för de fyra leptonerna är större än 200 GeV. Detta görs med kommandot:

```
reject M(1+ 1- 1+ 1-)>200
```

Man kan också välja att bara ta med de händelser, av de som är kvar, där $M > 100$ GeV:

```
select M(1+ 1- 1+ 1-)>100
```

Det är viktigt att cuts ges till MADANALYSIS 5 innan kommandot om vilket histogram som ska ritas, om de ska påverka histogrammet. `display selection` ger en lista på alla cuts och histogram, i ordning. I det här fallet ser den ut så här:

```
***** Selection *****
1. * Plot: M ( 1+ 1+ 1- 1- )
2. Cut: reject M ( 1+ 1+ 1- 1- ) > 200.0
3. Cut: select M ( 1+ 1+ 1- 1- ) > 100.0
*****
```

För att få histogrammet sist skrivs:

```
swap selection[1] selection[3]
```

`resubmit` ger nu ett histogram som är kapat vid 100 GeV och 200 GeV. Rapporten innehåller dessutom information om effektiviteten på varje cut.

Ett rimligare val av cuts vore att kräva att den lepton med högst transversell rörelsemängd har ett $P_T > 20$ GeV, vilket ATLAS har gjort [7]. För att plocka ut leptonen med högst P_T använder vi `l[1]`. Vi går ännu längre, och kräver att leptonen med näst högst har $P_T > 15$ GeV och att den med tredje högst har $P_T > 10$ GeV. Vi skriver

```
remove selection[1]
remove selection[1]
```

för att ta bort de cuts som redan gjorts. Anledningen till att samma sak skrivs två gånger är att listan görs om efter första gången, så att det som var `selection[2]` blir det nya `selection[1]` efter det första `remove`-kommandot. Det nya cut som nämndes ovan implementeras med:

```
select PT(1[1])>20 and PT(1[2])>15 and PT(1[3])>10
```

De logiska operatorerna `and` och `or` kan, tillsammans med parenteser, användas för att välja ut händelser enligt mer avancerade logiska uttryck. Ska partiklarna ordnas efter någon annan observabel än P_T kan parametern `rank` ändras i vår `selection`.

MADANALYSIS 5 kan också välja vilka partiklar som ska tas med i händelserna. Om de enda elektronerna som ska tas med är de med $P_T > 7$ GeV och $|\eta| < 2,47$ kan vi skriva:

```
select (e) PT>7 and ETA<2.47
```

η är den så kallade pseudorapiditeten, och motsvarar en vinkel mot partikelstrålarnas axel.

Ordningen på de två senaste valen spelar roll; det andra av dem borde ligga först. Låt oss därför skriva:

```
swap selection[2] selection[3]
plot M(1+ 1- 1+ 1-) 34 80 250
resubmit
```

Histogrammet som nu produceras kommer generellt att innehålla färre händelser än histogrammet i figur 5.

4.3.4 Expertläget i MadAnalysis 5

För mer avancerade analyser räcker inte det som har gått genom hittills. MADANALYSIS 5 har dock ett expertläge där den enda begränsningen är användarens förmåga att skriva C++-kod. Vår metod att göra detta innebär att vi kommer att ändra i källkoden till MADANALYSIS 5, och få programmet att bete sig på ett sätt som det inte är tänkt.

Startar man expertläget i MADANALYSIS 5, genom att ge programmet flaggan `-E`, är det tänkt att det ska skapas en tom analys. Det är värt att notera att detta inte fungerar i nuläget. I stället väljer vi att modifiera den analys som redan skapats i det föregående avsnittet. För att göra detta behöver, utöver skrivandet av själva koden, två saker göras:

- Kompilera analysen utanför MADANALYSIS 5.
- Skapa en rapport, vilket vi gör med en modifierad version av MADANALYSIS 5.

Vi börjar med att gå igenom hur man kompilerar och kör analysen. Kompilering görs med:

```
cd [sökväg till MadGraph 5]/save/higgsplot/Build
source setup.sh
make -B
```

Nästa steg är att utföra analysen, och låta den lägga resultatet i Output:

```
cd ../Output
../Build/MadAnalysis5Job --analysis=MadAnalysis5job
                        ../Input/_signalset.list
../Build/MadAnalysis5Job --analysis=MadAnalysis5job
                        ../Input/_backgroundset.list
```

Observera att raderna ovan är brutna för att få plats på sidan, inte för att de ska skrivas så.

I tidigare versioner av MADANALYSIS 5 fanns kommandona `generate_html`, `generate_latex` och `generate_pdflatex`. De är borttagna från gränssnittet, men den bakomliggande koden finns kvar eftersom den anropas av `submit`. Dessa kommandon ska återimplementeras. Källkodsfilen öppnas med [sökväg till MadGraph 5]/madanalysis/interpreter/interpreter.py. Koden som nu läggs till är

```
from madanalysis.interpreter.cmd_generate import CmdGenerate

under # List of command och

self.cmd_generate_latex    = CmdGenerate(main,
                                         ReportFormatType.LATEX)
self.cmd_generate_pdflatex = CmdGenerate(main,
                                         ReportFormatType.PDFLATEX)
self.cmd_generate_html     = CmdGenerate(main,
                                         ReportFormatType.HTML)
```

under # Getting back all commands. Eftersom programmet är skrivet i Python är det viktigt att de nya raderna är likadant indenterade som de som redan finns där.

