



Institutionen för Vattenbyggnad
Chalmers Tekniska Högskola

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

FÖRANKRINGAR OCH FÖRANKRINGSKRAFTER

Anders Sjöberg
Lars Bergdahl

Report
Series B:30

Göteborg 1981

Adress: Institutionen för Vattenbyggnad
 Chalmers Tekniska Högskola
 412 96 Göteborg

Telefon: 031/81 01 00

Föreliggande rapport har utarbetats som underlag till föreläsningar i Havsresursteknik vid sektion M, CTH.

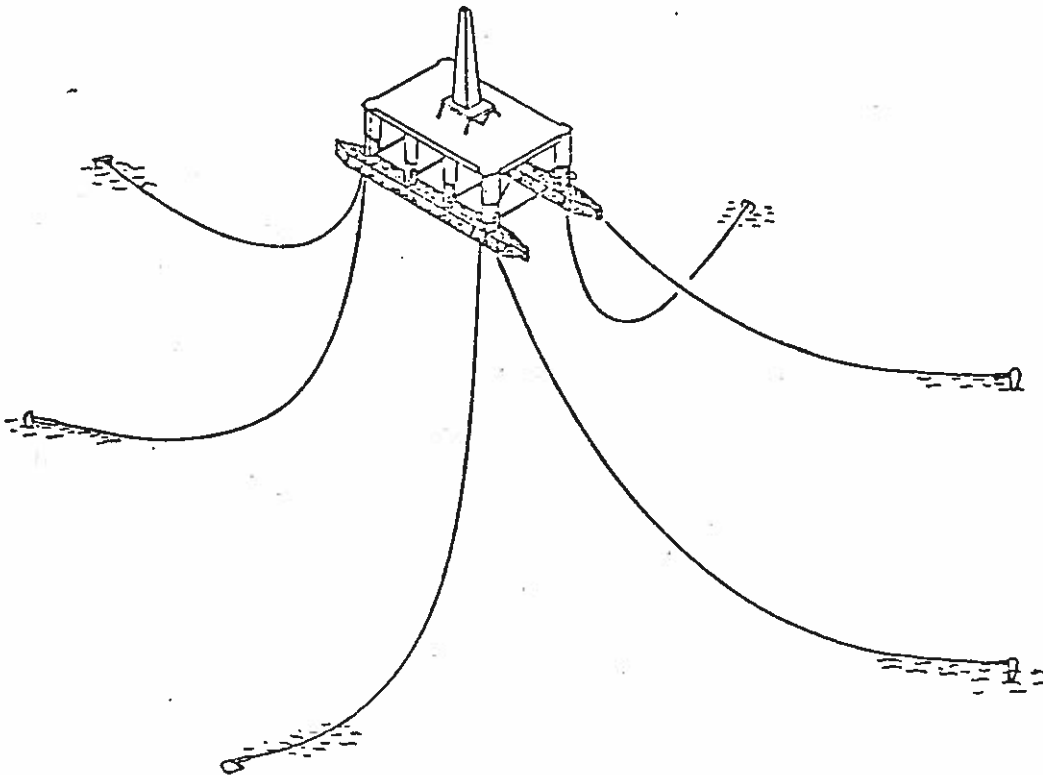
INNEHÅLL

1	INLEDNING	1
1.1	Krav på förankringssystemet	2
1.2	Kvasistatisk analysmetod	4
2	FÖRANKRINGSLINORS KARAKTERISTIK	5
2.1	Elasticitetens betydelse	10
2.2	Linornas längd	12
2.3	Förspänning	13
3	ANKARE	15
4	NÅGRA TYPISKA FÖRANKRINGAR	16
5	STATISK ELLÉR DYNAMISK ANALYS	19
6	DYNAMISK ANALYS	27
7	ANKARLINANS INTERNA DYNAMIK	28
7.1	Förenklad beräkning av lindynamiken	30
	REFERENSER	37

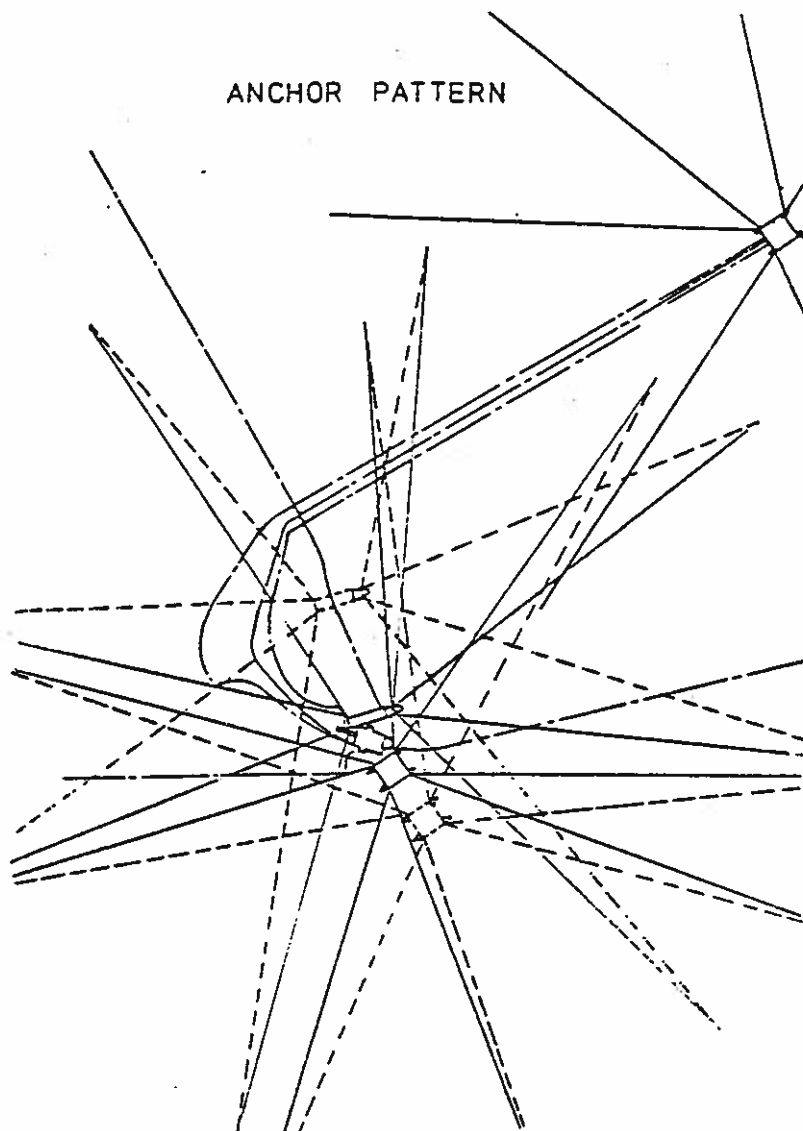
De konstruktioner som numera förankras på kontinentalsockeln varierar från små instrumentbojar till stora plattformar och skepp. Ankarsystemens utformning bestäms av storleken på den förankrade konstruktionen, kraven på positioneringsnoggrannhet och hur länge konstruktionen skall ligga på samma plats.

En i dag vanlig plattform med ett displacement om cirka 20.000 ton har en slakförankring av åtta kättingar med diametern 76 mm och med vardera längden 1400 m. Kättingen väger 135 kg/m, ankarna 15 ton och deras vinschar cirka 50 ton vardera. Ankarsystemets totala vikt blir då ca 1800 ton. Alternativt skulle man kunna välja en 76 mm vajer med längden 8 x 4000 m och vikten 25 kg/m varigenom den totala vikten skulle reduceras till ca 1100 ton (Furuholt, 1981). I figur 1 visas ett sådant konventionellt åttalinors förankringssystem för en semisub borrhigg.

STANDARD ANCHOR PATTERN



Figur 1. Typiskt 8-linors ankarsystem för flytande borrhigg. Selmer (1979).



Figur 2. Ankarkonfiguration kring en fast plattform. Hel-
dragna linjer är ankarlinornas läge under opera-
tionsförhållanden, streckade linjer under hårt
väder. Streckprickade linjer är pipelines, kab-
lar m m. Wettre (1979).

Kring en fast produktionsplattform som i figur 2 är mönstret av ankarlinor, pipelines och kraftkablar mycket komplicerat. Under hårt väder måste man ha möjlighet att spela ut de flytande plattformarna från de fasta, varför det måste finnas plats för stora rörelser för ankarlinorna utan att dessa ska ver mot varandra.

1.1 Krav på förankringssystemet

De belastningar som verkar på en flytande konstruktion i havet härrör främst från vind, ström och vågor. Vind- och strömkrafterna antas vara konstanta. Våglasten delas upp i en komponent med samma period som vågrörelsen och med tidsmedelvärdet noll och en vågdriftkraft som uppkommer på grund av att konstruktionen förhindrar effekttransporten i vågrörelsen. Denna långsamtvarierande vågdriftkraft beror av korttidsmedelvärdet av sjötillståndet och brukar betecknas som en andra ordningens vågeffekt.

Det har varit vanligt att betrakta vind-, ström- och vågdriftkrafter som konstanta krafter, och det är dessa krafter som ett konventionellt förankringssystem är avsett att ta upp i första hand. Den mest påfallande verkan av vågorna är emellertid de svängningsrörelser dessa åstadkommer hos konstruktionen. Det visar sig att speciellt vid vattendjup mindre än 100 m har dessa svängningar stor betydelse för momentana krafter i förankringssystemet.

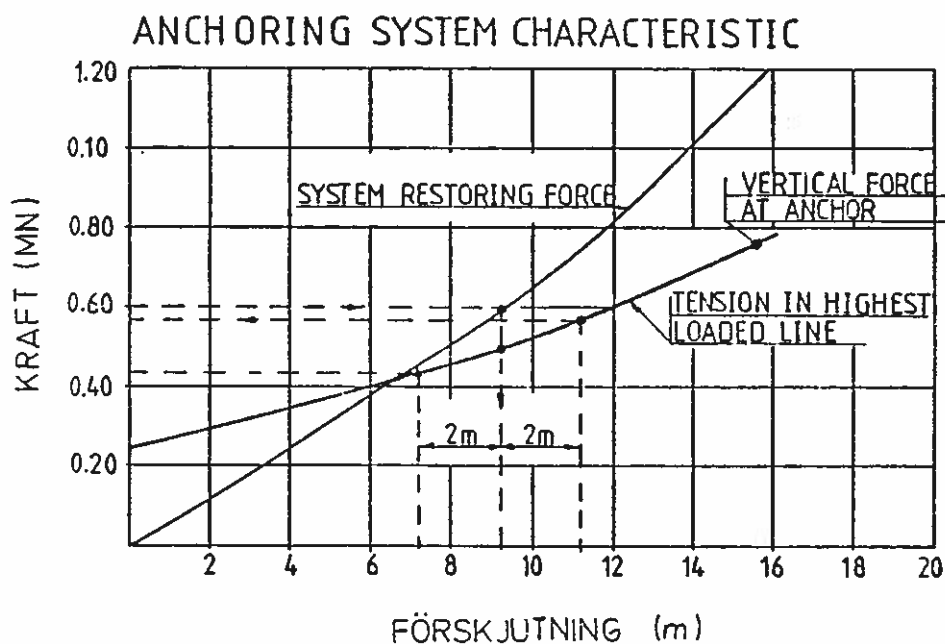
Förankringssystemets uppgift är att under normal väderlek hålla den förankrade konstruktionen på plats inom vissa givna gränser, som bestäms av kraven på att kunna utföra olika typer av arbeten (operationella krav), och att fungera som nödförankring under exceptionella så kallade överlevnadsförhållanden.

Spänningarna i förankringslinorna måste hållas under vissa värden: Under operationsförhållanden normalt $1/3$ av brottlasten och under överlevnadsförhållanden $1/2$ av brottlasten.

Systemet bör ha låg vikt för att öka den nyttiga lasten hos plattformen. Detta är ett problem vid stora djup. Systemet bör också ha lågt pris.

1.2 Kvasistatisk analysmetod

Vid den vanligaste metoden att bestämma spänningarna i ankarsystemet hos en förankrad flytande plattform beräknas, eller undersöks i modellförsök, rörelserna hos plattformen som om den vore oförankrad. Därefter bestäms de konstanta lasterna av vind, ström och vågdrift och avdriften från jämviktsläget beräknas. Till denna avdrift läggs sedan rörelseamplituden för den oförankrade plattformen, och krafterna i förankringssystemet erhålls ur dess kraft-förskjutningssamband, se figur 3, där ett ankarsystems totala återförande



Figur 3. Systemets återförande kraft och spänningen i mest belastade linan som funktion av förskjutningen. Selmer (1979).

kraft och kraften i en lina är uppritade som funktion av förskjutningen från jämviktsläget i en viss riktning. Den konstanta belastningen 0,60 MN ger en förskjutning på ca 9,2 m och kring denna har svängningsamplituden 2 m ritats in och

belastningen i den mest belastade lina erhålls till 0,57 MN. Vid dragkraften 0,75 MN i denna lina har den helt släppt bottnen vilket ger en vertikal dragkraft i ankaret.

2 FÖRANKRINGSLINORS KARAKTERISTIK

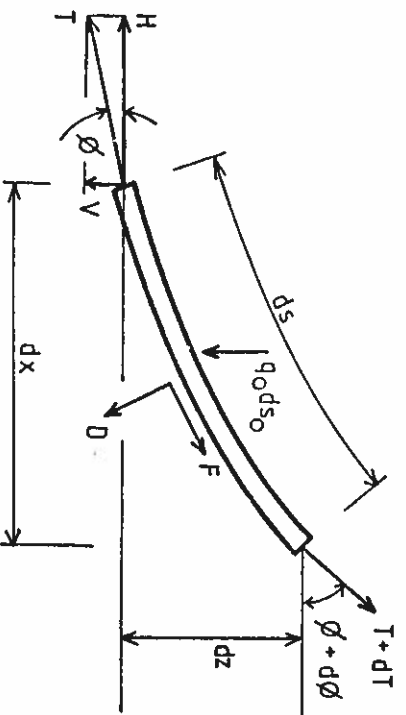
Förankringslinorna beskrivs beräkningsmässigt som en kedja utan böjstyvhet. Detta gäller både för kätting och vajer.

