

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA



ISSN 0347-8165

GEOHYDROLOGISKA FORSKNINGSGRUPPEN

Institutionerna för:

Geologi

Geoteknik med grundläggning

Vattenbyggnad

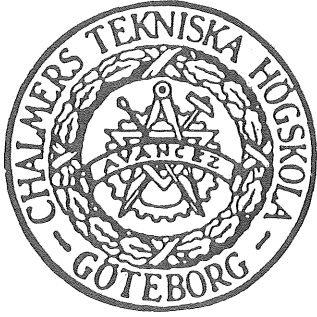
Vattenförsörjnings- och avloppsteknik

BERÄKNINGSMODELLER FÖR PROGNOSEN AV

GRUNDVATTENFÖRHÅLLANDEN

GÖRAN EJDELING

CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA



ISSN 0347-8165

GEOHYDROLOGISKA FORSKNINGSGRUPPEN

Institutionerna för:

Geologi

Geoteknik med grundläggning

Vattenbyggnad

Vattenförsörjnings- och avloppsteknik

BERÄKNINGSMODELLER FÖR PROGNOSEN AV

GRUNDEVATTENFÖRHÅLLANDEN

Adress:
Chalmers tekniska högskola
Geologiska institutionen
Fack
402 20 GÖTEBORG

GÖRAN EJDELING

FÖRORD

Detta meddelande utgör en delrapport från projektet "Beräkningsmodeller för prognos av grundvattenförhållandena i bebyggelsepåverkade områden". Den omfattar en översikt över ämnesområdet och redovisar hittills vunna erfarenheter inom projektet. Våren 1978 kommer framför allt att ägnas åt fler tillämpningar på områden i Västsverige och utvärderingar av dessa försök. Detta arbete kommer att redovisas i en slutrapport över projektet som beräknas bli färdig i slutet av sommaren.

En första redogörelse för projektet och därmed för innehållet i denna skrift gavs vid ett seminarium om "modellstudier av grundvattenproblem" vid Chalmers tekniska högskola 77-03-23.

Arbetet har bedrivits vid geologiska institutionen inom ramen för geohydrologiska forskningsgruppen. Anslag har erhållits av Statens råd för byggnadsforskning (BFR) först för perioden 76-02-01--78-06-30. Projektledare är tekn lic Leif Carlsson.

Göteborg i februari 1978

Göran Ejdeling

INNEHÅLL

SAMMANFATTNING		1
1	BAKGRUND	3
1.1	Grundvatten i den urbana miljön	3
1.2	Skador	4
2	GRUNDLÄGGANDE TEORI	7
2.1	Beteckningar och enheter	7
2.2	Darcy's lag	9
2.3	Härledning av grundläggande flödes- ekvation för grundvattenströmning	10
2.4	Strömning i öppna grundvattenmagasin	18
2.5	Dupuits antagande	18
2.6	Störningar i grundvattenflödet	19
2.7	Jämförelser med teotekniska benäm- ningar	20
3	GRUNDVATTENMODELLER	23
3.1	Matematiska modeller	25
3.1.1	Analytiska lösningar	25
3.1.2	Numeriska lösningar (FDM och FEM)	29
3.2	Fysikaliska modeller	36
3.3	Analogimodeller	40
3.3.1	Spaltmodeller	40
3.3.2	Elektriska analogimodeller	46
3.3.3	Mambranmodeller	56
3.3.4	Termiska modeller	59
3.3.5	Hybridmodeller	61
4	EXEMPEL PÅ BERÄKNINGAR MED FINITA ELEMENTMETODEN	63
4.1	Tillgängliga beräkningsprogram	63
4.2	Beräkning med FEMTEMP	64
4.2.1	Exempel 1. Slutet, begränsad akvi- fer utan vattentillförsel	67
4.2.2	Exempel 2. Läckage till tunnel under lerområde	72

4.2.3	Exempel 3. Grundvattentäkt i Getinge, Halland	82
4.2.4	Allmänna synpunkter på grundvattenberäkningar med FEMTEMP	92
4.3	Beräkning med GEOFFEM-G	94
4.3.1	Kort beskrivning av programmet	94
4.3.2	Hur programmet används	96
4.3.3	Exempel 10. Jämförelse mellan analytisk lösning och beräkning med GEOFFEM-G	98
5	MÖJLIGHETERNA ATT ANALYSERA GRUNDVATTENFÖRHÅLLANDEN I URBAN MILJÖ	111
6	FORTSATT FORSKNING	115
7	REFERENSER	117
Bilaga 1		
	DEFINITIONER AV HYDROGEOLOGISKA TERMER	123

Denna rapport hänför sig till forskningsanslag 750946-0 från Statens råd för byggnadsforskning till Geologiska institutionen, Chalmers tekniska högskola, Göteborg.

SAMMANFATTNING

Rapporten utgör en delrapport från ett forskningsprojekt med titeln "Beräkningsmodeller för prognos av grundvattenförhållandena i bebyggelsepåverkade områden", vilket bedrivs av Geohydrologiska forskningsgruppen vid Chalmers tekniska högskola med anslag från BFR. Först görs en bred översikt över olika typer av grundvattenmodeller, varefter tillämpning av datormodeller enligt finita elementmetoden (FEM) beskrivs.

Begreppet grundvattenmodell definieras och olika typer beskrivs utförligt. Modellerna har indelats i matematiska, analoga och fysikaliska. De olika typernas funktion, fördelar och nackdelar redovisas. För svenska förhållanden har en matematisk modell enligt FEM visat sig erbjuda flest fördelar. Vidare har en grundläggande flödesekvation för strömning i ett slutet grundvattenmagasin härletts och utvecklats för några viktiga specialfall. Terminologin som används i geohydrologiska sammanhang jämförs med den geotekniska.

Beräkningar med FEM-program beskrivs för tre teoretiska och ett praktiskt fall. Två olika program har använts och det ena, GEOFEM-G, är mycket lämpligt för analys av grundvattenströmning. Det kan användas för tvådimensionella eller tredimensionella rotationssymmetriska problem. Rapporten visar hur beräkningarna utförs, vilka resultat som kan erhållas och vilka kostnader datorkörningarna medför. Programmet finns för övrigt tillgängligt vid Göteborgs Datacentral och ingår i programpaketet CHALMFEM.

Fortsatt utveckling av beräkningsmodellerna enligt FEM föreslås, dels för bättre anpassning till typiskt svenska förhållanden, dels för koppling av grundvattenanalysen med sättningsberäkningar, för vilket det finns ett annat GEOFEM-program.

En stor del av världens vattenförsörjning tillgodoses med grundvatten. Den ökande befolkningen och den ökade förbrukningen per capita har lett till att grundvattentillgångarna måste utnyttjas mer effektivt nu än tidigare. Mycket av den hydrologeologiska forskningen har därför inriktats på att skapa metoder för bestämning av akviferparametrar och därmed ge underlag för prognoser av möjliga och lämpliga grundvattenuttag.

I vårt land har vanligen grundvattentillgången varit så god att man kunnat nöja sig med relativt grova undersökningsmetoder, vilka inskränkt sig till propumpningar med en viss kapacitet under lång tid. När inga alltför negativa konsekvenser i form av stora avsänkningar vid brunnen har iakttagits, har man ansett sig ha ett mått på den ständigt uttagbara vattenmängden. Först på senare år har magasinsbegreppet vunnit förståelse och man har börjat betrakta grundvattenförhållandena som tidsberoende. Undersökningsmetoderna har förfinats och man har övergått mer och mer till att göra kortvariga propumpningar med analys av akviferparametrarna. De förfinade undersökningsmetoderna har medfört att bättre prognoser för grundvattenförhållandena kan göras. Därvid används en grundvattenmodell, och i det följande skall olika typer av sådana beskrivas.

1.1 Grundvatten i den urbana miljön

Under det senaste decenniet har ett nytt grundvattenproblem uppmärksamrats. Det gäller grundvattenförhållandena i den urbana miljön. Skador på byggnader, ledningar, gator m m har visat sig vara orsakade av förändringar i grundvattenförhållandena; förändringar som olika bebyggelseåtgärder givit upphov till.

Det är främst storstadsregionerna Stockholm och Göteborg som drabbats av skador till följd av ändrade grundvattenförhållanden. Båda områdena består av bergspartier med mellanliggande lerslätter, typiskt för områden under högsta kustlinjen (HK). De okonsoliderade lerjordarna är ofta sättningsskänsliga, varför byggnader oftast grundläggs på pålar för att förhindra sättningar. Marksättningar har emellertid i vissa fall visat sig bli betydligt större än beräknat, likaså har äldre områden råkat ut för stora sättningar. Orsaken har visat sig vara sjunkande grundvattentryck i friktionsjordarna under leran, vilket har lett till konsolideringssättningar i lerlagren. Det sjunkande grundvattentrycket kan i många fall tillskrivas läckage till nybyggda tunnlar i berget under jordlagren. I andra fall beror trycksänkningen på en minskad infiltration till friktionsjordlagren, orsakad av att tidigare infiltrationsområden "tätats" vid hårdgörning av ytor. Trycket i lerlagren kan även påverkas direkt, t ex av ledningsgravar, vilka, om de utförs med kontinuerlig grusfyllning, fungerar som dräneringsdiken. Större träd kan ge upphov till lokala sättningar.

1.2 Skador

Förutom de direkta obehagen av stora marksättningar är skadorna indirekt orsakade av ojämna sättningar.

- Pålar kan knäckas när sättningarna ger upphov till stora kohesionskrafter på dem.
- Ojämna sättningar kan orsaka sprickbildning i byggnader och ledningar.
- Ojämna sättningar kan ge ändrade fallförhållanden i ledningar och rännstenar.

Den ökande medvetenheten om att grundvattensänkningar kan få stora ekonomiska följder har lett till att grund-

vattenförhållandena i dag undersöks rutinmässigt i samband med många större byggnadsobjekt. Exakt vilka följder ett visst handlingsalternativ får, är dock relativt svårt att uppskatta och jämförelser mellan olika alternativ görs sällan.

För att olika bebyggelseåtgärders inverkan på grundvattenförhållandena skall kunna beaktas redan i planeringsstadiet, krävs en beräkningsmodell med vars hjälp prognoser för olika alternativ kan göras. Även vid tvister om redan uppkomna sättningsskador kan en sådan modell bidra till förståelsen av orsakssamband.

2 GRUNDLÄGGANDE TEORI

Nedan presenteras en härledning av en grundläggande flödesekvation för grundvattenströmning samt några specialfall av den. De olika sätt på vilka dessa ekvationer kan lösas redovisas i kapitel 3.

2.1 Beteckningar och enheter

De använda beteckningarna i detta och följande kapitel redovisas nedan. Om någon av dem används med annan betydelse än här angiven, anges detta speciellt på resp ställe.

Listan är uppställd på följande sätt:

versaler

gemena

grekiska bokstäver

A	m^2	area
C	F	kapacitans
E	N/m^2	E-modul
H	m	mäktighet hos vattenförande lager
I	A	strömstyrka
K	m/s	permeabilitet
K'	m/s	permeabilitet hos lågpermeabla lager
M	kg	massa
P	mm	nederbörd
Q	m^3/s	pumpkapacitet
R	m	avstånd (radie)
S	1	magasinskoefficient
S_s	m^{-1}	specifik magasinskoefficient
T	m^2/s	transmissivitet
T_K	K	temperatur
U	V	elektrisk potential (spänning)
W	$m^3/s \cdot m^2$	brunnsterm

a	m	avstånd
b	m	avstånd
c	m	avstånd
	J/(kg·K)	värmekapacitetet (=specifik värme- kapacitet)
d	m	avstånd
g	m/s ²	accelerationen vid fritt fall (tyngd- kraftsaccelerationen)
h	m	tryckhöjd, mäktighet hos vattenförande lager
i		ordningsnummer
j		ordningsnummer
m		antal
n		antal
p	Pa	portryck (där u ej kan användas)
q	m/s	specifikt flöde, flux
r	m	avstånd (radie)
s	m	avsänkning
t	s	tid
u	m/s	hastighetskomponent i x-led
	Pa	portryck
v	m/s	hastighetskomponent i y-led
w	m/s	hastighetskomponent i z-led
x	m	koordinat i rätvinkligt koordinatsys- tem
y	m	koordinat i rätvinkligt koordinatsys- tem
z	m	koordinat i rätvinkligt koordinatsys- tem
α	m ² /N °	kompressibilitet hos jordlager (= 1/E) vinkel
β	m ² /N	vattnets kompressibilitet (1/E)
ν	m ² /s	kinematisk viskositet
ρ	kg/m ³	densitet
σ	Pa	totalspänning
σ'	Pa	effektivspänning
σ_o	ohm ⁻¹	ledningsförmåga
σ_m	Pa	membranspänning
τ	W/(m·K)	värmeledningsförmåga

2.2 Darcy's lag

Grunden för praktiskt taget alla beräkningar av grundvattenströmning är Darcy's lag. Den kan skrivas:

$$Q = K \cdot A \cdot i \quad (2.2.1)$$

där Q är flödet [m^3/s], K är permeabiliteten [m/s], A är tvärsnittsarean vinkelrätt flödesriktningen [m^2] och i är den hydrauliska gradienten.

Härur kan grundvattnets medelströmhastighet, v [m/s], härledas

$$v = K \cdot i \text{ eller } v = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial s} \quad (2.2.2)$$

Med användande av ett rätvinkligt koordinatsystem erhålls hastighetskomponenterna

$$v_x = -K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad v_y = -K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \quad v_z = -K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z} \quad (2.2.3)$$

Vanligtvis antas dock permeabiliteten K vara lika i alla riktningar (isotrop material), varför man kan sätta

$$K_x = K_y = K_z = K \quad (2.2.4)$$

Darcy's lag har verifierats experimentellt och visat sig gälla för laminär strömning i porösa media, då Reynolds tal är mindre än ca 10. Detta gäller nästan alltid i naturliga grundvattenflöden, där strömningshastigheterna är låga. Vid strömning i mycket finkorniga jordar, som t ex leror, har dock Darcy's lag visat sig gälla mindre bra (Hansbo, 1975).

2.3 Härledning av grundläggande flödesekvation för grundvattenströmning

Till grund för all matematisk behandling av grundvattenströmning ligger två samband, nämligen Darcy's lag och en kontinuitetsekvation (massan = konstant).

Här följer en härledning av den allmänna differentialekvationen för grundvattenströmning.

Betrakta ett litet volymselement i flödet.

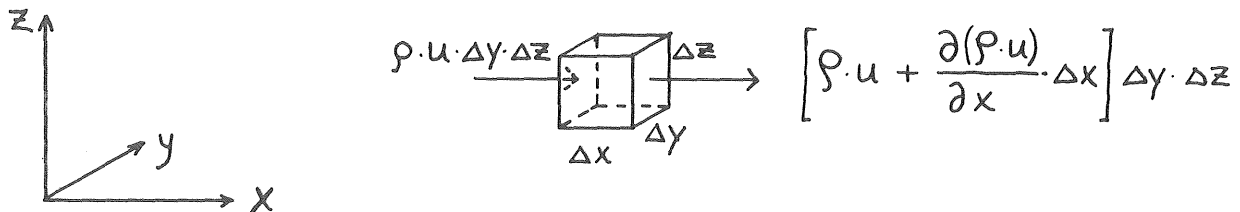


FIG. 2.3.1.

Hastighetsvektorn $V = (u, v, w)$

Elementet består av ett kornskelett med vatten i porerna.

Massinflödet i elementet i x-led =

$$\rho \cdot u \cdot \Delta y \cdot \Delta z - \left[\rho \cdot u + \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot \Delta x \right] \cdot \Delta y \cdot \Delta z = - \frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$$

I. Totala massinflödet i elementet blir då =

$$= - \left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z.$$

II. Massan hos vätskan i elementet = $\Delta M = n \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z$

Massökning per tidsenhet i elementet blir då

$$= \frac{\partial(\Delta M)}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} (n \cdot \rho \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z)$$

Elementet antas i fortsättningen ej undergå någon formförändring i x- eller y-led utan endast i z-led, dvs vertikalt. Vattnet antas vara kompressibelt. Alltså

blir massökningen =

$$= \left[\rho \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial n}{\partial t} + n \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot n \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y$$

A. Elementets volym förändras, men mineralkornen betraktas som inkompressibla i jämförelse med vätskan. Det är alltså kornskelettets volym som förändras medan kornens volym är konstant = ΔV_s

$$\Delta V_s = (1-n) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \text{konstant}$$

Då är

$$\frac{\partial(\Delta V_s)}{\partial t} = 0$$

dvs

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (1-n) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z & ; \\ \Delta z \cdot \frac{\partial}{\partial t} (1-n) + (1-n) \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} & = 0 ; \\ -\Delta z \cdot \frac{\partial n}{\partial t} + (1-n) \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} & = 0 ; \\ \frac{\partial n}{\partial t} & = \frac{1-n}{\Delta z} \cdot \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} \end{aligned}$$

(2.3.1)

Totalspänningen kan tecknas $\sigma = \sigma' + p$, där σ' är effektivspänningen (mellan kornen) och p är porvattentrycket.

Antas totalspänningen vara konstant är

$$\frac{\partial \sigma}{\partial t} = 0, \text{ dvs } \frac{\partial \sigma'}{\partial t} + \frac{\partial p}{\partial t} = 0$$

Kornskelettets vertikala kompressibilitet är α [m^2/N] vilket är lika med inverterade värdet av E-modulen.

Enligt definition är:

$$\alpha = - \frac{\frac{\partial(\Delta z)}{\Delta z}}{\partial \sigma'} = \frac{1}{E_s}$$

vilket medför

$$\frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} = -\alpha \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial t} \quad (2.3.2)$$

vilket ger

$$\frac{\partial n}{\partial t} = \frac{1-n}{\Delta z} \left(-\alpha \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial t} \right) = -\alpha \cdot (1-n) \cdot \frac{\partial \sigma'}{\partial t}$$

men $\frac{\partial \sigma'}{\partial t} = -\frac{\partial p}{\partial t}$ varför $\frac{\partial n}{\partial t} = \alpha \cdot (1-n) \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$ (2.3.3)

B. Vattnet har antagits vara kompressibelt och dess kompressibilitet är β , vilket motsvarar inverterade värdet av E-modulen, dvs $\beta = \frac{1}{E_v}$

Enligt definition är

$$\beta = -\frac{\frac{\partial(\Delta V_v)}{\Delta V_v}}{\partial p} = \frac{1}{E_v}$$

där ΔV_v = Volymen av vattnet i elementet.

För volymen ΔV gäller att ingående massan är konstant, oberoende av komprimeringen, dvs

$$\rho \cdot \Delta V_v = \text{konstant}$$

Detta medför att

$$\rho \cdot \frac{\partial(\Delta V_v)}{\partial t} + \Delta V_v \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0$$

Men enligt definitionen av β följer

$$\partial(\Delta V_v) = -\beta \cdot \Delta V_v \cdot \partial p$$

Insättes i ovanstående

$$\rho \cdot \frac{(-\beta \cdot \Delta V_v \cdot \partial p)}{\partial t} + \Delta V_v \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0 ;$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \rho \cdot \beta \cdot \frac{\partial p}{\partial t}$$

(2.3.4)

A. och B. insättes i II:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial(\Delta M)}{\partial t} &= \left[\rho \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial n}{\partial t} + n \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot n \cdot \frac{\partial(\Delta z)}{\partial t} \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y = \\
 &= \left[\rho \cdot \Delta z \cdot \alpha(1-n) \frac{\partial \rho}{\partial t} + n \cdot \Delta z \cdot \rho \cdot \beta \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} + \rho \cdot n \cdot \alpha \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t} \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y = \\
 &= \rho \cdot \Delta z \left[\alpha(1-n) + n \cdot \beta + n \cdot \alpha \right] \frac{\partial \rho}{\partial t} \Delta x \cdot \Delta y = \\
 &= \rho \cdot (\alpha + n\beta) \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \cdot \frac{\partial \rho}{\partial t}
 \end{aligned}$$

Utveckling av I ger:

$$\begin{aligned}
 I &= - \left[\frac{\partial(\rho \cdot u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho \cdot v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho \cdot w)}{\partial z} \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z = \\
 &= - \left[\rho \left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} \right) + \left(u \frac{\partial \rho}{\partial x} + v \frac{\partial \rho}{\partial y} + w \frac{\partial \rho}{\partial z} \right) \right] \cdot \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z
 \end{aligned}$$

Om vi i stället för portrycket p använder tryckhöjden

$$h \text{ gäller } h = z + \frac{p}{\rho \cdot g}$$

dvs

$$p = (h - z) \rho \cdot g$$

där z är nivån hos det referensplan från vilket h mätes.

Derivering ger

$$\frac{\partial p}{\partial t} = \rho \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\frac{\partial p}{\partial x} = \rho \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = \rho \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = \rho \cdot g \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right)$$

Men enligt ekv. (2.3.4) gäller

$$\partial \rho = \rho \cdot \beta \cdot \partial p$$

vilket medför att

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} = \beta \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial x} = \beta \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial x}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial y} = \beta \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial y}$$

$$\frac{\partial \rho}{\partial z} = \beta \cdot \rho^2 \cdot g \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right)$$

Darcy's lag antas gälla varför hastighetskomponenterna (u, v, w) kan skrivas:

$$u = -K_x \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad v = -K_y \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \quad w = -K_z \cdot \frac{\partial h}{\partial z}$$

Insättes detta i ekvationen för uttrycket I fås:

$$\begin{aligned} I &= \left\{ -\rho \left[\frac{\partial}{\partial x} \left(-K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(-K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(-K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. -\beta \cdot \rho^2 \cdot g \left[\left(-K_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) \frac{\partial h}{\partial x} + \left(-K_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) \frac{\partial h}{\partial y} + \left(-K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right) \left(\frac{\partial h}{\partial z} - 1 \right) \right] \right\} \Delta x \cdot \Delta y \cdot \Delta z \\ &= \left\{ \rho \left[K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] + \right. \\ &\quad \left. + \beta \cdot \rho^2 \cdot g \left[K_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + K_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right] \right\} \Delta x \Delta y \Delta z \end{aligned}$$

Det totala massinflödet enligt I måste vara lika med massökningen i elementet enligt II, vilket ger, (I = II):

$$\rho \left[K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] + \beta \cdot \rho^2 \cdot g \left[K_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + K_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right] = (\alpha + n/\beta) \cdot \rho^2 \cdot g \cdot \frac{\partial h}{\partial t} ;$$

$$\left[K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right] + \beta \cdot \rho \cdot g \left[K_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + K_y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + K_z \left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - K_z \frac{\partial h}{\partial z} \right] = \rho \cdot g \cdot (\alpha + n/\beta) \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

(2.3.5)

Den andra termen i vänsterledet i ovanstående ekvation uppges vara försumbar i jämförelse med den första termen (Walton, 1970), vilket motiveras med att $\frac{\partial h}{\partial z} \ll 1$, och de kvadratiske termerna är små.

Med denna förenkling fås ekvationen

$$K_x \frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + K_y \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + K_z \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} = \rho \cdot g \cdot (\alpha + n/\beta) \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

(2.3.6)

Om permeabiliteten är lika i alla riktningar, dvs det porösa materialet är isotropt och $K_x = K_y = K_z = K$ får ekvationen följande utseende

$$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = \rho \cdot g \cdot (\alpha + n/\beta) \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

(2.3.7)

Uttrycket i högerledet, $\rho \cdot g (\alpha + n/\beta)$, brukar kallas specifika magasinskoefficienten, S_s , och har dimensionen $[m^{-1}]$. Den kan definieras som den vattenvolym som avges från en volymsenhet av akviferen p g a kornskelettets kompression och vattnets expansion när tryckhöjden minskar en enhet.

Specifika magasinskoefficienten är alltså relaterad till en volymsenhet av akviferen. Om i stället hela den mättade zonen beaktas är motsvarande begrepp grundvattenmagasinets magasinskoefficient, S , vilken definieras av:

$$S = \int_0^b S_s \cdot \partial z \quad \left[\approx S_s \cdot b = b \cdot \rho \cdot g \cdot (\alpha + n\beta) \right]$$

Magasinskoefficienten S kan då definieras som den vattenvolym som en akvifer avger per ytenhet p g a kornskelettets kompression och vattnets expansion när tryckhöjden minskar en enhet. Den är dimensionslös.

Enligt föregående är α kornskelettets kompressibilitet vertikalt och β är vattnets kompressibilitet, dvs

$$\alpha = \frac{1}{E_s} \quad \beta = \frac{1}{E_v}$$

Insättes detta i uttrycket för specifika magasinskoefficienten fås

$$S_s = \rho \cdot g \cdot \left(\frac{1}{E_s} + \frac{n}{E_v} \right)$$

där ρ = vattnets densitet [kg/m³]
 g = tyngdkraftsaccelerationen [m/s²]
 E_s = kornskelettets E-modul vid vertikal kompression [N/m²]
 E_v = vattnets E-modul [N/m²]
 n = jordmateriallets porositet [dimensionslös]

På samma sätt som specifika magasinskoefficienten S_s är permeabiliteten K relaterad till en viss volym i akviferen. Om hela den mättade zonens genomsläpplighet skall beskrivas används i stället för permeabiliteten, transmissiviteten, vilken definieras av

$$T = \int_0^b K(z) \cdot \partial z$$

För ett homogent (och isotropt) vattenmättat jordlager är

$$T = K \cdot b$$

där b är mäktigheten hos lagret [m].

För ett slutet grundvattenmagasin är $T = K \cdot b = \text{konstant}$, medan för ett öppet magasin är $T = K \cdot h$, där h är den mätade zonens mäktighet, dvs $h = h(x, y, t)$.

Med användande av ovanstående begrepp kan den allmänna differentialekvationen för grundvattenströmning i homogena och isotropa material tecknas:

$$K \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial z^2} \right) = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.3.8)$$

Med användande av den s k Laplace-operatorn:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$$

erhålles

$$K \cdot \nabla^2 h = S_s \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad ;$$

$$\nabla^2 h = \frac{S_s}{K} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.3.9)$$

och under slutna förhållanden

$$\nabla^2 h = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.3.10)$$

Vid stationära tillstånd, dvs när tryckfördelningen i magasinet ej är tidsberoende, blir tidsderivatan i högerledet i ovanstående ekvationer lika med noll. Då gäller alltså

$$\nabla^2 h = 0 \quad (2.3.11)$$

vilket är den s k Laplace-ekvation som beskriver stationära tillstånd.

2.4 Strömning i öppna grundvattenmagasin

Tre-dimensionell strömning i öppna grundvattenmagasin vid icke-stationärt tillstånd beskrivs av samma ekvation som strömningen i slutna magasin, dvs

$$\nabla^2 h = \frac{S_s}{K} \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.4.1)$$

Här betecknar emellertid h den mättade zonens mäktighet, dvs grundvattenytans höjd över magasinets undre begränsning.

I detta fall måste dessutom ett speciellt randvillkor vara uppfyllt. För en punkt på grundvattenytan skall gälla

$$K \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + K \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 + K \left[\left(\frac{\partial h}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial h}{\partial z} \right] = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.4.2)$$

Den specifika magasinskoefficienten S_s är i detta fall lika med akvifermateriallets effektiva porositet.

För stationär strömning i öppna grundvattenmagasin gäller på samma sätt som tidigare att $\partial h / \partial t$ är lika med noll, varför högerleden i ekvationen ovan blir lika med noll.

2.5 Dupuits antagande

Det är svårt att lösa ekvation (2.4.1) och samtidigt uppfylla randvillkoret (2.4.2) såväl för det två-dimensionella som det tre-dimensionella fallet, Orsaken är samspelet mellan den fria grundvattenytans läge och tryckhöjden. Den fria grundvattenytans form bestämmer tryckfördelningen under den, och det är denna tryckfördelning som i sin tur bestämmer grundvattenytans form.

För att minska de beräkningsmässiga svårigheterna gjorde Dupuit (1863) tre antaganden:

1. Flödet är i varje punkt horisontellt.
2. Strömningshastigheten är lika stor över varje vertikalt tvärsnitt.
3. Strömningshastigheten i en punkt på grundvattenytan är direkt proportionell mot tangens för vinkeln mellan horisontalplanet och vattenytan i stället för sinus, dvs

$$v = K \cdot \frac{\partial h}{\partial s} \approx K \cdot \frac{\partial h}{\partial r} \quad (2.5.1)$$

Med tillämpning av Dupuits antaganden kan differential-

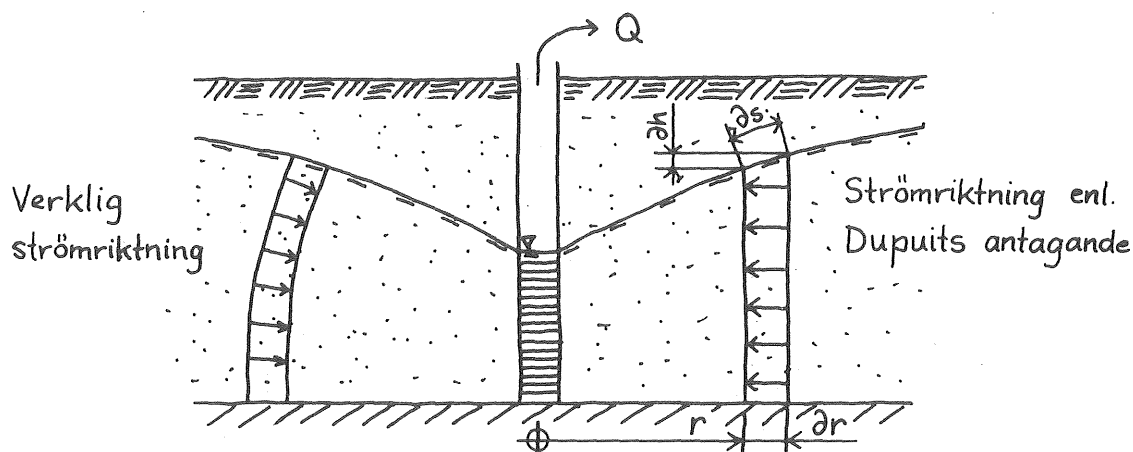


FIG. 2.6.1.

ekvationen för icke-stationär, två-dimensionell, horisontell strömning i ett homogent, öppet grundvattenmagasin skrivs

$$\frac{K}{2} \left[\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} \right] = S_s \frac{\partial h}{\partial t} \quad (2.5.2)$$

Motsvarande ekvation för stationära tillstånd blir då

$$\frac{\partial^2 (h^2)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 (h^2)}{\partial y^2} = 0 \quad (2.5.3)$$

2.6 Störningar i grundvattenflödet

I ovanstående ekvationer har ej några störningar i form av brunnar, gallerier eller liknande beaktats. Allt vat-

ten som tillförs eller lämnar magasinet gör det längs dess yttre gränser. Ofta förekommer emellertid störningar inom magasinet i form av t ex pumpade brunnar, infiltrationsbassänger, naturlig infiltration och läckage genom angränsande tätande lager. Störningarna kan vara punktformiga eller utbredda över vissa ytor. Detta beaktas matematiskt i ovanstående ekvationer genom att en funktion W ("brunnfunktion") läggs till högerledet.