Nu kan rapporten genereras genom att, i MADANALYSIS 5 startat från `save`, skriva till exempel:

```
import higgsplot
generate_pdflatex higgsplot/PDF
```

Detta kommer att skapa en PDF-rapport i `higgsplot/PDF`¹. MADANALYSIS 5 kan fås att köra dessa kommandon automatiskt genom att filnamnet ges som argument till ett skript. Ges det också flaggan `-s` kommer det inte att ställa några bekräftelsefrågor, och dessutom avsluta när skriptet har kört färdigt. Låt oss göra en fil med namnet `create_higgsplot_report.ma5` och lägga den i `saves`. I filen skriver vi de två kommandona ovan. Det här gör att ett skript som kompilerar och kör analysen automatiskt kan skrivas. Det kan till exempel se ut så här²:

```
#!/bin/bash
cd [sökväg till MadGraph 5]/saves/higgsplot/Build
source setup.sh
make -B
cd ../Output
../Build/MadAnalysis5Job --analysis=MadAnalysis5job
                        ../Input/_backgroundset.list
../Build/MadAnalysis5Job --analysis=MadAnalysis5job
                        ../Input/_signalset.list
cd ../..
../bin/ma5 -s -R create_higgsplot_report.ma5
```

Nu kan en analys skrivas. Vi kommer inte att detaljerat gå igenom hur man gör det, eftersom det går att göra på vilket sätt som helst. Återigen finns det mycket användbart stoff i manualen. Många funktioner finns fördefinierade. Själva analysen finns i filen `saves/higgsplot/Source/SampleAnalyzer/Analysis/user.c`. Det lättaste sättet att förstå hur ett cut är uppbyggt är helt enkelt att undersöka de som redan finns. En sak som är värd att nämna är dock delen

```
cuts_[n].Increment(__event_weight__);
```

där `n` är vilket cut i ordningen det är. Den talar om för MADANALYSIS 5 var ett cut slutar, så att det går att se dess effektivitet i rapporten. När ett nytt cut läggs till bör den raden finnas med och storleken på `cuts_` bör ökas med 1 när det initieras.

För att rätt cut ska hamna på rätt ställe i rapporten lägger vi också in en cut i `history.ma5` i `higgsplot`. Vad det är för cut spelar ingen roll, så länge det känns igen och kan kopplas ihop med koden som skrivits.

5 Resultat och diskussioner kring simuleringar

I den här sektionen kommer resultaten från olika moment att redovisas i separata underavsnitt. Till att börja med diskuteras överensstämmelsen mellan simuleringar och analytiskt tvärsnitt för spridningsprocessen $x + x \rightarrow x + x$ i exempelmodellen. Sedan diskuteras simulerad Higgsproduktion via processerna $p + p \rightarrow l^+ + l^- +$

¹På grund av en bug fungerar inte `import`, men det åtgärdas lätt genom att byta ut `CheckRootFile` mot `CheckFile` på rad 195 i `madanalysis/interpreter/cmd_import.py`.

²i `bash`-miljö

$l^+ + l^-$ och $p + p \rightarrow \gamma + \gamma$ vid LHC-energies. Ytterligare redovisas en simulering av processen $e^+ + e^- \rightarrow H + Z$ med LEP-experimentet i åtanke. Slutligen behandlas en utvidgning av standardmodellen där en extra massiv spinn noll-boson, som är tyngre än Higgsbosonen, har införts, men deltar i samma interaktioner.

5.1 Simulering av exempelmodellen

I tidigare avsnitt har skapande och simulering av exempelmodellen beskrivits, och tvärsnittet för processen $x + x \rightarrow x + x$ har i ekvation (14) räknats ut analytiskt till

$$\sigma = \frac{\hbar^2 c^2 \lambda}{32\pi s},$$

där \hbar och c nu har återinförts. Vid simuleringen av 10000 händelser av processen i MADGRAPH 5 med $\lambda = 1$ och $\sqrt{s} = 2$ TeV beräknades tvärsnittet numeriskt till $\sigma_{\text{MG5}} = 0,9686$ pb. Insättning av λ och \sqrt{s} i det analytiska uttrycket ger

$$\sigma_a = \frac{\hbar^2 c^2}{32\pi (2000 \text{ GeV})^2} \approx 0,9683 \text{ pb.}$$

Den numeriska beräkningen gjord i MADGRAPH 5 stämmer alltså mycket väl överens med det analytiska resultatet.

5.2 Simulering av $p + p \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-$

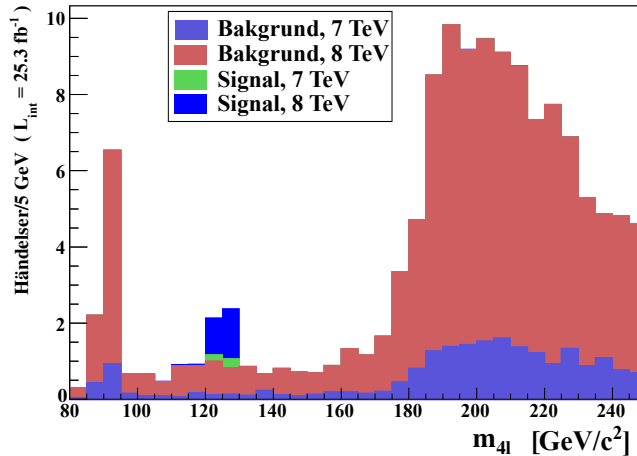
En av processerna som har testats noga i LHC är

$$p + p \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-, \quad (l^\pm = e^\pm/\mu^\pm).$$

Processen har gett tydliga resultat vid sökandet efter Higgsbosonen [7, 8], och har kommit att kallas för *The Golden Channel*. Ett Feynmandiagram som illustrerar processen med en Higgsboson finns i figur 2.