Antagandet gäller bra även för vajern, då dess krökning blir liten jämfört med diametern. I den tidigare skisserade kvasistatiska analysen antar man vidare att linorna hänger i statisk jämvikt i varje tidsögonblick.

I figur 4 är skisserad en bit av en lina med den osträckta längden ds_0 och den sträckta längden

$$ds = ds_0 (1 + T/K) \quad , \quad K = AE \quad (2.1)$$

där T är dragkraften i lina och $K/ds_0 = AE/ds_0$ dess axialstyvhet.



Figur 4. Ett bågelement ds av en ankarlina.

Belastningarna på linalementet är

- D släpkraft vinkelrätt kabeln
- F släpkraft parallellt kabeln
- $q_0 ds_0$ egentynghden i vatten (q_0 tyngden per längdenhet i vatten)

T dragkraften i linan (H dess horisontella komponent)

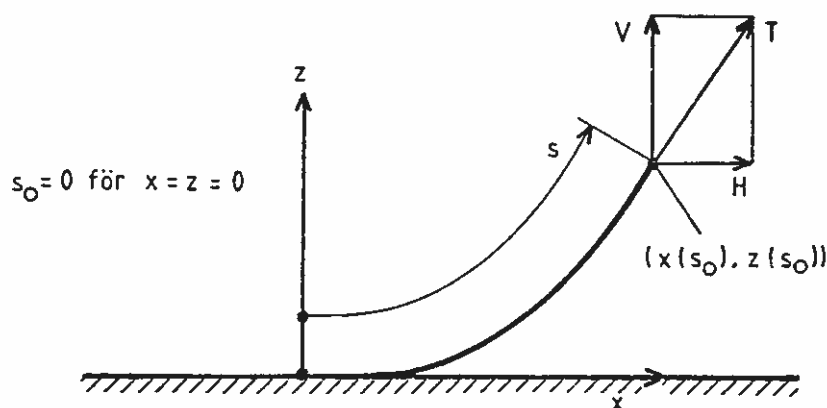
Vid beräkning av systemet som helhet bortses oftast från de hydrodynamiska belastningarna F och D på linan. För jämvikt erhålles då följande parameterframställning av linans geometri

$$x = a \operatorname{arcsinh} \left(\frac{s_0}{a} \right) + \frac{q_0 a}{K} s_0 \quad (2.2)$$

$$z = \sqrt{a^2 + s_0^2} + \frac{q_0 s_0^2}{2K} - a \quad (2.3)$$

där $a = H/q_0$ och koordinaterna x och z samt linans osträckta längd s_0 räknas från linans tangeringspunkt med botten. Observera att båglängden $s > s_0$ för $s > 0$.

En härledning för det axialstela fallet ($K \rightarrow \infty$) finns redovisad av Bergdahl (1981).



Figur 5. Definition av storheter för en elastisk lina.

De redovisade uttrycken för elastiska kablar är svårhanterliga på grund av att man normalt inte känner tangeringspunkten utan endast linans längd. De kan dock användas för att kontrollera om man bör ta hänsyn till elasticiteten.

Om man låter linan bli oändligt styv ($K \rightarrow \infty$) erhålles enklare samband och ett uttryck för horisontalavståndet l mellan ankare och infästningspunkt på plattformen kan t ex härledas

$$l = S + a \operatorname{arc} \cosh (d/a + 1) - \sqrt{d^2 + ad} \quad (2.4)$$

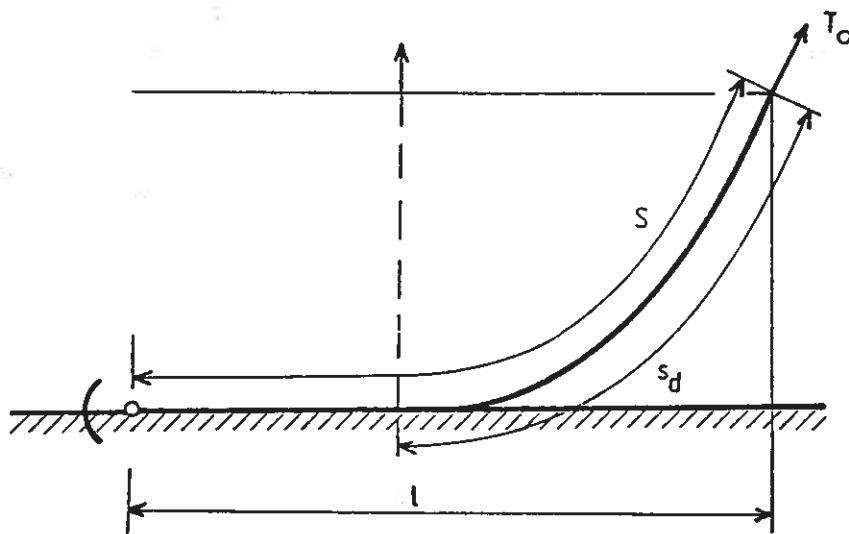
Längden på den lyfta delen av linan blir

$$s_d = \sqrt{d(2T/q_0 - d)} = \sqrt{d(2a + d)} \quad (2.5)$$

och linkraften vid infästningspunkten

$$T_0 = H + q_0 d \quad (2.6)$$

S är här den osträckta linans totala längd.



Figur 6. Definition av storheter för slakförankring. Linan förutsatt vara oändligt styv.

I figur 7a och b har några dimensionslösa samband ritats upp för beräkning av avståndet l mellan ankare och kättingens övre fästpunkt som funktion av horisontalkraften.

Figur 7a gäller när kättingen tangerar bottnen, dvs då villkoret $S > s_d$ (se ekvation 2.5) gäller. Den streckade kurvan s_d/d ger lyft längd av kättingen s_d i förhållande till vattendjupet d som funktion av den normaliserade horisontalkraften H/q_0d . Den heldragna kurvan ger sedan, om villkoret ovan är uppfyllt, $(S - l)/d$, dvs implicit avståndet l med hänsyn till vattendjup d och total kättinglängd. Exempel:

$$\begin{aligned} \text{för} \quad d &= 200 \text{ m} \\ S &= 800 \text{ m} \\ q_0 &= 700 \text{ N/m} \\ H &= 0,42 \text{ MN} \Rightarrow H/q_0d = 3,0 \end{aligned}$$

erhålles

$$s_d \approx 2,65 d = 529 \text{ m} < S = 800 \text{ m}$$

$$\text{och} \quad (S - l) \approx 0,27 \cdot d = 54 \text{ m}$$

$$l = S - 0,27 \cdot d = 800 - 54 = 746 \text{ m}$$

I figur 7b erhålles l/d för fall då kättingen har lyft ända fram till ankaret. I detta diagram ingår S/d som parameter. Exempel:

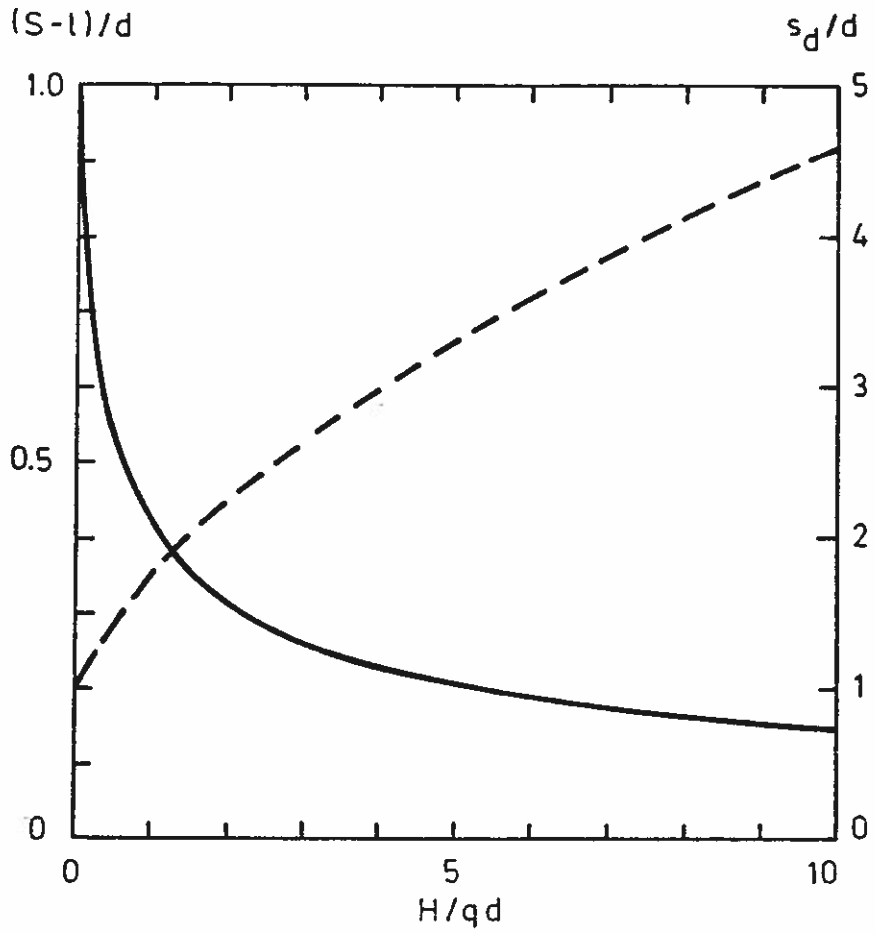
$$\begin{aligned} \text{för} \quad d &= 200 \text{ m} \\ S &= 800 \text{ m} \\ q_0 &= 700 \text{ N/m} \\ H &= 1,2 \text{ MN} \Rightarrow H/q_0d = 8,6 \end{aligned} \quad \Rightarrow \quad s/d = 4$$

erhålles

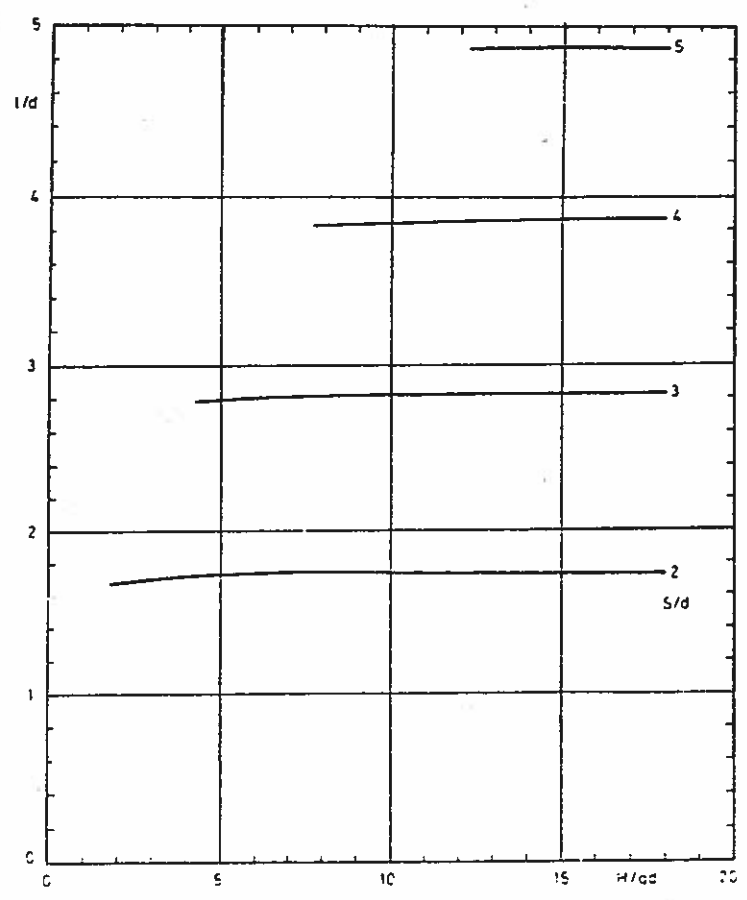
$$s_d \approx 4,3 \cdot d = 860 \text{ m} > S = 800 \text{ m}$$

$$\text{och} \quad l \approx 3,8 \cdot d = 760 \text{ m}$$

Det är givetvis olämpligt att beräkna linsystemet som stelt om det är fråga om långa vajrar, eller vajer och kätting som lyft helt från bottnen.



Figur 7a. ----- s_d/d som funktion av H/qd
——— $(S - l)/d$ som funktion av H/qd



Figur 7b. l/d som funktion av H/qd och S/d .

2.1 Elasticitetens betydelse

För kätting och måttliga vattendjup (< 200 m) försummas ofta kättingens elasticitet i första omgången. En korrektion för töjningen rekommenderas dock för vajer och syntetlinor. En approximativ korrigering kan ske genom att räkna ut den totala förlängningen, Furuholt (1975).

$$\Delta S = \int_0^S \frac{T(s_0)}{EA} ds_0 \quad (2.7)$$

och därefter bestämma en ny tyngd per l.e.

$$q = q_0 S / (S + \Delta S) \quad (2.8)$$

samt använda denna i ekvationen för den otöjda linan. Vi rekommenderar för överslagsberäkningar att S beräknas med utgångspunkt från medelkraften \bar{T} , approximerad med medelvärdet av krafterna i linans ändpunkter, dvs för slakförankring:

$$\bar{T} = (H + T_0) / 2 = H + \frac{q_0 d}{2}$$

I figur 8 redovisas en beräkning där den återförande kraften för hela systemet och kraften i den mest utsatta linan har beräknats med och utan hänsyn till elasticiteten. Av diagrammet framgår att den återförande kraften överskattas med upp till 30% och linkraften med upp till 20% inom operationsområdet, om elasticiteten försummas.