För ett uttag är W positivt; för ett tillskott är W negativ. W är en funktion både av läget (x, y, z) och av tiden (t) och har dimensionen $[m^3/s \cdot m]$, $[m^2/s \cdot m^2]$ respektive $[m^3/s \cdot m^3]$ för det en-, två- respektive tre-dimensionella fallet. Under stationära förhållanden får den partiella differentialekvationen med en "brunnfunktion" utseendet

$$\nabla^2 h = W \quad (2.6.1)$$

vilken kallas Poissons ekvation.

2.7 Jämförelser med geotekniska benämningar

Enligt Terzaghis klassiska konsolideringsteori gäller för porvattenövertrycket u vid endimensionell konsolidering:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{K \cdot M}{\rho_v \cdot g} \cdot \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \quad \text{eller} \quad \frac{\partial u}{\partial t} = c_v \cdot \nabla^2 u$$

Vid en jämförelse med ovanstående ekvation för grundvattenströmning framgår sambandet

$$c_v = \frac{K}{S_s}$$

c_v kallas vanligen konsolideringskoefficienten (Hansbo, 1975) medan K/S_s brukar kallas hydrauliska diffusiviteten.

Vid studium av högkompressibla jordlager, t ex lera, är vanligen $E_s \ll E_v$ varför vattnet i stort sett kan anses inkompressibelt. Då fås

$$S_s = \rho \cdot g \left(\frac{1}{E_s} + \frac{n}{E_v} \right) \approx \frac{\rho_v \cdot g}{E_s} = \frac{\rho_v \cdot g}{M}$$

Vanliga värden på vissa parametrar

Nedan visas några exempel på storleken hos parametrar som används inom grundvattenhydraulik. Värdena gäller för akviferer i Sverige.

Permeabilitet, K [m/s]	$10^{-7} - 10^{-2}$
Transmissivitet, T [m ² /s]	$10^{-6} - 10^{-1}$
Magasinskoefficient, S [dim.lös]	$10^{-6} - 10^{-4}$ slutna förh.
	0,05 - 0,40 öppna förh.
Kompressibilitet, α [m ² /N]	$10^{-11} - 10^{-7}$
Kompressibilitet för vatten, β [m ² /N]	ca $5 \cdot 10^{-10}$
Porositet, n [dim.lös]	0,05 - 0,40

Olika författare definierar "grundvattenmodell" på något skilda sätt. Här används ordet modell i den betydelse som Domenico (1972) har definierat. Nedan ges ett antal författares definitioner, översatta till svenska.

Domenico, 1972:

En modell kan definieras som en avbildning av verkligheten och är alltid enklare än det verkliga system den avbildar.

Walton, 1970:

Verkligheten \longrightarrow Modellakvifer \longrightarrow Matematisk modell

Prickett, 1975:

Varje system som kan avbilda en reaktion hos ett grundvattenmagasin kan kallas en modell av magasinet.

Davis & DeWiest, 1966:

. . . ordet modell används som inom hydrauliken och är ekvivalent med analogmodell. Analogmodeller är fysiska system eller matematiska modeller, som lyder under partiella differentialekvationer med randvillkor på samma sätt som prototypen (= verkligheten).

Todd, 1959:

Använder "modellteknik" till skillnad från fältmetoder och analytiska metoder för studier av grundvattenströmning.

Busch & Luckner, 1973:

Eftersom mer eller mindre kraftiga förenklingar införs i de matematiska ekvationer, som med hjälp av matematiska symboler mer eller mindre exakt återspeglar verkligheten, kallas dessa ekvationer "matematiska modeller".

Remson, Hornberger & Molz, 1971:

Problem som omfattar grundvattenflöden kan lösas med hjälp av modeller. Allt som kopierar eller beskriver den hydrauliska funktionen hos dessa system kan användas som en prognosmodell.

Tre typer av modeller kan särskiljas; matematiska, analoga och fysikaliska.

De matematiska modellerna innefattar antingen analytiska eller numeriska lösningar. Analytiska lösningar finns för ett stort antal typfall och dessa kan sedan superponeras och ger då lösningar för ytterligare flera fall. De numeriska metoderna omfattar differensmetoder och finita-element-metoder.

Analoga modeller innebär att i stället för grundvattenströmning studeras ett analogt flöde, vilket beskrivs av samma differentialekvationer. Som exempel kan nämnas viskösa vätskors strömning mellan parallella plattor på litet avstånd, elektrisk strömning och värmeledning.

Fysikaliska modeller omfattar sådana, där man studerar vattenströmning i ett poröst medium i en annan skala än verkligheten. Nedan ges en översikt över de olika modellerna och deras användning.

3.1 Matematiska modeller

De partiella differentialekvationer som har angivits i kap 2 kan i vissa fall och med vissa approximationer lösas analytiskt eller numeriskt. Utgående från vissa analytiska lösningar har grafiska s k typkurvemetoder utvecklats.

3.1.1 Analytiska lösningar

De partiella differentialekvationer med tillhörande randvillkor, vilka beskriver grundvattenströmning, är som regel svåra att lösa analytiskt, utom för endimensionell strömning. För två-dimensionell strömning finns dock lösningar för vissa fall, när randvillkoren är enkla.

De fall som har rönt störst intresse är strömning till en brunn i skilda lagerföljder. För stationära förhållanden gjorde Thiem redan 1906 en lösning. Den s k Thiems formel gäller flöden i slutna akviferer:

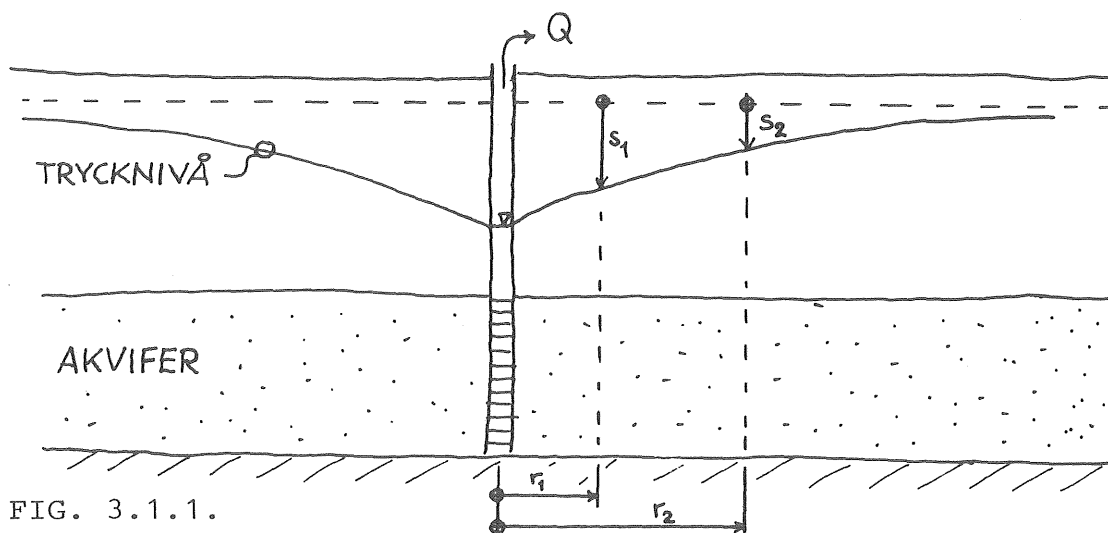


FIG. 3.1.1.

$$Q = 2 \pi K \cdot H \cdot \frac{s_1 - s_2}{\ln(r_2/r_1)} \quad (3.1.1)$$

där Q = pumpkapaciteten [m^3/s]
 $K \cdot H$ = transmissiviteten [m^2/s] hos den slutna akviferen
 $s_{1,2}$ = avsänkningen i punkt 1 resp 2 [m]
 $r_{1,2}$ = avståndet från brunnen till punkt 1 resp 2 [m]

Detta samband kan användas enligt följande. Akviferen provpumpas med en viss kapacitet Q och avsänkningen mäts i minst två observationsrör. När stationärt tillstånd inträtt, dvs s är konstant med tiden, beräknas akviferens transmissivitet kH . Theims formel kan sedan användas som en matematisk modell av akviferen och effekten av en, inom rimliga gränser, godtycklig pumpkapacitet kan beräknas.

Det är emellertid mycket sällan som strömningsförhållandena kring en brunn kan anses stationära. Oftast erhålls aldrig någon konstant avsänkning runt brunnen, utan avsänkningen ökar med tiden i varje punkt. Denna icke-stationära (transienta) grundvattenströmning har studerats av C V Theis som 1935 presenterade en analytisk lösning för avsänkningen runt en brunn i en sluten akvifer.

Med beteckningar enligt figur lyder Theis' formel

$$s = \frac{Q}{4 \pi T} \cdot W(u) \quad (3.1.2)$$

där $u = \frac{r^2 S}{4Tt}$ och $W(u) = \int_u^\infty \frac{e^{-u}}{u} \cdot du$

t = tiden efter pumpstart [s]

S = magasinskoefficienten [m/m]

Vid härledning av Theis' formel har följande förhållanden antagits gälla:

1. Akviferen är sluten, homogen, isotrop och har oändlig utbredning i plan samt konstant mäktighet.
2. Pumpkapaciteten är konstant med tiden.
3. Brunnen är fullkomlig och har infinitesimal radie.
4. Akviferen tillförs inget vatten från omgivande lager.

Alla dessa villkor är naturligtvis aldrig helt uppfyllda i verkligheten, men i många fall kan lösningen tillämpas. Även om akviferen är kraftigt inhomogen ger Theis formel användbara resultat. Detta har visats bl a av A Vandenberg (1977).

Den s k brunnfunktion, $W(u)$, finns tabellerad i de flesta läroböckerna inom ämnesområdet. Den vanligaste metoden, att med hjälp av Theis formel från avsänkingsdata bestämma transmissivitet och magasinskoefficient, är den s k typkurvemetoden. Detta förfarande beskrivs t ex i Meddelande nr 2 från Geohydrologiska forskningsgruppen.

Theis formel ger också möjlighet till prognosticering av avsänkningen orsakad av ett godtyckligt grundvattenuttag. När de geohydrologiska parametrarna (transmissivitet och magasinskoefficient) är bestämda, ger formeln avsänkningen i en viss punkt som funktion av tiden, eller alternativt avsänkningen vid en viss tidpunkt, som funktion av avståndet till brunnen.

Efter det att C V Theis presenterade sin analytiska lösning av transient radiellt flöde till en brunn, har ett stort antal geohydrologer presenterat analytiska lösningar till likartade problem, t ex

- C E Jacob och M S Hantush har speciellt studerat förhållandena vid pumpning i läckande (leaky) akviferer under olika randvillkor.
- N S Boulton har tagit hänsyn till s k fördröjd vattengivning i öppna akviferer.
- Flera holländare (se Huisman 1972) har studerat effekter av pumpning, dikning och infiltration vid komplicerade lagerföljder.

Sammanfattningsvis kan nämnas att analytiska lösningar av grundvattenströmningsproblem finns för ett stort antal fall, nämligen:

- Pumpning i oändliga, homogena och isotropa, öppna och slutna akviferer under stationära och transienta förhållanden.

- Pumpning i akviferer med läckage genom över- eller underliggande lager.
- Akviferen begränsas av negativa eller positiva gränser. (Över en negativ gräns är flödet = 0; vid en positiv är avsänkningen = 0).
- Akviferen är anisotrop, dvs har olika permabilitet i olika riktningar.
- Akviferens mäktighet varierar exponentiellt i flödesriktningen.
- Pumpkapaciteten är ej konstant.
- Brunnen är ej fullkomlig, dvs brunnsfiltret är kortare än akviferens mäktighet.
- Endimensionell strömning (Edelmann, 1972) med specialfallet strömning i åsar (Gustafson, 1974).

Analytiska lösningar saknas däremot för följande förhållanden:

- Akviferens mäktighet varierar från plats till plats.
- Det vattenförande lagrets sammansättning, dvs akviferens permeabilitet och magasinskoefficient varierar från plats till plats.
- Akviferens geometri är komplicerad. Befintliga lösningar gäller vanligen för oändliga eller halvoändliga akviferer. Med hjälp av det s k spegelbrunnsförfarandet kan dock ett mindre antal enkla gränser beaktas (Se Ferris et al 1962).
- Randvillkoren är komplicerade. Endast fall med mycket enkla randvillkor fördelade på ett enkelt sätt runt akviferen har kunnat lösas analytiskt.
- Akviferens geometri, pumpkapacitet m m förändras under den studerade tidsrymden.

3.1.2 Numeriska lösningar

Under denna rubrik behandlas de approximativa metoder, där differentialekvationer med aktuella randvillkor löses numeriskt. Speciellt skall två metoder diskuteras, finita differensmetod (FDM), vilken har använts sedan 50-talet och den under senare tid allt populärare finita elementmetoden (FEM).

Finit differensmetod

Denna metod innebär att den kontinuerliga differentialekvationen som skall lösas, ersätts med en finit differens-ekvation. För transient två-dimensionellt flöde i ett slutet grundvattenmagasin gäller med beteckningar som tidigare:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W \quad (3.1.3)$$

Vid användning av finit differensmetod ersättes det kontinuerliga akvifersystemet med ett ekvivalent system av n diskreta volymer inom vilka akviferparametrarna är konstanta.

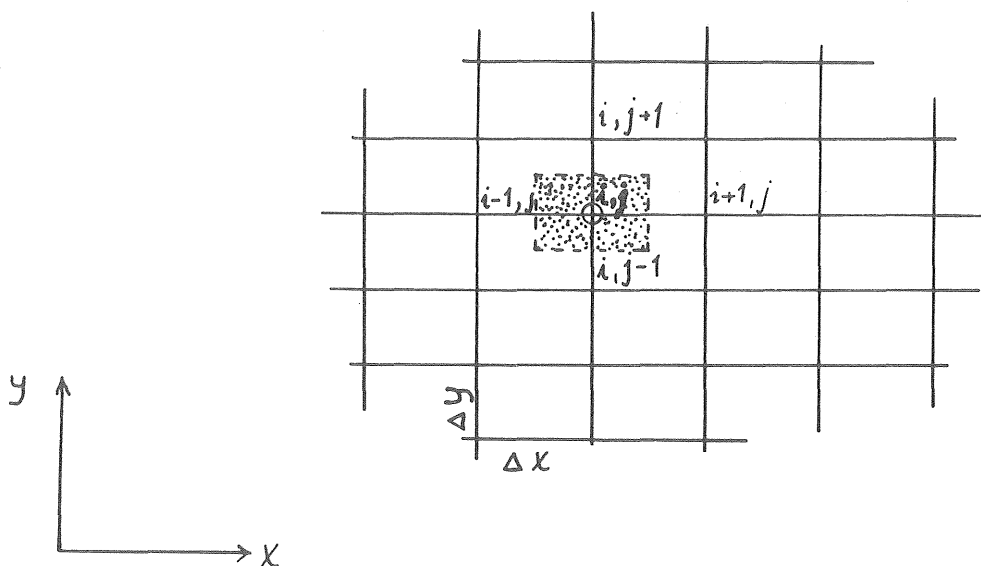


FIG. 3.1.2.

Ekvation (3.1.3) kan sedan approximeras med en differens-ekvation som för nodpunkt (i,j) lyder:

$$\begin{aligned}
& T_{x(i-1,j)} \frac{h_{i-1,j} - h_{i,j}}{(\Delta x)^2} + T_{x(i+1,j)} \frac{h_{i+1,j} - h_{i,j}}{(\Delta x)^2} + \\
& + T_{y(i,j-1)} \frac{h_{i,j-1} - h_{i,j}}{(\Delta y)^2} + T_{y(i,j+1)} \frac{h_{i,j+1} - h_{i,j}}{(\Delta y)^2} = \\
& = S \frac{h_{i,j,t2} - h_{i,j,t1}}{\Delta t} + W(x,y,t)
\end{aligned}
\tag{3.1.4}$$

T_x och T_y är komponenter av transmissivitetsvektorn i x- resp y-led, S är magasinskoefficienten för den betraktade volymen och $W(x,y,t)$ är en "brunnsterm" vilken motsvarar pumpkapacitet eller infiltrationskapacitet.

För ett enkelt fall där rutnätet består av kvadrater, dvs $\Delta x = \Delta y = a$, och akviferen är isotrop, dvs $T_x = T_y = T$, får ekvationen följande utseende:

$$\begin{aligned}
& \frac{T}{a^2} (h_{i-1,j} + h_{i+1,j} + h_{i,j-1} + h_{i,j+1} - 4h_{i,j}) = \\
& = S \frac{h_{i,j,t2} - h_{i,j,t1}}{\Delta t} + W(x,y,t)
\end{aligned}
\tag{3.1.5}$$

Diskretiseringen av akviferen behöver ej göras som ett rätvinkligt rutnät, utan andra former kan också användas. Exempelvis kan varje nodpunkt omges av en triangel, sexhörning eller liknande. Det rätvinkliga nätet är dock enklast att använda.

Ekvation (3.1.4) tecknas för varje nodpunkt inom det studerade området, varför ett ekvationssystem med n ekvationer och med n obekanta trycknivåer ($h_{i,j}$) erhålls. Lösningen av ekvationssystemet tillgår vanligen så, att de obekanta trycknivåerna ($h_{i,j}$) först uppskattas med en så kvalificerad gissning som möjligt. Vänsterledet som innehåller trycknivåer från samma tidpunkt vållar inga problem vid lösningen, men den första termen i högerledet, som hänför

sig till magasinering inom den finita volymen under en viss tidsrymd, kräver speciell uppmärksamhet. Tidsderivatan $\partial h/\partial t$ har approximerats med en differens mellan trycknivån vid två tidpunkter. Dessa två tidpunkter kan väljas på olika sätt.

En variant är den s k implicita metoden. Då approximeras tidsderivatan med skillnaden mellan den okända nivån i noden vid tiden t och det kända värdet vid det föregående tidssteget, $t - \Delta t$. I ekvation (3.1.4) blir då $t_2 = t$ och $t_1 = t - \Delta t$. Ekvationen för varje nod innehåller alltså de sökta nivåerna vid tiden t samt ett värde för det föregående tidssteget. Beräkningsmässigt innebär metoden att en $n \times n$ matris skall inverteras för varje tidssteg, vilket inte lär innebära några större problem. Dessutom är metoden stabil.

Motsatt grepp används vid den explicita metoden, vilken innebär att ekvationen tecknas utgående från de kända nivåerna i omgivande nodpunkter. Den enda okända variabeln blir då nivån i mittnoden vid nästa tidssteg $t + \Delta t$, som förekommer i uttrycket för tidsderivatan i högerledet. I ekvation (3.1.4) skulle då gälla $t_2 = t + \Delta t$ och $t_1 = t$. Den explicita metoden kan emellertid leda till instabila lösningar med tiden, såvida ej tidsstegen hålls mycket små. Denna begränsning har fått till följd att den implicita metoden har använts oftast.

Även andra varianter av approximationen av tidsderivatorna är möjliga. Genom att teckna uttrycken vid tiden $t + \Delta t/2$ erhålls den s k Crank-Nicholson-metoden. Denna metod ger en stabil lösning, och god noggrannhet, varför den har kommit att bli den mest använda i dag.

Som framgår av ovanstående genereras ett stort antal ekvationer, som måste lösas ett flertal gånger. Detta har till följd att finita differensmetoden lämpar sig väl för datorberäkningar, ja, tillgång till dator är nödvändig för lösande av de stora ekvationssystemen.

Finita differensmetoden har tillämpats på grundvattenproblem sedan början av 60-talet av bl a Tyson och Weber, G F Pinder, T A Prickett och K R Rushton. Även i Sverige har metoden använts på senare år, se t ex Braester m fl, 1977.

Fördelar med finit differensmetod

- + Det studerade magasinet behöver ej vara homogent och isotropt, utan dess egenskaper kan variera från plats till plats. Detta kan enkelt beaktas genom att parametrarna ges olika värden inom olika delområden.
- + I modellen befinner sig ränderna på finit avstånd, till skillnad från vid analytiska metoder, där oftast någon rand antas vara oändligt avlägsen.
- + Relativt komplicerad geometri kan simuleras.
- + Från plats till plats varierande randvillkor kan beaktas.
- + Såväl stationära som transienta problem kan beräknas.

Nackdelar med finit differensmetod

- Tillgång till dator nödvändig.
- Differensnätet bör vara rätvinkligt.
- Datormodellen saknar fysisk likhet med originalet, varför någon djupare fysikalisk förståelse av problemet ej underlättas; till skillnad från analogimodellen. Likaså ger den ingen möjlighet att för lekmän visa problemställning och lösning.

Finita elementmetoden (FEM)

Den i föregående kapitel beskrivna differensmetoden bygger på att gällande differentialekvationer approximeras med differensekvationer, dvs de kontinuerliga differentialerna ersätts med diskreta differenser. Finita elementmetoden innebär i stället att ett ekvivalent problem löses enligt funktionalteorin, se Wiberg, 1975.

Låt oss åter betrakta stationär strömning i ett slutet grundvattenmagasin, vilken beskrivs matematiskt av ekv (3.1.3). Man har visat, att problemet att lösa denna differentialekvation är ekvivalent med att finna en funktion h , som ger funktionalen F ett minimivärde.

$$F = \iint_{\Omega} \frac{1}{2} \left[T_x \left(\frac{\partial h}{\partial x} \right)^2 + T_y \left(\frac{\partial h}{\partial y} \right)^2 - 2Wh \right] dx \cdot dy \quad (3.1.6)$$

Det kan uttryckas så här:

Den entydiga lösningen $h = h(x, y)$, som satisfierar differentialekvationen (3.1.3) med tillhörande randvillkor, är enligt funktionalens sats identisk med den funktion $h = h(x, y)$ som ger funktionalen F dess minsta värde, när randvillkoren är uppfyllda.

Vid formuleringen av (3.1.6) har förutsatts att endast randvillkor i form av fixa nivåer förekommer. Skulle exempelvis flödet över någon del av randen vara givet, måste ekvationen kompletteras med en tilläggsterm.

Speciellt för FEM är att en diskretisering i rummet sker med en lösningsansats, som innehåller s k basfunktioner. Med lösningsansatsen och konstitutiva samband för elementen bildas först ekvationssystem elementvis i matrisform. De elementvis uppställda matriserna kombineras sedan, så att ett ekvationssystem för hela strukturen erhålles. Lösningen av detta sker genom invertering av matriser, t ex genom Gauss-elimination.

Icke-stationära problem löses vanligen genom en diskretisering i tiden med differensmetod, på samma sätt som har beskrivits ovan vid finita differensmetoden.

Den mest kostsamma delen av beräkningen är vanligen matrisinverteringen. Om de diskreta tidsstegen är konstanta under en viss del av tiden behöver matrisinverteringen ej ske mer än en gång för dessa tidssteg.

FEM har på senare år kommit att användas i ett stort antal fall för lösande av grundvattenproblem både utomland och i Sverige. Bland dem som sysslat med detta kan nämnas R L Cooley, P W France, S K Gupta, A B Gureghian, I Javandel, S P Kjaran, S P Neuman, I Remsom, P A Witherspoon.

I Sverige har FEM tillämpats på grundvattenströmning av K Runesson, N E Wiberg och H Tågnfors vid Chalmers tekniska högskola, Göteborg, se kapitel 4.

Fördelarna och nackdelarna med FEM är i stort sett desamma som för differensmetoden, alltså:

Fördelar med finit differensmetod

- + Det studerade magasinets egenskaper kan variera från element till element. Inom varje element måste dock egenskaperna vara konstanta
- + Ränderna befinner sig på ändligt avstånd
- + Områdets geometri kan variera kraftigt
- + Randvillkoren kan variera längs randen, eftersom randvillkoren kan vara olika från element till element
- + Såväl stationära som transienta problem kan beräknas
- + Randvillkor kan jämfört med FDM lättare simuleras i FEM
- + Elementnätets form är relativt fri, men i de flesta programmen förutsätts trianglar eller fyrhörningar

- + Förändringar av modellparametrar kan lätt utföras
- + Fri grundvattenyta kan simuleras genom att ett extra randvillkor införs
- + När en beräkningsmodell har utvecklats, kan den användas för analys av alla likartade områden, varför beräkningskostnaden sedan blir låg.

Nackdelar med finit elementmetod

- Tillgång till dator nödvändig
- Datormodellen saknar fysisk likhet med originalet.

3.2 Fysikaliska modeller

Om man är intresserad av vattnets förekomst och rörelse i porösa material i naturen, ligger det nära till hands att göra en fysikaliskt riktig skalmodell av verkligheten. En modell som är en sann avbildning av verkligheten på så sätt att det är vatten som rör sig i ett poröst medium och därför följer samma lagar som grundvattnet.

I sin enklaste form består en sådan fysikalisk modell av en behållare fylld med jordmaterial från den verkliga akviferen, packat på ett så naturtroget sätt som möjligt. Det har även använts andra porösa material, t ex siktad sand, glaskulor eller krossmaterial. Modellen kallas därför ofta sandmodell.

Randvillkoren och rändernas geometri avbildas skal enligt och vid slutna förhållanden mäts tryckhöjden vanligen med små, öppna nivåror. Även grundvattenströmning under öppna förhållanden kan direkt simuleras, ett faktum som ställer sandmodellen i en klass för sig. Det är den enda modelltyp som på ett naturligt sätt omfattar den fria grundvattenytan. Vätskan i modellen är vanligen vatten, men för analys av fler-fas-system, t ex sött-salt vatten, olja-vatten eller rent vattenförorenat vatten, har olika oljor och vattenlösliga salter använts.

Sandmodeller har bl a utnyttjats för analys av:

- radiell strömning till brunnar under öppna förhållanden
- plan strömning i den omättade zonen, t ex vid infiltrationsanläggningar
- balans mellan sött och salt vatten
- transport och dispersion av föroreningar
- sättningar beroende på grundvattenuttag
- läckage genom jorddammar

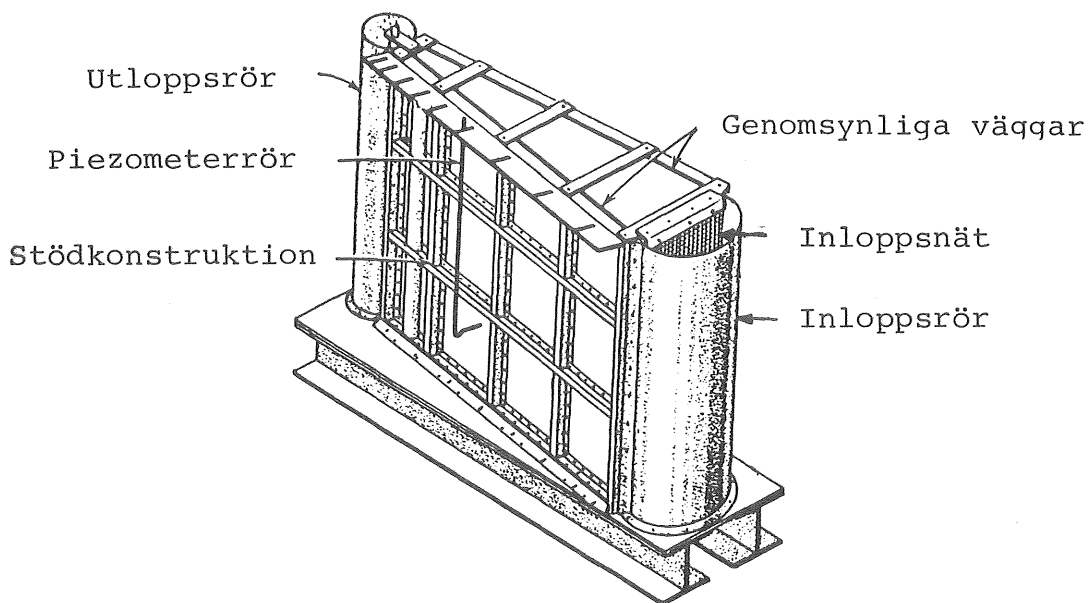


FIG. 3.2.1. Sandmodell för studium av stationärt, radiellt flöde till en brunn i ett öppet grundvattenmagasin.

Modellkonstruktionen erbjuder vanligen inga större teoretiska problem, eftersom allt avbildas skalenligt. Vad som dock kräver en viss eftertanke är valet av skalfaktorer. Målet är härvid att erhålla en modell med rimliga dimensioner och flöden samt vid icke-stationära problem en rimlig tidsfaktor. Det senare beror på att tidskalan är direkt proportionell mot längdskalan och omvänt proportionell mot permeabilitetsfaktorn.