För att kunna simulera processen i MADGRAPH 5 behöver en HEFT-modell laddas, då MADGRAPH 5 egentligen inte har stöd för delar av processen. I så stor utsträckning som möjligt har simuleringen gjorts på samma villkor som den ATLAS-samarbetet gjort då de letat efter Higgsbosonen. Både signal och bakgrund har delats upp i processer med kollisionsenergies $\sqrt{s} = 7$ TeV respektive $\sqrt{s} = 8$ TeV och luminositeter 4.6 fb^{-1} respektive 20.7 fb^{-1} , i enlighet med [23]. För varje energi och datamängd har 25000 händelser beräknats. För att förbättra resultaten har PYTHIA använts, och PGS har använts för att simulera just ATLAS-detektorn. I ATLAS-rapporten [7] rapporteras i detalj vilka krav som ställts på detekterade händelser för att de ska bedömmas intressanta nog att ta med, och ett försök att återspegla dessa har gjorts med hjälp av expertläget i MADANALYSIS 5. Resultatet från simuleringarna syns i histogrammet i figur 6.

I histogrammet i figur 6 syns en topp i leptonernas invarianta massa från $m_{4l} = 120$ GeV till $m_{4l} = 130$ GeV, vilket stämmer bra med den förväntade toppen från Higgsbosonen med massa $m_H = 126$ GeV. Toppen syns tydligt mot bakgrunden,



Figur 6: Resultat från simulering av $p + p \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-$. Alla parametrar och cuts är valda för att överensstämna med de som är redovisade i ATLAS-rapporten om Higgsbosonen [7]. Luminositeten för $\sqrt{7}$ TeV-simuleringen är 4.6 fb^{-1} , och luminositeten för $\sqrt{8}$ TeV-simuleringen är 20.7 fb^{-1} .

vilket är anledningen till att det här sönderfallet varit så användbart vid letandet efter Higgsbosonen i LHC. Bakgrunden här karakteriseras av en tydlig topp vid $m_{4l} \approx 90 \text{ GeV}$ och en bred stark signal i området kring $m_{4l} \approx 200 \text{ GeV}$. Båda dessa toppar kommer från Z -bosoner, som är med i de flesta möjliga processerna. Massan för Z -bosonen är $m_Z \approx 91.19 \text{ GeV}$ [30], vilket direkt förklarar den stora toppen vid $m_{4l} \approx 90 \text{ GeV}$ i histogrammet. Den breda puckeln runt $m_{4l} \approx 200 \text{ GeV}$ tycks ha en brant början nära $m_{4l} = 180 \text{ GeV}$, vilket antyder att de fyra leptonerna ibland har producerats från två stycken Z -bosoner, snarare än att bara en Z -boson har varit inblandad i förloppet. Anledningen till att den här toppen är mycket bredare kan ha att göra med hur invariant massa definieras. Enligt ekvation (16) är definitionen av invariant massa

$$m_{inv}^2 \equiv \left(\sum E \right)^2 - \left| \sum \mathbf{p} \right|^2.$$

Den invarianta massan för bara en partikel kommer vara lika med partikelns vilomassa, men då man beräknar den invarianta massan för flera partiklar kommer en del av deras rörelseenergi adderas till den invarianta massan. Det beror på att bidragen från rörelsemängd och rörelseenergi tar ut varandra i system med en partikel, men för flera partiklar kommer den totala energin att vara minst lika stor som den totala rörelsemängden. Av detta följer, eftersom den invarianta massan bevaras vid sönderfall, att toppar från en enda partikel i histogram med invariant massa kommer vara smala och väldefinierade, medan toppar från flera partiklar kommer vara utsmetade och börja vid partiklarnas vilomassor.

Om man jämför resultatet från figur 6 med resultatet från ATLAS i figur 3(b) från

[7] ser man att resultaten i stor utsträckning är lika. Histogrammen har kvalitativt samma utseende, men värdena från simuleringarna i den här rapporten är en del lägre än de från ATLAS. Tvärsnitten som beräknades med MADGRAPH 5 för signal- och bakgrundsprocesserna redovisas i tabell 1 tillsammans med signaltvärsnitten från ATLAS; av värdena i denna tabell framgår det att de signaltvärsnitt som simulerades med MADGRAPH 5 är ungefär en femtedel så stora som de från ATLAS. I så stor utsträckning som möjligt har simuleringar i denna rapport gjorts enligt det som ATLAS redovisar, och detsamma gäller cuts och övrig databehandling. Skillnaden i skala mellan simuleringen i denna rapport och simuleringen från ATLAS-rapporten är därför svår att förklara exakt, men det finns ett antal tänkbara approximationer i simuleringarna som skulle kunna förklara den.

Tabell 1: Tvärsnitt från de olika datamängderna som har simulerats för processen $p+p \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-$, dels från MADGRAPH 5 och dels från ATLAS-rapporten om Higgsbosonen [7]. Tvärsnitt för bakgrunden fanns inte tillgängligt från ATLAS.

Datamängd	Tvärsnitt [fb]	
	MADGRAPH 5	ATLAS
Signal, $\sqrt{s} = 7$ TeV	0,42	2,2
Signal, $\sqrt{s} = 8$ TeV	0,55	2,8
Bakgrund, $\sqrt{s} = 7$ TeV	67	–
Bakgrund, $\sqrt{s} = 8$ TeV	76	–

Till att börja med gäller det att den effektiva teorin HEFT jobbar inom approximationen där toppkvarken har oändlig massa. Det framgår dock i [31] att korrekturen för toppkvarkens ändliga massa bör vara liten för en Higgsboson som är lätt i jämförelse med två toppkvarkmassor, och ungefär 10% för Higgsmassan 126 GeV. Ytterligare gäller det dock att det finns högre ordningars korrekturen från den starka sektorn i standardmodellen, vilka höjer tvärsnittet bortom den korrektion som ges av HEFT. Med en högre ordnings korrektion som är next-to-next-to-leading order (NNLO) gäller det att det beräknade tvärsnittet bör modifieras med en så kallad K -faktor, vilken enligt [31] bör vara ungefär två. Multiplikation med K -faktorn innebär alltså en ökning av Higgstvärsnittet med en faktor jämfört med simuleringen i MADGRAPH 5.