Exempel $d = 500$ m
 $S = 2000$ m
 $q_0 = 700$ N/m
 $H = 1,60$ MN
 $E = 50000$ N/mm²
 Kätting $\varnothing 76$ mm

$$A = 2 \cdot \pi \varnothing^2 / 4 = 9100 \text{ mm}^2$$

$$EA = 0,45 \cdot 10^9 \text{ N}$$

$$H/q_0 d = 4,57$$

$$S/d = 4$$

2.2 Linornas längd

För både kätting och vajer gäller approximativt att tyngden q_0 och brottlasten B är funktioner av diametern \emptyset

$$q_0 = C_q \emptyset^2 \quad (2.9)$$

$$B = C_B \emptyset^\alpha \quad (2.10)$$

där C_q och C_B är proportionalitetskonstanter. α är något mindre än 2. Låt oss dock förutsätta att $\alpha = 2$.

Enligt tidigare skall vid exceptionell belastning (överlevnadsförhållanden) linkraften T högst vara

$$T = B/2$$

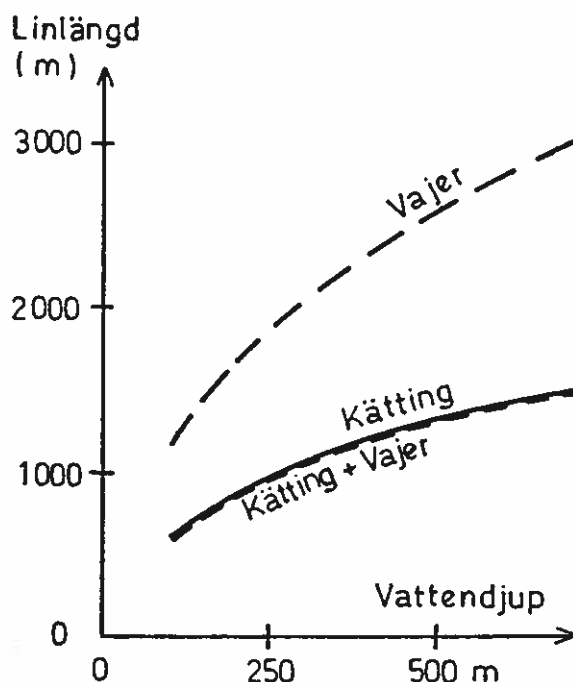
Vid denna belastning vill man inte att linan skall lyfta från botten vid ankaret. Den kortaste lina man då kan använda blir enligt ekv (2.5)

$$S_{\min} = \sqrt{d \left(\frac{2T}{q_0} - d \right)} \approx \sqrt{d \left(\frac{C_B}{C_q} - d \right)} \quad (2.11)$$

För en given kvalitet och typ blir således minimilängden enbart en funktion av vattendjupet d . I figur 9 är detta förhållande illustrerat för vajer, kätting och en kombination av vajer och kätting.

Furuholt (1975) ger också några exempel på likvärdiga linor på 200 m vattendjup i ett åtta-linors system med återförande kraften ca 10 MN vid 8 m avdrift.

	diameter (mm)	längd (m)	vikt (ton)
kätting	76	860	107
vajer	76	1640	41
kätting/vajer	76/76	520/300	50



Figur 9. Minsta nödvändiga linlängd vid linkraften lika med halva brottstyrkan. (Furuholt, 1975).

Vajer kräver långa längder vid stora djup, vilket medför stora trummor och vinschar och höga kostnader. Utrymmesbehovet på botten blir också stort.

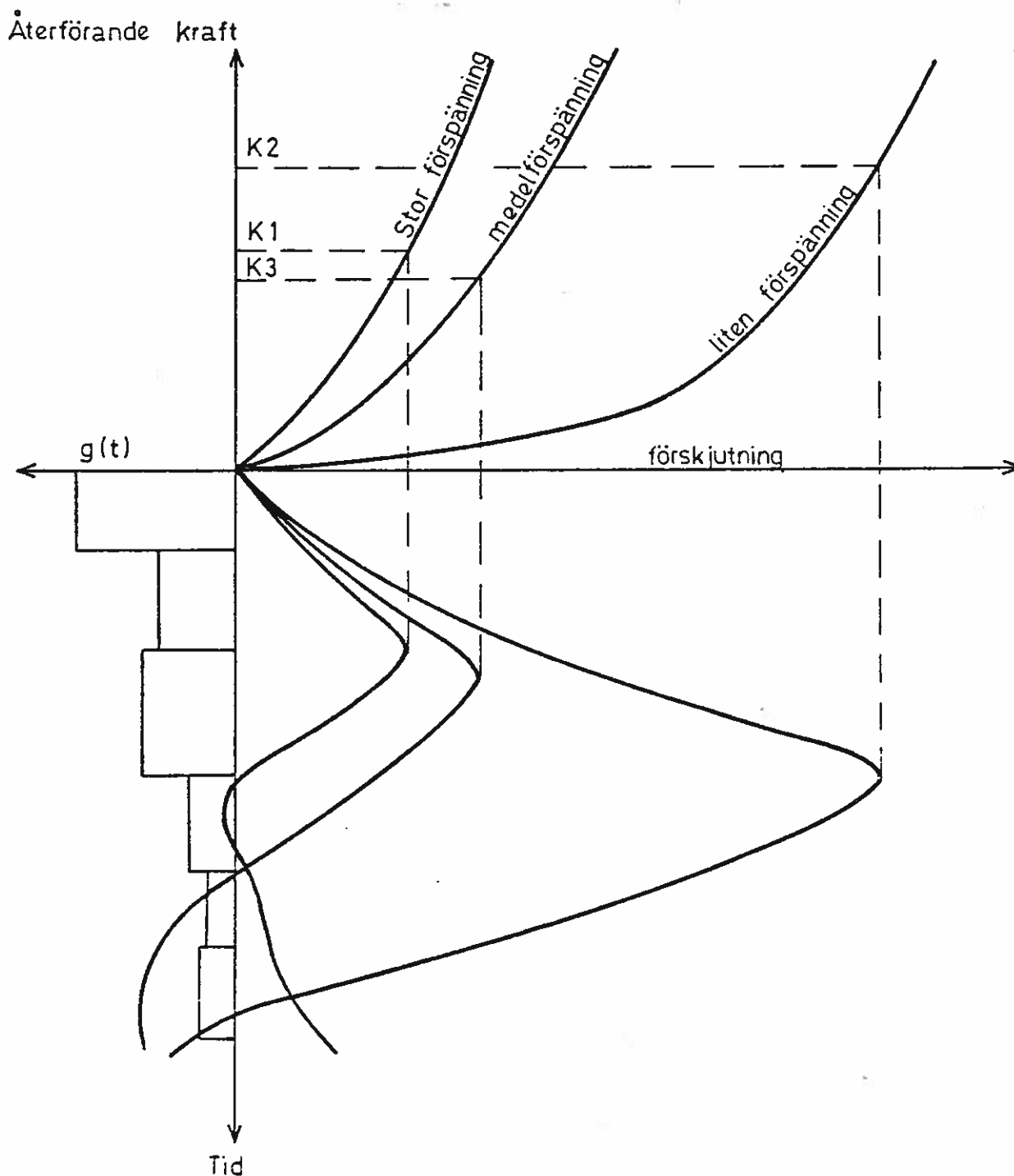
Med kätting slipper man dessa nackdelar, men kättingvikten blir mycket stor vid stort djup, varför plattformens förmåga att ta nyttig last minskar.

Sammanstatta system (lina där nedre delen består av kätting och övre av vajer) är något tyngre än enbart vajer men mycket kortare. Specialvinschar krävs som klarar både vajern och kättingen.

2.3 Förspänning

Ju högre förspänning man har i förankringssystemet ju mindre avdrift erhåller man för konstanta belastningar, samtidigt som kraften i linorna växer. För en i tiden varierande belastning är detta inte nödvändigtvis sant eftersom systemets resonansfrekvens förändras då förspänningen ändras. En pålagd dynamisk belastning kan därför ge upphov till mycket olika belastningar i linorna vid varierande förspänning.

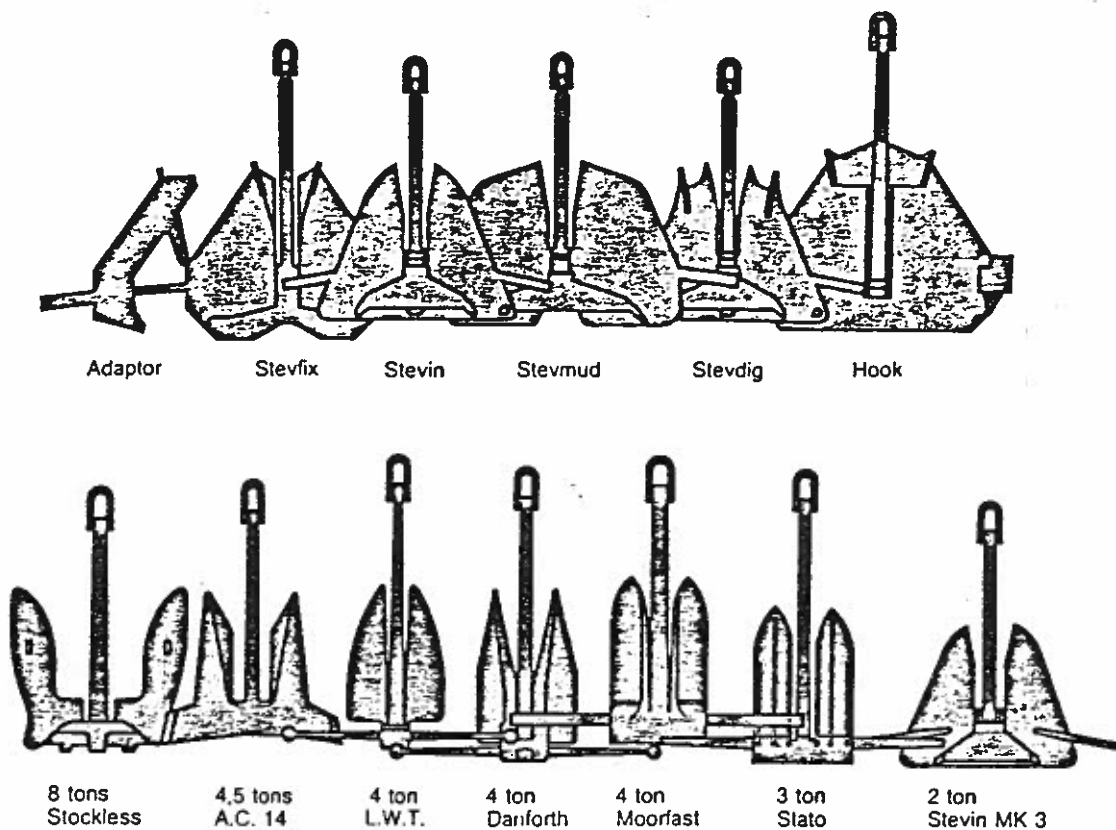
I figur 10 visas ett exempel på hur den återförande kraften kan förändras vid olika förspänning för samma belastningsfunktion $g(t)$. Här ser man att den minsta förspänningen ger den största rörelsen och den största kraften, K_2 . Å andra sidan ger den största förspänningen visserligen liten avdrift men samtidigt större belastning, K_1 , än om man väljer ett medelhårt förspänt alternativ. För det svängande systemet finns således en optimal förspänning, som beror av systemets massa och belastningarnas karaktär.



Figur 10. Inverkan av förspänning på krafter och rörelser i förankringssystemet.

3 ANKARE

Den vanligaste typen av ankare är grävankare som gräver ner sig när de dras utefter botten, se figur 11.



Figur 11. Några vanliga "drag embedment anchors".

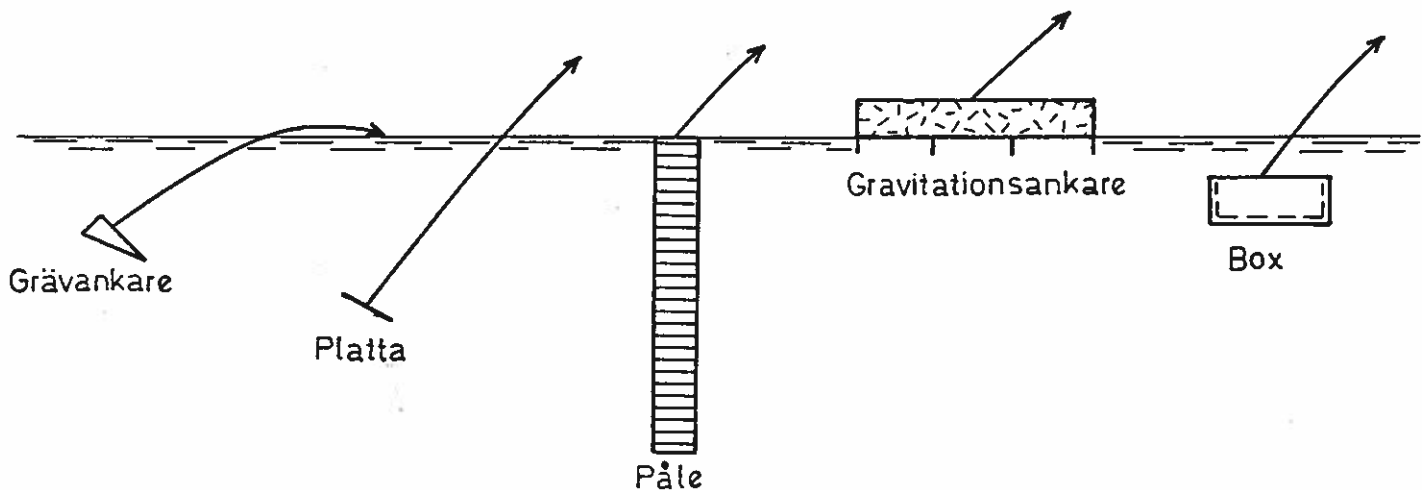
Ankaret skall ha en hållkraft som står i rimlig proportion till kättingens styrka. Om hållkraften är för stor går kättingen av vid överbelastning och hållkraften förloras helt samtidigt som ankaret förloras. Om hållkraften är alltför liten draggar ankaret på botten även vid normala belastningar i ankarlinan.