Här måste även påpekas en faktisk begränsning hos sandmodellen. Flödet anses följa samma lagar som grundvattnet, men det finns en variabel, som vanligen försummas hos grundvattenflödet men som i en modell får långt större betydelse, nämligen den kapillära stigningen i ett poröst material. För att exemplifiera detta betraktas följande exempel: Ett öppet grundvattenmagasin med en bredd av 500 m

skall studeras med en sandmodell. Modellens bredd väljs med hänsyn till tillgängligt utrymme till 2,5 m, vilket ger längdskalan 1:200. Akviferens mäktighet är 15 m, vilket medför att modellens djup blir 7,5 cm. Av detta inses, att det blir omöjligt att välja samma material i modellen som i verkligheten, eftersom detta oftast har en kapillär stighöjd av samma storlek som modellens djup. Därför måste ett grövre material användas så att kapillärstigningen blir proportionell. Men då visar det sig, att tidsfaktorn blir oerhört liten, dvs de transienta förloppen blir snabba, ofta så snabba att de blir svåra att mäta.

Fördelar och nackdelar med fysikaliska modeller

En fördel med fysikaliska modeller är att man mäter konkreta storheter och det är en verklig vätskeströmning man studerar, vilket gör det lättare för lekmän att begripa modellen. Även öppna grundvattenmagasin kan simuleras, eftersom modellen kan innefatta en fri grundvattenyta. Det är den enda modelltypen förutom de matematiska som kan simulera dispersion och diffusion i flerfasssystem.

Bland nackdelarna kan nämnas de rent geometriska beroende på att längdskalan gäller både vertikala och horisontella mått så att areellt stora grundvattenmagasin ej kan modelleras. Det är dessutom svårt att få ett idealiskt poröst material. Vid packningen kan det uppstå luftfickor, vid väggarna kan avvikelser förekomma, bakterietillväxt och korrosion kan störa flödet. Till sist bör framhållas problemen med att erhålla en rimligt liten kapillär stighöjd i modellen.

Avslutningsvis kan nämnas, att fysikaliska modeller ej har använts ofta i Sverige för analys av grundvattenmagasin.

Detta beror på att den svenska geologin är svår att efterlikna i sandmodeller. De är ju dessutom speciellt lämpade för studier av förorenings-spridning i grundvatten, något som tidigare inte har studerats så ingående i vårt land. I dag finns dessutom bättre alternativ, t ex matematiska modeller.

3.3 Analogimodeller

Under slutet av 1800-talet, redan innan någon mer omfattande matematisk behandling av grundvattenströmning hade utförts, användes analogimodeller för grundvattenstudier. Även idag används analogimodeller i vissa fall. I stället för att lösa besvärliga differentialekvationer kan en analog strömning, som beskrivs av samma ekvationer som grundvattenströmningen, studeras.

Analogi betyder här att varje egenskap hos det verkliga systemet kan återfinnas hos modellen. Fördelar med analogimodeller är att stora system kan studeras i liten skala och att man varken behöver formulera randvillkor matematiskt eller lösa differentialekvationer.

Nackdelen är främst det praktiska modellbyggeriet samt modellens inflexibilitet. En analogimodell byggs för relativt stora kostnader och kan endast användas vid studier av det problem den är byggd för.

3.3.1 Spaltmodeller

Det kan matematiskt visas att en viskös vätskas laminära strömning mellan två tätliggande parallella skivor under stationärt tillstånd beskrivs av Laplace-ekvation, $\nabla^2 h = 0$. Av detta följer att vätskeflödet är analogt med två-dimensionell, stationär grundvattenströmning.

Med användande av Poiseuilles lag kan medelhastigheterna för flödet mellan skivorna tecknas

$$v_x = - \frac{b^2 \cdot g}{12 \cdot \nu} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} \quad v_y = - \frac{b^2 \cdot g}{12 \cdot \nu} \cdot \frac{\partial h}{\partial y} \quad (3.3.1)$$

där v_x respektive v_y är flödes hastigheten i x- respektive y-led, b är avståndet mellan skivorna [m], och ν är vätskans kinematiska viskositet [m^2/s].

Vid jämförelse med Darcy's lag inses att "permeabiliteten" för utrymmet mellan skivorna är

$$K = \frac{b^2 \cdot g}{12 \cdot \nu} \quad (3.3.2)$$

För att uppnå lämplig permeabilitet i modellen kan man variera antingen avståndet mellan skivorna b eller vätskans viskositet ν eller båda. Områden med avvikande permeabilitet kan simuleras genom att avståndet b görs olika i olika delar av modellen. Vätskor med olika viskositet har använts för att studera gränser mellan salt- och sötvatten i kustområden. Genom punktvis injektion av färgämne erhålls flödeslinjer direkt.

Modellen kan användas för att studera två-dimensionella flöden i vertikalsnitt, horisontalsnitt eller ev lutande plan. Vertikalstående modeller har använts för att studera läckage genom jorddammar, läckage under dammar, saltvatteninträngning i kustnära akviferer, effekter av infiltrationsanläggningar och konvektionsströmmar i porösa media. Horisontella modeller har mest använts för studier av regionala grundvattenförhållanden. En översikt över vad spaltmodellen använts till visas i figur 3.3.1.

Horisontell spaltmodell

I fig. 3.3.1 och 3.3.2 visas en modell konstruerad av Santing (1958). Den användes för att utvärdera inverkan av konstgjord infiltration i ett område i Holland. Som framgår av fig. 3.3.1 simuleras magasinseffekter med små behållare jämnt fördelade över akviferens yta.

Här redogörs ej närmare för modellbyggnadstekniken, men några data belyser proportionerna hos Santings modell. Modellen var $2 \times 2 \text{ m}^2$, vilket motsvarade $7,5 \times 7,5 \text{ km}^2$. Avståndet mellan skivorna var mellan 1,25 och 8 mm, vilket motsvarade akviferens transmissivitet mellan 7×10^{-4} och $2 \times 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$. Vätskan som användes var (naturligtvis) en olja av märket Shell och hade kinematiska viskositeten $6,95 \times 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ vid 20° C . Santings modell kalibrerades genom jämförelse med mätdata från flera år. Både stationära

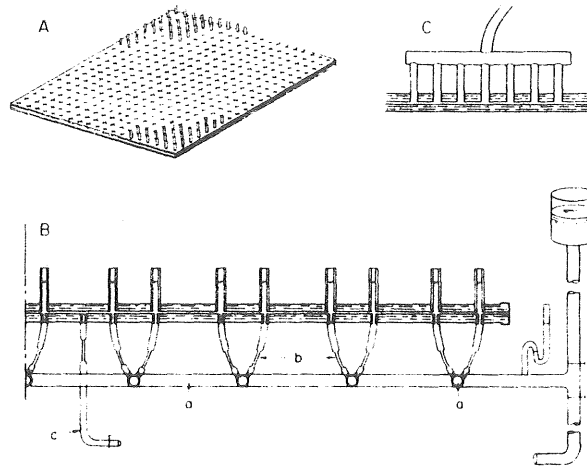


FIG. 3.3.1. De viktigaste beståndsdelarna i en horisontell spaltmodell (enl. Santing 1958).

- A. Skivorna sedda uppifrån. De små rören simulerar magasinseffekter.
- B. Tvärsnitt genom modellen: a. rörsystem för fördelning av nederbörd och avdunstning, b. kapillärrör, c. uttagsrör.
- C. System för simulering av kanalinfiltration eller -uttag.

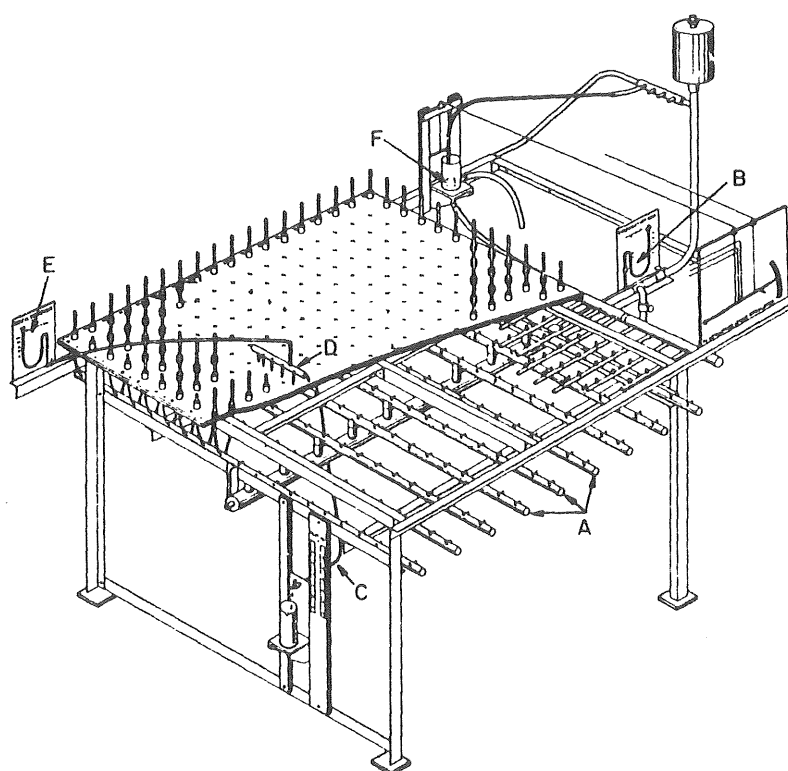


FIG. 3.3.2. Horisontell spaltmodell (enl. Santing 1958).

- A. Rörsystem för fördelning av nederbörd och avdunstning.
- B. Kvicksilvermanometer för reglering av nederbörd eller avdunstning.
- C. Uttagsrör.
- D. Infiltrationskanal.
- E. Manometer för reglering av infiltrationskanalen.
- F. Vertikalt reglerbar behållare med vilken fluktuerande nivåer längs randen simuleras.

och icke stationära förhållanden jämfördes. Ändringar i den ursprungliga konstruktionen gjordes i två fall. Dels hade infiltrerad nederbörd överskattats och dels måste tidskalefaktorn ändras.

Fördelar och nackdelar med den horisontella spaltmodellen

Den största fördelen med denna modell är att flödeslinjer och tryckhöjder kan observeras direkt. Dessutom kan den användas för att studera rörelsen hos gränser mellan vatten med olika densitet, något som är mycket svårt med annan modellteknik.

Nackdelarna med modellen är främst konstruktions- och byggnadstekniska. Förhållandet att vätskans viskositet är temperaturberoende kräver konstanta temperaturförhållanden. När modellen en gång är byggd är det besvärligt att förändra den, t ex avståndet mellan skivorna. Detta innebär att den är opraktisk när man vill studera hur olika störningar påverkar grundvattenströmningen.

Vertikal spaltmodell

I FIG. 3.3.3. visas en principskiss över en vertikal spaltmodell. Den kan användas för att simulera det två-dimensionella flödet i ett vertikalsnitt i såväl öppna som slutna magasin. Till skillnad från de flesta andra modelltyper kan i detta fall den fria grundvattenytan i ett öppet magasin erhållas direkt.

Exempel på flöden som uppfyller villkoret ovan och som analogt kan avbildas med en vertikal spaltmodell är grundvattenströmning till gallerier, under dammar, genom jorddammar m fl. Relativt komplicerade lagerföljder kan efterliknas, t ex kan vertikalt läckage genom lågpermeabla lager simuleras med vertikala kanaler mellan de parallella skivorna.

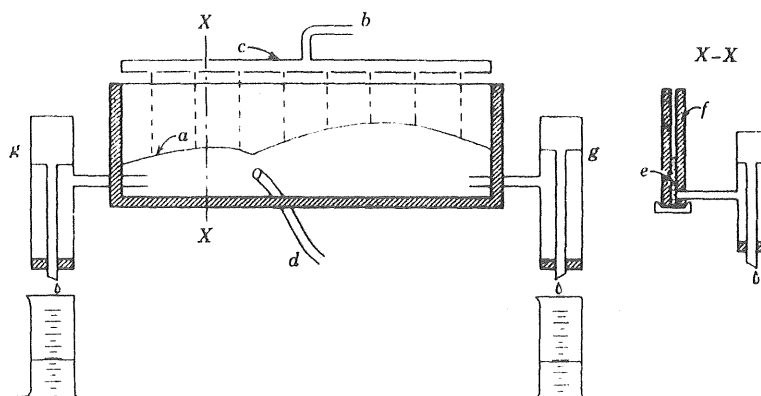


FIG. 3.3.3. Vertikal spaltmodell (enl. Santing).

a. grundvattenyta, b. nederbördstillförsel,
 c. fördelningsrör, d. uttagsrör, e. viskös
 vätska, f. genomsynliga skivor, g. vertikalt
 reglerbara behållare för simulering av rand-
 villkor.

Fördelar och nackdelar med den vertikala spaltmodellen

Förutom att man på samma sätt som med den horisontella modellen kan visualisera flödeslinjer och tryckhöjder, kan här öppen grundvattenströmning simuleras och den fria grundvattenytans exakta utseende erhållas både vid stationära och icke-stationära tillstånd.

På samma sätt som med den horisontella modellen är de största nackdelarna de konstruktionstekniska. Vid simulering av öppna magasin kan problem uppstå med kapilläreffekten, när avståndet mellan skivorna blir alltför litet.

3.3.2 Elektriska analogimodeller

Den elektriska stömmen genom en ledare kan beskrivas med Ohms lag $I = -\sigma_0 \cdot (\partial U / \partial X)$, där I är strömstyrkan, σ_0 är ledningsförmågan ($= 1/R$) och U är spänningen. Darcy's lag kan enligt ovan skrivas $v = -K \cdot (\partial h / \partial s)$. Likheten mellan de två ekvationerna framgår klart. Varje term i Ohms lag motsvaras av en term av samma dignitet i Darcy's lag. Båda ekvationerna satisfierar Laplace-ekvation, $\nabla^2 h = 0$.

Ett elektriskt flöde genom ett ledande material är alltså analogt med grundvattenströmning. Strömstyrkan I motsvarar hastigheten v , ledningsförmågan σ_0 motsvarar permeabiliteten K och potentialfallet $\partial U / \partial x$ motsvarar tryckfallet $\partial h / \partial s$.

Två huvudtyper av elektriska analogimodeller kan särskiljas; kontinuerliga eller diskreta system. I det kontinuerliga modellsystemet motsvaras det verkliga grundvattenmagasinet av ett kontinuerligt ledande material, t ex en elektrolyt i en behållare, och varje punkt i magasinet motsvaras av en punkt i modellen. I ett diskret modellsystem motsvaras magasinet av ett antal kopplade diskreta elektriska komponenter i form av ett nätverk, där varje komponent motsvarar en egenskap hos en viss del av magasinet.

Elektriska analogimodeller med kontinuerliga system

Modeller uppbyggda av ledande vätskor

Dessa modeller består i princip av en icke ledande behållare fylld med en elektrolyt i vilken elektroder är nedsänkta, se FIG. 3.3.4. Behållarens form är en förminskning av magasinets utseende i plan. Dess gränser simuleras med isolerade väggar - motsvarande negativa hydrauliska gränser - eller elektroder med viss given potential - positiva hydrauliska gränser. Störningar som t ex brunnar simuleras med potentialelektroder. Som elektrolyt kan användas vanligt vatten med löst kopparsulfat. Genom att ha olika

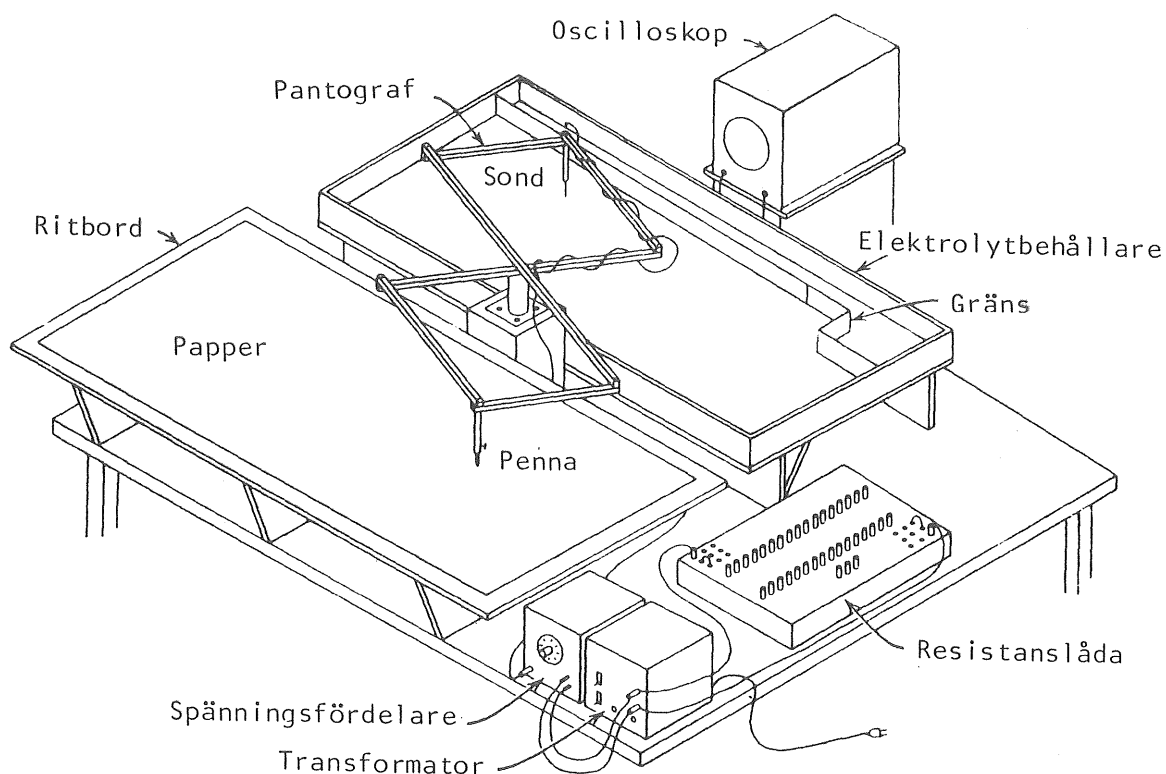


FIG: 3.3.4. Elektrolytmodell.

vätskedjup i olika delar av behållaren, kan olika transmissiviteter simuleras. Den elektriska strömmen och potentialfältet i modellen motsvarar grundvattenströmningen och tryckfördelningen i akviferen. Potentialfältet uppmäts vanligen på så sätt att man med hjälp av ett nollinstrument bestämmer potentiallinjer.

Modeller med elektrolyter har använts för att studera läckage under dammar, perkolationen från flodbäddar, regionala grundvattenförhållanden m m.

Fördelar med denna modell är främst att man arbetar med en skalmodell av verkligheten. Även förhållandet att man med lätthet kan efterlikna varierande transmissiviteter, inom måttliga gränser, genom att ha olika vätskedjup i olika delar av behållaren är en fördel. Nackdelarna med

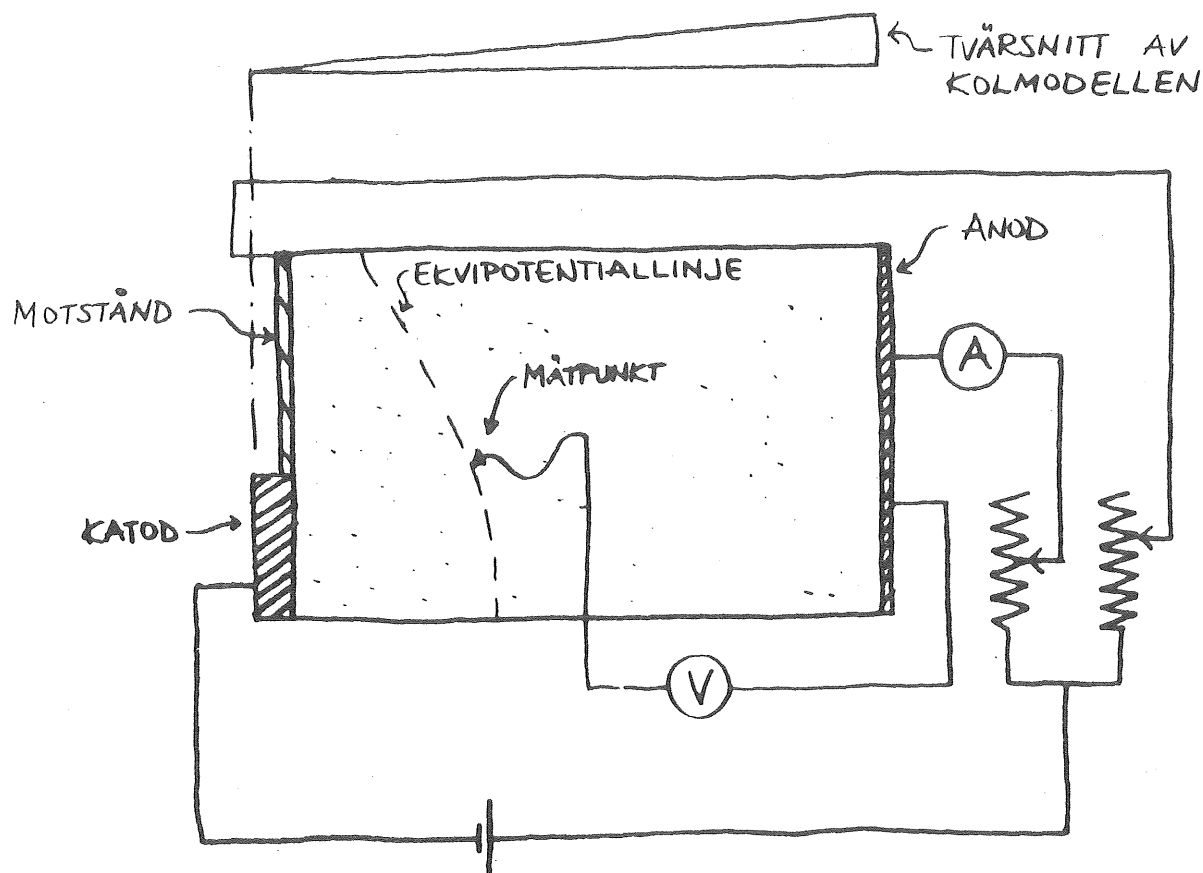


FIG. 3.3.5.

modellen är förutom de konstruktionsmässiga att endast stationära förhållanden kan simuleras.

Modeller uppbyggda av ledande fasta ämen

Dessa modeller är uppbyggda på samma sätt som vätskemodellerna. Enda skillnaden är att man i detta fall har ett fast ledande material, t ex pressat kolpulver, gelatin med kopparsulfat eller papper täckt med kolpulver.

En modell med pressat kolpulver har använts för att studera det tre-dimensionella flödet till en brunn i ett öppet grundvattenmagasin, se FIG. 3.3.5. En "tårtbit" av kol användes för att simulera ett segment i det radiella flödet in mot brunnen. Den fria grundvattenytans läge, dvs ledarens överyta, bestäms med ett iterationsförfarande. Potentialen i en punkt på ytan skall bli lika med höjden över magasinets botten. Successivt skärs översta biten bort av kolbiten, så att till sist dess form motsvarar den mättade zonen utseende.

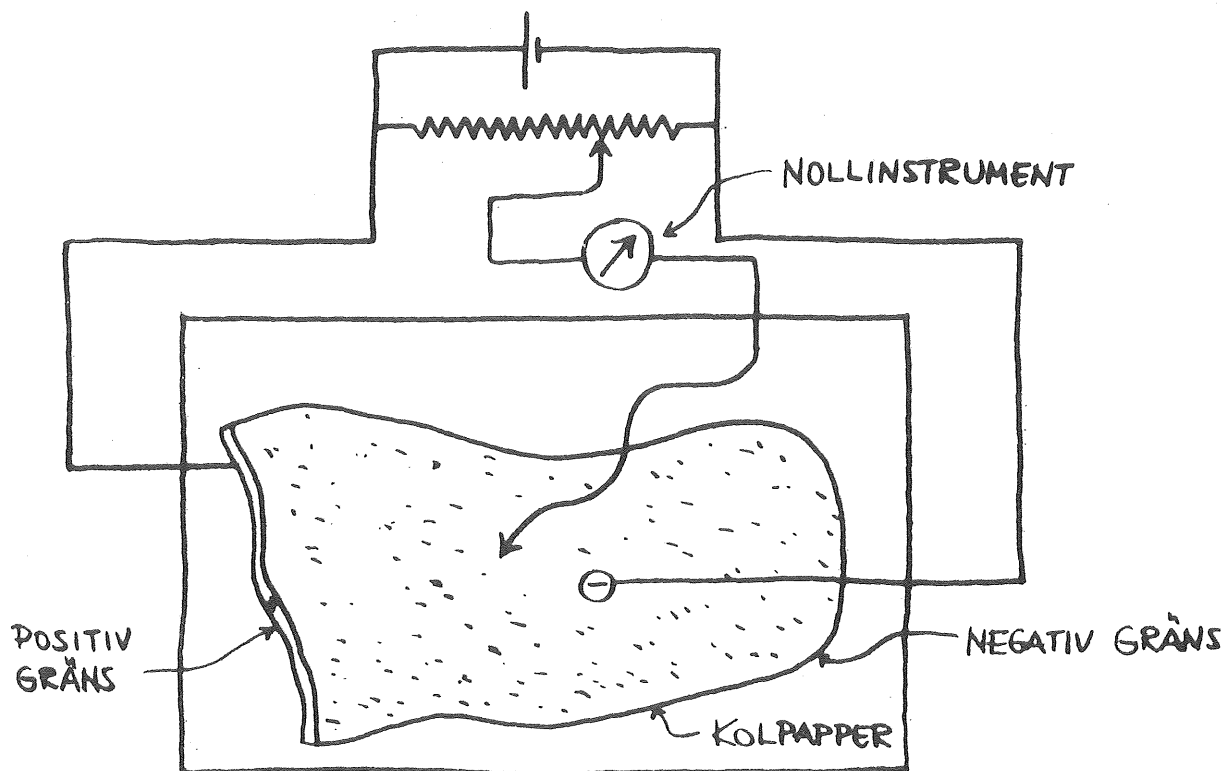


FIG. 3.3.6.

En skolvariant av kolpappersmodellen säljs under namnet Field Plotter. Till den används kolpapper, sax, silverfärg och självhäftande metalltejp för att avbilda det två-dimensionella flödesfältet. En principskiss över kolpappersmodellen visas i FIG. 3.3.6.

Fördelarna med modeller uppbyggda av fasta ämnen är de samma som med elektrolytmodellerna, dvs främst att geometriskt oregelbundna gränser lätt kan efterliknas.

Tre-dimensionella modeller medför stora mät- och konstruktionstekniska svårigheter. Den här typen av modell kan därför huvudsakligen användas för studier av homogena två-dimensionella magasin under stationära förhållanden.

Elektriska analogimodeller med diskreta system

I föregående kapitel behandlas elektriska analogimodeller, där det ledande materialet var ett kontinuerligt medium vars fysiska utseende var en skalmodell av verklighetens akvifer. På samma sätt som de kontinuerliga differentialekvationerna kan approximeras med finita differensekvationer, kan det ledande materialet ersättas med diskreta motstånd, vilka kopplas samman i nodpunkter till ett nätverk. För att kunna simulera icke-stationära förlopp krävs en möjlighet att efterlikna akviferens magasin-koefficient. Det kan göras genom att kondensatorer ansluts till nodpunkterna. Genom att sedan mäta potentialfördelningen i nätverket kan med hjälp av skalfaktorer tryckfördelningen i akviferen bestämmas. Man skiljer vanligen ut två typer av diskreta system beroende på om nätverket består av enbart motstånd eller motstånd och kondensatorer, s k resistansmodeller eller resistans-kapacitansmodeller.

Modeller uppbyggda av motstånd och kondensatorer

Den partiella differentialekvation som beskriver tvådimensionell grundvattenströmning kan skrivas enligt ekvation (2.3.10)

$$T \left(\frac{\partial^2 h}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 h}{\partial y^2} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} \quad (3.3.3)$$

vilket på differensform med beteckningar enligt FIG. 3.3.7. blir

$$\frac{T}{a^2} (h_2 + h_3 + h_4 + h_5 - 4 h_1) = S \frac{\partial h_1}{\partial t} \quad (3.3.4)$$

där ytan a^2 skall vara liten i jämförelse med grundvattenmagasinets yta.

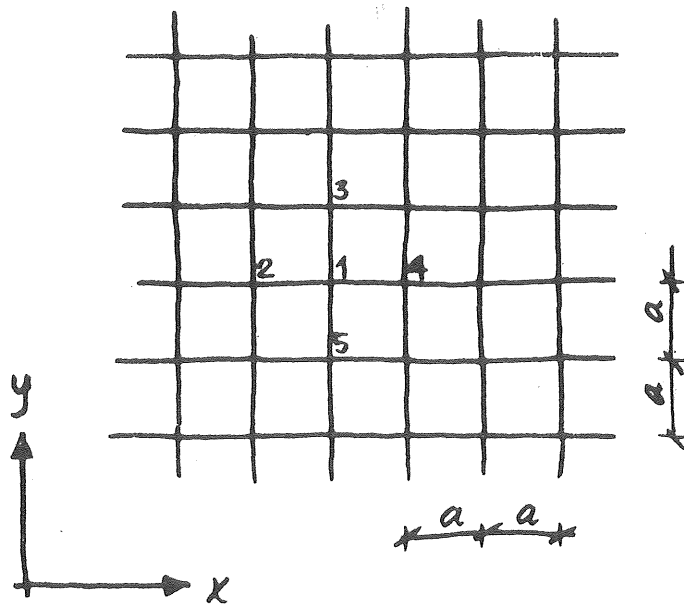


FIG. 3.3.7.