En mer svårbedömd potentiell anledning till skillnaden mellan simuleringarna i MADGRAPH 5 och ATLAS-simuleringarna är att ATLAS har normaliserat sin data mot experiment. Genom att simulera en process utan signal och jämföra simuleringen med experimentell data för samma process bestämde ATLAS en normaliseringsfaktor, vilken sedan användes även för signalmätningen. Av denna anledning kan inte MADGRAPH 5-simuleringarna egentligen jämföras direkt med simuleringarna från ATLAS-rapporten.

Ytterligare finns det anledning att kommentera på det sista steget som utförs i MADGRAPH 5, det vill säga på detektorsimuleringen i PGS. Simuleringen som PGS gör av ATLAS-detektorn är gjord med syftet att vara ett snabbt sätt att få en bild av

hur detektorn och dess brister påverkar uppmätt data. Till skillnad från mer sofistikerade detektorsimulatorer som GEANT [28] gör PGS egentligen inte en fullständig detektorsimulering. Till exempel utför inte PGS mätningar av partikelbanor, vilket verkliga detektorer och exempelvis GEANT hade gjort. Med anledning av den oundvikliga approximationen vid användande av PGS är det möjligt att fel finns även i detta steg.

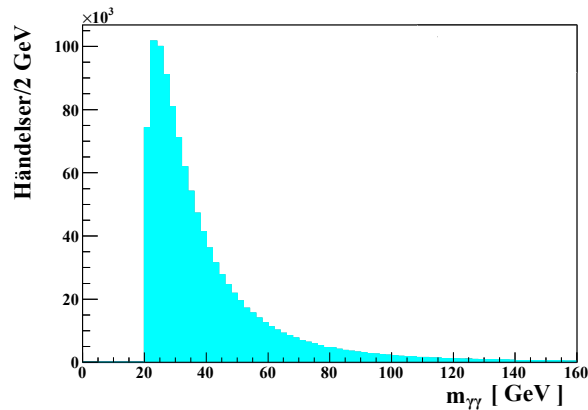
Slutligen finns det ett antal parametrar i cards i MADGRAPH 5, vilka kan påverka tvärsnittet. Bland annat finns så kallade faktoriserings- och renormaliseringsskalor, för vilka standardvärdena i MADGRAPH 5 användes, och detsamma gäller för valet av PDF. Enkla tester visade dock att beräknade tvärsnitt är förhållandevis stabila med avseende på valet av faktoriserings- och renormaliseringsskalor. Den PDF som användes är dessutom den som ATLAS använde i de flesta fallen, så inverkan av detta val är förmodligen inte heller stort. Totalt finns alltså ett antal faktorer som skulle kunna ge upphov till avvikelser, men det är svårt att avgöra vilken som bidragit mest.

5.3 Simulering av $p + p \rightarrow \gamma + \gamma$

En annan process som har gett användbara resultat vid letandet efter Higgsbosonen [7, 8] i LHC är

$$p + p \rightarrow \gamma + \gamma.$$

Den här processen kan också simuleras i MADGRAPH 5 med hjälp av en HEFT-modell. I figur 7 syns ett histogram från en simulering av processen, med $m_H = 125$ GeV och kollisionens energi $\sqrt{s} = 8$ TeV. Simuleringen gjordes utan användande av PYTHIA och PGS, och ingen simulering med $\sqrt{s} = 7$ TeV gjordes. Dessa faktorer

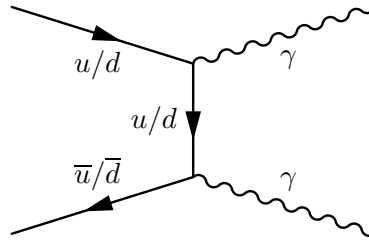


Figur 7: Histogram över den invarianta massan för två fotoner från simulering av $p + p \rightarrow \gamma + \gamma$, med $m_H = 125$ GeV. Datan är normaliserad till luminositeten 10 fb^{-1} , och fotoner med energi lägre än 10 GeV har inte tillåtits.

innebär att detaljerade jämförelser med resultaten från ATLAS och CMS [7, 8] inte

kan göras. Anledningen till att simuleringen har gjorts enklare är att en så stor majoritet av sönderfallen sker för låga energier, och att statistiken därför blir mycket dålig för de mer intressanta energierna, såsom $m_{\gamma\gamma} \approx m_H$. Som följd behövde all tillgänglig beräkningskraft gå åt till beräkning av så många händelser som möjligt. I histogrammet i figur 7 har en miljon händelser simulerats. Inga fotoner med lägre energi än 10 GeV har tillåtits i processen, då kollisioner vid låga energier visade sig ha väldigt höga tvärsnitt, vilket ledde till ointressanta histogram med väldigt få händelser vid höga energier.

Histogrammet i figur 7 har i princip bara ett utmärkande drag, som är att processer med låga energier är mycket vanligare än processer med höga energier, och händelseantalet tycks avta kontinuerligt med energin. Enligt MADGRAPH 5-simuleringarna var det processer med annihilation av upp- antiuppkvarkar och ner- antinerkvarkar som gav upphov till bakgrunden. Processernas Feynmandiagram är illustrerade i figur 8. Bakgrundens form kan förklaras av att formeln (11) för beräkning av tvärsnitt har en förfaktor som innehåller $\frac{1}{E_1 E_2}$, där E_1 och E_2 är de två kolliderande partiklarnas energier. Ingen signal från Higgssönderfall syns i det här histogrammet, på grund av hur osannolikt det är jämfört med bakgrunden; det av MADGRAPH 5 uträknade tvärsnittet för bakgrunden är ungefär 10^5 gånger större än det uträknade tvärsnittet för signalen.