I tabellen nedan på sidan 16 finns ungefärliga värden för förhållandet mellan hållkraft H och ankartyngd G . För samma typ av ankare och bottenmaterial är H/G ungefär konstant.

Bottendjup	Lera	Sand	Slam
H/G	7-15	4-8	2-4

Talen i tabellen är osäkra. Om man skall vara säker på att ankaret skall dras med innan kättingen brister så skall förhållandet mellan kättingens brottlast B och ankarets tyngd G vara större än ca 25 ($B/G > 25$).

Det finns också andra typer av ankare såsom gravitationsankare, pålar, bergbultar m m. Några typer visas schematiskt i figur 12.



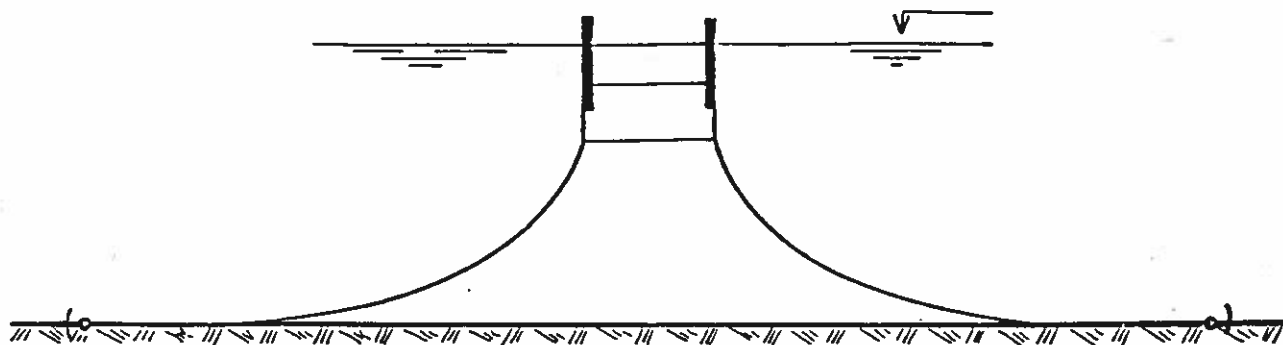
Figur 12. Några ankartyper.

4 NÅGRA TYPISKA FÖRANKRINGAR

Egenskaperna hos en slakförankring (figur 13) bestäms av kättingens vikt och längd. Längden skall vara så stor att en del av kättingen intill ankaret alltid ligger på botten och således kraften vid ankaret alltid är horisontell.

En fördel med en slakförankring är att den mjukt absorberar stora rörelser och krafter. Systemet får också ganska stor dämpning eftersom en del av energin läggs av på botten varje gång kättingen läggs ner på denna. Energi dissiperas också när kättingen rör sig genom vattnet.

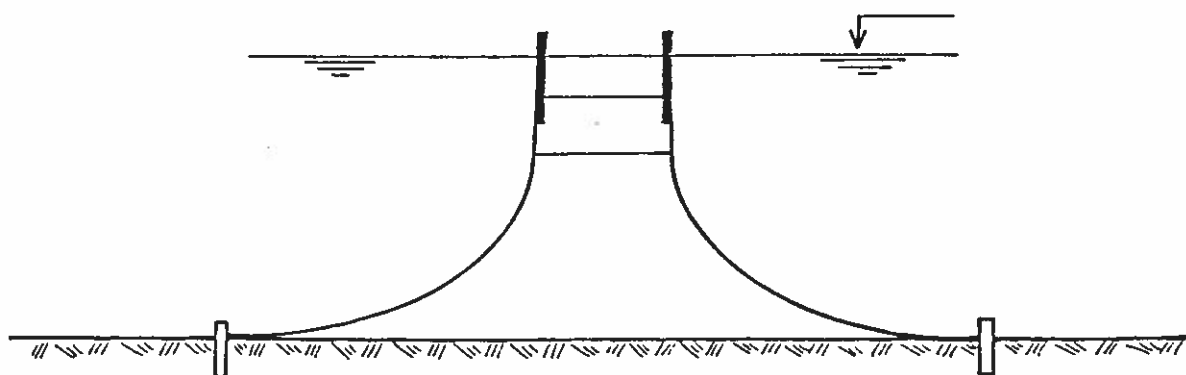
Nackdelar är bland annat att förankringen tar stor plats, att horisontalförskjutningarna hos plattformen kan bli stora vid stora djup och att totalvikten hos ankarsystemet och därigenom även kostnaden kan bli hög. Slitaget mot botten är stort speciellt när den består av berg och block.



Figur 13. Kedjeförankring (Catenary anchoring). (Hosøy och Martinssen, 1980).

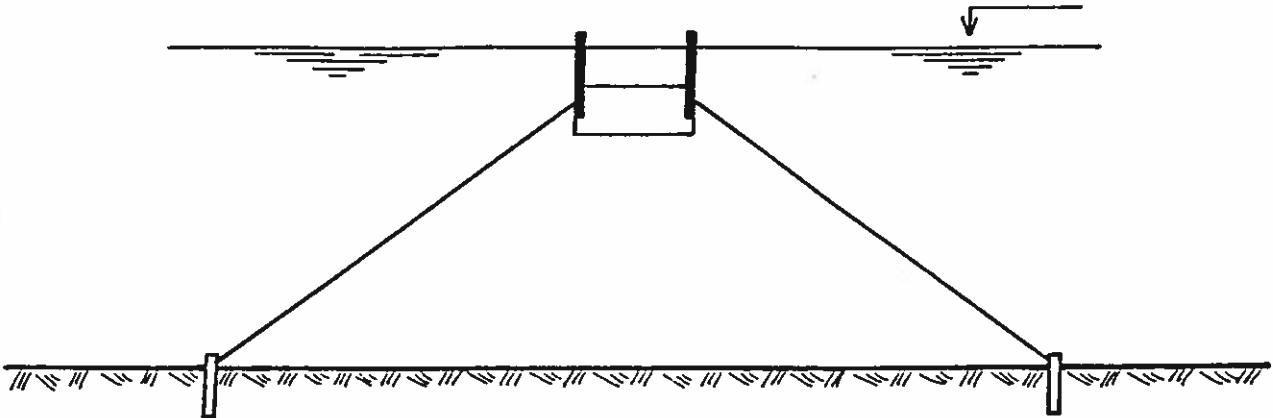
För att komma undan en del av problemen kan kättingarna sträckas så att de lyfter ända fram till ankaret (figur 14). Härvid sparas utrymme på botten och kättinglängd. Samtidigt blir horisontalförskjutningarna mindre.

I gengäld måste ankarna kunna ta upp vertikalt uppåtriktad belastning. Risken att extrema spänningar i linan skall uppstå ökar samtidigt om denna vid en oförutsedd belastning skulle sträckas helt. Energidissipationsförmågan torde också bli sämre.



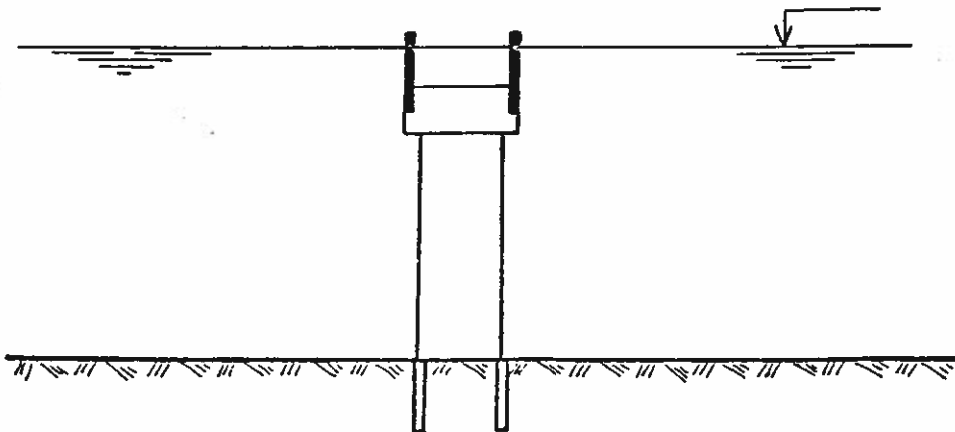
Figur 14. Sträckt kedjeförankring (Taut catenary anchoring). (Hosøy och Martinssen, 1980).

På mycket stora djup blir slakförankringar av kättingtyp dyra och tunga. Då kan kombinationer av vajer och kätting användas där kättingen används längst ned vid botten. Rent elastiska linsystem kan också användas (se figur 15), men ofta används dynamisk positionering om kravet på små förskjutningar är strängt.

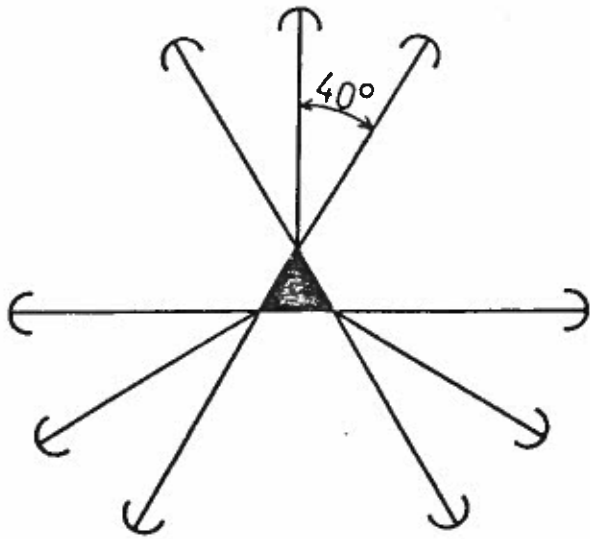


Figur 15. Sträckt elastisk förankring (Taut elastic anchoring). (Hosøy och Martinssen, 1980).

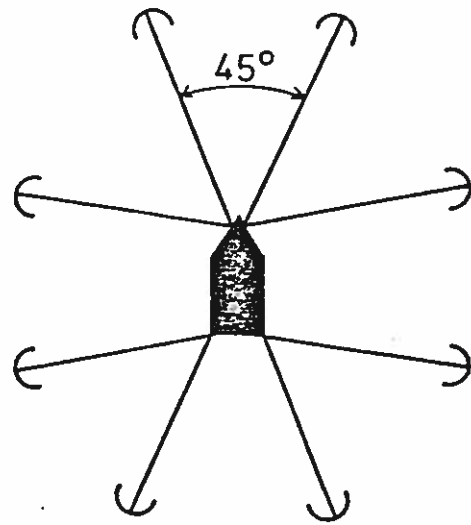
En variant av den sträckta förankringen är den så kallade tensioned-leg anchoring, där man förspänner plattformen med vertikala linor mot botten, se figur 16. Denna typ av förankring planeras att användas på stora djup. Vertikalrörelserna blir små men horisontalrörelserna blir stora om endast vertikala linor används.



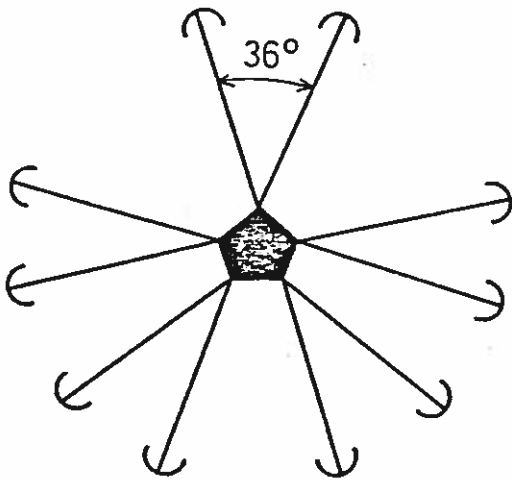
Figur 16. Tensioned-leg anchoring.



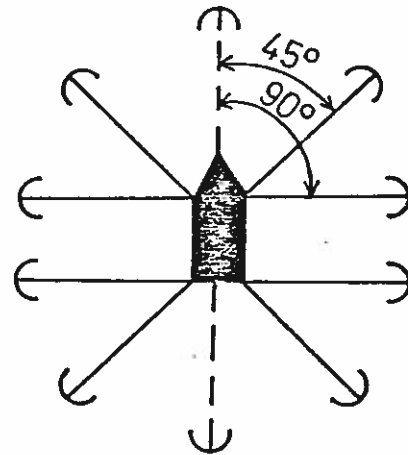
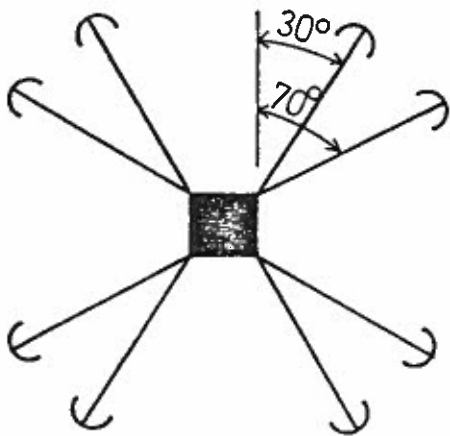
a) Symmetric nine line



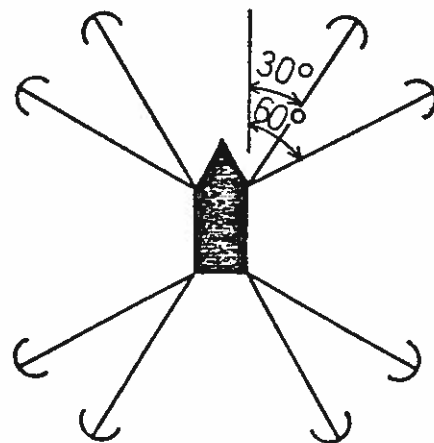
b) Symmetric eight line



c) Symmetric ten line

d) 45°-90° eight line
45°-90° ten line

e) 30°-70° eight line



f) 30°-60° eight line

Figur 17. Typiska förankringsmönster. (Hosøy och Martinsen, 1980).