Om vi betraktar ett nätverk med motstånd och kondensatorer enligt FIG. 3.3.8. och potentialerna i respektive nodpunkt betecknas U_1, U_2 osv ger Kirchhoffs lag:

$$(U_3 - U_1)\frac{1}{R} + (U_2 - U_1)\frac{1}{R} + (U_5 - U_1)\frac{1}{R} + (U_4 - U_1)\frac{1}{R} = C \frac{U_1}{t} \quad (3.3.5)$$

vilket efter förenkling blir

$$\frac{1}{R} = (U_2 + U_3 + U_4 + U_5 - 4U_1) = C \frac{U_1}{t} \quad (3.3.6)$$

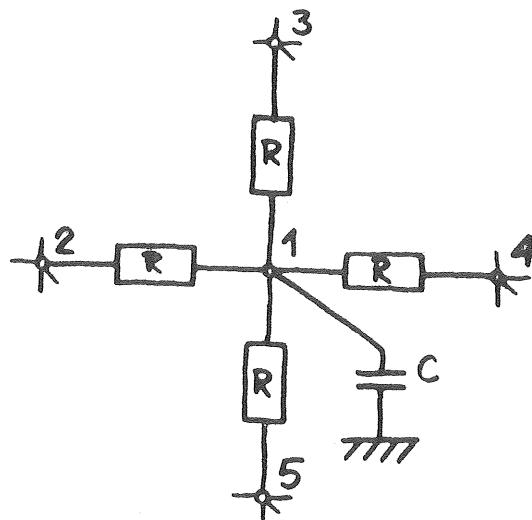


FIG. 3.3.8.

Vid jämförelse mellan de två ekvationerna framgår analogin mellan det elektriska flödet och grundvattenströmningen. Varje term i ekvation .4 motsvaras av en term i ekvation .6.

Med en elektrisk analogimodell av detta slag kan både stationära och icke stationära förlopp simuleras. Själva modellkörningen tillgår så, att en elektrisk puls tillförs nätverket i en punkt där vattnet i verkligheten tillförs eller tas ut, och sedan registreras potentialerna i resp. nodpunkt med hjälp av ett oscilloskop, som visar potentialens tidsberoende förlopp.

Läckage till akviferen genom ett tätande lager kan simuleras i denna modell, om man antar att strömningen i det tätande lagret är vertikal (vilket stämmer bra om $K' < 10^{-2} \cdot K$). Då kopplas varje nod till jord via ett motstånd med resistans proportionell mot K' , se FIG. 3.3.9.

Läckage till eller från ett vattendrag simuleras med motstånd som förbinder ett antal nodpunkter längs vattendraget med jord.

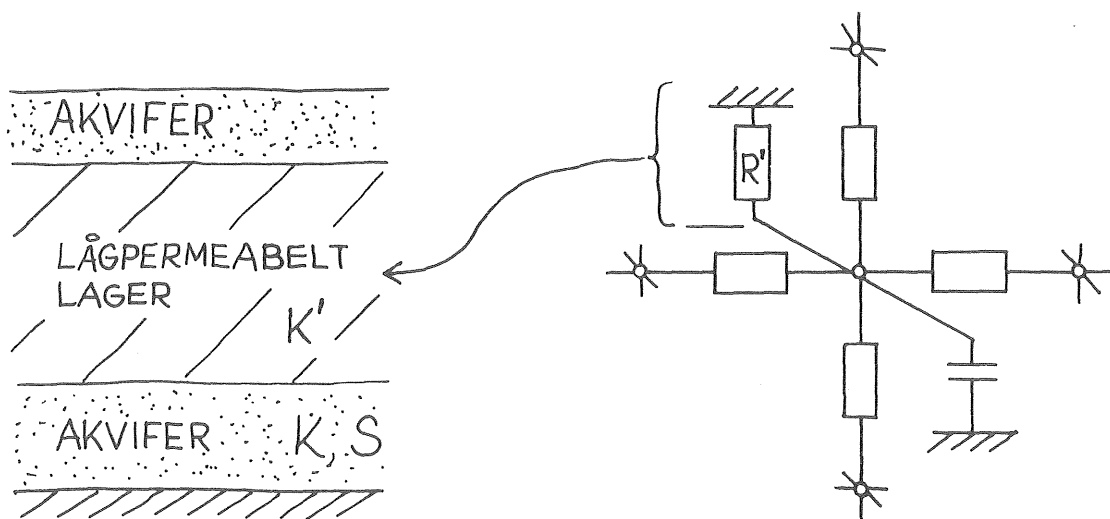


FIG. 3.3.9.

Fördelar med resistans-kapacitansmodellen

En fördel är att modellen kan byggas upp på en karta i lämplig skala med användande av elektriska komponenter, som har en direkt fysikalisk motsvarighet i verkligheten. Alla funktioner hos modellen kan därför ses med blotta ögat. Det enda som inte kan ses är "grundvattnet", den elektriska pulsen. Resultaten erhålls som en potentialfördelning, vilken lätt kan omräknas till grundvattennivåer. Vid icke-stationära förlopp registreras potentialerna i nodpunkterna grafiskt, oftast med oscilloskop. Allt detta medför att det är möjligt att visa även en lekman hur modellen fungerar och vilka faktorer som har betydelse för grundvattenströmningen.

Nackdelar

För denna såväl som andra analogimodeller är det praktiska modellbyggandet en tidsödande process. När modellen en gång har byggts, kan den endast användas för att studera just det för tillfället aktuella området. Det en gång monterade nätverket kan knappast användas igen för ett annat område. Förändringar i grundvattenförhållandena i verkligheten är oftast svåra att införa i modellen i efterhand.

Modeller uppbyggda av enbart motstånd

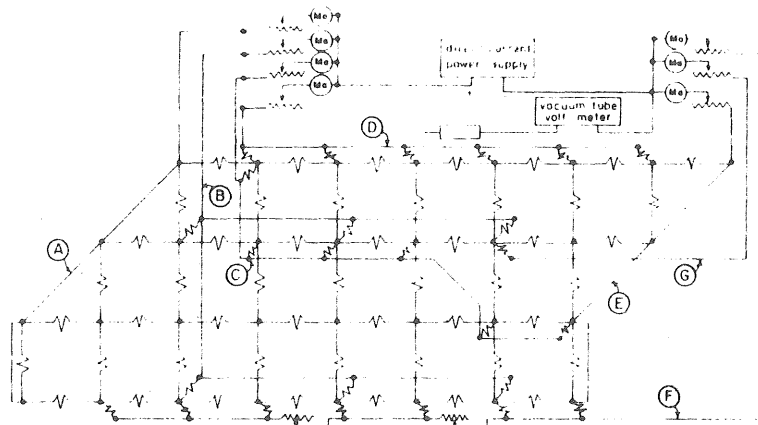
Dessa analogimodeller är uppbyggda på samma sätt som de tidigare beskrivna resistans-kapacitansmodellerna, med den skillnaden att här enbart motstånd används i nätverket. Eftersom några kondensatorer ej förekommer, kan magasinseffekter ej simuleras och enbart stationär grundvattenströmning kan efterliknas. Motsvarigheten till ekvation .6 i det förra fallet är

$$h_2 + h_3 + h_4 + h_5 - 4h_1 = 0 \quad (3.3.7)$$

$$U_2 + U_3 + U_4 + U_5 - 4U_1 = 0 \quad (3.3.8)$$

dvs potentialfördelningen är oberoende av tiden.

Resistansmodellen kan användas för att simulera stationär strömning i slutna grundvattenmagasin eller eventuellt i magasin, där den mättade zonens mäktighet är stor jämfört med avsänkningen. Den har företrädesvis använts för regionala grundvattensystem av något 10-tal till 100-tal km² storlek, bl a för att studera effekterna av ett visst ökat grundvattenuttag. Även två-dimensionell strömning i vertikalsnitt kan simuleras med resistansmodellen. Ett typiskt kopplingsschema för en resistansmodell visas i FIG. 3.3.10.



- | | |
|--|--|
| (A) Grundvatteninflöde, ekvipotentiellinje | (E) Grundvattenutflöde, ekvipotentiellinje |
| (B) Nederbördsinfiltration | (F) Utflöde till en flod |
| (C) Utflöde från akviferen till en å | (G) Uttag via brunn |
| (D) Inflöde längs dalsida | |



FIG. 3.3.10. Förenklat kopplingsschema för resistansmodell (enligt Winslow och Nuzman, 1966).

Kända ingångsdata vid konstruktion av en modell är t ex uttagsmängden i brunnar, transmissiviteten i olika delar av akviferen, infiltrationens storlek, inflödet över vissa gränser och trycknivåerna under en viss tid. Okända parametrar såsom in- eller utflöden till vattendrag eller över gränser måste då bestämmas försöksmässigt på ett sådant sätt att potentialfördelningen i modellen överensstämmer med tryckfördelningen i akviferen. När modellparametrarna har bestämts på detta sätt kan effekterna av olika störningar, t ex ökade brunnsuttag, minskad infiltration eller konstgjord infiltration, bestämmas.

Fördelar och nackdelar med resistansmodellen

Eftersom resistansmodellen är uppbyggd på principiellt samma sätt som resistans-kapacitansmodellen gäller samma fördelar och nackdelar, men med undantaget att i detta fall kan endast stationära förhållanden simuleras. Resistansmodellen är den enklaste elektriska nätverksmodellen, vilket bl a medför att den elektriska mätapparaturen som behövs blir enklare och billigare.

3.3.3 Membranmodeller

För att simulera tryckytans utseende runt en brunn har en modell bestående av ett tunt gummimembran i en ram använts (Todd, 1959). Brunnen simuleras med en spets som trycker ut gummimembranet från ursprungsläget.

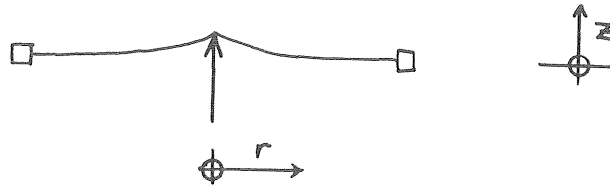


FIG. 3.3.11

Man har visat, att utböjningen från ursprungsläget, z , på avståndet r från spetsen kan tecknas:

$$\frac{\partial^2 z}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial z}{\partial r} = - \frac{w_m}{\sigma_m} \quad (3.3.9)$$

där w_m är membranets tyngd per ytenhet och σ_m är den likformiga membranspänningen.

Laplace' ekvation, som ju beskriver det stationära flödet i en sluten akvifer, får uttryckt i polära koordinater formen:

$$\frac{\partial^2 h}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial h}{\partial r} = 0 \quad (3.3.10)$$

Om i stället för tryckhöjden h används avsänkningen s ($= H-h$) fås:

$$\frac{\partial^2 s}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial s}{\partial r} = 0 \quad (3.3.11)$$

Härav följer att ekvationen för membranets utböjning runt en spets är analog med ekvationen för grundvattenströmning mot en brunn i ett slutet magasin om högerledet är lika med noll. Nu blir aldrig högerledet helt lika med noll, men det går mot noll, när w_m är mycket litet, dvs ett tunt lätt membran.

För radiell grundvattenströmning mot en brunn gäller:

$$Q = 2\pi r \frac{\partial h}{\partial r} \cdot T \quad ;$$

$$r \frac{\partial h}{\partial r} = \frac{Q}{2\pi T} \quad (3.3.12)$$

För membranet med en punktlast P ger jämviktsekvationer om membranet är nästan plant:



$$P = 2\pi r \sigma_m \sin \alpha \quad (3.3.13)$$

För måttliga utböjningar blir α liten, varför

$$\sin \alpha \approx \tan \alpha = \frac{\partial z}{\partial r} \quad , \quad \text{så att}$$

$$P = 2\pi r \cdot \sigma_m \frac{\partial z}{\partial r}$$

$$r \frac{\partial z}{\partial r} = \frac{P}{2\pi \sigma_m} \quad (3.3.14)$$

Även ur dessa samband framgår analogin.

Parametrar i membranmodellen om deras motsvarigheter vid grundvattenströmning kan sammanfattas enligt nedan:

Transmissiviteten T	motsvaras av	membranspänningen σ_m
Tryckhöjden h	"	utböjningen z
Pumpkapaciteten Q	"	lasten P

Mot denna bakgrund har en membranmodell använts för att simulera den samlade effekten av flera brunnar, oregelbundet placerade och med sinsemellan olika uttag.

Fördelar och nackdelar med membranmodellen

Fördelen skulle vara, att den totala effekten av flera punktformiga störningar, brunnar t ex, kan erhållas direkt utan superponering av dellösningar.

Nackdelarna är många, t ex att endast stationära lösningar är möjliga, att det rent praktiskt är besvärligt att mäta membranets yta, att man är begränsad till cirkulära modeller (för att erhålla likformig membranspänning) och att man alltid får ett fel beroende på membranets tyngd.

Som torde framgå av ovanstående är membranmodellen relativt opraktisk och har därför inte kommit till någon större användning.

3.3.4 Termiska modeller

Även värmeflödet i en kropp är analogt med grundvattenströmning, dvs det finns en motsvarighet till varje egenskap hos grundvattensystemet.

En termisk modell för simulering av grundvattenflöden kan bestå av en metallplatta (motsvarar akviferen), som omges av isolermaterial, t ex frigolit, (motsvarar tätande lager) på både över- och undersida. En värmekälla kan sedan användas för att simulera ett uttag från en brunn eller liknande. Stationära förlopp kan studeras i detta fall även transienta, eftersom alla kroppar även lagrar värme, så att magasinseffekter kan simuleras.

En modell av denna typ har använts för att studera olika grader av ofullkomlighet hos en brunn i en sluten akvifer (Prickett, 1975).

Värmeflödet i en homogen och isotrop kropp beskrivs av den s k diffusionsekvationen som kan skrivas

$$\nabla^2 T_k = \frac{\rho \cdot c}{\tau} \cdot \frac{\partial T_k}{\partial t} \quad (3.3.15)$$

där T_k är temperaturen, ρ är densiteten, c är värmekapacitiviteten [J/kg·K] och τ är värmekonduktiviteten.

Om kroppens tjocklek är konstant = b_m kan diffusions-
ekvationen skrivas

$$\nabla^2 T_k = \frac{\rho \cdot c \cdot b_m}{\tau \cdot b_m} \cdot \frac{\partial T_k}{\partial t} \quad (3.3.16)$$

Denna ekvation kan jämföras med ekvationen för grundvattenströmning:

$$\nabla^2 h = \frac{S}{T} \cdot \frac{\partial h}{\partial t}$$

Det framgår, att ekvationerna är analoga och att kvoten S/T , den hydrauliska diffusiviteten, motsvaras av $\rho \cdot c / \tau$ och att tryckhöjden h motsvaras av temperaturen T_k .

Aktuella geohydrologiska parametrar och deras termiska motsvarigheter kan sammanfattas sålunda:

pemeabiliteten K	motsvaras av	värmeledningsförmågan τ
transmissiviteten T	"	" $b_m \cdot \tau$
magasinskoefficienten S	"	" $b_m \cdot \rho \cdot c$
tryckhöjden h	"	" temperatur T_k

Termiska modeller har inte använts speciellt ofta för att lösa grundvattenproblem, men det är faktiskt den enda analogimodell, som kan simulera tredimensionella problem med kontinuerligt varierande T - och S -värden under icke-stationära förhållanden.

I detta sammanhang bör påpekas, att Theis, när han löste ekvationen för radiell strömning till en brunn (se kap. 3.1.1), använde sig av analogin mellan grundvatten- och värmeledning. På den tiden hade värmeproblem studerats mer ingående än grundvatten, åtminstone vad gäller den matematiska behandlingen. Genom att klargöra analogin mellan de två förloppen kunde Theis använda en lösning av den analoga differential-ekvationen.

Fördelar och nackdelar med termiska modeller

Den främsta fördelen är alltså, att det analoga flödet sker i ett kontinuerligt, tredimensionellt område, så att materialparametrarna är kontinuerliga och kan fås att variera kontinuerligt. En annan fördel jämfört med många andra modelltyper är att transienta problem kan simuleras.

Nackdelarna med termiska modeller är bl a att någon motsvarighet till strömning under öppna förhållanden, dvs en fri grundvattenyta, ej finns, att modellen blir svår att modifiera och att mätpunkterna måste bestämmas, innan isolermaterialet limmas fast.

3.3.5 Hybridmodeller

På senare år har en ny utveckling inom modelltekniken vuxit fram. Man har börjat kombinera olika typer av analogimodeller med matematiska modeller. Detta är en följd av att vissa förlopp kan simuleras bättre i en analogimodell, medan andra förlopp simuleras bättre i en dator.

Den första av dessa kombinationer var en koppling mellan en elektrisk analogimodell med diskreta system och en digitalt arbetande styr- och registreringsenhet. Anledningen var att varje körning i analogimodellen medförde mycket manuellt arbete bl a med styrning av strömtillförseln och registrering av potentialer i noderna. Genom att använda en digital dator lyckades man förenkla handhavandet av analogimodellen, speciellt vid analys av transienta förlopp.

Som hybridmodell kan också en sådan analogimodell betraktas, där mätvärdena (t ex potentialer) direkt behandlas i en dator för någon annan form av presentation och bearbetning.

Även vid komplexa problem, som t ex kombinerad grundvattenströmning, dispersion och diffusion av föroreningar, har hybridmodeller använts. Som exempel kan nämnas att man i Hannover har studerat föroreningsspridning i olika porösa material med en sandmodell, där sedan mätceller varit direkt anslutna till en dator för vidare bearbetning.

4 EXEMPEL PÅ BERÄKNINGAR MED FINITA ELEMENT- METODEN

I detta kapitel redogörs för hur ett antal problem har lösts med hjälp av matematiska grundvattenmodeller, närmare bestämt enligt finita elementmetoden (FEM).

4.1 Tillgängliga beräkningsprogram

När de första försöken att utnyttja FEM för analys av grundvattenproblem gjordes, fanns ett program för temperaturfältsanalys färdigt vid CTH. Det heter FEMTEMP och ingår i CHALMFEM-systemet vid Göteborgs Datacentral. Detta program användes då för att undersöka FEM's möjligheter för grundvattenberäkningar. En del av de försök som gjordes vintern 76/77 redovisas i kap. 4.2.

Under 1977 har ett speciellt FEM-program för grundvattenberäkningar utvecklats vid CTH. Detta finns nu i en preliminär version tillgängligt vid Göteborgs Datacentral i programpaketet CHALMFEM och kallas GEOFEM-G. Arbete pågår för närvarande med en vidareutveckling av programmet, bl a för att fler typer av randvillkor skall kunna simuleras. Detta arbete förväntas ge vissa resultat före sommaren 1978. Ett exempel på grundvattenberäkningar med GEOFEM-G redovisas i kap. 4.3.

CHALMFEM är ett samlingsnamn för ett programpaket som finns tillgängligt vid Göteborgs Datacentral. Där ingår ett 15-tal program för analys av olika problemtyper, bland vilka kan nämnas spänningsberäkningar av ramar, skivor, plattor och skal, analys av temperaturfält i tvådimensionella och rotationssymmetriska kroppen (FEMTEMP) samt geotekniska och geohydrologiska beräkningar (GEOFEM). I och med att programmen ingår i CHALMFEM, svarar Göteborgs Datacentral för "service" och ger hjälp vid körningar. Användaren får därigenom låga initialkostnader för beräkningar med något av programmen.

Det finns mig veterligt ingen motsvarighet till GEOFEM vid någon annan datacentral i landet, men däremot finns en del program för temperaturfältsanalys i kroppar, t ex TEUFEM vid Lunds Datacentral. Temperaturprogrammen kan på samma sätt som nedan visas för FEMTEMP (kap. 4.2) utnyttjas för grundvattenberäkningar, men det är naturligtvis en onödig omväg, när det finns speciella grundvattenprogram.

4.2 Beräkning med FEMTEMP

Vid Chalmers Tekniska Högskola, institutionen för byggnadsstatik, har sedan ett tiotal år bedrivits forskning och utveckling inom området strukturanalys med finita elementmetoden (FEM). Programmen, som i huvudsak använder samma programfilosofi och stomme, är relativt specialicerade på det problem de är avsedda för. Detta medför också korta beräkningstider, användarvänlig indataskrivning och överskådliga utskrifter.

Hela utbudet av program från institutionen för byggnadsstatik som finns tillgängligt vid Göteborgs Datacentral har samlats under namnet CHALMFEM. Ett av dessa program är FEMTEMP II, vilket behandlar temperaturfältsanalys.

Ekvationen som beskriver värmeledning och som ligger till grund för programmet är den s k paraboliska differentialekvationen, som kan skrivas:

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(a_1 \frac{\partial u}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(a_2 \frac{\partial u}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(a_3 \frac{\partial u}{\partial z} \right) - c_1 \frac{\partial u}{\partial t} + U = 0 \quad (4.2.1)$$

med rand- och begynnelsevillkor och $u = u(x, y, z, t)$ betecknar det skalärfält som skall bestämmas. Vidare utgör a_1, a_2, a_3 och c_1 materialkonstanter och $U = U(x, y, z, t)$ en given funktion. Denna differentialekvation beskriver flera typer av fältproblem, såsom värmeledning, potentialströmning, grundvattenströmning, elektriska och magnetiska fältproblem m m.

Differentialekvationen 4.2.1 med rand- och begynnelsevillkor beskriver alltså värmeledningsproblem och av de ingående storheterna betecknar a_1, a_2 och a_3 värmeledningsförmågan i x-, y- och z-led och c_1 betecknar produkten av densiteten och värmekapacitiviteten.

Då differentialekvationen 4.2.1 beskriver grundvattenströmning betecknar ϕ en strömningspotential, dvs trycknivån. Koefficienterna a_1 , a_2 och a_3 är akviferens transmissivitet i x-, y- och z-led och c_1 är magasinskoefficienten.

Programmet FEMTEMP II är utvecklat för analys av temperaturfält i två-dimensionella eller rotationssymmetriska tredimensionella kroppar. Detta innebär, att det kan tillämpas på grundvattenströmning i slutna akviferer, dvs det vattenförande lagrets mäktighet skall vara konstant.

Även grundvattenströmning i öppna akviferer, där grundvattenytans fluktuationer är små i jämförelse med det vattenförande lagrets mäktighet, kan analyseras med FEMTEMP II.

För att visa hur FEMTEMP II kan användas för analys av grundvattenströmningsproblem redogörs nedan för tre genomförda beräkningar. Den första gäller en provpumpning i en begränsad akvifer, den andra gäller vattenläckage till en tunnel och den tredje en pumpning i en sluten akvifer. Beräkningsarbetet har utförts i samarbetet med civilingenjörerna Urban Fält och Lars Waldner vid Geologiska institutionen, CTH.

Hur programmet används

Vid analys med FEMTEMP II delas området som skall studeras upp i ett rutnät och därmed i ett antal finita element. Elementen kan vara rektangulära eller triangulära. Ett koordinatsystem definieras. För att förenkla beskrivningen av geometrin bör rektangulära element användas, ty då kan koordinaterna för nodpunkterna genereras automatiskt.

Strukturen indelas i olika egenskapsområden, inom vilka alla materialparametrar är lika.

Randvillkoren beskrivs med några eller alla av följande parametrar: föreskrivna nodtemperaturer, begynnelse-temperaturer i noderna, konvektiva randdelar eller randdelar med föreskrivet värmefflöde.

Det finns även möjlighet att ta hänsyn till läckage till akviferen genom ett lågpermeabelt lager. Detta kallas i värmeledningsfallet transversell konvektion och fungerar så, flödet i "Z-led" antas vara proportionellt mot temperaturskillnaden mellan kroppen och omgivningens temperatur. Flödet genom det lågpermeabla lagret skulle alltså vara proportionellt mot avsänkningen.

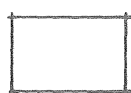
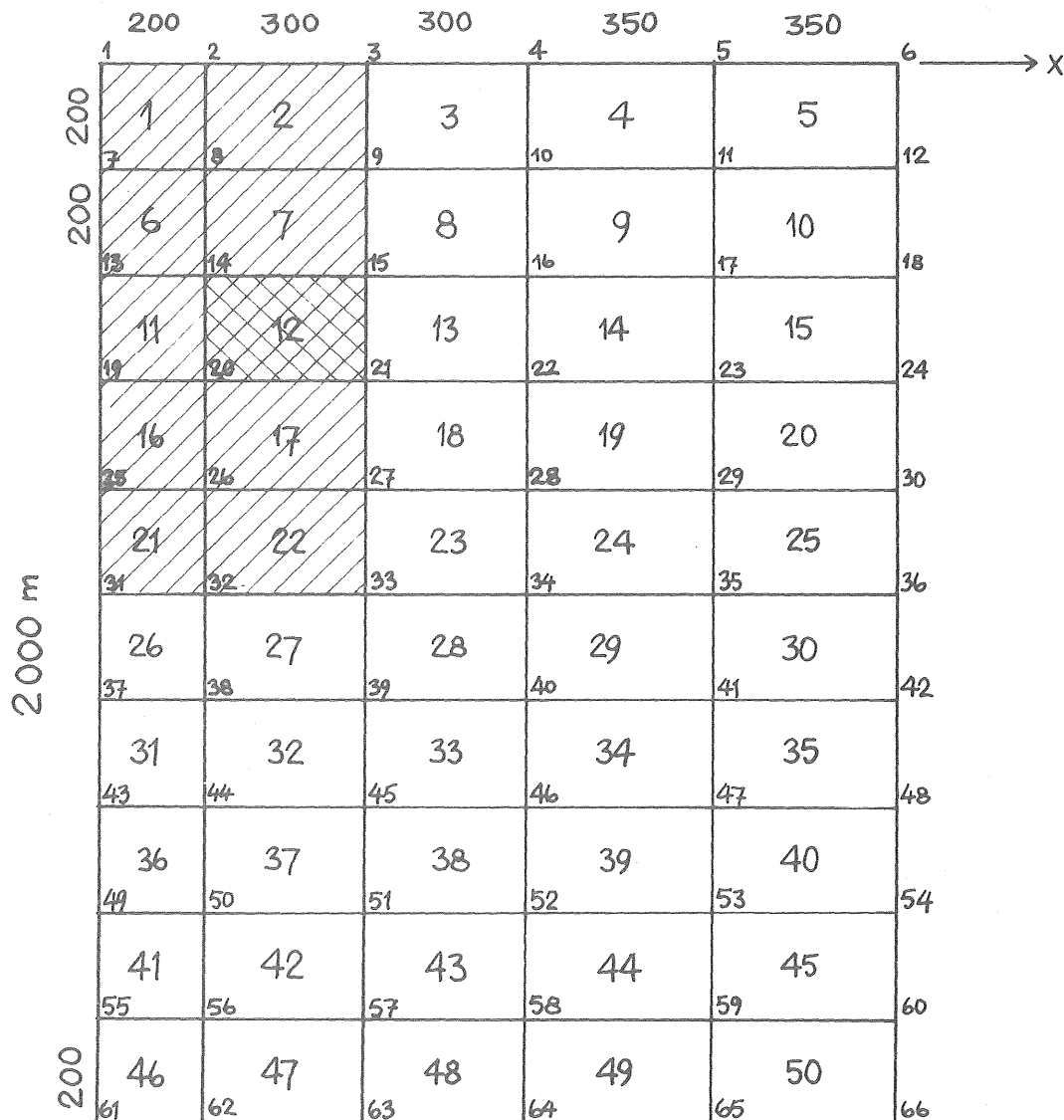
Transienta problem löses med differensmetod i tiden, varför ett tidssteg skall definieras. Olika tidssteg kan väljas under olika skeden av förloppet.

Hur indata ges framgår bäst av ett av nedanstående exempel.

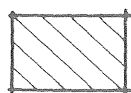
Resultaten erhålls i form av en lista med nodpunkternas temperaturer vid önskade tidpunkter, vilket då programmet används för grundvattenproblem motsvarar trycknivån i nodpunkterna.

4.2.1 Exempel 1. Sluten, begränsad akvifer utan vattentillförsel

I en sluten akvifer med täta ränder enligt FIG. 4.2.1. pumpas med en konstant kapacitet av 1 l/s. Detta teoretiska fall kan motsvaras av förhållandena i FIG. 4.2.2. Området har indelats i element enligt FIG. 4.2.1. och det är på grund av dess form enkelt att automatiskt generera nodpunkternas koordinater. 1500 m



1 $T = 10^{-4} \text{ m}^2/\text{s}$ $S = 10^{-5}$



2 $T = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ $S = 10^{-4}$



3 $T = 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ $S = 10^{-4}$ $Q = 1 \text{ l/s}$

FIG. 4.2.1. Exempel 1 - Elementnät och akviferdata.

Området har uppdelats i tre egenskapsområden inom vilka de geohydrologiska parametrarna har samma värden. Egenskapsområde 2 och 3 har samma T- och S-värden, men i område 3 sker pumpningen. Eftersom det i programmet FEMTEMP II ej kan tillföras eller borttagas värme punktformigt, utan detta antas ske över en yta, måste i vårt fall brunnen ersättas med ett ytuttag av vatten. Med den här använda elementindelningen motsvarar pumpkapacitet 1 l/s ett ytuttag av $1.67 \cdot 10^{-8} \text{ m}^3/\text{s} \cdot \text{m}^2$ i element nr 12, vilket har ytan 60.000 m^2 .

De geohydrologiska parametrarnas värden och motsvarigheter i värmeledningsfallet framgår av nedanstående tabell:

	Egenskapsområde nr		
	1	2	3
Transmissivitet [m^2/s] (motsv värmeledningskoeff.)	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-3}$	$1 \cdot 10^{-3}$
Pumpkapacitet [m^3/s] (motsv värmegenerering [W/m^3])	0	0	$1,66 \cdot 10^{-8}$
Magasinskoefficient [m/m] (motsv värmekapacitivitet x densitet [$\text{Ws}/\text{kg} \cdot \text{K} \times \text{kg}/\text{m}^3$])	$1 \cdot 10^{-5}$	$1 \cdot 10^{-4}$	$1 \cdot 10^{-4}$

Rutnätets geometri enligt FIG.4.21 är "enkel", varför nodpunkternas koordinater och till resp element hörande noder automatiskt beräknas. Indata består i stort sett endast av uppgifter om områdets yttermått, antal element i x- och y-led samt koordinatsystemets läge.