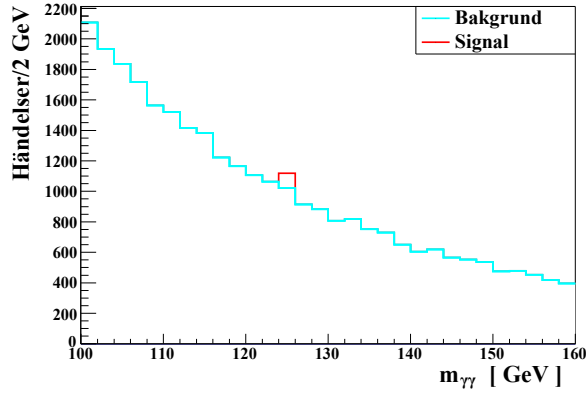


Figur 8: Feynmandiagram över de $p + p \rightarrow \gamma + \gamma$ -processer som inte innehåller Higgsbosoner. I figur 2 visas ett Feynmandiagram med motsvarande process med en Higgsboson.

Ytterligare en simulering av processen gjordes, med en miljon händelser för bakgrunden och en miljon händelser för signalen, och resultatet av denna redovisas i histogrammet i figur 9. I det här mer inzoomade histogrammet syns toppen från Higgsbosonen vid $m_{\gamma\gamma} = m_H = 125$ GeV mycket tydligare än i figur 7. Signalen är i det här fallet mycket smal och väldefinierad, vilket kan ses vid jämförelse med figur 3(a) från CMS, eller ännu tydligare om histogrammet delas in i ett större antal bins. Den främsta anledningen till detta är sannolikt att detektorsimulering med PGS inte utfördes.

5.4 Simulering av Higgsstrahlung vid leptonkolliderare

Föregångaren till LHC hette Large Electron-Positron Collider (LEP), och kolliderade elektroner och positroner istället för hadroner. Även vid LEP skedde sökande



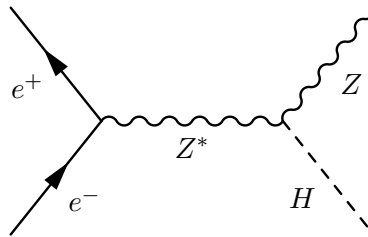
Figur 9: Histogram över den invarianta massan för två fotoner från simulering av $p + p \rightarrow \gamma + \gamma$, med $m_H = 125$ GeV. Datan är normaliserad till luminositeten 10 fb^{-1} , och fotoner med energi lägre än 10 GeV har inte tillåtits. Higgsbosonsignalen syns tydligt vid $m_{\gamma\gamma} = 125$ GeV.

efter Higgsbosonen, men det enda man lyckades göra var att utesluta att Higgsbosonen skulle existera med en massa lägre än 114,4 GeV [32]. Som mest nådde LEP en kollision energi på 209 GeV [32], vilket alltså inte var tillräckligt för att kunna uppmäta några Higgsbosoner. Higgsprocesser i leptonkolliderare antas dock kunna ge bra resultat, med hög signal i förhållande till bakgrund [31], så en ny kolliderare med högre energi än LEP skulle kunna ge ännu tydligare resultat än vad experimenten vid LHC har givit. Planer på sådana partikelacceleratorer finns, bland annat den föreslagna International Linear Collider (ILC), som ska ha en kollision energi på 500 GeV till 1 TeV [33].

En viktig process för Higgsproduktion i leptonkolliderare är Higgsstrahlung, enligt

$$e^+ + e^- \rightarrow Z^* \rightarrow Z + H,$$

där Z^* är en off-shell- Z -boson. Ett Feynmandiagram över processen finns illustrerat i figur 10.



Figur 10: Feynmandiagram för Higgsstrahlung, en användbar process för Higgsletande i leptonkolliderare.

Vid dataanalys kan det i det här fallet vara användbart att införa begreppet rekylmassa, m_{rec} . Rekylmassan definieras av

$$m_{\text{rec}} = \left\| \sum p_{\text{in}}^\mu - \sum p_{\text{det}}^\mu \right\|, \quad (17)$$

där p_{in}^μ respektive p_{det}^μ är rörelsemängder för inkommande respektive detekterade partiklar. Om några av processens utgående partiklar inte detekteras kommer detta uttryck att vara nollskilt, och lika med vilomassan för de partiklar som inte detekterades. En av de stora fördelarna med att mäta rekylmassan är att den är oberoende av vad det man letar efter sönderfaller till. Vid en process med Higgsstrahlung räcker det alltså att detektera sönderfallsprodukterna från Z -bosonen för att man ska kunna avgöra om en Higgsboson varit med i processen eller inte.