Hos ett rent elastiskt system ökar flexibiliteten med linornas längd. Högfrekventa belastningsväxlingar ger en uppvärmning av linornas kärna på grund av friktion mellan kardelerna. I grova syntetlinor kan kärnan på grund av detta komma att smälta.

I figur 17 ges exempel på några typiska mönster av förankringslinor.

5 STATISK ELLER DYNAMISK ANALYS

Ett förankrat föremåls rörelser kan symboliskt beskrivas av ekvationen

$$(m + a) \ddot{x} + b\dot{x} + cx = F(t) \quad (5.1)$$

där

- x är en förskjutning
- m är massan
- a den hydrodynamiska massan (added mass)
- b den hydrodynamiska dämpningen (radiation damping)
- c ankarsystemets och displacementets fjäderstyvhet

F(t) den drivande kraften

Vi har då bortsett från att koefficienterna ovan egentligen är matriser och att den verkliga svängningsekvationen således består av sex delvis kopplade ekvationer, en för varje förskjutning i x, y och z-led och en för varje rotation kring axlarna. Den givna förenklade ekvationen kan emellertid illustrera de dynamiska effekterna.

För hävningen hos en dubbelsymmetrisk plattform gäller att denna inte är kopplad till de andra svängningsrörelserna. Hävningen kan alltså beskrivas med ett enda samband av typ ekv (5.1).

Den drivande kraften $F(t)$ kan skrivas

$$F(t) = F_{\text{våg}} + F_{\text{vågdrift}} + F_{\text{vind}} + F_{\text{ström}} + F \quad (5.2)$$

$F_{\text{våg}}$ är den kraft som har samma period som vågrörelsen och kallas första ordningens vågkraft. Den är symmetrisk kring tidsmedelvärdet 0.

$F_{\text{vågdrift}}$ är vågdriftkraften, som beror av energiflödet i vågrörelsen förbi kroppen. Den antas ofta konstant i en sinusvåg och är då proportionell mot kvadraten av våghöjden. I själva verket innehåller den en komponent med dubbla frekvensen jämfört med vågrörelsen och ett förskjutet tidsmedelvärde. I en oregelbunden vågrörelse varierar vågdriftkraften med korttidsmedelvärdet av våghöjden t ex uttryckt som $(H_{1/3})^2$. Tidsskalan för denna variation i Nordsjön är minuter.

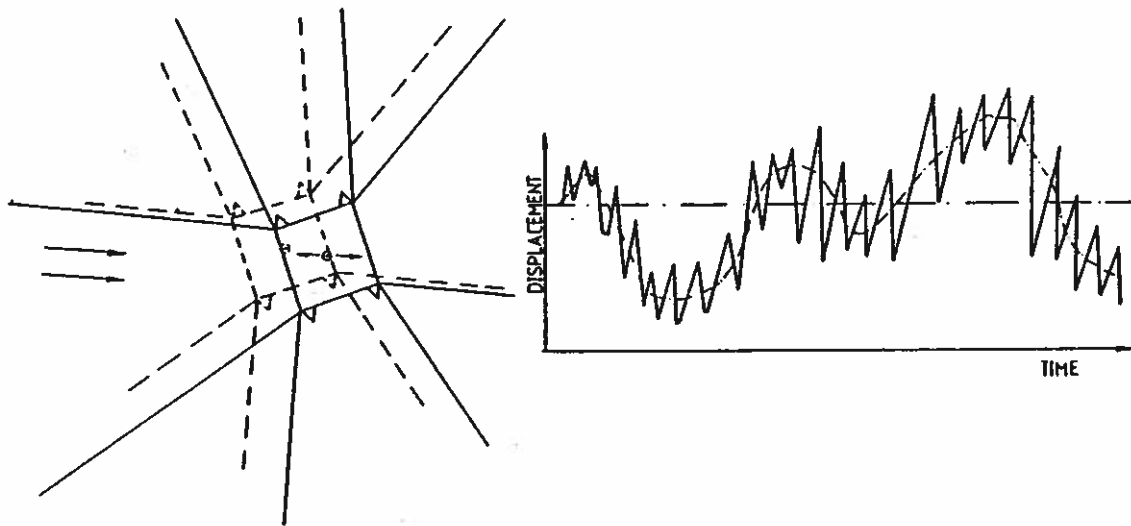
Vind- och strömkrafterna behandlas oftast som konstanta men naturligtvis varierar även dessa i själva verket i tiden på grund av strömvirvlar i havet och byar i luften. Den sista termen F kan vara t ex en stötlast från en tilläggsmanöver.

Den angivna ekvationen har inte en analytisk lösning för ett godtyckligt lastfall, vilket beror på att a och b är funktioner av rörelsens frekvens. Den kan dock lösas genom en speciell faltningsteknik eller genom att framställa belastningen som en fourierserie, där man kan finna en analytisk lösning för varje term i serien.

Denna teknik förutsätter då att a , b och c inte får vara funktioner av förskjutningen. Det totala gensvaret erhålles sedan genom att addera rörelserna.

Den av de yttre miljölasterna orsakade rörelsen kan se ut som i figur 18 där den heldragna kurvan är hela rörelsen och den streckprickade orsakas av den långsamtvarierande vågdriftkraften eller variation i ström och vindkraft.

DISPLACEMENT OF ANCHORED UNIT
EXPOSED TO ENVIRONMENTAL ACTION



Figur 18. Förskjutning av en förankrad enhet utsatt för miljölast. Selmer (1979).

Rörelser orsakade av första ordningens vågkraft kan beskrivas mha ekvationen

$$(m + a) \ddot{x} + b\dot{x} + cx = F_0 \cos \omega t \quad (5.3)$$

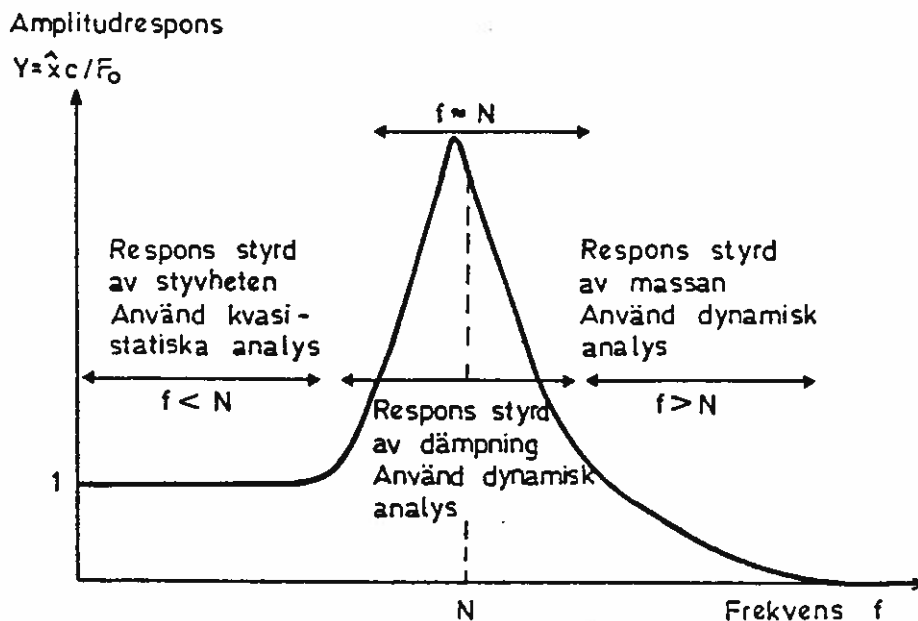
där $\omega = 2\pi f$ är vågrörelsens vinkelfrekvens. Lösningen till denna är

$$\begin{aligned} x &= \hat{x} \cos (\omega t + \varphi) = \\ &= \{F_0 / \sqrt{[(m + a)\omega^2 - c]^2 + b^2 \omega^2}\} \cos (\omega t + \varphi) \end{aligned} \quad (5.4)$$

Kroppens rörelseamplitud \hat{x} för den dynamiska kraften $F_0 \cos \omega t$ brukar relateras till förskjutningen F_0/c på grund av en statisk last med samma belopp. Kvoten $\hat{x}c/F_0$ brukar kallas amplitudrespons eller förstärkningsfaktor.

En typisk amplitudresponskurva visas i figur 19, sid 23.

I figur 19 kan vi se att för mycket långsamma belastningsändringar uppför sig systemet så att den påförda lasten



Figur 19. En amplitudresponskurva för ett svängande system.

balanseras av förankringssystemet i varje tidsögonblick. För mycket snabba belastningsändringar däremot blir rörelsens amplitud obetydlig och den påförda lasten balanseras till större delen av kroppens masströghet.

I ett mellanregister kring den naturliga frekvensen N inträffar en kraftig förstärkning av kroppens rörelser och amplituden är här styrd av både massa och dämpning. Detta framgår klart om man betraktar lösningen för $x = \hat{x} \cos(\omega t + \varphi)$, ekv (5.4), där \hat{x} blir mycket stor för den naturliga frekvensen definierad av sambandet

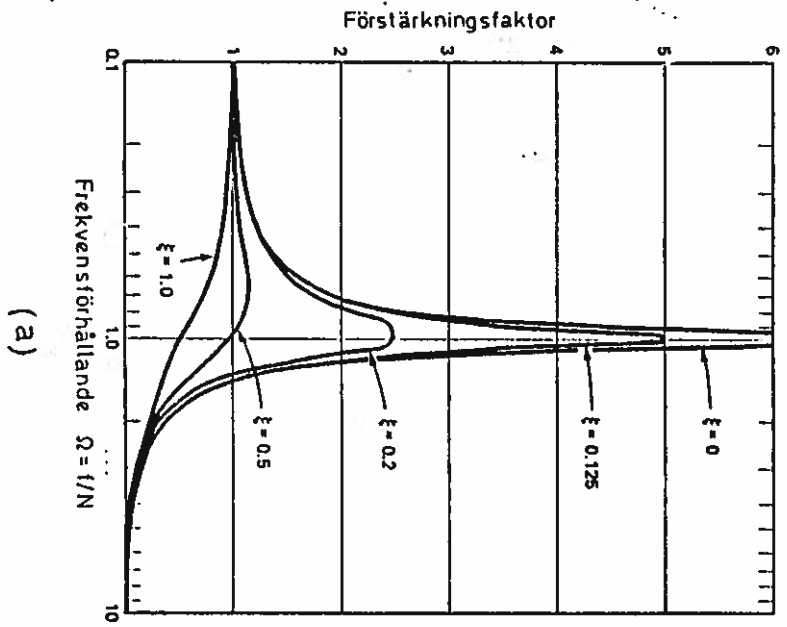
$$(m + a) \omega_N^2 - c = 0 \quad (5.5)$$

$$\Rightarrow \omega_N = 2\pi N = \sqrt{c/(m + a)}$$

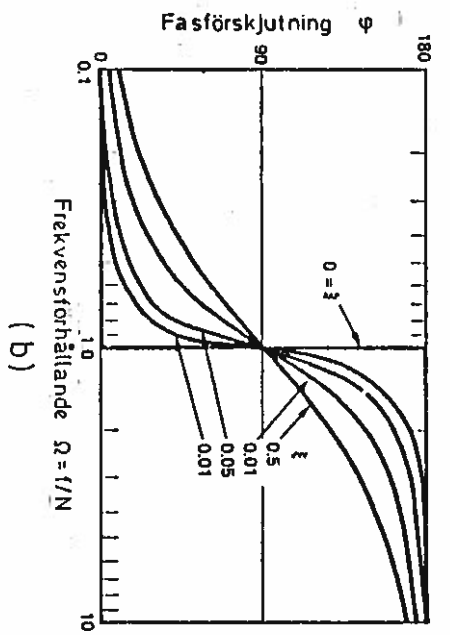
Förstärkningen blir vid den naturliga frekvensen

$$Y_N = \hat{x}c/F_0 = \sqrt{c(m+a)}/b \quad (5.6)$$

vilket är mycket nära den maximala. Dämpningens inverkan på responsen är illustrerad i figur 20 där förstärkningsfaktorn är uppritad som funktion av frekvensförhållandet $\Omega = f/N$ och med den så kallade dämpkvoten ξ som parameter



(a)



(b)

Figur 20. Förstärkningsfaktorn och fasförskjutningen som funktion av frekvensförhållandet och dämpkvoten.

$$\xi = \frac{b}{\sqrt{c(m+a)}} \quad (5.7)$$

I undre delen av figuren har också fasförskjutningen φ mellan kraften och rörelsen utritats. I en vågrörelse förekommer även en fasskillnad mellan vågornas rörelse och den krivande kraften F_0 .