Randvillkoren var i detta fall enklast tänkbara. Alla ränder är täta, dvs hydrauliskt negativa. Detta behöver ej specificeras särskilt, eftersom det i programmet antas att alla ränder är isolerade, om ej annat anges. Om inga begynnelsevärden anges för trycknivån, antas nivån vara = 0 över hela området. Detta innebär, att de beräknade trycknivåerna blir avsänkningen orsakad av pumpningen. Vi har i detta fall valt att beräkna avsänkningen.

Tidsstegen som används är tre: Först sker beräkning var 10:e minut under 3 timmar, därefter var 70:e minut under 21 timmar och till sist var 8:e timme i 144 timmar. Utskriften av resultaten sker vid tiderna 0, 1, 2, 3, 10, 17, 24, 72, 120 och 168 timmar efter pumpstart.

Resultat:

Exempel på en resultatutskrift visas i FIG. 4.2.3. De beräknade "temperaturerna" betyder i vårt fall alltså av-sänkning i enheten m . Avsänkning vid vissa tidpunkter visas i FIG. 4.2.4.

Beräkningen har genomförts med två element-indelningar; den första med 50 rektangulära element, den andra med 100 triangulära element. Resultaten är samstämmiga med maximala differenser på ett par procent i de första tidsstegen.

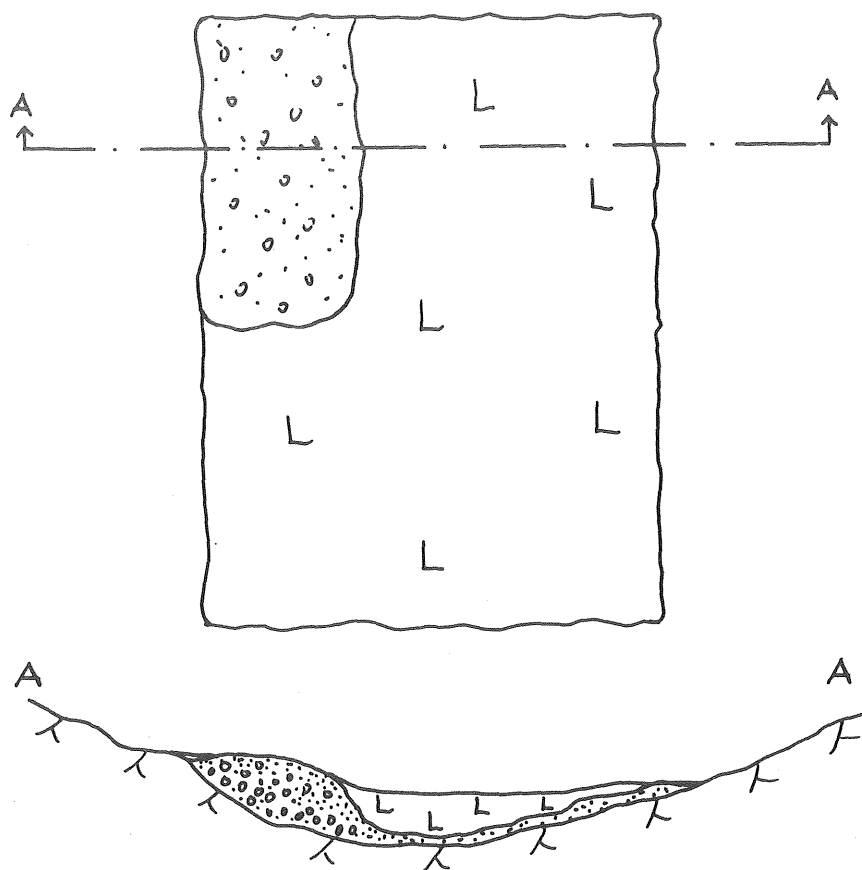
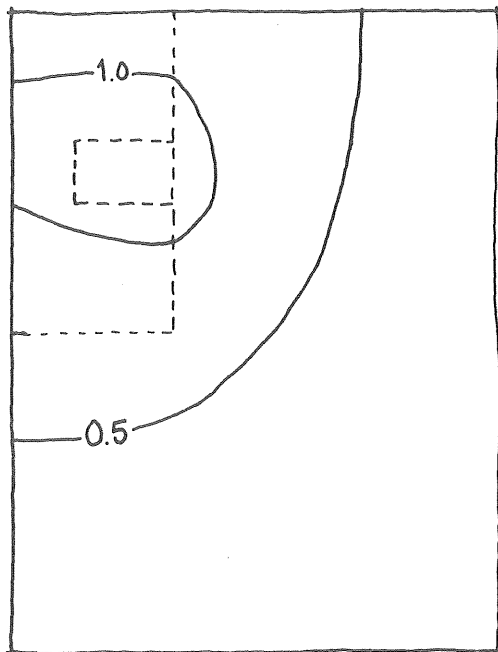


FIG. 4.2.2. Exempel 1 - Geologi.

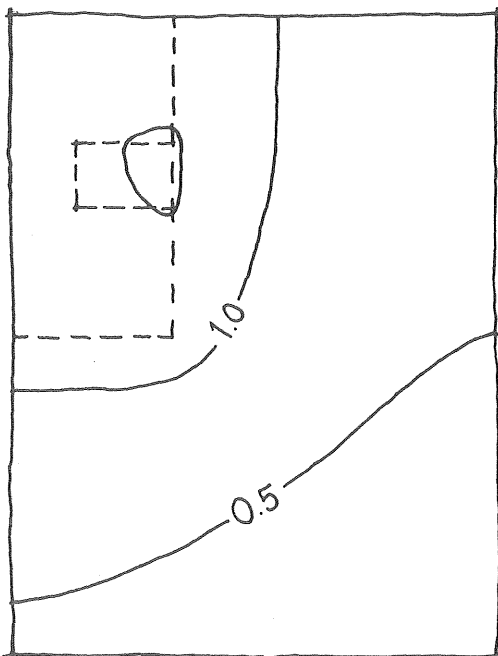
TEMPERATURES IN TIME STEP GROUP NO 2, TIME STEP NO 12
 TIME = 61200.0 SECONDS
 (17 HOURS, 0 MINUTES, 0 SECONDS)

NODE NO	TEMPERATURE (C)	NODE NO	TEMPERATURE (C)	NODE NO	TEMPERATURE (C)
1	0.966	31	0.888	61	0.246
2	0.967	32	0.887	62	0.241
3	0.958	33	0.843	63	0.217
4	0.690	34	0.498	64	0.183
5	0.452	35	0.320	65	0.146
6	0.370	36	0.261	66	0.132
7	0.991	37	0.642		
8	0.999	38	0.633		
9	1.004	39	0.557		
10	0.600	40	0.465		
11	0.446	41	0.267		
12	0.300	42	0.223		
13	1.020	43	0.759		
14	1.006	44	0.448		
15	1.167	45	0.394		
16	0.690	46	0.300		
17	0.432	47	0.219		
18	0.352	48	0.187		
19	1.003	49	0.337		
20	1.078	50	0.329		
21	1.148	51	0.293		
22	0.662	52	0.238		
23	0.400	53	0.180		
24	0.329	54	0.157		
25	0.942	55	0.268		
26	0.946	56	0.262		
27	0.944	57	0.236		
28	0.606	58	0.196		
29	0.366	59	0.155		
30	0.299	60	0.138		

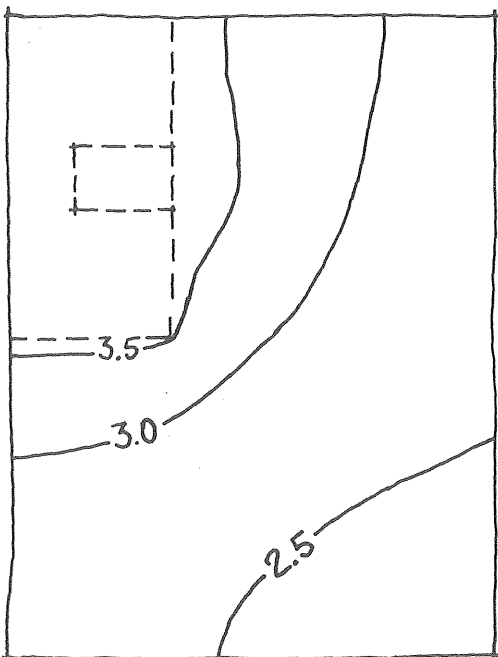
FIG. 4.2.3. Exempel 1 - Resultatutskrift.



AVSÄNKNING EFTER
17 TIMMARS PUMPNING



AVSÄNKNING EFTER
24 TIMMARS PUMPNING



AVSÄNKNING EFTER
72 TIMMARS PUMPNING

FIG. 4.2.4. Exempel 1 - Avsänkningen vid tre tidpunkter.

4.2.2 Exempel 2. Läckage till tunnel under lerområde.

Från en sluten akvifer, som utgörs av friktionsmaterial, sker läckage till en tunnel i berg, enligt FIG. 4.2.5.

Den överlagrande leran antas vara tät och ej avge mätbara mängden pressvatten. Längs dalsidorna är akviferen öppen och infiltration av nederbördsvatten kan ske. Innan tunneln påverkar området, bedöms större delen av det vatten, som infiltrerar i friktionslagret och berget runt dalen, åter nå ytan i utströmningsområden innan det når den slutna akviferen. När läckaget till tunneln orsakar en trycksänkning i akviferen, och därmed en strömning mot läckagepunkten, minskas denna utströmning och en större del av det infiltrerade vattnet når den slutna akviferen.

Randvillkor

För att simulera förhållandena vid dalsidorna lämpar sig alltså ej ett randvillkor, där en viss mängd vatten ständigt tillförs över randen. Detta inflöde kan i stället antas vara proportionellt mot avsänkningen vid randen. Denna typ av rand kallas i värmeledningsfallet för en konvektiv gräns. Flödet över en sådan gräns är proportionellt mot temperaturskillnaden mellan kroppen och dess omgivning.

Randdelarna 2, 3, och 4 är alla konvektiva, men infiltrationsområdena har antagits vara olika, enligt figur B5. Därför har den s k "boundary heat transfer coefficient" (α) antagits vara 2.38×10^{-8} , 2.12×10^{-8} resp 4.76×10^{-9} m/s. Värdena har erhållits med hjälp av uppskattningar av nyttig nederbörd på infiltrationsområdet.

Randdel 1 har också antagits vara en konvektiv gräns men med följande betraktelse. Akviferen antas fortsätta ytterligare minst 100 m. Den står där i kontakt med ett dike, bäck, eller liknande, dvs där är en positiv gräns sådan att avsänkningen är noll. Koefficienten α har erhållits

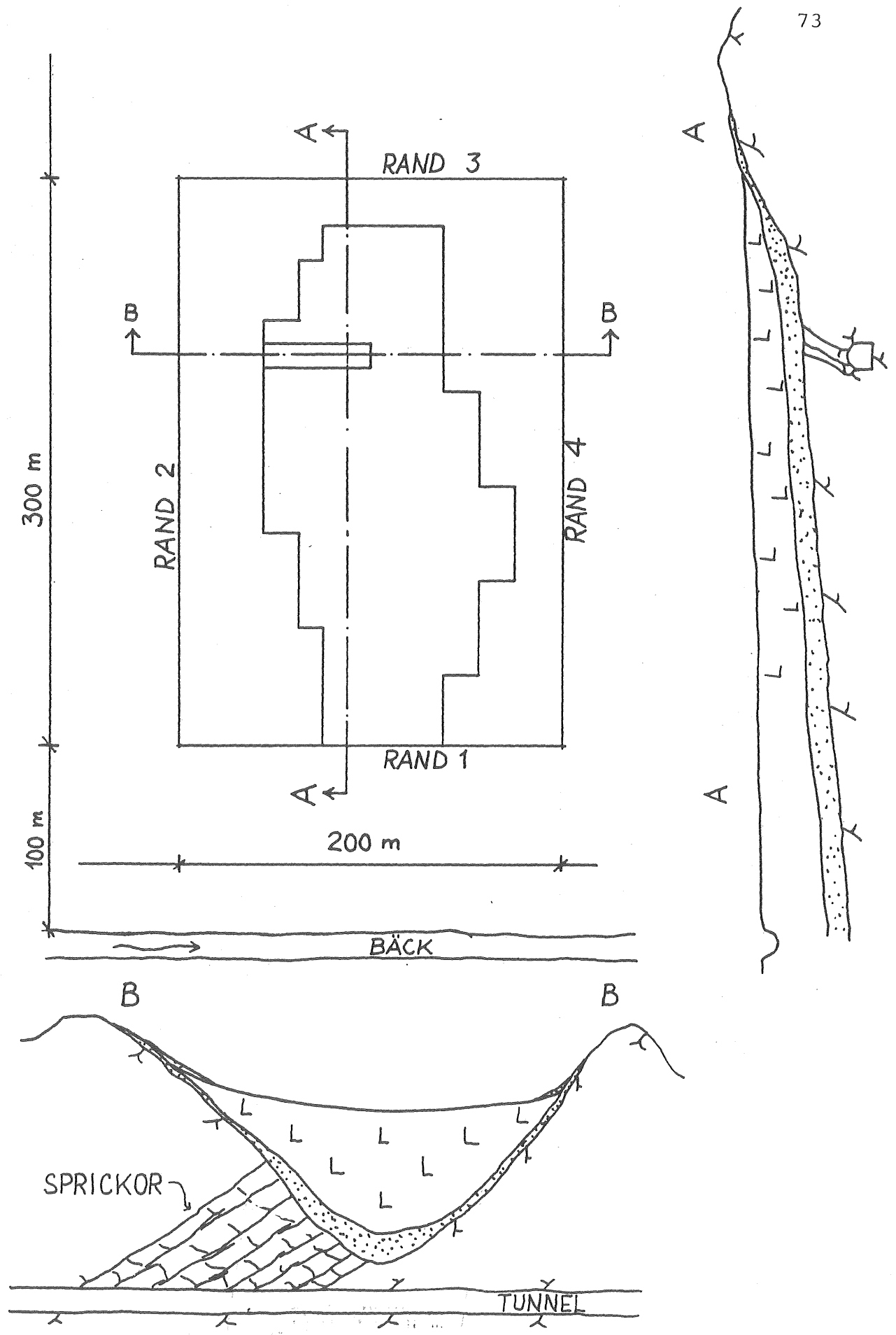


FIG. 4.2.5. Exempel 2 - Geologi och dimensioner.

efter antagandet att akviferens transmissivitet är $1 \times 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ mellan den positiva gränsen och yttre begränsningen hos det studerade området. För randdel 1 har använts $\alpha = 1 \times 10^{-7} \text{ m/s}$.

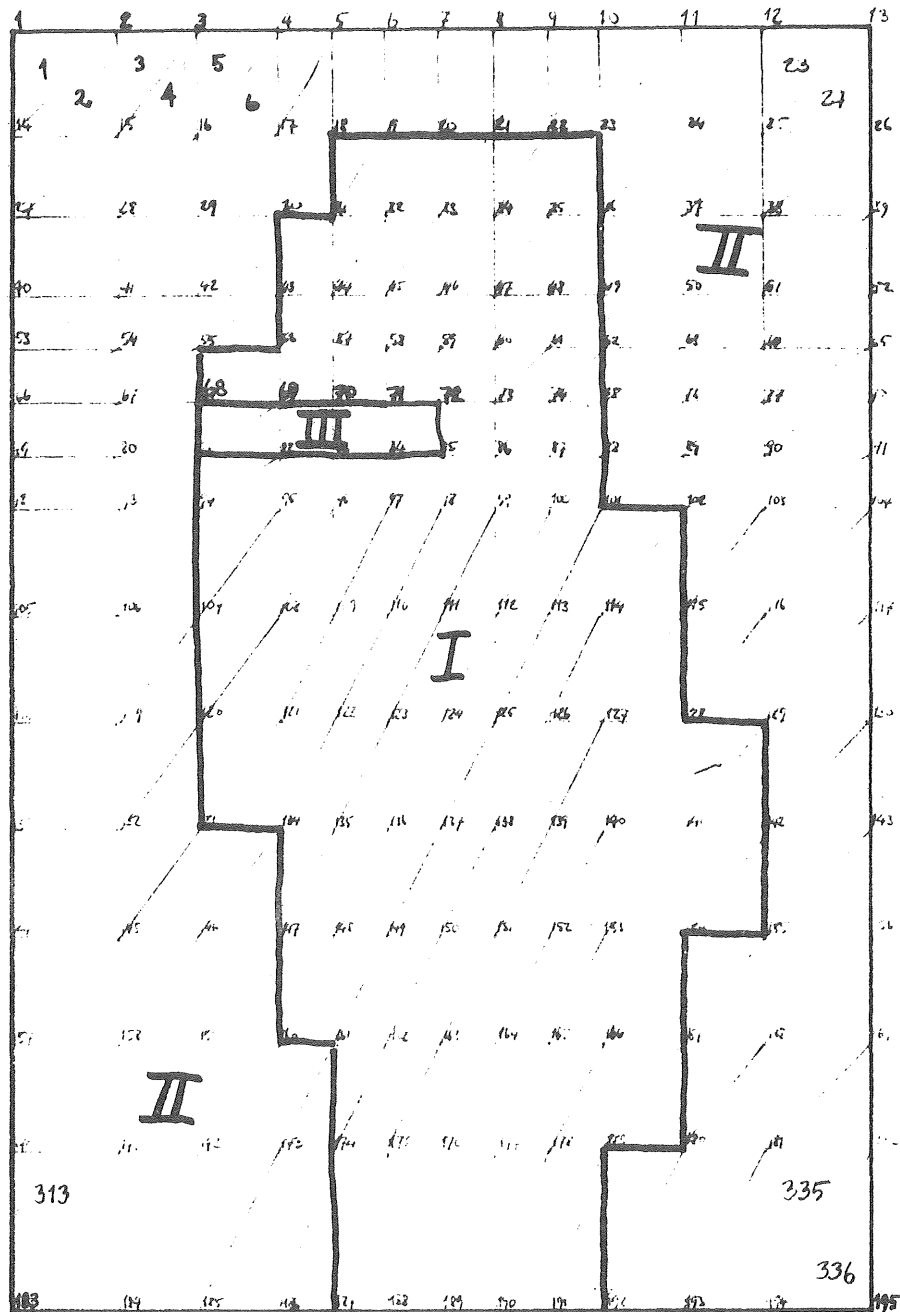
Den konvektiva gränsen, som används här, simulerar förhållandena vid dalsidan på ett utmärkt sätt, när avsänkningarna är måttliga. Däremot är dessa randvillkor behäftat med ett principiellt fel, eftersom flödet över randen ej har någon begränsning. För att bäst simulera förhållandena vid en dalsida torde randflödet vara proportionellt mot avsänkningen, men dessutom ha ett givet största värde, som får bestämmas utgående från nyttig nederbörd och infiltrationsområdets yta. Som programmet FEMTEMP II nu ser ut finns ej något maxvärde, så randflödena kontrollerats i efterhand.

Övriga indata

Området har indelats i 336 triangulära element ordnade efter ett regelbundet mönster, så att automatisk generering av nodnummer, elementnummer och nodkoordinater kan utnyttjas. Se FIG. 4.2.6.

Den studerade akviferen har antagits ha något större mäktighet och något större permeabilitet i sin centrala del, varför transmissiviteten där är $10^{-5} \text{ m}^2/\text{s}$ jämfört med 10^{-6} i den yttre delen. Magasinskoefficienten har antagits vara 10^{-5} resp 10^{-6} . Dessa värden har valts utgående från resultat av akviferanalyser i Angered, Göteborg (L Carlsson, 1973, 1976).

Inom ett rektangulärt område (III) sker läckage till en tunnel. Storleken på detta har erhållits med antagandet att den i tunneln inströmmande vattenmängden i genomsnitt är $1 \text{ l/s} \times \text{km}$ och en mängd motsvarande läckaget på en sträcka av 400 m kommer från "vår" akvifer. Över hela den aktuella ytan blir då läckaget $5.69 \cdot 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s} \times \text{m}^2$.



$$\begin{array}{l}
 \text{I : } T = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad S = 10^{-5} \\
 \text{II : } T = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s} \quad S = 10^{-6} \\
 \text{III : } T = 10^{-5} \text{ m}^2/\text{s} \quad S = 10^{-5} \quad Q = 0.4 \text{ l/s}
 \end{array}$$

FIG. 4.2.6. Exempel 2 - Elementnät och akviferdata.

Resultat

Beräkningen genomfördes först för stationära förhållanden. Olika värden på koefficienten α prövades till dess en rimlig avsänkningsbild erhöles. Avsänknningen visas i FIG. 4.2.7.

Med samma ingångsdata gjordes sedan beräkningen för det icke-stationära fallet. Resultaten visas i form av en kopia av en resultatutskrift och avsänknningen för nod 110 som funktion av tiden, se FIG. 4.2.8 och 4.2.9.

Randflödena beräknades i efterhand för att kontrollera att de ej var orimliga. Med 200 mm nederbörd per år blev nödvändig bredd hos infiltrationsområdet för ränderna 2, 3 och 4: 60 m, 75 m resp 20 m.

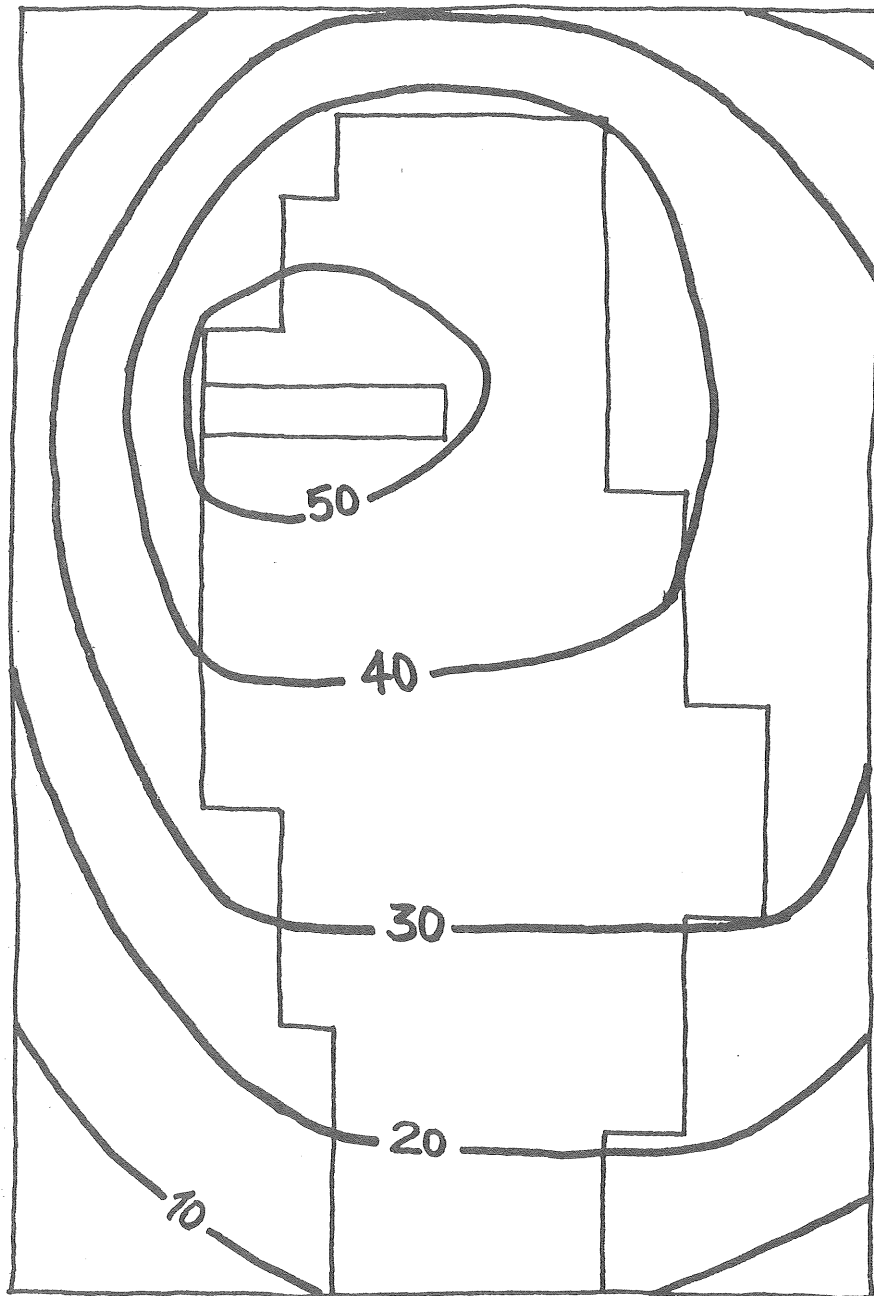


FIG. 4.2.7. Exempel 2 - Avsänkningar i m vid stationärt tillstånd.

Modifiering av indata i exempel 2

Avsänkningen enligt FIG.4.2.7 är dock vid första åsynen mycket stor. För att utröna hur stor den maximala avsänkningen kan vara vid gynnsammast tänkbara randvillkor, gjordes en ny beräkning av avsänkningen för den aktuella akviferen, nu med helt positiva gränser runt om. Detta motsvarar alltså förhållandena om vår akvifer utgörs av en ö, omgiven av vatten på alla håll. Avsänkningen är överallt = 0 längs ränderna.

Randvillkor

Med hjälp av randvillkoren "Prescribed temperatures" hålls avsänkningen = 0 längs ränderna.

Övriga indata

Helt enligt förgående exempel.

Resultat

Avsänkningen orsakad av ett läckage till en tunnel av storlek 0.4 l/s visas i FIG. 4.2.10. Av resultaten framgår att avsänkningen blir av storleksordningen 30 m, trots att ett obegränsat inflöde sker längs ränderna. Avsänkningens form bestäms ju här vid stationära förhållanden enbart av akviferens transmissivitet. Dess absoluta belopp beror dock av randvillkoren.

TEMPERATURES IN TIME STEP GROUP NO 2, TIME STEP NO 5

TIME = 2400.00 SECONDS

(HOURS, 40 MINUTES, 00 SECONDS)

NODE NO	TEMPERATURE (C)	NODE NO	TEMPERATURE (C)	NODE NO	TEMPERATURE (C)	NODE NO	TEMPERATURE (C)	NODE NO	TEMPERATURE (C)
1	-0.222	31	-0.250	61	-5.155	91	-1.026	121	-2.956
2	-1.018	32	-4.623	62	-4.670	92	-4.193	122	-2.748
3	-2.067	33	-4.953	63	-2.071	93	-7.441	123	-2.461
4	-2.414	34	-4.320	64	-1.553	94	-11.233	124	-2.129
5	-2.553	35	-3.832	65	-1.004	95	-10.919	125	-1.790
6	-2.400	36	-3.509	66	-4.679	96	-10.145	126	-1.478
7	-2.313	37	-2.082	67	-8.778	97	-8.892	127	-1.213
8	-2.073	38	-1.211	68	-15.239	98	-7.224	128	-0.905
9	-1.820	39	-0.772	69	-15.317	99	-5.617	129	-0.625
10	-1.550	40	-3.087	70	-14.176	100	-4.413	130	-0.447
11	-0.943	41	-0.477	71	-12.437	101	-3.542	131	-0.682
12	-0.546	42	-9.176	72	-9.773	102	-2.593	132	-1.224
13	-0.290	43	-9.140	73	-6.926	103	-1.505	133	-1.749
14	-1.713	44	-8.571	74	-5.421	104	-0.970	134	-1.572
15	-2.051	45	-7.012	75	-4.812	105	-2.604	135	-1.369
16	-3.007	46	-0.400	76	-2.748	106	-4.450	136	-1.192
17	-4.395	47	-5.415	77	-1.601	107	-5.964	137	-1.022
18	-4.053	48	-4.044	78	-1.036	108	-5.810	138	-0.861
19	-4.603	49	-4.282	79	-4.624	109	-5.414	139	-0.710
20	-4.245	50	-2.482	80	-8.629	110	-4.819	140	-0.592
21	-3.777	51	-1.447	81	-15.249	111	-4.099	141	-0.455
22	-3.362	52	-0.938	82	-14.739	112	-3.374	142	-0.381
23	-3.030	53	-4.327	83	-13.798	113	-2.749	143	-0.261
24	-1.671	54	-7.977	84	-12.097	114	-2.271	144	-0.209
25	-0.945	55	-13.435	85	-9.206	115	-1.873	145	-0.492
26	-0.587	56	-12.536	86	-6.637	116	-1.119	146	-0.624
27	-2.589	57	-11.131	87	-5.150	117	-0.745	147	-0.587
28	-4.383	58	-9.677	88	-4.488	118	-1.391	148	-0.555
29	-5.807	59	-7.946	89	-2.692	119	-2.374	149	-0.498
30	-6.782	60	-6.264	90	-1.583	120	-3.052	150	-0.433

FIG. 4.2.8. Exempel 2 - Resultatutskrift.