Vid mätning på Higgsstrahlung är det lämpligt att använda leptondetektorer, för att detektera de par e^+, e^- och μ^+, μ^- som Z -bosonen skulle kunna sönderfalla till. Vissa förenklingar till (17) kan då göras. I masscentrumssystemet är

$$\begin{aligned} p_{e^+, \text{in}}^\mu + p_{e^-, \text{in}}^\mu &= (\sqrt{s}, \mathbf{0}), \\ p_{l^+, \text{det}}^\mu + p_{l^-, \text{det}}^\mu &= (E_Z, \mathbf{p}_Z) = p_Z^\mu, \end{aligned}$$

där E_Z respektive \mathbf{p}_Z och p_Z^μ är energi respektive rörelsemängd för Z -bosonen som har sönderfallit till leptonerna l^+ och l^- . Insättning i ekvation (17) ger

$$\begin{aligned} m_{\text{rec}} &= \sqrt{((\sqrt{s}, \mathbf{0}) - p_Z^\mu)^2} = \sqrt{\left(s - 2(\sqrt{s}, \mathbf{0}) \cdot (E_Z, \mathbf{p}_Z) + (p_Z^\mu)^2\right)} = \\ &= \sqrt{s + m_Z^2 - 2E_Z\sqrt{s}}. \end{aligned}$$

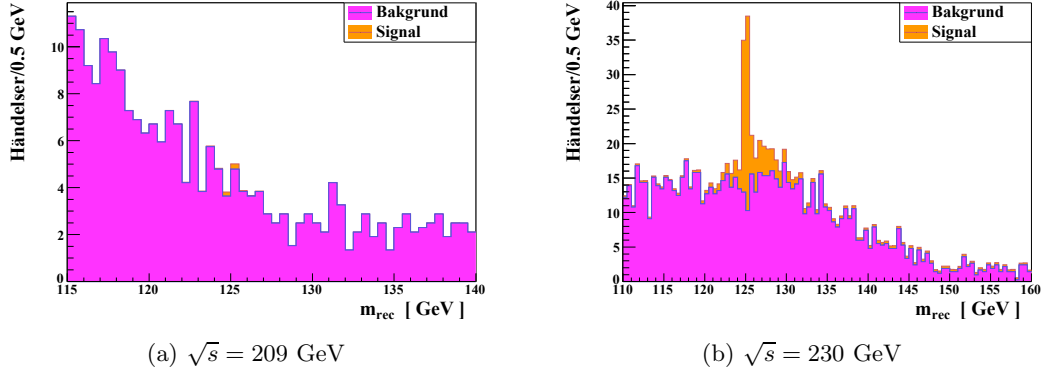
Ett tänkbart Higgsbosonsökande vid en leptonkolliderare har simulerats i MadGraph 5. Higgsstrahlung, där Z -bosonen sönderfaller till par av elektroner eller myoner, har använts som signal, och som bakgrund har

$$e^+ + e^- \rightarrow Z + Z \rightarrow l^+ + l^- + X + Y,$$

använts. X och Y kan vara vilka partiklar som helst som är fysikaliskt möjliga. En annan tänkbar grupp bakgrundsprocesser innehåller två W -bosoner istället för Z -bosoner, men de flesta processerna som inte innehåller Z -bosoner kan väljas bort vid databehandlingen som görs efter simuleringen. Två simuleringar gjordes, en med kollisionens energi 209 GeV och en annan med kollisionens energi 230 GeV. Higgsbosonmassan valdes till $m_H = 125$ GeV. För att kunna redovisa resultaten behövdes en egen bit kod för uträkning av rekylmassan skrivas, med hjälp av expertläget i MADANALYSIS 5. För varje delsignal simulerades 40000 händelser, och simuleringarna kördes genom både PYTHIA och standarddetektorn i PGS. Tvärsnitten för processerna beräknade MADGRAPH 5 för 209 GeV respektive 230 GeV till 0,0003952 pb respektive 0,01341 pb för signalen och 0,7663 pb respektive 0,9584 pb för bakgrunden. Genom att med MadAnalysis i efterhand kräva att den uppmätta Z -bosonmassan

$$m_Z = \left\| p_{l^+, \text{det}}^\mu + p_{l^-, \text{det}}^\mu \right\|$$

skulle ligga inom 10 GeV från det verkliga värdet $m_Z \approx 91,19$ GeV [30] kunde bakgrundens intensitet minskas kraftigt. Med ett något hårdare krav hade bakgrundssignalen med W -bosoner kunnat minskas väldigt kraftigt, om den hade simulerats. Resultaten från simuleringarna finns redovisade i två histogram, i figur 11.



Figur 11: Histogram över händelsefördelningarna för olika rekylmassor, vid simulering av Higgsstrålning i en leptonkolliderare. Resultaten är normaliserade till luminositeten 10 fb^{-1} , och Higgsbosonmassan är vald till $m_H = 125$ GeV.

I figur 11(a), med $\sqrt{s} = \sqrt{s_{\text{LEP}}} = 209$ GeV, är Higgsbosonsignalen så svag att den vid ett verkligt experiment troligtvis inte hade gått att se. Detta är konsistent med att LEP inte fann någon Higgsboson, och att $m_Z + m_H \approx 216$ GeV $>$ 209 GeV, vilket innebär att processen inte ens kan ske vid den här energin. LEP var dock väldigt nära energin som hade krävts för att kunna detektera Higgsbosonen; i figur 11(b), där $\sqrt{s} = 230$ GeV, är Higgsbosonsignalen väldigt tydlig och en del större än bakgrunden. Detta antyder att framtida leptonkolliderare bör kunna detektera Higgsbosonen väldigt enkelt samt bestämma bland annat dess massa med hög precision.