Låt oss ta som exempel en semisubmersible med följande ungefärliga värden på konstanterna i ekvationen för en rörelse i längskeppsled (surge)

$$\begin{aligned} m &= 25 \cdot 10^6 \text{ kg} \\ a &= 10 \cdot 10^6 \text{ kg} \\ b &= |\dot{x}| 4 \cdot 10^5 \text{ Ns/m} \\ c &= 300 \cdot 10^3 \text{ N/m} \end{aligned}$$

Den naturliga frekvensen blir

$$N = \sqrt{c/(m+a)}/2\pi = 0,015 \text{ Hz}$$

och perioden således

$$T_N = 1/N = 68 \text{ s}$$

Typiska perioden för vågorna är 5 à 10 s, dvs frekvensförhållandet Ω blir av storleksordningen 10. I diagrammet i figur 20 ser vi då att rörelsen blir obetydlig på grund av de enskilda vågorna eftersom förstärkningsfaktorn är nästan 0.

Den saktavariierande driftkraften har en tidsskala på någon eller några minuter, säg 1 à 3 min, vilket ger frekvensförhållandet 0,4 à 1,1. I diagrammet, figur 20, hamnar man då i ett område där dels frekvensens värde har stor betydelse, dels semisubmersiblens dämpgenskaper är viktiga. Dämpkvoten blir cirka

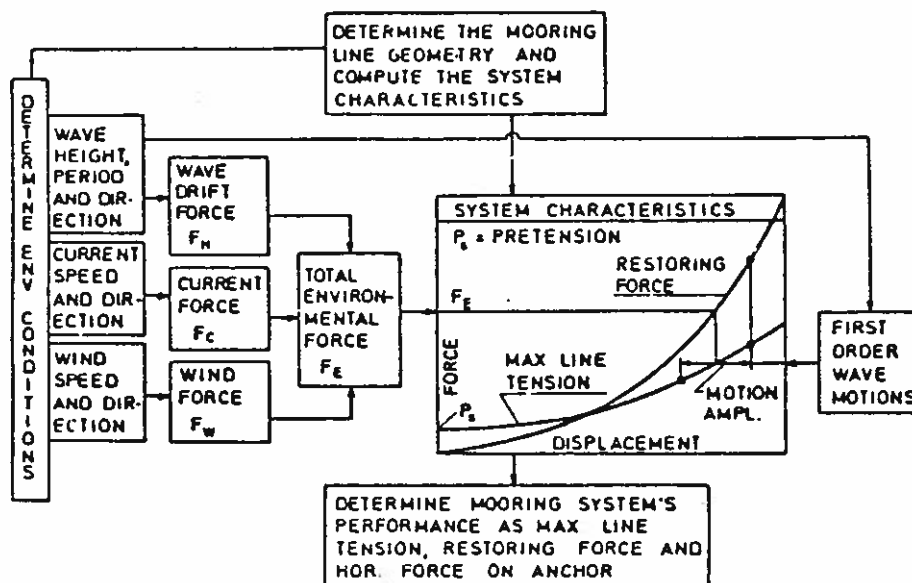
$$\xi = \frac{4 \cdot 10^5 |\dot{x}|}{\sqrt{c(m+a)}}$$

Antag att svängningsrörelsens amplitud är 5 m på grund av den långsamtvarierande vågdriftkraften. Då erhålles dämpkvoten till mellan 0,0014 och 0,040 för perioden 3 respektive 1 minut och i figur 20 kan man se att systemet således är mycket känsligt för störningar i detta frekvensband.

Slutsatser. Första ordningens vågkrafter har liten inverkan på semisubmersiblens rörelser i långskeppsled och dessa krafter tas helt upp av semisubmersiblens masströghet. Den långsamtvarierande vågdriftkraften påverkar däremot riggen kraftigt och med en förstärkningsfaktor på 5 à 10 gånger kan även en liten störning ge stor verkan på rörelsen.

En korrekt analys skulle kräva att man tog hänsyn till lasternas och ankarsystemets olinjäriteter, men detta är mycket svårt för ett fullständigt system. I stället utförs en så kallad "kvasistatisk" analys, se figur 21.

THE "QUASI STATIC" ANALYSIS



Figur 21. Kvasistatisk analys. Selmer (1979).

Vid denna analys beräknas först systemets karakteristik. Sedan beräknas förskjutningen på grund av de konstanta belastningarna av ström, vind och vågdriften. Därefter adderas rörelserna på grund av första ordningens vågkrafter utan att hänsyn till ankarsystemet tas, vilket kan motiveras av att förankringssystemet ej förmår påverka rörelserna orsakade av de kortperiodiska vågorna. Den sammanlagt största förskjutningen används sedan för att beräkna maximal linkraft.

6 DYNAMISK ANALYS

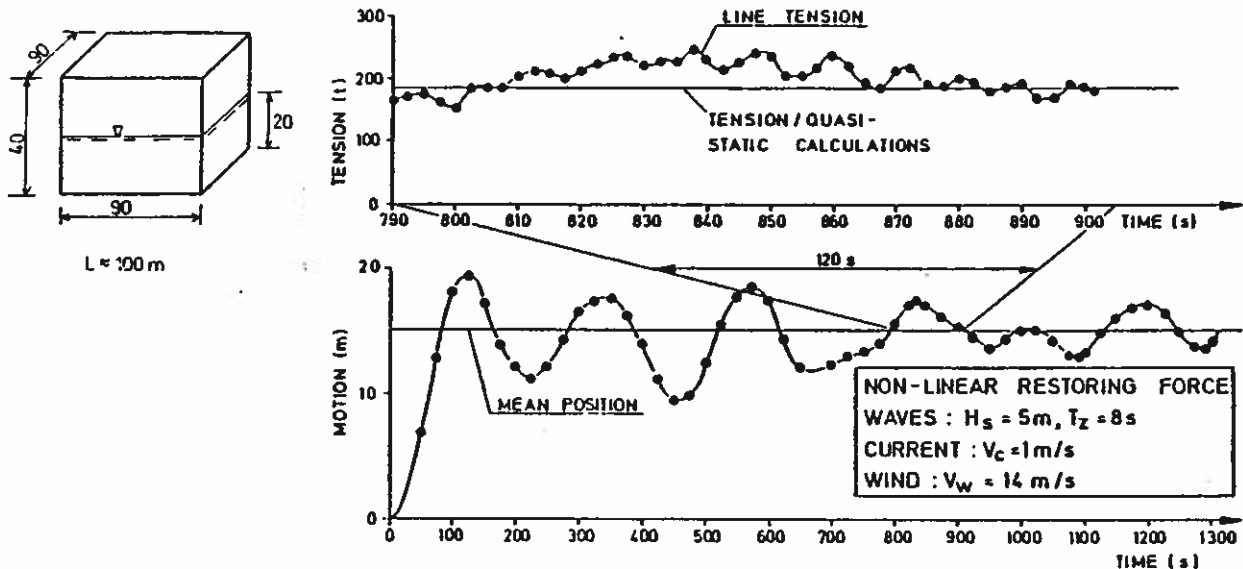
Den skisserade kvasistatiska analysen klarar som visats i förra avsnittet väl av att beskriva rörelsen och kraften för konstanta belastningar och första ordningens vågkrafter. För system där den långsamtvarierande vågdriftkraften ligger i närheten av resonans blir beräkningarna av tvivelaktigt värde.

En korrekt beräkning kräver en fullständigt dynamisk analys med integration i tidsplanet. Möjligheterna till detta är för närvarande små, vilket dels beror på att det är dyrt och tidskrävande, dels på att metoderna för beräkning av vågdriftkraften är ofullständigt underbyggda. Metoden befinner sig på forskningsstadiet, men kommer kanske i framtiden att krävas för vissa objekt, speciellt på djupt vatten.

Det norske Veritas har utfört några beräkningar för en flytande kvadratisk kassun med kantlängden 90 m och djupgåendet 20 m. I figur 22 visas ett resultat från beräkningarna. Kassunen har släppts från sitt obelastade jämviktsläge vid tiden $t = 0$ s. I undre figuren visas totalförskjutningen som funktion av tiden, och i övre figuren linspänningens variation under en tid av 120 s. I exemplet ger den dynamiska analysen 25-35% högre krafter än en motsvarande kvasistatisk.

En noggrann beräkning kräver således dynamisk analys.

CHARACTERISTICS OF AN ANCHORING SYSTEM TIME HISTORY



Figur 22. Rörelsen och linspänningen som funktion av tiden för en förankrad kvadratisk kassun. Selmer (1979).

7 ANKARLINANS INTERNA DYNAMIK

I den redovisade dynamiska analysen förutsättes fortfarande att linan hela tiden anpassar sig till kedjelinjens ekvation:

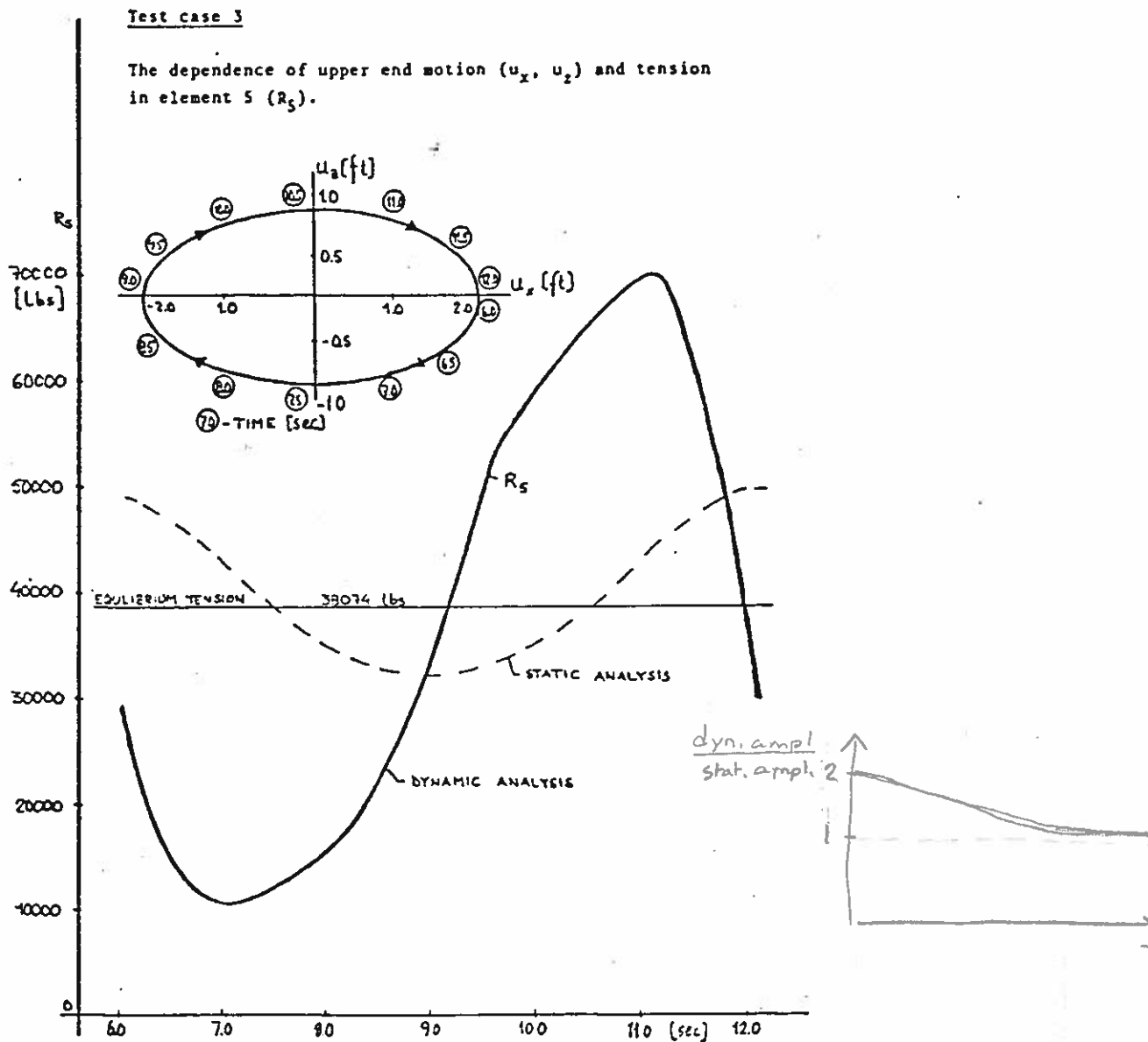
Linan har emellertid egna dynamiska egenskaper och kommer naturligtvis inte att kunna ställa in sig i statisk jämvikt över hela sin längd i varje tidsögonblick. Detta gäller speciellt för första ordningens rörelser.

Beräkningsmässigt innebär detta att man får ett felaktigt momentant värde på kraften i infästningspunkten, vilket som visats inte har någon betydelse för beräkning av första ordningens rörelser, men kan vara av avgörande betydelse för dimensionering av vinschar och linor. För de långsamtvarierande lasterna hinner linan approximativt hänga in sig i statisk jämvikt.

För att få ett grepp om de verkliga krafterna i linan måste linans interna dynamik studeras och hänsyn tas till rörelsemotståndet i vattnet, varierande strömkrafter m m. Vid beräk-

ningen läggs på linans övre ände en rörelse som beräknats ur plattformens rörelser.

I figur 23 visas ett exempel där en elliptisk rörelse har antagits hos en ankarlinas övre infästningspunkt. Figuren visar kraften i linan som funktion av tiden för dels statisk jämvikt, dels dynamisk analys. Av figuren framgår att den positiva amplituden är 2,9 gånger större för den dynamiska analysen och den negativa amplituden 4,2 gånger!