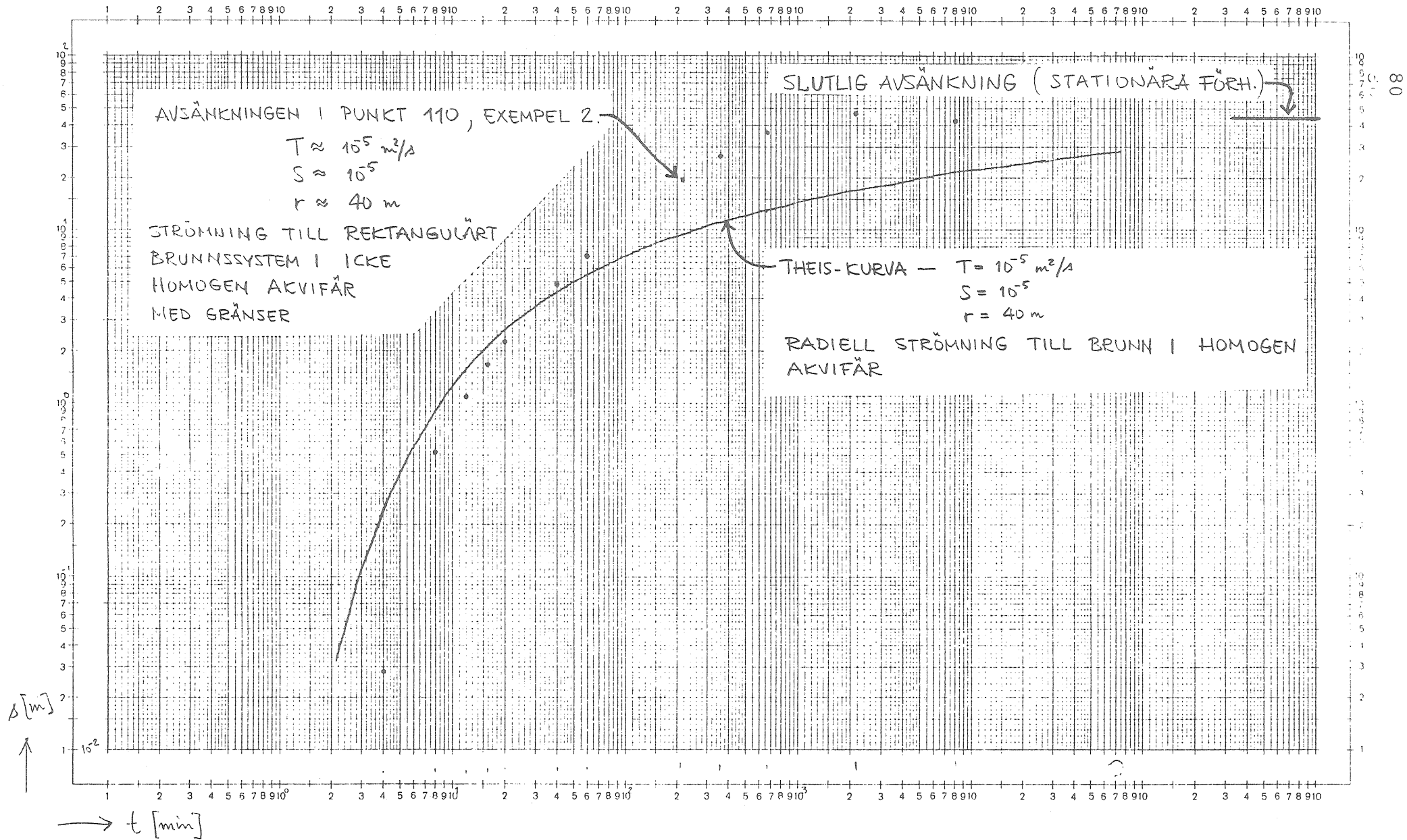


FIG. 4.2.9. Exempel 2 - Tid-avsänkings-förlopp i nod 110.

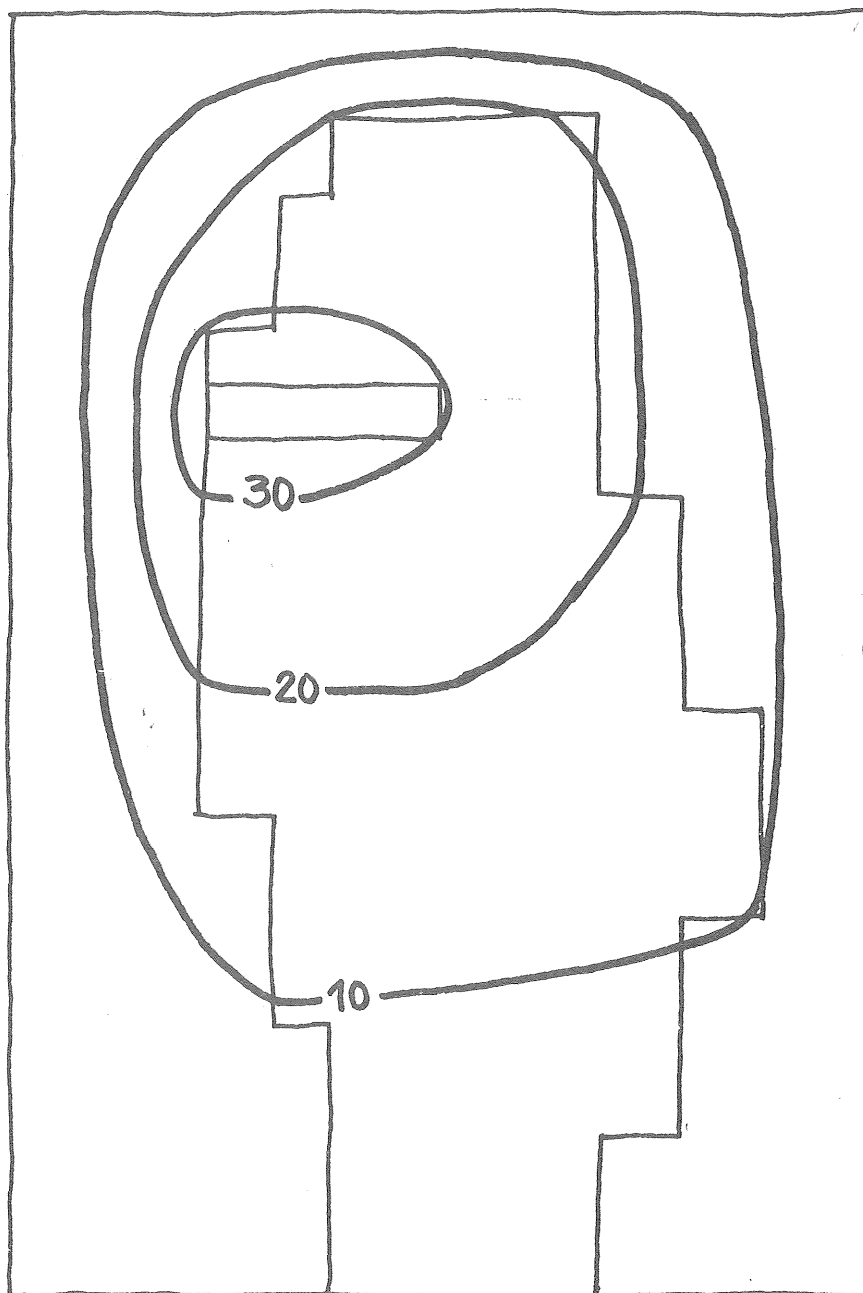


FIG. 4.2.10. Exempel 2, modifierade randvillkor - avsänkningar i m vid stationärt tillstånd.

4.2.3 Exempel 3. Grundvattentäkt i Getinge, Halland.

För att undersöka möjligheterna att använda programmet FEMTEMP II för att simulera grundvattenförhållandena i samband med pumpning i en sluten akvifer av begränsade dimensioner, användes data från en geohydrologisk undersökning i Getinge kommun utförd av Sydsvenska Ingenjörbyrå AB. Utredningen avser förhållandena vid en föreslagna grundvattentäkt vid Lassared och omfattar bl a en långtidsprovpumpning med registrering av grundvattennivåer i 12 punkter. Undersökningsområdets läge framgår av FIG. 4.2.11. Provpumpningen har utförts med två kapaciteter, 5 resp 8 l/s. Eftersom det i utredningen ej finns alla uppgifter som behövs för bestämmande av geohydrologiska parametrar och randvillkor användes den första delen av provpumpningen för att bestämma dessa. Därefter ökas pumpkapaciteten i den matematiska modellen och grundvattenstånden beräknas. Då finns ett facit i form av observerade nivåer vid den andra delen av provpumpningen.

Arbetsgången var följande:

Ett område runt pumpplatsen valdes ut för beräkningarna. Dess yttre begränsningar valdes så att de antingen sammanföll med den slutna akviferens gränser, eller lades så långt bort från pumpplatsen att påverkan kunde antas vara liten.

Elementindelningen gjordes så, att nodpunkter förlades dit där observationsrör var slagna. Dessutom förlades nodpunkterna till brytpunkter i de yttre begränsningarna och i några fall till väldefinierade punkter i terrängen. Eftersom rutnätet måste bli oregelbundet valdes ett tämligen litet antal element, av triangulär form, så att de manuellt bestämda koordinaternas antal blev lågt.

Det studerade områdets utbredning, elementindelningen, koordinatsystem och nodpunkternas nummer framgår av FIG. 4.2.12.

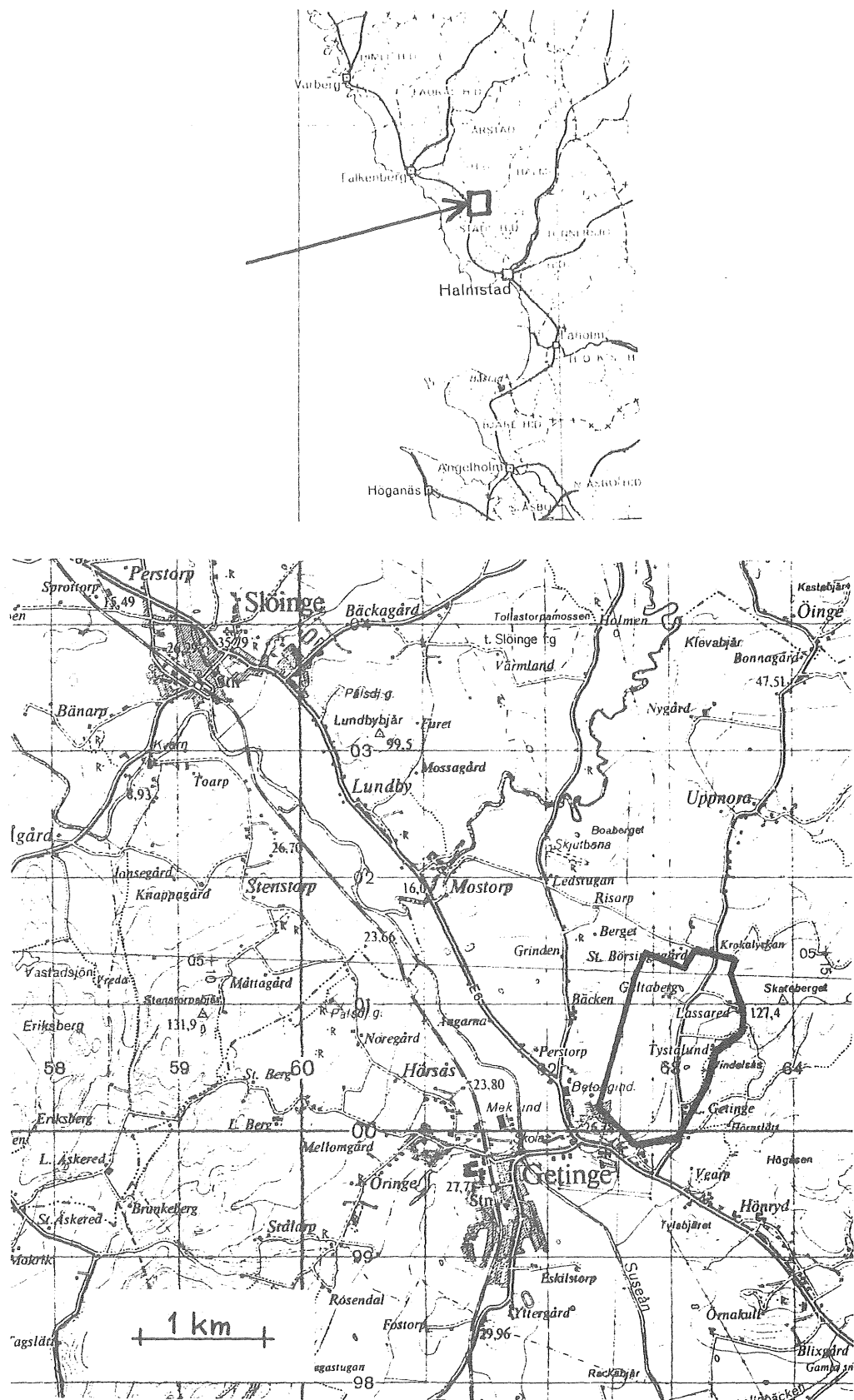


FIG. 4.2.11. Exempel 3 - Områdets läge.

Geohydrologiska parametrar

Transmissivitet och magasinskoefficient var tänkta att bestämmas med analys av provpumpningsdata. När detta skrives har emellertid mätvärdena från resp observationsrör ej gått att uppbringa. Därför uppskattades T- och S-värden utgående från undersökningsborrningarnas resultat och områdets geologi i stort. Alldeles nordväst om området, utanför nodpunkterna 1, 4 och 2, finns en randbildning med grusmaterial. Vid pumpplatsen, i element 14, är akviferens mäktighet ca 18 m och i nodpunkterna 5, 7 och 13 är mäktigheten 20 m, 12 m resp 17 m. I nodpunkt 21 är mäktigheten ca 7 m. Materialet som spolats upp vid rördrivningen, är mest sand med en del mo. De härur uppskattade T- och S-värdena framgår av FIG. 4.2.13.

Pumpningen måste, som i de tidigare exemplen, liknas vid ett ytuttag över ett helt element. Pumpkapaciteten var under den första delen av provpumpningen 5 l/s, vilket motsvarar ett ytuttag av $5,75 \times 10^{-7} \text{ m}^3/\text{s} \times \text{m}^2$ i element nr 14 som har ytan 8.700 m^2 .

Randvillkor

Den studerade dalgångens uppbyggnad är i princip lika med den i FIG. 4.2.5 visade, dvs under leran finns ett sammanhängande lager av friktionsjord. Längs dalsidorna går vanligtvis friktionsmaterialet i dagen och akviferen blir öppen. Under naturliga förhållanden sker en viss vattentillförsel till akviferen från sidorna, men större delen av nederbörden, som faller på tillrinningsområdena, avbördas till ytvattendrag. När pumpningen påbörjas, ökas tillrinningen till akviferen från dalsidorna. För att simulera dessa förhållanden användes det konvektiva randvillkoret.

Under den första delen av provpumpningen, när pumpkapaciteten var 5 l/s, har ett relativt stationärt tillstånd inträtt. Detta har använts för att bestämma randvillkoren, så att den för stationärt tillstånd beräknade avsänkningen i

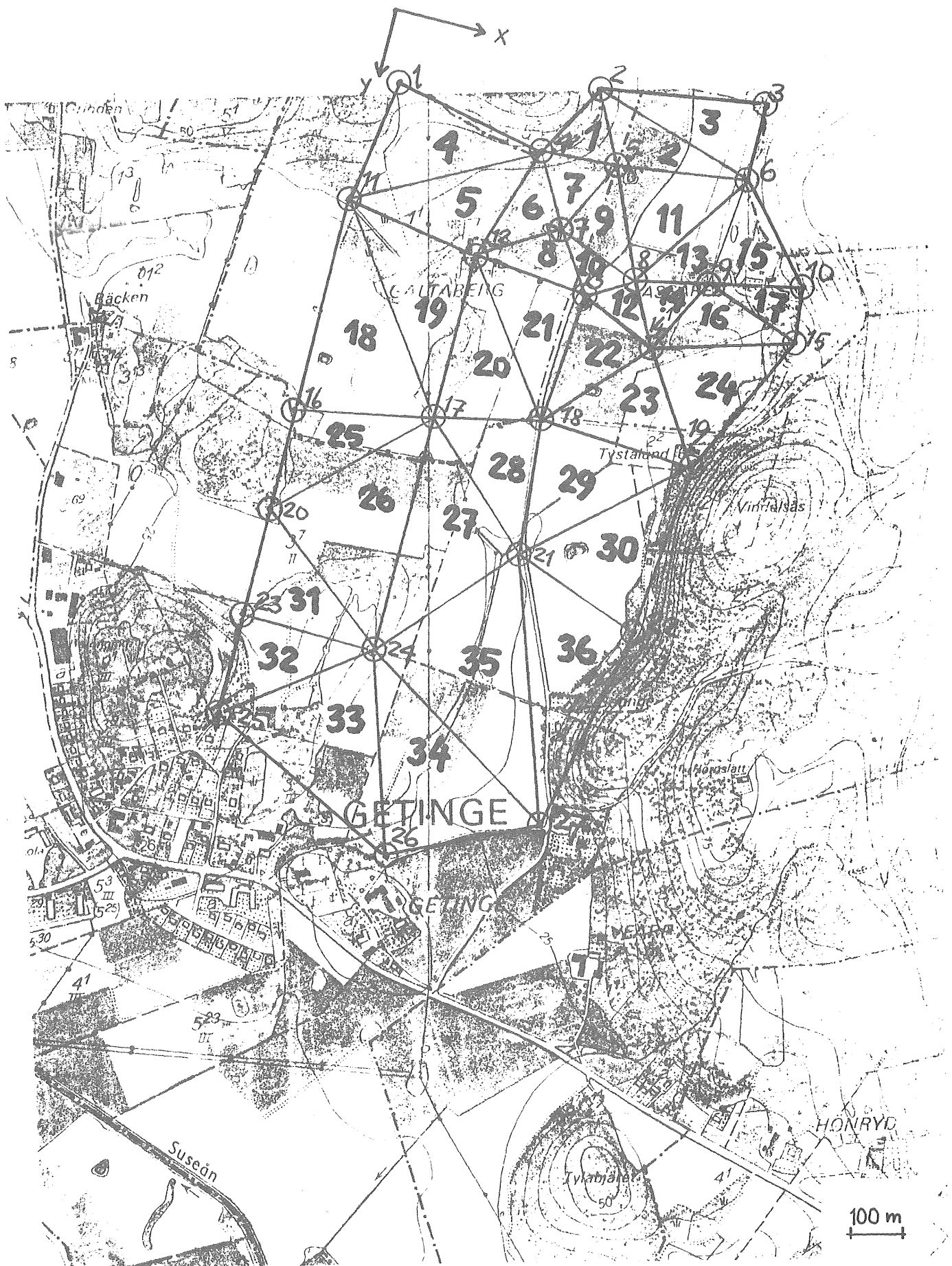
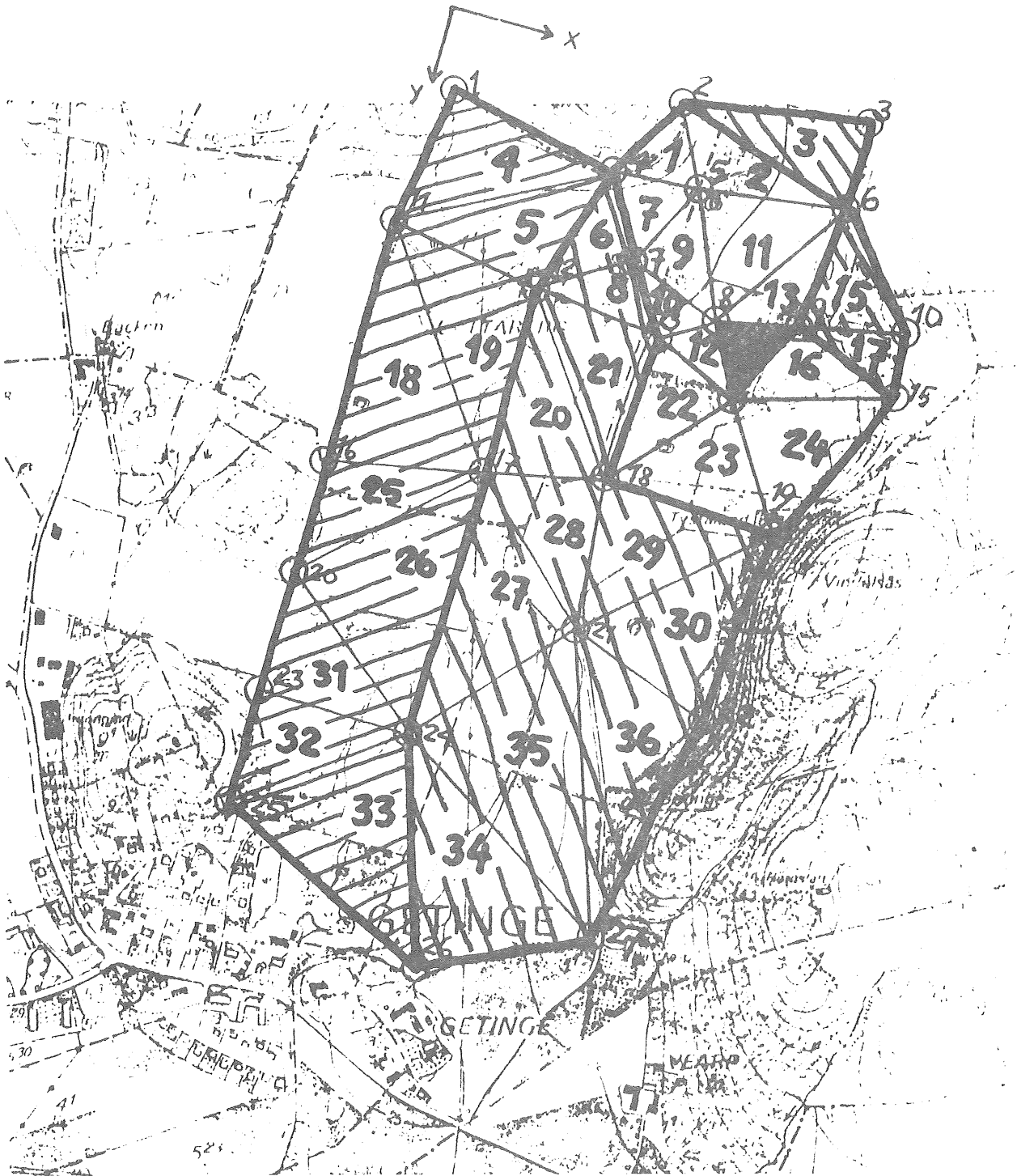


FIG. 4.2.12. Exempel 3 - Elementnät.







1		$T = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$	$S = 10^{-4}$	$Q = 5 \text{ l/s}$
2		$T = 2.5 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$	$S = 10^{-4}$	(alt 8 l/s)
3		$T = 1 \cdot 10^{-4}$	$S = 10^{-4}$	
4		$T = 1 \cdot 10^{-6}$	$S = 10^{-5}$	

FIG. 4.2.13. Exempel 3 - Geohydrologiska parametrar.

största möjliga mån överensstämmer med den uppmätta i observationsrören. Efter ett tiotal körningar erhöles god överensstämmelse mellan beräknade och uppmätta värden, se FIG.4.2.14. De härur erhållna värdena på koeficienten α framgår av FIG. 4.2.15. I FIG. 4.2.16 visas avsänkningen s som funktion av t/r^2 för 6 nodpunkter enligt resultaten i beräkningen av det transienta förloppet.

Kontroll av randflödena

Flödet över randen till varje randelement beräknades för hand för att kontrollera att ej orimligt stora flöden uppträdde.

Flödena var i samtliga fall mindre än nederbörden multiplicerat med infiltrationsområdets yta. Randflödet mellan nodpunkterna 2 och 3 visar sig vara det klart största, vilket stämmer bra med den geohydrologiska bedömningen.

Simulering av förhållandena vid ökad pumpkapacitet

Med samma ingångsvärden som tidigare gjordes en beräkning av avsänkningen för en pumpkapacitet av 8 l/s. Avsänkningsskildern visar sig vara i god överensstämmelse med den uppmätta. Resultaten framgår av FIG. 4.2.17.

Kontroll av randflödena

Vid en efterkontroll visar det sig att den nu beräknade avsänkningsskildern vid stationärt tillstånd innebär, att hälften av den uppumpade vattenmängden kommer över randen mellan noderna 2 och 3 och en fjärdedel mellan noderna 15, 19 och 22. Dessa flöden verkar rimliga med tanke på att akviferen fortsätter norrut i dalgången och att en bäck rinner ner i dalen vid nodpunkt 15.



FIG. 4.2.14. Exempel 3 - slutlig avsänkning vid pumpkapacitet 5 l/s.

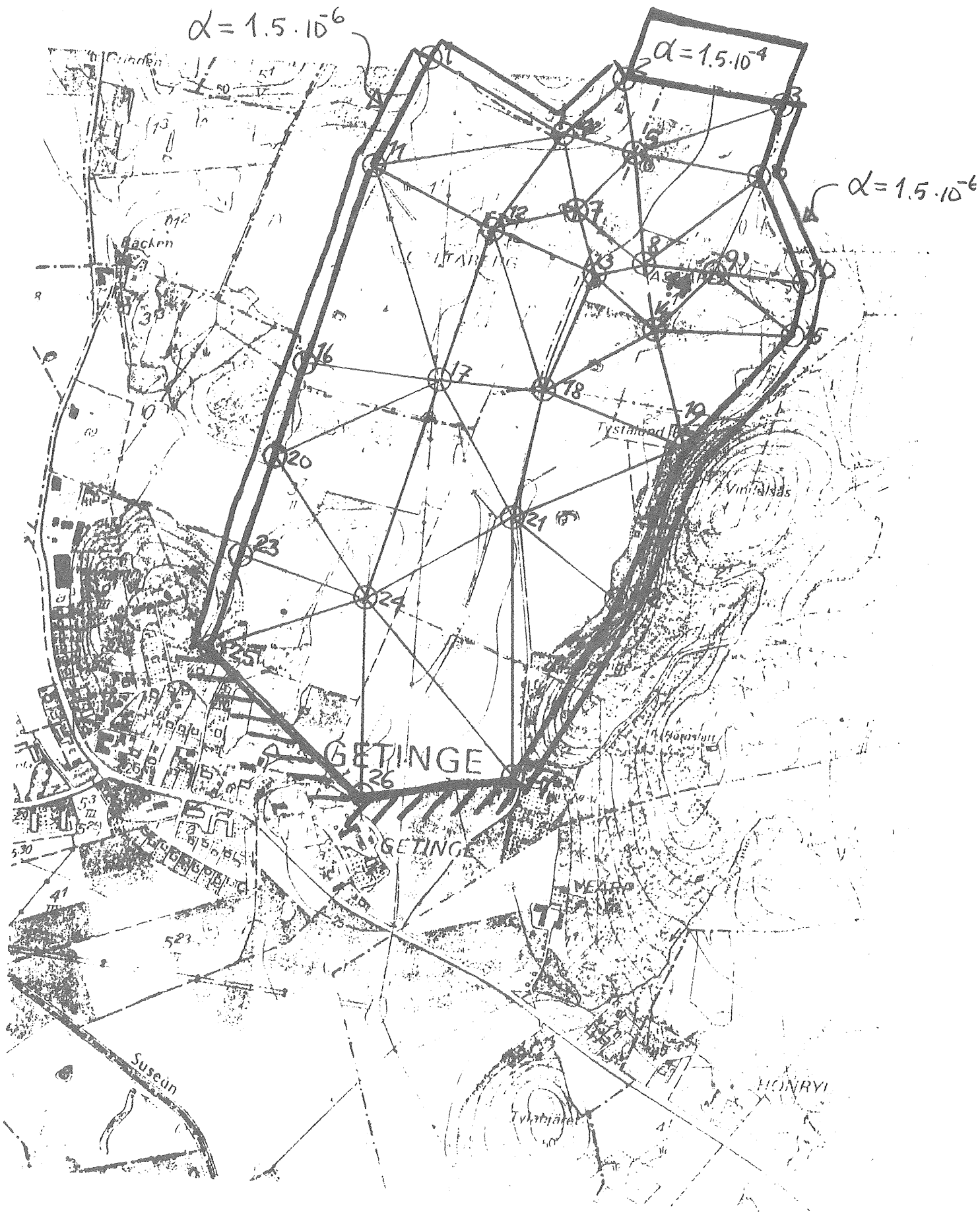


FIG. 4.2.15. Exempel 3 - randvillkor.

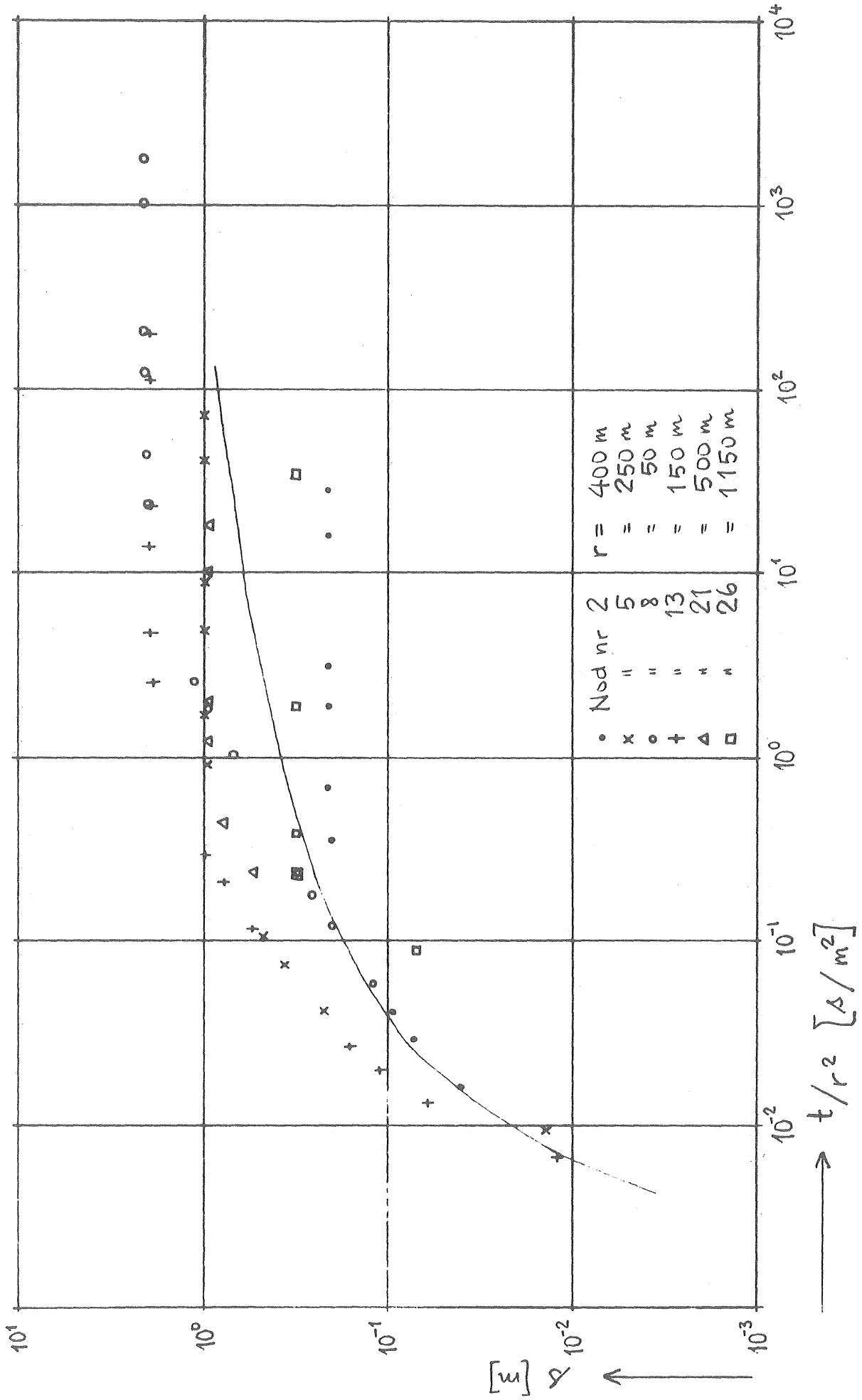


Fig. 4.2.16. Exmpel 3 - Avsänkning i vissa noder under transienta förhållanden.