5.5 Modell med extra Higgsboson

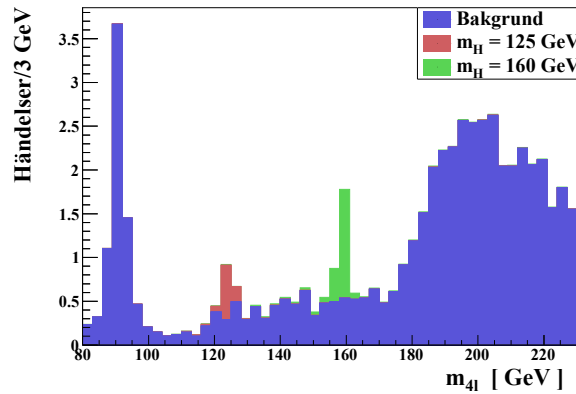
Flera utvidgningar av standardmodellen innehåller en eller flera extra Higgsbosoner. Det vanliga Higgsfältet i standardmodellen har fyra stycken frihetsgrader, varav tre ger massa till W^{\pm} - och Z -bosonerna, och den sista ger upphov till Higgsbosonen [34]. I vissa modeller förekommer två Higgsfält [35], där totalt fem stycken varianter av Higgsbosonen kan finnas, varav två med laddning [17]. Om det existerar fler Higgsbosoner med egenskaper och interaktioner liknande standardmodellens Higgsboson finns det hopp om att LHC ska kunna hitta dessa. Inga extra Higgsbosoner hittades under den första omgången datainsamling vid LHC, men efter uppgraderingarna som ska vara klara år 2015 finns det nytt hopp. Massområdet där man utslutit att det finns fler Higgsbosoner lika den i standardmodellen har nått över 700 GeV [36].

För att se hur det hade kunnat se ut i LHC-resultaten om ytterligare en relativt lätt ($m_{H_2} = 160$ GeV) Higgsboson hade hittats kan den extra partikeln läggas till i

standardmodellen med FeynRules. För att åstadkomma detta lades en extra partikel i Higgsbosonklassen till, tillsammans med ett nytt index för att skilja på de två Higgsbosonerna, både i FeynRules standardmodell [37] och i FeynRules HEFT-modell [38]. Higgsmassorna valdes till 125 GeV respektive 160 GeV, och sönderfallsbredder till 0,00404 GeV respektive 0,083 GeV, i enlighet med värden från CERN [39]. Processen

$$p + p \rightarrow l^+ + l^- + l^+ + l^-, \quad (l^\pm = e^\pm/\mu^\pm)$$

simulerades i MadGraph 5 med kollisionens energi $\sqrt{s} = 8$ TeV, ATLAS-detektorn för PGS-simulering, och utan extra cuts. Analys av resultaten i MadAnalysis 5 gav histogrammet i figur 12.



Figur 12: Histogram med händelser från kollision av två protoner, med fyra leptoner i slutläget, i en modifierad standardmodell med en extra Higgsboson med massa 160 GeV. Datan är normaliserad till luminositeten 10 fb^{-1} . Simuleringen gjordes i MADGRAPH 5, och databehandlingen gjordes i MADANALYSIS 5.

Signalen från den extra Higgsbosonen syns tydligt i histogrammet i figur 12, vilket inte är helt oväntat. Eftersom den extra Higgsbosonen vi jobbat med har samma interaktioner som standardmodellens Higgsboson hade experimenten vid LHC med all säkerhet detekterat den extra Higgsbosonen i vår modell, om den funnits.

6 Avslutande kommentarer

Denna rapport har redovisat enkel teori och grunderna för simuleringar inom partikelfysik. Teorin har huvudsakligen presenterats i en enkel modell för att belysa de viktigaste koncepten, medan simuleringarna har använts för att ge en koppling till verkliga experiment som relaterar till sökandet efter Higgsbosonen.

Både simuleringar av diverse processer som är aktuella vid verkliga experiment relaterade till Higgsbosonen, och simuleringar av nya modeller, har utförts. Kvalitativt stämmer simuleringarna väl överens med förväntningar, och visar alltså hur kraftfulla numeriska metoder kan vara när teorin blir för svår.

I och med uppgraderingen av LHC till $\sqrt{s} = 14$ TeV samt den eventuella byggnationen av nya kolliderare, som ILC, finns det hopp att Higgsresultaten förfinas, så att det går att avgöra om det verkligen är standardmodellens Higgsboson som hittats. Förhoppningsvis kan det också upptäckas någon ny fysik, bortom standardmodellen.

Tack till

Vi vill tacka vår handledare Gabriele Ferretti, som varit till stor hjälp under projektets alla moment. Dessutom vill vi tacka Kentarou Mawatari, som tillsammans med Gabriele hjälpte oss förklara bristerna i vår simulering av processen där Higgsbosonen sönderfaller till fyra leptoner.

Referenser

- [1] S Glashow. Partial-symmetries of weak interactions. *Nuclear Physics*, 22:579–588, February 1961. 10.1016/0029-5582(61)90469-2.
- [2] S. Weinberg. A model of leptons. *Physical Review Letters*, 19:1264–1266, November 1967. 10.1103/PhysRevLett.19.1264.
- [3] A. Salam in: N. Svartholm. Elementary particle physics: Relativistic groups and analyticity. *Eighth Nobel Symposium*, page 367, 1968. Stockholm: Almqvist & Wiksell.
- [4] P. Higgs. Broken symmetries and the masses of gauge bosons. *Physical Review Letters*, 13:508–509, October 1964. 10.1103/PhysRevLett.13.508.
- [5] G. Guralnik, C. Hagen, and T. Kibble. Global conservation laws and massless particles. *Physical Review Letters*, 13:585–587, November 1964. 10.1103/PhysRevLett.13.585.
- [6] F. Englert and R. Brout. Broken symmetry and the mass of gauge vector mesons. *Physical Review Letters*, 13:321–323, August 1964. 10.1103/PhysRevLett.13.321.
- [7] ATLAS Collaboration. Observation of a new particle in the search for the standard model higgs boson with the ATLAS detector at the LHC. *Physics Letters B*, 716(1):1 – 29, 2012. DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.020.
- [8] CMS Collaboration. Observation of a new boson at a mass of 125 gev with the CMS experiment at the LHC. *Physics Letters B*, 716(1):30 – 61, 2012. DOI: 10.1016/j.physletb.2012.08.021.
- [9] M. Srednicki. *Quantum Field Theory*. Cambridge University Press, first edition, 2007.
- [10] F. Dyson. The radiation theories of tomonaga, schwinger, and feynman. *Physical Review*, 75(3):486, 1948.
- [11] S Weinberg. *The Quantum Theory of Fields*, volume 1: Foundations. Cambridge University Press, 1995.
- [12] M. E. Peskin and D. V. Schroeder. *An Introduction to Quantum Field Theory*. Westview Press, first edition, 1995.
- [13] A. Zee. *Quantum Field Theory in a Nutshell*. Princeton University Press, second edition, 2010.
- [14] Planck Collaboration. Planck 2013 results. I. Overview of products and scientific results. 2013. arXiv:1303.5062.