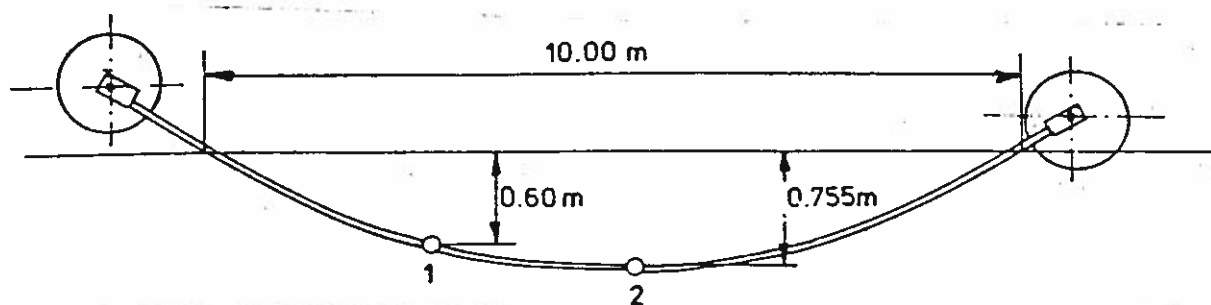
Figur 23. Kraften i ett linelement som funktion av tiden för en elliptisk förskjutning med perioden 6 s. Johansson (1976).

7.1 Förenklad beräkning av lindynamiken

Fylling (1981) har demonstrerat hur man kan genomföra en förenklad dynamisk analys för vajrar i ankarsystem på djupt vatten.

Vajrarna tycks uppvisa nästan linjära dynamiska egenskaper inom det normala frekvensområdet för en plattformens rörelse. Beräkningsresultaten pekar på att man då skulle kunna använda en elastisk modell. För kätting är förhållandena mera komplicerade.

Fylling har använt en ganska enkel matematisk modell av vajerns dynamik för test av sin hypotes. (Datorprogrammet LINDYN, se Furuholt och Larsen (1975)). Han har jämfört resultaten från denna med experiment med en 5 mm vajer. Experimentuppställningen visas i figur 24 och i figur 25 återges resultatet från en serie med 10 cm horisontalamplitud i ena ändpunkten av linan. Den beräknade och uppmätta kraftens positiva amplituder överensstämmer väl inom ett större frekvensområde än man borde väntat sig med tanke på att den matematiska modellen uppvisar tryckkrafter för de negativa amplituderna i den övre del av frekvensområdet, där de positiva amplituderna fortfarande stämmer väl.



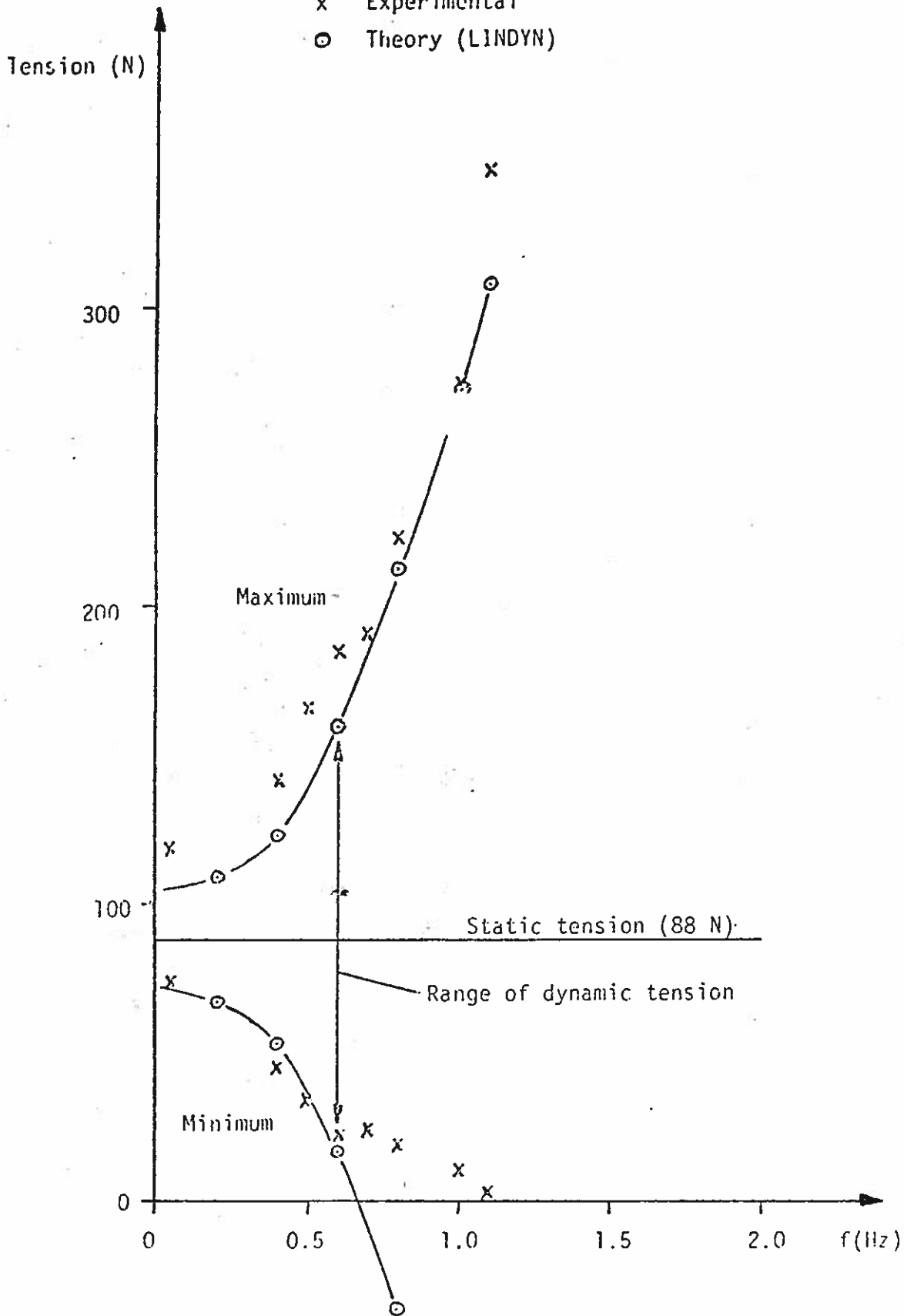
Figur 24. Modelluppställning. Fylling (1981)

I figur 26 visas en principiell skiss av transferfunktioner T_0/X mellan vajerkraftens amplitud T_0 och excitationens amplituden X hos vajerns övre fästpunkt. För område I i figuren kan vajern beräknas statistiskt eftersom accelerationerna är små. I område IIIa och IIIb måste en dynamisk modell för lindynamiken användas. För IIIa duger härvid den linjära modellen (LINDYN). För IIIb måste däremot en mer sofistikerad modell ut-

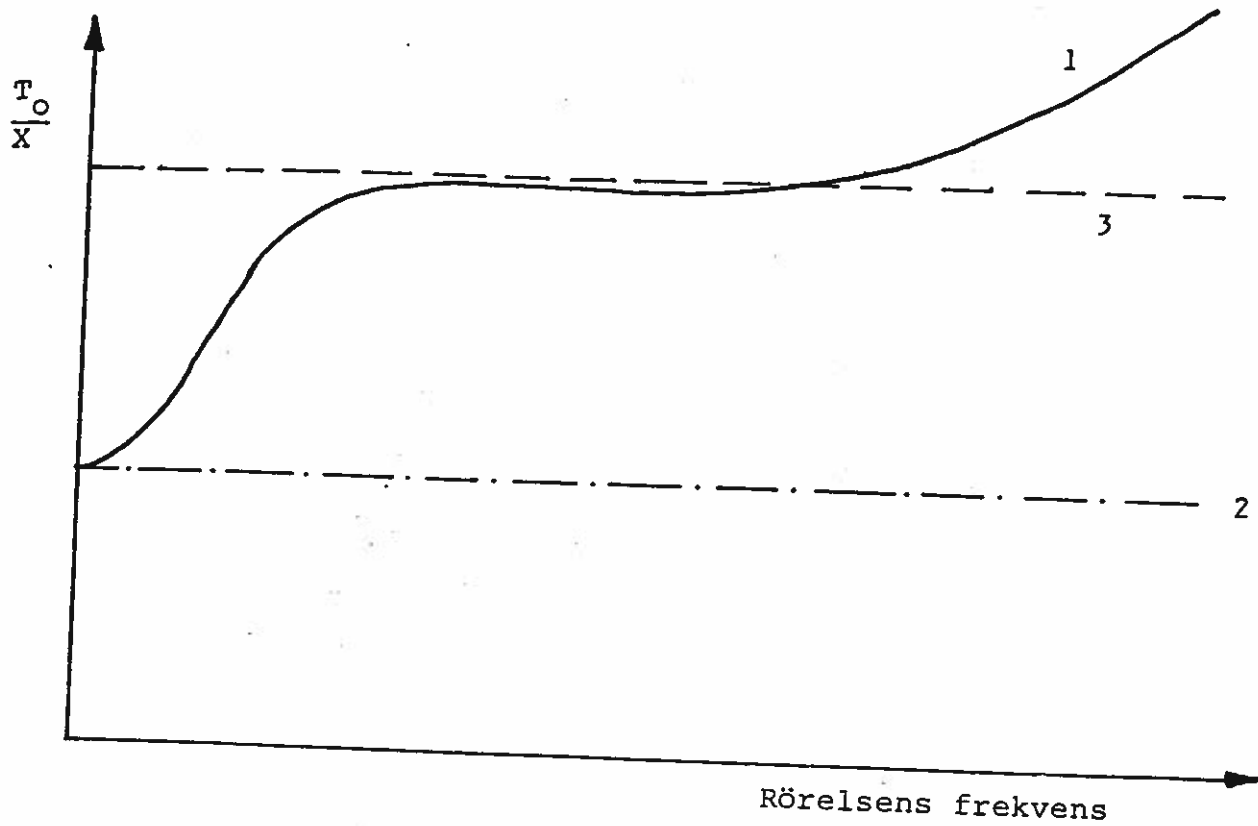
Horizontal excitation $a = 10$ cm

x Experimental

○ Theory (LINDYN)



Figur 25. Jämförelse mellan numeriska och experimentella resultat. 10 cm amplitud. Linans längd är 10 m. Fylling (1981).



I (Quasi)static model

II Elastic model

III Dynamic model required

Figur 26. Typisk transferfunktion mellan rörelse- och kraftamplitud för en vajer.

nyttjas, t ex Johanssons (1976), och dessutom är transferfunktionen T_0/X inom detta område inte oberoende av förskjutningen X utan borde ha återgivits med en kurvskara i figuren. Inom område II synes emellertid kraftamplituden vara approximativt bestämd av vajerns elastiska styvhet K/S_0 , varför man här skulle kunna använda en linjärt elastisk modell,

$$T_0 = \frac{K}{S_0} \cdot X \quad (7.1)$$

där S_0 är vajerns totala otöjda längd och $K = EA$ dess elasticitet.

Fyelling har inte närmare preciserat under vilka generella förutsättningar den elastiska modellen kan tillämpas. De beräkningsresultat han presenterar avseende en 76 mm vajer med längden 1050 m, förspänningskraften 0.7 - 2.2 MN, vattendjupen 70 - 300 m, pekar på en tillämplighet för rörelseperioder mellan 3 - 20 s, (fig. 27).

Metoden ger en överskattning på 10-30% av kraftamplituden för de exempel Johansson (1976) har beräknat för en likadan 76 mm vajer. Hans exempel gäller rörelseperioder mellan 7 och 15 s, för en 2145 m lång vajer på 500 m vattendjup och en 1043 m lång vajer på 200 m vattendjup. Förspänningen är 0.96 MN respektive 0.5 MN. Den bästa överensstämmelsen erhålles för kortaste perioden och längsta linan.

Exemplet nedan får ses som ett exempel på den föreslagna metoden, men får inte uppfattas såsom ett etablerat sätt att behandla problemet.

Exempel På ett hörn i en plattform är en 4000 m lång 76 mm vajer fastsatt. Vattendjupet är 400 m och den horisontella rörelseamplituden är 5 m. Förspänningen i vajern är 0.74 MN i jämviktsläget. Bestäm största och lägsta kraft i vajern vid den angivna rörelsen. Rörelseperioden är av storleksordningen 5-10 s. Horisontalkraften i jämviktsläget är 0.70 MN.