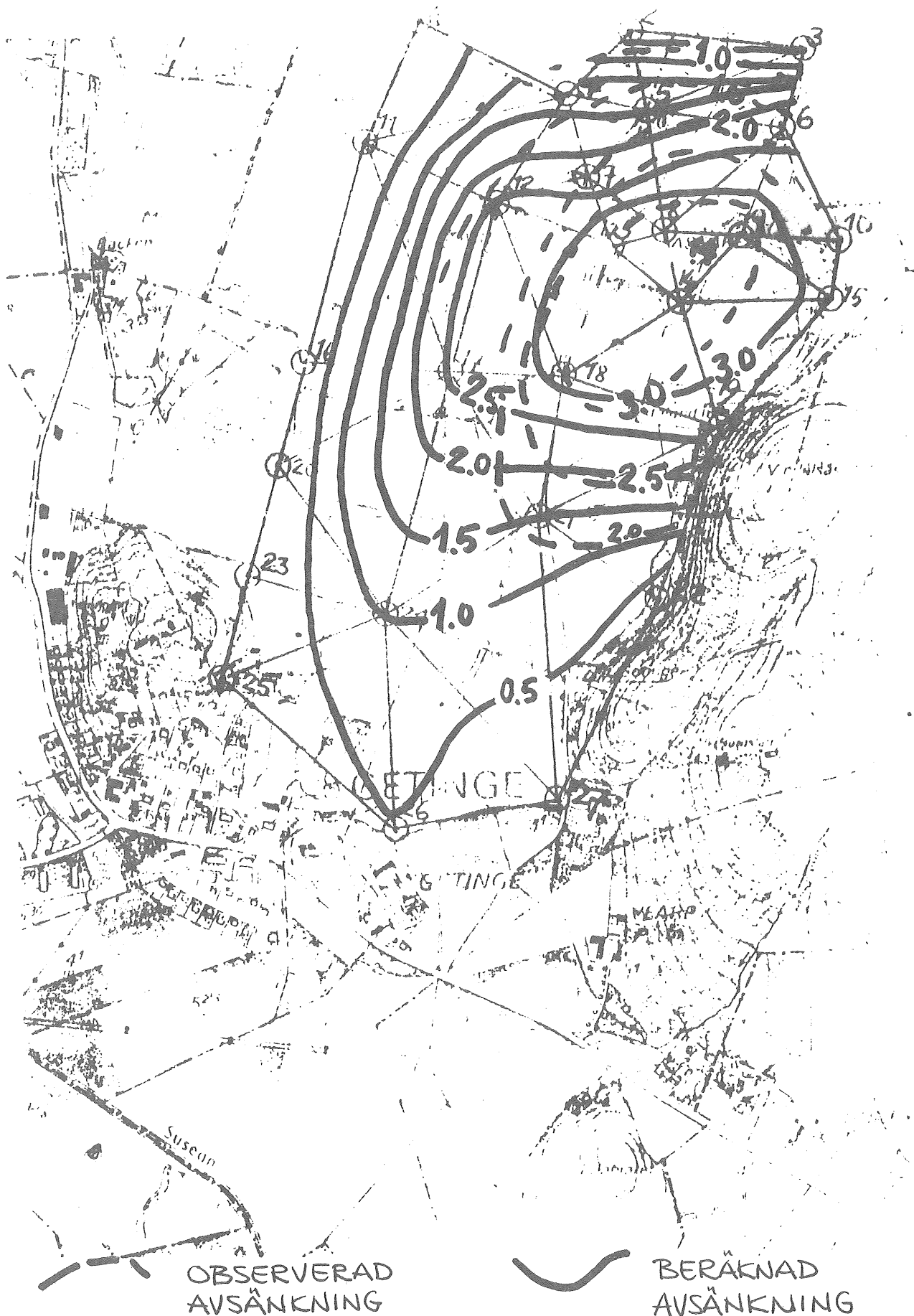


FIG. 4.2.17. Exempel 3 - slutlig avsänkning vid pumpkapacitet 8 l/s.

4.2.4 Allmänna synpunkter på grundvattenberäkningar med FEMTEMP

Trots att programmet FEMTEMP II är skrivet för analys av temperaturfält lämpar det sig väl för beräkningar av grundvattenströmning under vissa betingelser. Förutsättningarna för beräkningen är bl a:

- strömning i slutna akviferer, eller öppna där avsänkningen är liten i förhållande till det vattenförande lagrets mäktighet
- vattenuttag eller -tillskott antas ske över ytor; ej punktformig

Fördelarna med att använda finita elementmetoden jämfört med gängse analytiska beräkningsmetoder är bl a:

- areellt varierande materialparametrar (T- och S-värden) kan beaktas
- områden med komplicerad geometri kan behandlas
- längs randen varierande randvillkor kan beaktas
- inverkan av flera störningar, t ex brunnar, kan beräknas samtidigt

De allmänna nackdelarna med FEM-analys är i skrivande stund ej så uppenbara, möjligen kan följande anföras:

- beräkningsmetoden är synbarligen så exakt att osäkerheten i indata och därmed i resultatet lätt förbises
- för att beräkningarna skall vara lätta att utföra krävs tillgång till en dator eller en dataterminal

Enligt ovanstående är detta program begränsat till analys av slutna akviferer, vilket för svenska förhållanden är en avgjord inskränkning. Likaså är antagandet om ytuttag

olämpligt för grundvattenberäkningar. Resultaten presenteras i FEMTEMP II som en lista över nodpunkternas temperaturer, dvs trycknivåer. Ett mer lättläst sätt att presentera resultat är i form av en matris, där resp trycknivå är placerad på ett sätt som motsvarar nodpunkternas läge i strukturen. Möjligheten att få resultaten plottade är idag relativt små. Önskvärt vore att få plottning utförd utan extraarbete.

Indata till programmet ges på hålkort i fast format. Med tanke på den ökande tillgången av bildskärmsterminaler vore det önskvärt att kunna skriva indata via en sådan liksom att kunna få resultaten presenterade på bildskärm. Detta skulle öka programmets tillgänglighet för praktiska användare. Randvillkoren är naturligtvis nu ej helt lämpliga för grundvattenberäkningar, eftersom programmet är skrivet för temperaturfältsanalys.

Sammanfattningsvis kan konstateras, att beräkningar med finita elementmetoden synes vara bästa möjligheten att simulera ingrepp i grundvattenbalansen, speciellt när studerade akviferer har liten areell utbredning, och därför randvillkoren mycket snabbt påverkar förhållandena, något som är mycket vanligt i Sverige.

4.3 Beräkning med GEOFEM-G

4.3.1 Kort beskrivning av programmet

Under 1977 har vid Chalmers tekniska högskola utvecklats ett datorprogram för grundvattenberäkningar enligt finita elementmetoden — GEOFEM-G. Programmet finns beskrivet av Runesson m fl, 1978. Det ingår i CHALMFEM-systemet och är tillgängligt vid Göteborgs Datacentral.

I GEOFEM-G löses en differentialekvation av typen

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(T_x \frac{\partial h}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(T_y \frac{\partial h}{\partial y} \right) = S \frac{\partial h}{\partial t} + W$$

dvs ekvationen för tvådimensionell strömning i ett slutet grundvattenmagasin, med vissa enkla randvillkor. I termen W kan ingå punkt-, linje- eller ytbelastningar inom området, dvs uttag eller tillförsel av vatten, f n endast med konstanta värden per tidsenhet. Elementen som används är s k superparametriska, kan ha krökta ränder. Elementsidan beräknas med en andragradsekvation och definieras av två hörnnoder och en mittnod. Användandet av dessa element medför att i princip vilken geometrisk form som helst kan avbildas med en "rektangulärt" elementnät. Nedan visas två exempel på hur elementnätet kan anpassas till godtycklig geometri.

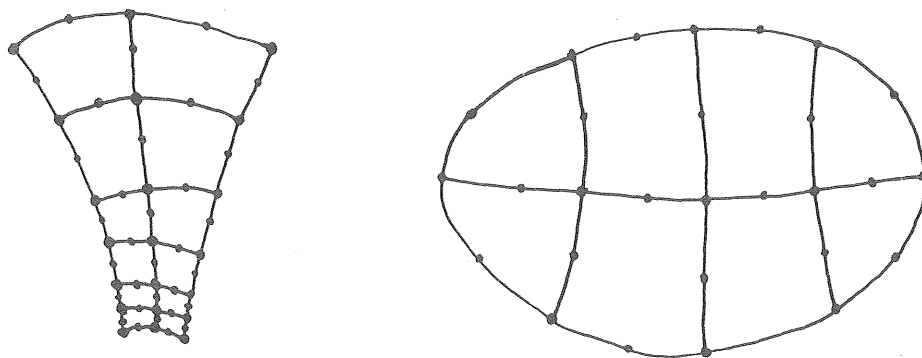


FIG. 4.3.1. Exempel på hur elementnätet kan anpassas till godtycklig geometri.

Programmet förutsätter alltså strömning i slutna magasin, med andra ord att transmissiviteten är oberoende av tryckhöjden. Om förändringarna av grundvattennivån är små jämfört med totala mäktigheten hos den vattenmättade zonen kan dock transmissiviteten med viss rätt antas vara konstant. Under denna förutsättning kan GEOFEM-G användas även för analys av öppna grundvattenmagasin.

Vilka indata krävs för beräkning med GEOFEM-G?

Förutom akviferens geometri skall transmissiviteten, och vid transienta problem även magasinskoefficienten, anges. Dessa värden måste vara konstanta inom varje element, men kan variera mellan elementen. Grundvattenbildning, infiltration och brunnsuttag skall anges inom området och kan ges som punkt-, linje- eller ytvärden. Randvillkoren är f n av enklaste slag; antingen konstant nivå längs randen, tät rand eller konstant inflöde över randen. Men randvillkoren kan vara olika från element till element längs randen.

Beräkningen kan ske för stationära förhållanden eller transienta. Den transienta lösningen bygger på att tiden behandlas med differensmetoden, dvs den sökta trycknivåfördelningen antas variera linjärt med tiden under ändliga tidssteg. Tidsstegens längd beräknas i GEOFEM-G automatiskt och man behöver endast ange den maximala tid som beräkningen skall avse. Om man vill, kan dessutom det första tidsstegets längd ges som indata tillsammans med ett värde på det accepterade relativa trunkeringsfelet.

Såväl resultaten av beräkningarna som indata erhålls i matrisform. Värdet för resp nod eller element återfinns på samma plats i matrisen som i det ursprungliga elementnätet. Detta gör resultatutskriften mycket lättlästa. Resultaten utgörs vanligen av trycknivån, resulterande inflöden p g a fixa randvillkor samt specifika flödet. Trycknivån och flöden kan även

plottas. Vid transienta lösningar kan resultaten erhållas vid de av programmet valda tidpunkterna eller vid på förhand givna tidpunkter.

GEOFEM-G är väl anpassat för terminalkörning, eftersom indata skrivs i fritt format. Resultaten i matrisform är lättlästa på bildskärmsterminaler, men naturligtvis kan också resultaten tas ut på radskrivare.

4.3.2 Hur programmet används

Vid analys med GEOFEM-G delas det studerade området upp med ett elementnät. Elementen skall i princip vara rektangulära, men ränderna kan vara krökta, se ovan. Konstruktionen av elementnätet bör ägnas stor uppmärksamhet, så att hänsyn tas till såväl befintliga indata som förväntade resultat. Där akviferens geometri eller egenskaper ändras kraftigt bör nätet vara tätt, liksom där stora nivåvariationer kan förväntas. Elementindelningen görs lämpligen på en karta, där alla kända data finns angivna.

Nästa steg är numrering av element och noder. Elementnumreringen sker lämpligen från översta vänstra hörnet till nedersta högra. Nodnumreringen är viktig, eftersom den bestämmer formen hos de matriser som skall inverteras. För att detta skall bli enklast och billigast skall nodnumreringen börja i ytterhörnet hos element nr 1 och ske i den riktning, där minsta antalet element finns. Både mitt- och hörnnoderna skall numreras. Dessutom skall läget för origo hos det vid beräkningen använda koordinatsystemet fastställas, se FIG. 4.3.2.

Efter det att elementnätet är bestämt kan indata skrivas. Först ges en del allmän information om hur beräkningen skall utföras, t ex om lösningen är stationär eller transient. Sedan ges data som bestämmer elementnätet och dess placering i koordinatsystemet.

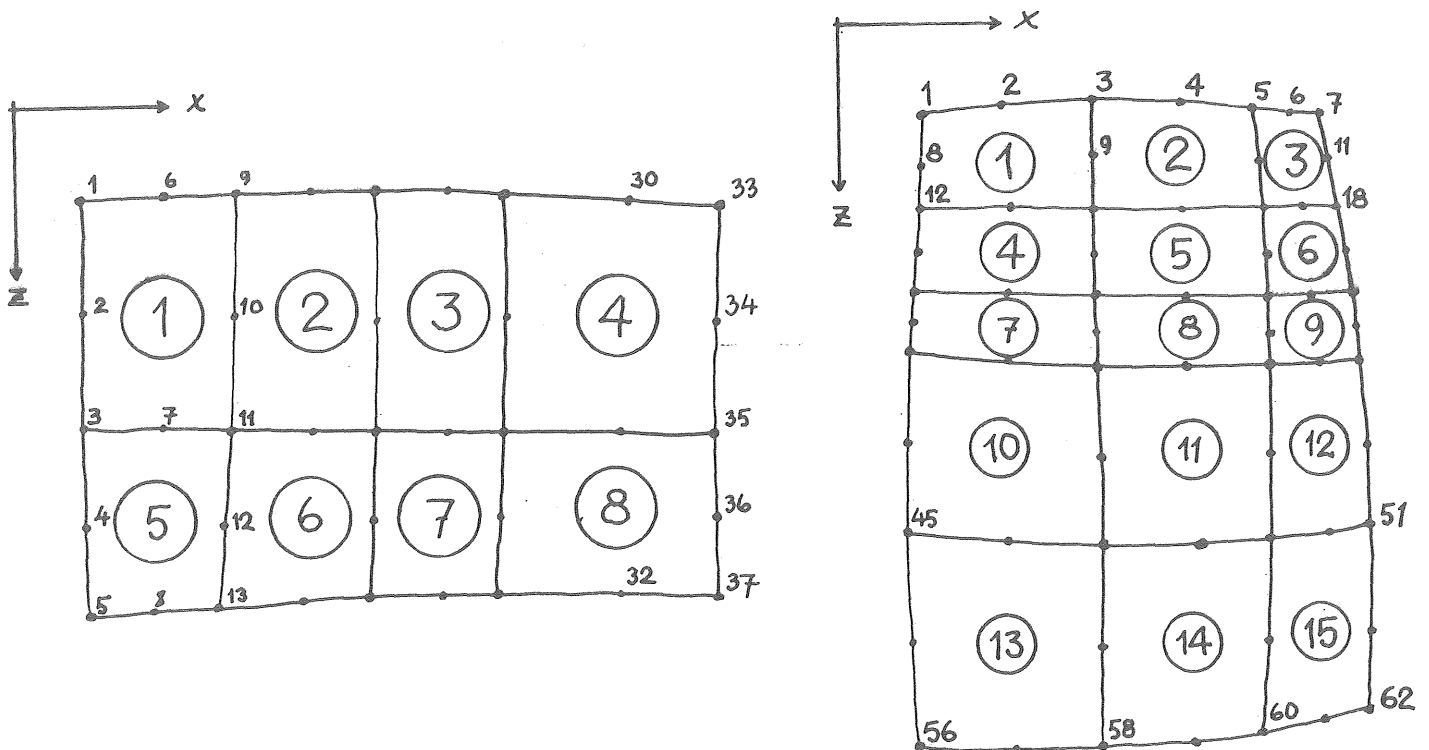


FIG. 4.3.2. Exempel på numrering av noder och element (GEOFEM).

Om man använder ett nät, som till någon del är rektangulärt och har sidorna parallella med koordinatsystemet, förenklas indataskrivningen, eftersom man då bara behöver ge koordinaterna för noden i övre vänstra hörnet samt längderna hos elementens sidor. Om elementnätet består av krökta linjer, måste koordinaterna för alla noder läsas in.

Sedan ges materialdata i form av transmissivitet och magasinskoefficient för alla element. Materialet kan vara anisotropt och då ges transmissiviteten i huvudriktningarna och vinkeln mellan x-axeln och riktningen för största T-värdet. Randvillkor i form av konstanta nivåer ges därefter, följt av uppgiften om vilka "källor" som förekommer. Med detta menas uttag eller tillförsel av vatten, t ex i form av brunnsuttag, diken, grundvattenbildning eller konstgjord infiltration. Tillförsel räknas positivt och uttag negativt. Alla storheter anges i SI-enheter.

Om en transient lösning söks skall maximala beräkningstiden ges och ev det första tidsstegets längd. Resultaten kan erhållas antingen vid de automatiskt valda tidsstegen eller vid önskade tidpunkter eller bådadera.

Resultaten erhålls i matrisform och utgörs av trycknivån i noderna, resulterande inflöde vid ränder med konstant nivå och specifika flödet i de s k Gauss-punkterna, dvs vanligen fyra värden i varje element. Man kan via indata bestämma om man vill få ut alla tre resultatmatriserna, två eller endast en av dessa. Den beräknade trycknivåfördelningen i akviferen kan erhållas som plot av nivåkurvor.

Kostnaderna för beräkningar med GEOFEM-G beror naturligtvis av hur många element nätet består av, hur många tidssteg som skall beräknas och hur resultaten skall presenteras. En stationär lösning av ett problem med 50-100 element kostar ca 15-50 kr medan en transient lösning av motsvarande problem kostar 100-500 kr. Kostnaderna kan ev variera ännu mer.

För att visa hur GEOFEM-G kan användas för grundvattenberäkningar redovisas nedan en tillämpning på ett enkelt problem, som dessutom är möjligt att lösa analytiskt.

4.3.3 Exempel 10. Jämförelse mellan analytisk lösning och beräkning med GEOFEM-G.

För att demonstrera hur en grundvattenberäkning med GEOFEM-G går till samt verifiera resultaten skall ett enkelt problem lösas. Problemet kan lösas analytiskt med användande av teorin för spegelbrunnar och har dessutom en stationär lösning.

Från en brunn i ett slutet grundvattenmagasin pumpas vatten med en konstant kapacitet av 25 l/s. Magasinet har 200 m från brunnen en positiv gräns, vilken ut-

görs av ett vattendrag, som står i hydraulisk kontakt med akviferen. Vid gränsen antas nivån vara konstant = 0 m.

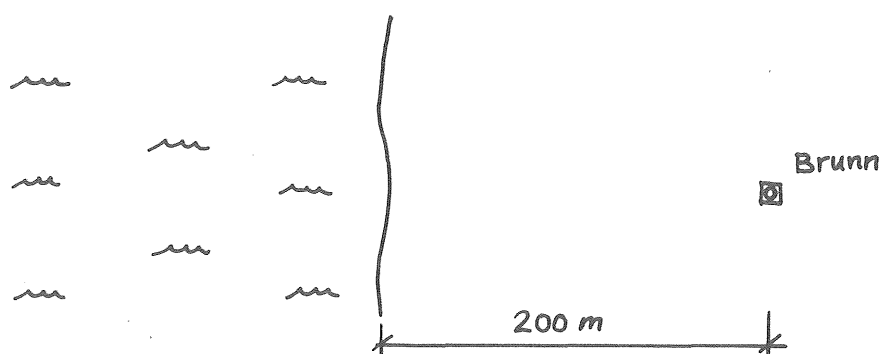


FIG. 4.3.3. Karta över förhållandena i Exempel 10.

Magasinet har stor utbredning i övriga riktningar, och kan därför antas vara halvoändligt. Det har transmissiviteten $T = 8 \cdot 10^{-3} \text{ m}^2/\text{s}$ och magasinskoefficienten $S = 0,03$.

Analytisk lösning

Den analytiska lösningen bygger på superpositionsprincipen, dvs att den sammanlagda effekten av flera störningar kan beräknas som summan av de olika störningarnas effekter. I stället för det verkliga fallet med en brunn i en akvifer med en positiv gräns löses ett ekvivalent problem (Ferris m fl, 1962). Inverkan av pumpning från brunnen B i den halvoändliga akviferen blir nämligen densamma som om akviferen är oändlig, pumpning sker i B och infiltration sker i en brunn B' på dubbla avståndet mellan gränsen och B, se FIG. 4.3.4.

Avsänkningen i en punkt A kan då beräknas som den sammanlagda avsänkningen orsakad av B och B', dvs $s_A = s_A(-Q) + s_A(+Q)$.

Om förutsättningarna för Theis' ekvation är uppfyllda kan avsänkningen i punkten A skrivas

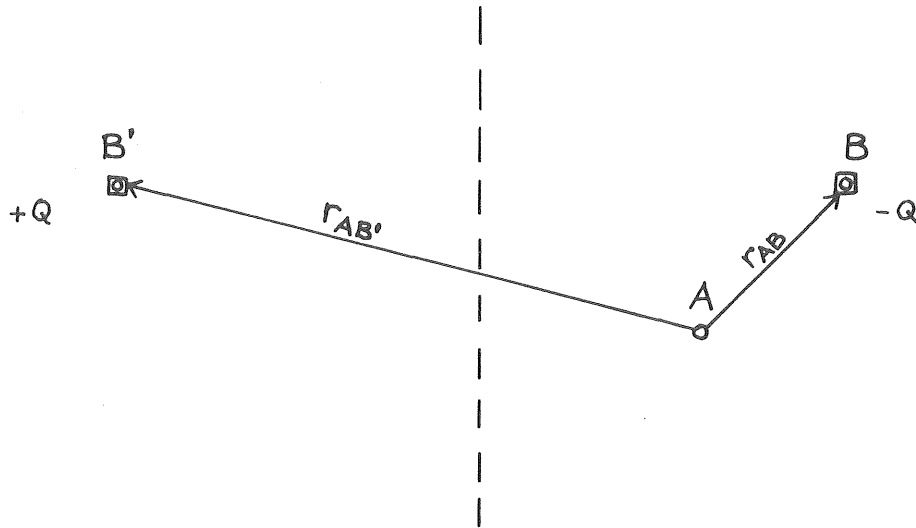


FIG. 4.3.4. Modell för analytisk lösning av Exempel 10.

$$s_A = \frac{Q}{4\pi T} \left[W(u_{AB}) - W(u_{AB'}) \right]$$

där

$$u_{AB} = \frac{r_{AB}^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t} \quad U_{AB'} = \frac{r_{AB'}^2 \cdot S}{4 \cdot T \cdot t}$$

Den analytiska lösningen av det transienta förloppet har utförts för en punkt mittemellan brunnen B och gränsen. Följande data användes.

$$\begin{aligned} r_{AB} &= 100 \text{ m} \\ r_{AB'} &= 300 \text{ m} \\ Q &= 0,025 \text{ m}^3/\text{s} \\ T &= 8 \cdot 10^{-3} \text{ m/s} \\ S &= 0,03 \end{aligned}$$

Den stationära lösningen ger avsänkningen i punkt A = 0,546 m. Avsänkningen som funktion av tiden visas i FIG. 4.3.12.

Numerisk lösning med GEOFEM-G

Grundvattenmagasinet är homogent och strömningsbilden är symmetrisk varför endast halva akviferen behöver studeras. Akviferen antogs i den analytiska lösningen vara halvoändlig, men nu måste den ges en ändlig storlek. Det studerade området gjordes 1000 m x 1200 m.

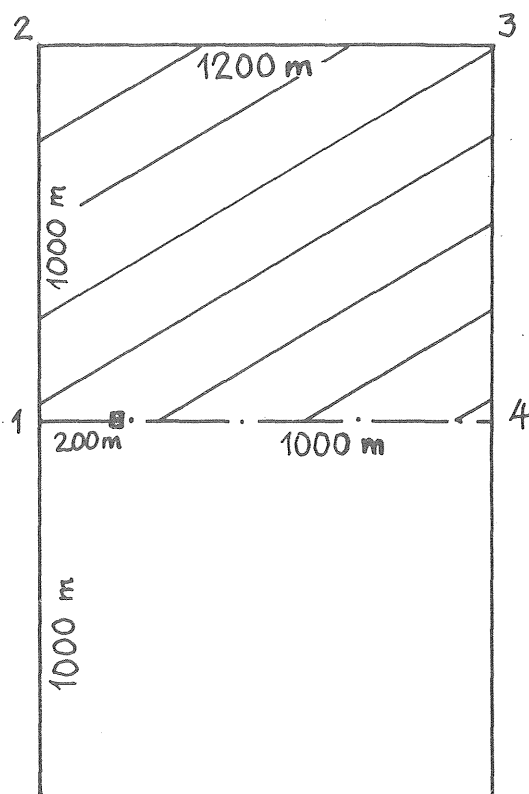


FIG. 4.3.5. Modell för numerisk lösning av Exempel 10.

Randen 1-2 är positiv, så trycknivån i noderna längs den randen skall vara konstant = 0. Randen 1-4 är symmetrilinjen och den är en strömlinje, så ingen strömning sker vinkelrätt. Randen 1-4 är därför en tät rand. Ränderna 2-3 och 3-4 skall ligga på stort avstånd från brunnen för att ej påverka strömbilden. De antas vara täta.

Elementnätet görs tätt nära brunnen och glest på stort avstånd från den. Nodnumreringen sker enligt FIG. 4.3.7. Alla noder har givetvis nummer men alla är ej utskrivna i figuren.

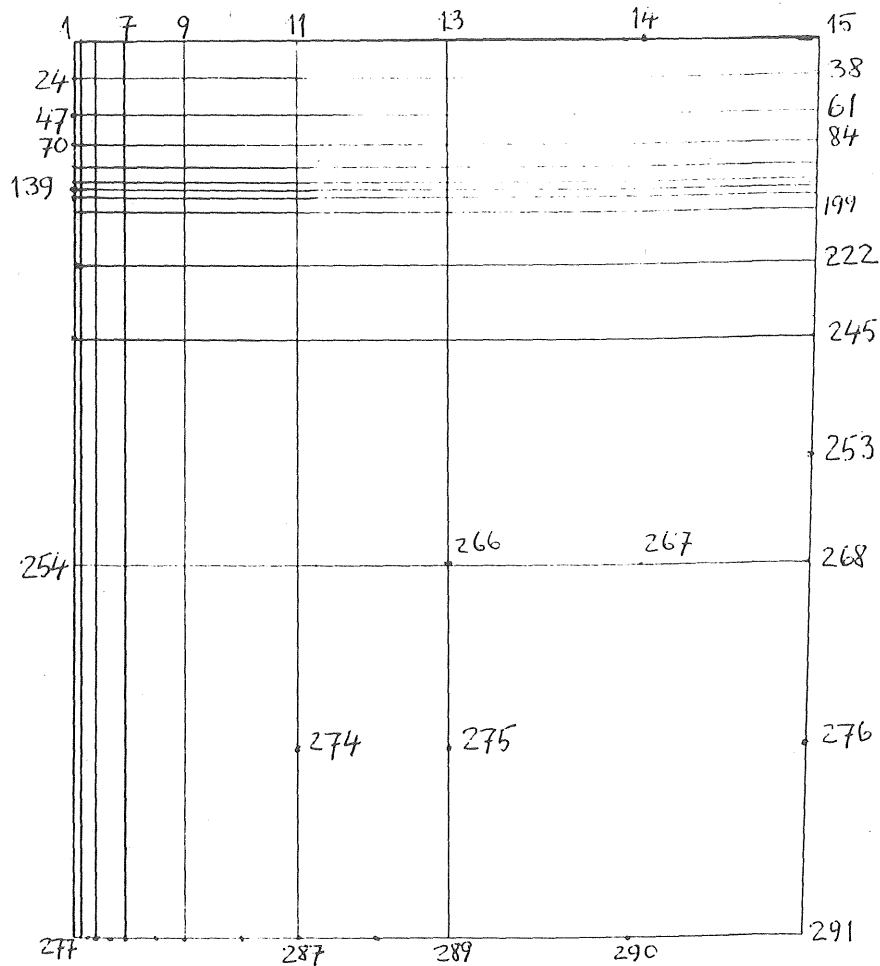


FIG. 4.3.6. Elementnät vid numerisk lösning av Exempel 10.