- [15] SNO Collaboration. Measurement of the rate of $\nu_e + d \rightarrow p + p + e^-$ interactions produced by 8b solar neutrinos at the sudbury neutrino observatory. *Phys. Rev. Lett.*, 87(7), 2001. DOI: 10.1103/PhysRevLett.87.071301.
- [16] B.R. Martin. *Nuclear and Particle Physics*. John Wiley & Sons, second edition, 2012.
- [17] A. Djouadi. The anatomy of electro-weak symmetry breaking tome ii: The higgs bosons in the minimal supersymmetric model. *arXiv*, 2005. arXiv:hep-ph/0503173.
- [18] ATLAS Collaboration. Search for neutral MSSM higgs bosons decaying to $\tau^+\tau^-$ pairs in proton-proton collisions at $\sqrt{s} = 7$ tev with the ATLAS detector. *Physics Letters B*, 705(3):174 – 192, 2011. DOI: 10.1016/j.physletb.2011.10.001.
- [19] B.R. Martin and G. Shaw. *Particle Physics*. John Wiley & Sons, first edition, 1995.
- [20] C. G. Tully. *Elementary Particle Physics in a Nutshell*. Princeton University Press, first edition, 2011.
- [21] J. Gillies. *First three-year LHC running period reaches a conclusion*. <http://home.web.cern.ch/about/updates/2013/02/first-three-year-lhc-running-period-reaches-conclusion>, 2013. Hämtad 12-04-2013.
- [22] C. O’Luanagh. *New results indicate that new particle is a Higgs boson*. <http://home.web.cern.ch/about/updates/2013/03/new-results-indicate-new-particle-higgs-boson>, 2013. Hämtad 08-05-2013.
- [23] ATLAS Collaboration. Measurements of the properties of the higgs-like boson in the four lepton decay channel with the atlas detector using 25 fb⁻¹ of proton-proton collision data. In *ATLAS-CONF*, 2013. <http://cds.cern.ch/record/1523699/files/ATLAS-CONF-2013-013.pdf?version=2>.
- [24] Neil D. Christensen and Claude Duhr. Feynrules - feynman rules made easy. *Computer Physics Communications*, 180(9):1614 – 1641, 2009. DOI: 10.1016/j.cpc.2009.02.018.
- [25] N. Christensen, C. Duhr, and B. Fuks. The FeynRules Manual, Version 1.4, 2009. <http://feynrules.irmp.ucl.ac.be/>.
- [26] J. Beringer et. al. (Particle Data Group). *Physical Review D*, 86:010001, 2012.
- [27] J. Alwall, M. Herquet, F. Maltoni, O. Mattelaer, and T. Stelzer. Madgraph 5 : Going beyond. *arXiv*, 2011. arXiv:1106.0522.
- [28] S. Agostinelli et. al. Geant4—a simulation toolkit. *Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section A: Accelerators, Spectrometers, Detectors and Associated Equipment*, 506(3):250 – 303, 2003. DOI: 10.1016/S0168-9002(03)01368-8.

- [29] E. Conte, B. Fuks, and G. Serret. Madanalysis 5, a user-friendly framework for collider phenomenology. *arXiv*, 2012. arXiv:1206.1599.
- [30] J. Beringer et al. 2012 review of particle physics. *Phys. Rev. D*86, 010001, 2012. <http://pdglive.lbl.gov/Rsummary.brl?nodein=S044>.
- [31] A. Djouadi. The anatomy of electro-weak symmetry breaking tome i: The higgs boson in the standard model. *arXiv*, 2005. arXiv:hep-ph/0503172.
- [32] Search for the standard model higgs boson at LEP. *Physics Letters B*, 565(0):61 – 75, 2003. 10.1016/S0370-2693(03)00614-2.
- [33] Facts and figures - ilc by the numbers. <http://www.linearcollider.org/ILC/What-is-the-ILC/Facts-and-figures> hämtad: 13-05-13.
- [34] P. Langacker. Introduction to the standard model and electroweak physics. *arXiv*, 2009. arXiv:0901.0241.
- [35] S. Dimopoulos and H. Georgi. Softly broken supersymmetry and SU(5). *Nuclear Physics B*, 193(1):150 – 162, 1981. DOI: 10.1016/0550-3213(81)90522-8.
- [36] CMS Collaboration. Search for a standard-model-like higgs boson with a mass of up to 1 tev at the lhc. *arXiv*, 2013. arXiv:1304.0213.
- [37] C. Duhr, N. Christensen, and B. Fuks. Sm.fr. *FeynRules*, 2012. <http://feynrules.irmp.ucl.ac.be/wiki/StandardModel>.
- [38] C. Duhr. HiggsEffective.fr. *FeynRules*, 2011. <http://feynrules.irmp.ucl.ac.be/wiki/HiggsEffectiveTheory>.
- [39] C. Mariotti and R. Tanaka. Sm higgs branching ratios and partial-decay widths (2011 updates). *CERN*, 2011. <https://twiki.cern.ch/twiki/bin/view/LHCPhysics/CERNYellowReportPageBR> hämtad 11-05-13.