Data Vajer \varnothing 76 mm

$$E = 7.0 \cdot 10^{10} \text{ N/m}^2$$

$$A = \pi \varnothing^2 / 4 = 4.58 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2$$

$$K = EA = 3.18 \cdot 10^8 \text{ N}$$

$$S = 4000 \text{ m}$$

$$d = 400 \text{ m}$$

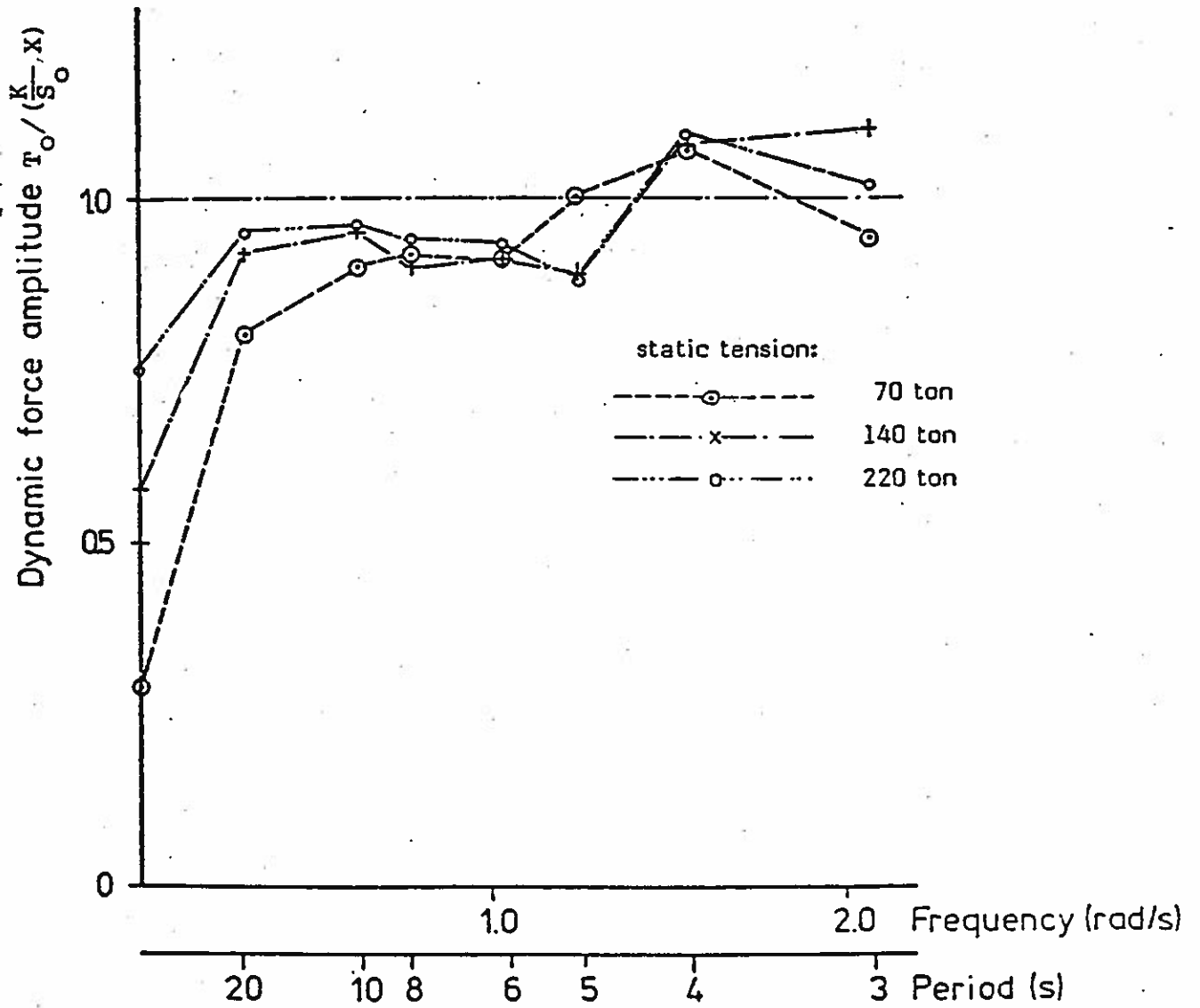
$$H = 0.7 \text{ MN}$$

$$q_0 = 220 \text{ N/m}$$

$$H/q_0 d = 7.95$$

$$X = 5 \text{ m}$$

CABLE FORCE AT THE UPPER END



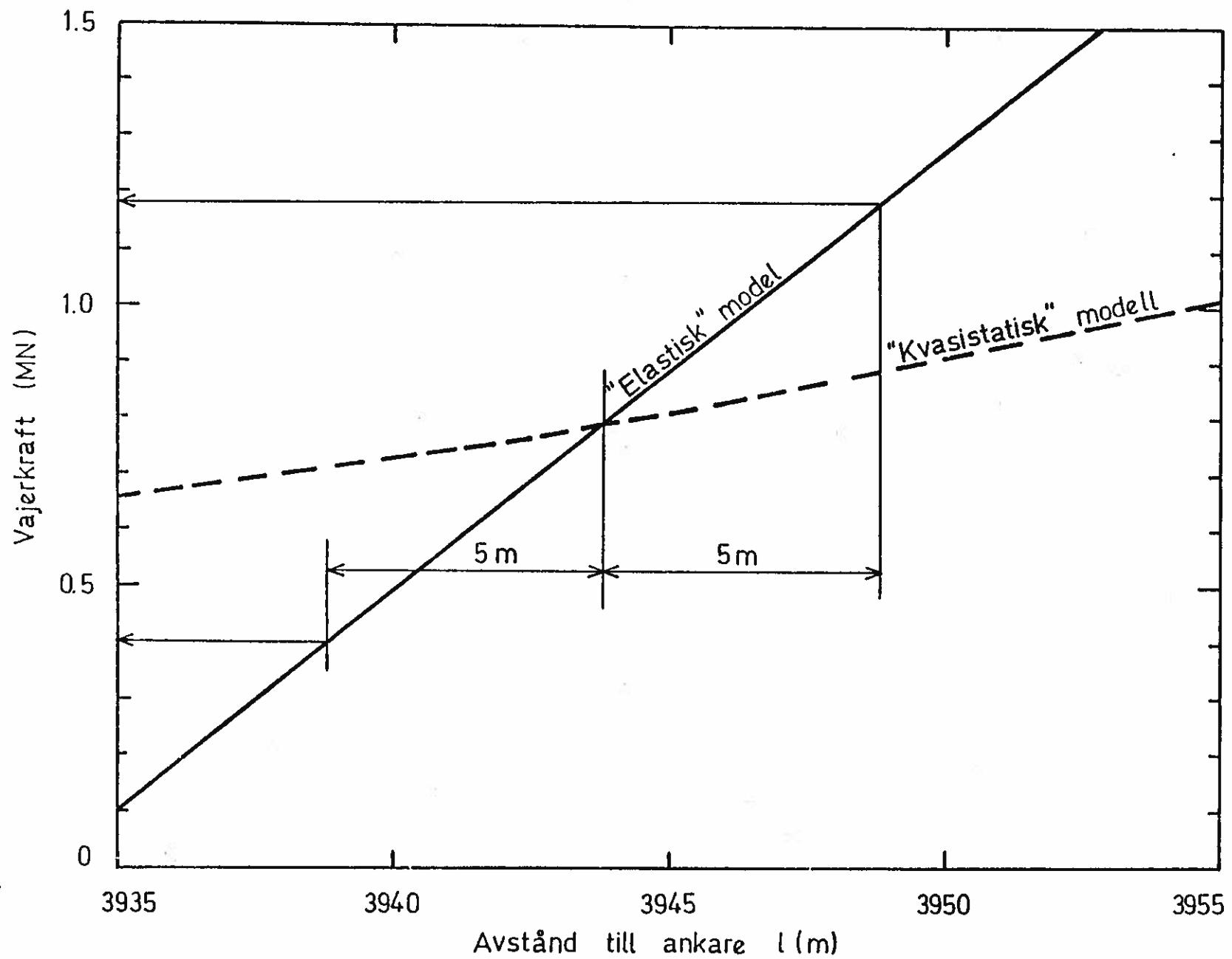
material : wire
 depth : 150 m length: 1050 m

Figure 14

Figur 27 Med LINDYN beräknad linkraft.
 Fylling (1981).

Lösning: I figur 28 är vajerkraften T_0 i vajerns övre fästpunkt inritad som funktion av avståndet l till ankaret. Vajerkraften har beräknats ur sambandet (2.6) och med hänsyn till töjningen enligt kapitel 2.1.

En beräkning av kraften i vajern enligt den kvasistatiska metoden skulle vid förspänningskraften $T_0 = 0.79$ MN ge en kraft på 0.88 MN vid 5 m positiv amplitud och 0.71 MN vid 5 m negativ amplitud. (Vajerkraften $T = 0.79$ MN svarar mot horisontalkraften $H = 0.70$ MN). Det dynamiska tillskottet enligt ekvation (7.1) följer däremot den heldragna linjen och skulle vid samma rörelseexcitation ge 1.19 MN respektive 0.40 MN.



Figur 28 Exempel på beräkning av dynamisk spänningsamplitud med den elastiska modellen.

REFERENSER

Bergdahl L, 1981. Flytande förankrade konstruktioner. Rörelser och förankringskrafter. Kompendium i havsresursteknik för M4 och V4. Inst f vattenbyggnad, Chalmers tekniska högskola, undervisningskrift 1981:09.

Furuholt E, 1975. Mooring Systems for Offshore Operations. Norwegian Maritime Research, No 4, Vol 3.

Furuholt E.M., Larsen, C.M. 1975. LINDYN, a Program for Dynamic Analysis of Mooring Lines and other Lines without Bending Stiffness. User's Manual. The Ship Research Institute of Norway, Trondheim.

Furuholt E, 1981. Grunnlag for design av ankarsystemer. Kurs: Erfaringer fra dagens forankringssystemer og krav til morgendagens. Norske sivilingeniørers forening, Stavanger.

Fylling I, Ormberg H, 1981. Dynamic Analysis of Mooring Lines. Kurs: Erfaringer fra dagens forankringssystemer og krav til morgendagens. Norske sivilingeniørers forening, Stavanger.

Hosøy Ø, Marthinsen A, 1980. Prinsippløsninger, problemstillinger og generelt om hovedkomponenter i et forankringssystem. Gruppen for vågenergiforskning: Förankringsseminarium i Göteborg 12-14 maj, Rapport GR:33.

Johansson P I, 1976. A Finite Element Model for Dynamic Analysis of Mooring Cables. Doctor's Thesis, MIT, Massachusetts.

Selmer J, 1979. Forankrings- og fortøyningssystemer. Beskrivelse av analysmetodikk og belastningsforhold. Kurs: Kjetting, ståtau og fibertau. Norske sivilingeniørers forening.

Department of Hydraulics
Chalmers University of Technology

Report Series A

- A:1 Bergdahl, L.: Physics of ice and snow as affects thermal pressure. 1977.
- A:2 Bergdahl, L.: Thermal ice pressure in lake ice covers. 1978.
- A:3 Häggström, S.: Surface Discharge of Cooling Water. Effects of Distortion in Model Investigations. 1978.
- A:4 Sellgren, A.: Slurry Transportation of Ores and Industrial Minerals in a Vertical Pipe by Centrifugal Pumps. 1978.
- A:5 Arnell, V.: Description and Validation of the CTH-Urban Runoff Model. 1980.
- A:6 Sjöberg, A.: Calculation of Unsteady Flows in Regulated Rivers and Storm Sewer Systems. (in Swedish). 1976.
- A:7 Svensson, T.: Water Exchange and Mixing in Fjords. Mathematical Models and Field Studies in the Byfjord. 1980.

Report Series B

- B:1 Bergdahl, L.: Beräkning av vågkrafter. 1977. Ersatts med 1979:07
- B:2 Arnell, V.: Studier av amerikansk dagvattenteknik. 1977.
- B:3 Sellgren, A.: Hydraulic Hoisting of Crushed Ores. A feasibility study and pilot-plant investigation on coarse iron ore transportation by centrifugal pumps. 1977.
- B:4 Ringesten, B.: Energi ur havsströmmar. 1977.
- B:5 Sjöberg, A. and Asp, T.: Brukar-anvisning för ROUTE-S. En matematisk modell för beräkning av icke-stationära flöden i floder och kanaler vid strömmande tillstånd. 1977.
- B:6 Annual Report 76/77.
- B:7 Bergdahl, L. and Wernersson, L.: Calculated and expected Thermal Ice Pressures in Five Swedish Lakes. 1977.
- B:8 Göransson, C-G. and Svensson, T.: Drogue Tracking - Measuring Principles and Data Handling.
- B:9 Göransson, C-G.: Mathematical Model of Sewage Discharge into confined, stratified Basins - Especially Fjords.
- B:10 Arnell, V. and Lyngfelt, S.: Beräkning av dagvattenavrinning från urbana områden. 1978.
- B:11 Arnell, V.: Analysis of Rainfall Data for Use in Design of Storm Sewer Systems. 1978.
- B:12 Sjöberg, A.: On Models to be used in Sweden for Detailed Design and Analysis of Storm Drainage Systems. 1978.
- B:13 Lyngfelt, S.: An Analysis of Parameters in a Kinematic Wave Model of Overland Flow in Urban Areas. 1978.
- B:14 Sjöberg, A. and Lundgren, J.: Manual for ILLUDAS (Version S2). Ett datorprogram för dimensionering och analys av dagvattensystem.
- B:15 Annual Report 78/79.
- B:16 Nilssdal, J-A. and Sjöberg, A.: Dimensionerande regn vid höga vattenstånd i Göta Älv.
- B:17 Stöllman, L-E.: Närkes Svartå. Hydrologisk inventering. 1979.
- B:18 Svensson, T.: Tracer Measurements of Mixing in the Deep Water of a Small, Stratified Sill Fjord.
- B:19 Svensson, T., Degerman, E., Jansson, B. and Westerlund, S.: Energiutvinning ur sjö- och havssediment. En förstudie.

Report Series B

- B:20 Annual Report 1979
- B:21 Stöllman, L-E.: Närkes Svartå. Inventering av vattentillgång och vattenanvändning. 1980.
- B:22 Häggström, S. och Sjöberg, A.: Effects of Distortion in Physical Models of Cooling Water Discharge. 1979.
- B:23 Sellgren, A.: A Model for Calculating the Pumping Cost of Industrial Slurries. 1981.
- B:24 Lindahl, J.: Rörelseekvationen för en kabel. 1981
- B:25 Bergdahl, L. och Olsson, G.: Konstruktioner i havet. Vågkrafter, rörelser. En inventering av datorprogram.
- B:26 Annual Report 1980.
- B:27 Nilssdal, J-A.: Teknisk-ekonomisk dimensionering av avloppsledningar. En litteraturstudie om datormodeller. 1981.
- B:28 Sjöberg, A.: The Sewer Network Models DAGVL-A and DAGVL-DIFF. 1981.
- B:29 Moberg, G.: Anläggningar för oljeutvinning till havs. Konstruktionstyper, dimensioneringskriterier och positioneringssystem. 1981
- B:30 Sjöberg, A. och Bergdahl, L.: Förankringar och förankringskrafter. 1981