Pumpkapaciteten var 25 l/s. Eftersom vi nu räknar på halva området införs en "point source" av storleken 12,5 l/s i nod nr 139.

Resultat

Indata vid en beräkning av det stationära problemet visas i FIG. 4.3.7. Resultaten visas i form av utskrift i FIG. 4.3.8. och i form av plot i FIG. 4.3.9.

Den beräknade avsänkningen i punkt A, nod nr 47, blir enligt utskriften = $550 \cdot 10^{-3}$ m = 0,550 m, vilket är mindre än 1% större än det analytiskt beräknade värdet.

Även det transienta förloppet har beräknats. Maximal tid för beräkningen angavs till ca ett år och första tidssteget sattes till 10 min. Resultatutskriften för

ett tidssteg visas i FIG. 4.3.10. och plottade nivåkurvor visas i FIG. 4.3.11.

En jämförelse mellan den analytiska och den numeriska beräkningen redovisas i FIG. 6.3.12. Av denna framgår att avsänkningens i punkt A redan efter ca 2 veckor har nått sitt slutvärde. I början av avsänkingsförloppet, när avsänkningens belopp är litet, ger den numeriska lösningen ett för lågt värde. Detta beror på att antalet element mellan punkten A och den positiva gränsen är litet; endast två. Felet är av storleksordningen 1 cm.

Kostnaderna för datorberäkningen med GEOFEM-G var för detta problem; som omfattade 84 element:

Stationär lösning	18 kr
Stationär lösning med plot av nivåkurvor	38 kr
Transient lösning	250 kr
Transient lösning med plot av nivåkurvor	370 kr

Antalet tidssteg i de transienta lösningarna var 29 och efter interpolering mellan dessa värden plottades resultaten vid 6 tidpunkter.

Här angivna kostnader gäller s k högskoletaxa vid Göteborgs Datacentral. För externa, kommersiella användare är priset det dubbla.


```

EXEMPEL 10      JÄMFÖRELSE MED ANALYTISK LÖSNING
GENERAL INFORMATION
n 2 1 n n 132 n.20
1 1 1
0 1
TOPOLOGY
7 12 2
GEOMETRY
1 4
1 n. n.
10. 20. 40. 80. 150. 200. 500.
50. 50. 40. 30. 20. 10. 10. 20. 70. 100. 300. 500.
MATERIAL PROPERTIES
R.E=3 n.n3
1 84 1
BOUNDARY CONDITIONS
1 15 2 n.
POINT RECHARGE
139 -0.0125
HEAD PLOT
4
8
-8 -2.0
-7 -1.75
-6 -1.50
-5 -1.25
-4 -1.00
-3 -0.75
-2 -0.50
-1 -0.25
END OF DATA

```

FIG. 4.3.7. Indata för beräkning av exempel 10 med GEOFEM-G.

STATIONARY SOLUTION

HYDRAULIC HEAD IN THE NODES

MULTIPLY PRINTED VALUES BY 10 RAISED TO -3

11	11	11	11	11	11	11	11
-257	-256	-251	-229	-165	-79	-39	-20
-550	-548	-533	-473	-319	-153	-78	-41
-862	-857	-819	-675	-424	-206	-107	-57
-1236	-1217	-1095	-802	-486	-242	-128	-69
-1747	-1668	-1243	-859	-518	-263	-141	-77
-2891	-1759	-1275	-876	-532	-272	-148	-81
-1769	-1691	-1268	-887	-543	-282	-154	-85
-1300	-1283	-1173	-889	-560	-299	-166	-93
-809	-808	-801	-747	-570	-344	-205	-120
-585	-585	-581	-566	-509	-373	-247	-157
-382	-382	-381	-380	-374	-350	-303	-242
-332	-332	-332	-331	-329	-323	-312	-290

REACTIVE RECHARGE IN THE NODES

MULTIPLY PRINTED VALUES BY 10 RAISED TO -6 . DENOTES FREE VARIABLE

201	600	1165	2070	2844	2375	2173	1072
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.

FIG. 4.3.8. Resultatutskrift vid stationär lösning.

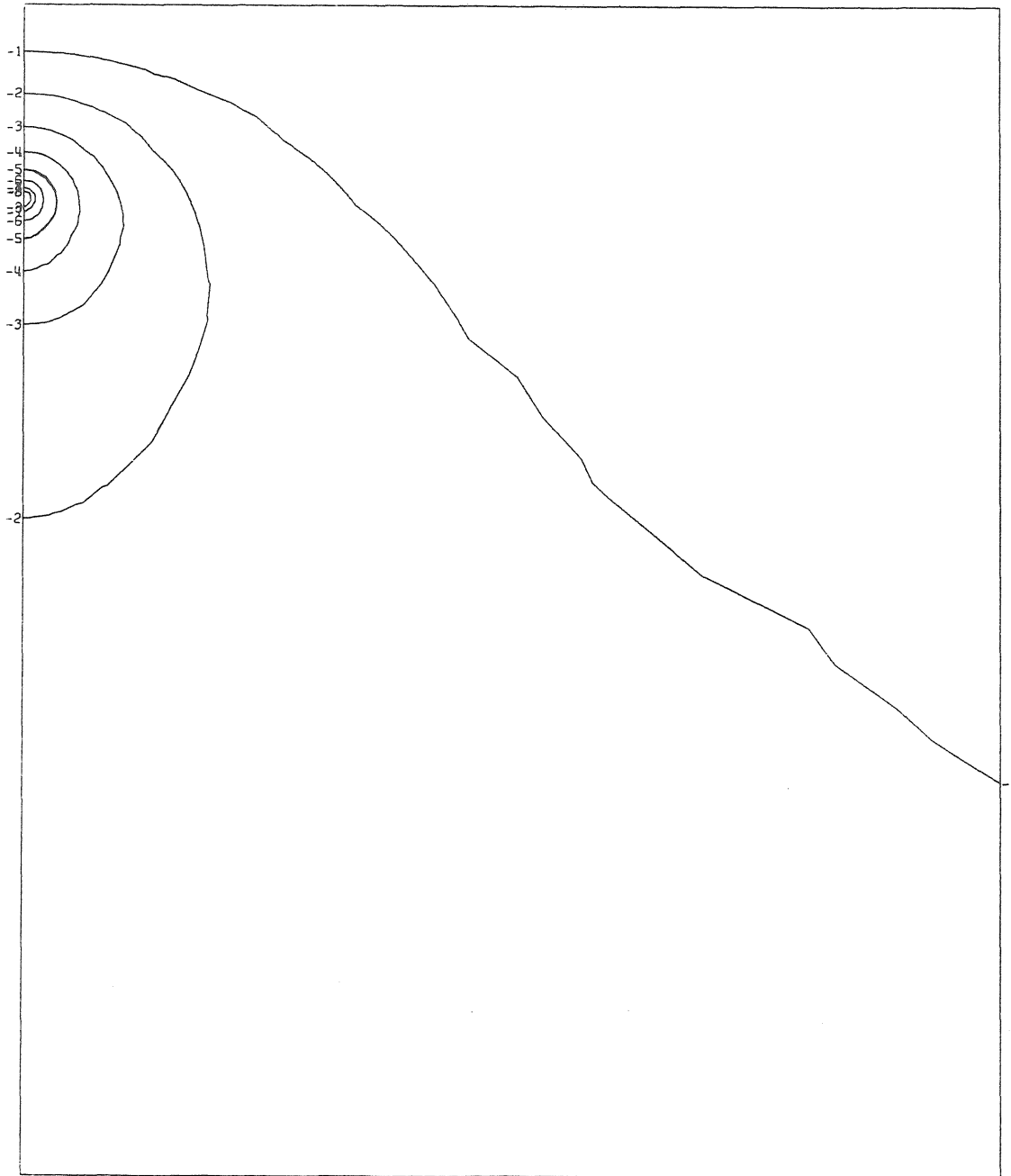


FIG. 4.3.9. Plot av nivåkurvor,
stationär lösning.

EXEMPEL 10 JÄMFÖRELSE MED ANALYTISK LÖSNING

HYDRAULIC HEAD

ISO-LINE NO	ISO-LINE LEVEL	EQUI- DISTANCE
-8	-0.2000E+01	0.2500E+00
-7	-0.1750E+01	0.2500E+00
-6	-0.1500E+01	0.2500E+00
-5	-0.1250E+01	0.2500E+00
-4	-0.1000E+01	0.2500E+00
-3	-0.7500E+00	0.2500E+00
-2	-0.5000E+00	0.2500E+00
-1	-0.2500E+00	0.2500E+00

MAX VALUE -0.5215E-02
MIN VALUE -0.2462E+01

LENGTH SCALE: 1 MM= 5.0000

0 10 20 MM

TOTAL TIME= 47287.
 =====

TIME STEP NO= 15

RECENT TIME INTERVAL= 15895.

HYDRAULIC HEAD IN THE NODES

MULTIPLY PRINTED VALUES BY 10 RAISED TO -3

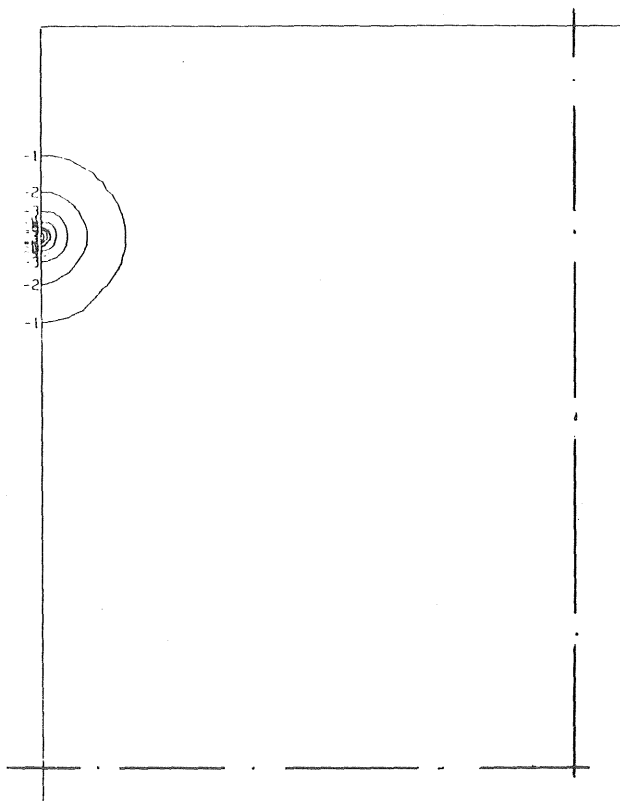
0	0	0	0	0	0	0
-116	-115	-111	-94	-45	-2	1
-279	-278	-265	-212	-90	-3	2
-503	-498	-462	-328	-117	-3	3
-821	-802	-682	-402	-130	-3	3
-1300	-1221	-799	-427	-135	-3	3
-2430	-1298	-817	-431	-136	-3	3
-1296	-1218	-798	-429	-136	-4	3
-804	-787	-680	-409	-132	-4	3
-270	-270	-265	-224	-98	-4	3
-53	-53	-51	-46	-29	-3	1
19	19	19	17	10	1	0

REACTIVE RECHARGE IN THE NODES

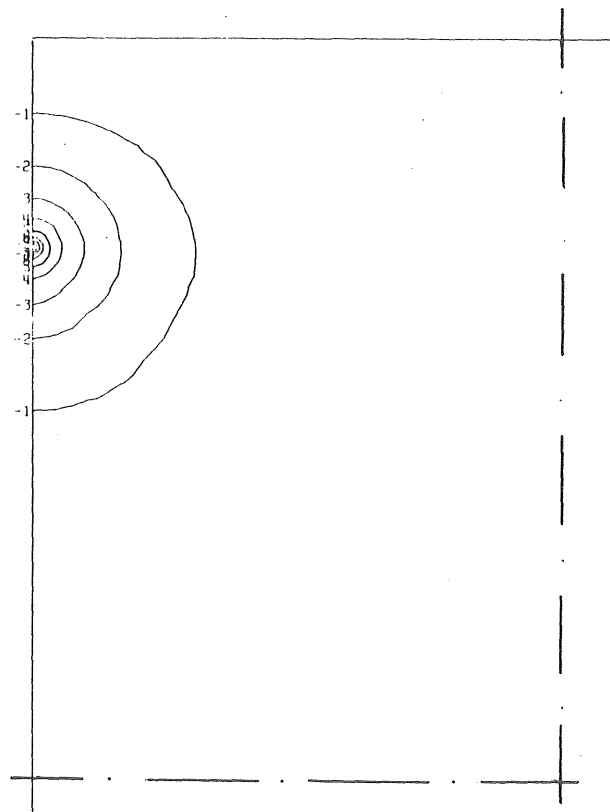
MULTIPLY PRINTED VALUES BY 10 RAISED TO -9 . DENOTES FREE VARIABLE

89111	264829	501803	805110	786695	229401	-2727
.
.
.
.
.
.
.
.
.
.

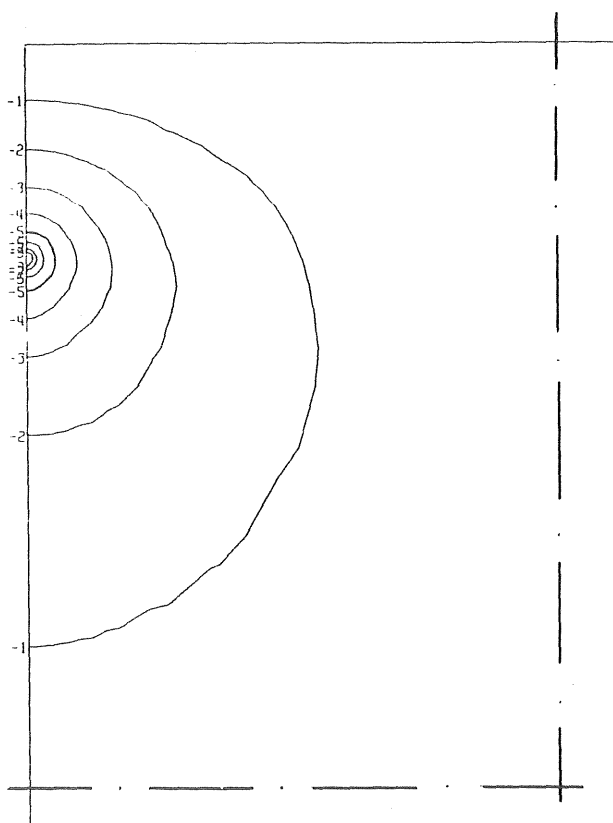
FIG. 4.3.10. Resultatutskrift vid ett tidssteg hos den transienta lösningen.



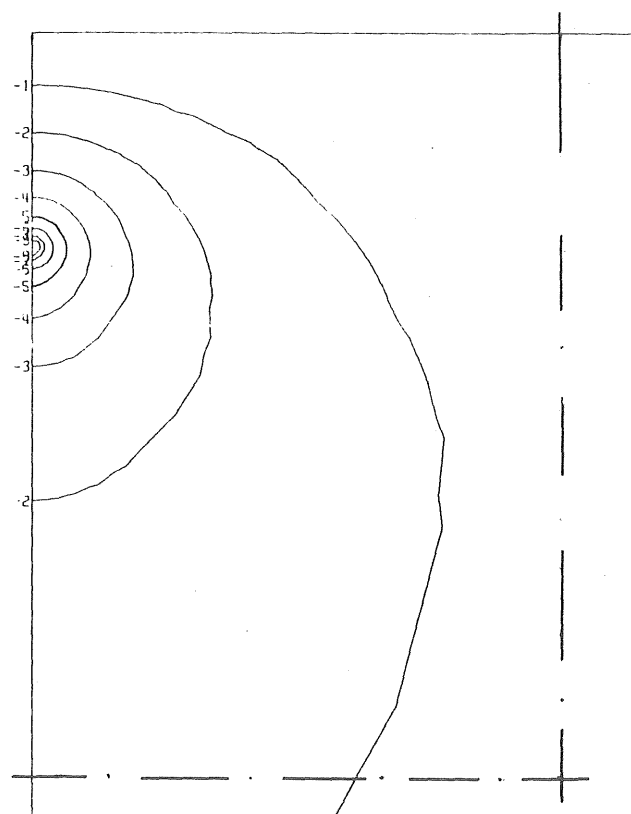
a)



b)



c)



d)

FIG. 4.3.11. Plot av avsänkningens utbredning vid tidpunkterna a) 6 timmar, b) 24 timmar, c) 1 vecka, d) 1 månad. Ovan visas området närmast brunne, 500 m x 700 m. Samma indelning som i FIG. 4.3.9.

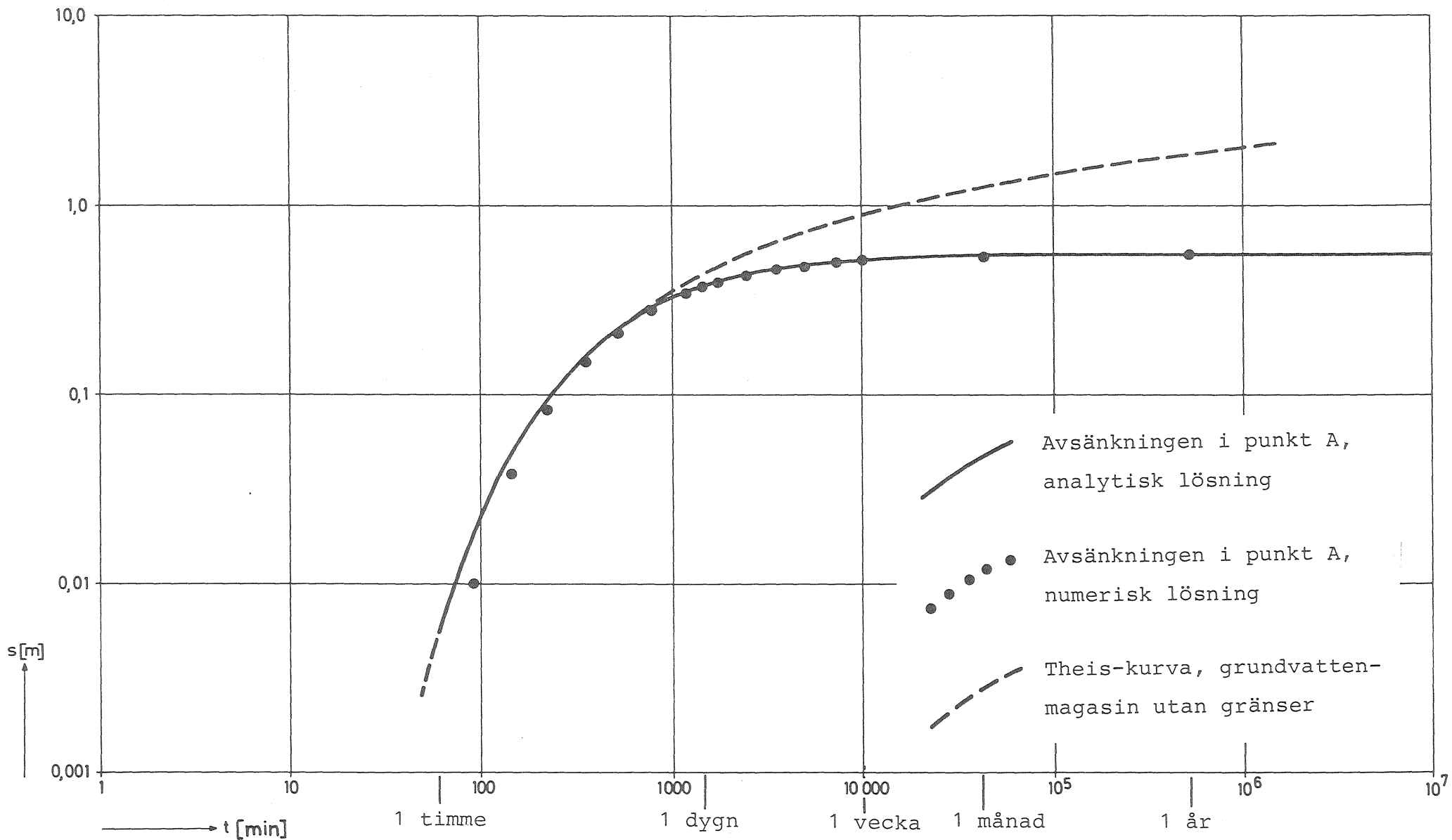


FIG. 4.3.12. Tid-avsänkingsdiagram för punkt A. Jämförelse mellan analytisk och numerisk lösning.

De beräkningsmetoder och -modeller, som har beskrivits i kap 3, har nästan uteslutande använts för analys av anläggningar för vattenförsörjning med grundvatten. De redovisade modellerna är begreppsriktiga och simulerar vattnets rörelse i ett poröst medium, varför de naturligtvis ej är begränsade för studier av grundvattentäkter. Att just förhållandena kring en grundvattentäkt har studerats så ingående, beror på den stora samhällsliga betydelsen av en god vattentillgång. I och med att vattenförbrukningen har stigit, har man blivit tvungen att utnyttja grundvattenmagasinen effektivare. Detta har krävt bättre kunskaper om grundvattnets förekomst och uppträdande och stort arbete har lagts ner på forskning och utveckling. Såsom redovisas i kap 3 har utveckling av grundvattenmodeller utgjort en stor del av detta arbete. Modellerna har, förutom för analys av förhållandena kring grundvattentäkter, även utnyttjats i samband med bestämning av läckage genom och under dammar, effekten av diken, kanaler och schakter.

Vid geologiska institutionen, Chalmers tekniska högskola har sedan 1976 bedrivits projektet "Beräkningsmodeller för prognos av grundvattenförhållandena i bebyggelsepåverkade områden". Syftet har varit att klarlägga, vilken typ av modell som är lämpligast för urbana områden samt att utveckla och tillämpa en sådan modell.

Vad är det då för skillnad mellan analys av grundvattenströmning vid vattentäkter och i urban miljö? Låt oss först se, vilka orsaker det nyvaknade intresset för grundvatten i tätort har. Som har beskrivits i kap 1, är det främst de kostsamma sättningsskador på äldre och nyare bebyggelse, som har väckt intresset. Sättningsskadorna har ofta orsakats av sjunkande grundvattentryck i djupt liggande jordlager, vilket i sin tur berott på bland annat tunnelbyggande iberg, ledningsdragning eller hårdgörning av ytor. På grund av den geologiska uppbyggnaden

av i synnerhet Stockholm- och Göteborgstrakten har dessa sjunkande grundvattentryck åstadkommit av förvånansvärt små vattenmängder. Som exempel kan nämnas vattenläckage in i tunnlar. Redan så små mängder, att de ej haft någon störande effekt på tunnelarbetet, har visat sig kunna få katastrofala följder för ovanför liggande bebyggelse. Andra exempel är förändrade infiltrationsförhållanden genom att vissa områden hårdgörs, flyttning av grundvattendelare genom schaktningsarbeten och vissa trädsvattens sugning.

Genom att använda moderna beräkningsmodeller avses effekterna av ett visst ingrepp kunna prognosticeras, så att lämpliga åtgärder mot skador kan vidtagas. Det som skiljer detta problem från den tidigare beskrivna problematiken vid grundvattentäkter är skalan på det aktuella området, de små men betydelsefulla vattenmängderna och att det inte är vattenuttagets storlek utan mer effekterna av detsamma, som är av betydelse.

Varför då använda matematiska grundvattemodeller och speciellt FEM?

I de flesta fall, när man är intresserad av hur grundvattenförhållandena påverkas av ett ingrepp, har man mycket bristfälliga grunddata om de grundvattenförande lagrens egenskaper, grundvattenivåerna före störningen, nivåernas naturliga fluktuationer, osv. Det kan då synas bestickande att endast använda mycket grova beräkningsmetoder för att kvantifiera effekterna av ett visst ingrepp. Man bör dock inte bortse från möjligheten att med en mer detaljerad beräkning nå större säkerhet i resultaten.

För att rätt ta hänsyn till osäkerheten i de parametrar, som beskriver grundvattensituationen i ett visst fall, kan lämpligen en form av sensitivitetsanalys genomföras. Varje parameters troliga variationsintervall bestäms, så att två ytterlighetsvärden och ett "troligaste" värde erhålls. Det visar sig ofta att de flesta parametrar, som man vid en grov uppskattning anser som säkert bestämda, kan variera relativt mycket.

Genom att sedan kombinera det stora antalet värden på alla möjliga sätt, kan intervallet för lösningen bestämmas. Användande av en datormetod typ FEM underlättar detta myckna räknande.

Inom ramen för projektet har FEM-modeller hittills tillämpats i några områden, varav en del exempel visas i kap 4. För närvarande studeras även rena tätortsområden, som utsatts för grundvattensänkning på grund av tunnelbyggande. Ännu föreligger inga definitiva resultat, men metoden verkar mycket lovande. Bland de uppenbara fördelarna kan nämnas möjligheterna att ta hänsyn till komplicerad geometri och varierande hydrauliska egenskaper.

Under första halvåret 1978 kommer GEOFEM-G att tillämpas på fler områden i Västsverige, företrädesvis i tätorter. Som försöksområden väljs platser där de geohydrologiska förhållandena redan är väl kända. Beräkningsmodellen kalibreras först mot uppmätta data, och sedan simuleras en störning, som inträffat i verkligheten. De på detta sätt beräknade effekterna i form av tryckförändringar, vattenmängder eller -flöden jämförs med de uppmätta. Resultaten förväntas visa, hur de olika parametrar, som används vid datorberäkningen, kan uppskattas ur ett redan befintligt undersökningsmaterial.

För framtida analyser är det ett önskemål att bättre undersökningar av grundvattenförhållandena görs, när man är intresserad av att kvantitativt bestämma effekterna av vissa ingrepp. Vilka indata som bör bestämmas noggrant och vilka som endast behöver uppskattas ungefärligt, kommer vi i det fortsatta modellarbetet att söka bestämma. Vi har redan nu funnit att datainsamlingen ofta görs på ett i detta avseende ej helt ändamålsenligt sätt, och att med samma arbetsinsats skulle fler och mer betydelsefulla uppgifter kunna insamlas.

Modellberäkningarna som utförts hittills har också visat på, att flera delar av vattnets kretslopp under markytan är dåligt kända. Bland annat kan nämnas att grundvattenbildningens storlek är dåligt känd. Vissa försök har gjorts för att klarlägga infiltrationens storlek (U von Brömssen, A Lundberg, O Holmstrand, L O Ericsson) men den resulterande grundvattenbildningen har inte bestämts.

Ställs det några speciella krav på beräkningsmodellen som skall tillämpas på svenska förhållanden? Ja, eftersom Sveriges geologi i vissa avseenden skiljer sig från utlandets, bl a beroende på nedisningarna, är de hydrogeologiska förhållandena rätt speciella. Våra grundvattenmagasin har ofta betydligt mindre dimensioner.

Nederbörden och grundvattenbildningen är relativt stor och ofta utspridd över en stor del av året. Topografins inverkan på grundvattnets strömning är stor. Allt detta får till följd att beräkningsmodellerna måste ha något annorlunda prestanda, t ex när det gäller randvillkorens utformning. Men principen för beräkningarna är densamma, dvs ekv (2.3.8) med randvillkor ligger till grund för analysen. För att bättre anpassa modellerna till svenska förhållanden är det främst behandlingen av randvillkoren som måste utvecklas. Detta arbete har i vissa avseenden påbörjats, men behöver utvidgas.

I dag finns även datorprogram för sättningsberäkningar vid CTH. Eftersom den viktigaste effekten av sjunkande grundvattentryck i tätorternas lerområden är sättningar hos mark och byggnadsverk, är det önskvärt att koppla samman beräkningsmetoderna för grundvattenströmning med dem för sättningar. Då skulle den slutliga effekten i form av sättningsbelopp av ett viss ingrepp kunna prognosticeras och på så sätt göra det möjligt att planera för minsta möjliga resulterande sättning. Denna fortsatta forskning planeras i form av ett samarbete mellan institutionen för byggnadsstatik och geologiska institutionen, Chalmers tekniska högskola.

7 REFERENSER

- Axelsson, K, Fröier, M, Loyd, D, 1975, FEMTEMP II, Datorprogram för analys av värmeledningsproblem. Användarmanual. Publ. 75:2, inst för byggnadsstatik, CTH, Göteborg.
- Bibby, R & Sunada, D K, 1971, Mathematical Model of Leaky Aquifer. ASCE Vol 97, IR 3.
- Boulton, N S, 1963, Analysis of Data from Nonequilibrium Pumping Tests Allowing for Delayed Yield from Storage, Proc. Inst. Civil Engrs., Vol 26, No 6693, London.
- Braester, C, Larsson, I, Rosén, B, Thunvik, R, 1977, Depression of groundwater level around rock storages. Rockstore 77 symposium, Stockholm.
- Brown, R H, Konoplyantsev, A A, Ineson, J, Kovalevsky, V S, 1975, Ground Water Studies. The Unesco Press, Paris.
- von Brömssen, U, 1968, Grundvattenbildning i geologiskt olika terrängavschnitt. Ur "METODIK-TEKNIK-ANALYS", 1968.
- Busch, K-F & Luckner, L, 1973, Geohydraulik. VEB Deutscher Verlag für Grundstoffindustrie, Leipzig.
- Carlsson, L, 1973, Grundvattenavsänkning. Del 1. Evaluering av akviferers geohydrologiska data med hjälp av provpumpningsdata, CTH, Geohydrologiska forskningsgruppen, Medd. nr 2.
- Carlsson, L, 1973, Grundvattenavsänkning. Del 2. Evaluering av lågpermeabla lagers hydrauliska diffusivitet med hjälp av provpumpningsdata, CTH, Geohydrologiska forskningsgruppen, Medd. nr 3.
- Connor, J J, Brebbia, C A, 1976, Finite Element Techniques for Fluid Flow. Butterworth & Co. Ltd, London.

- Cooley, R L, Harsh, J F, Lewis, D C, 1972, Principles of Ground-Water Hydrology. The Hydrologic Engineering Center, US Army Corps of Engineers, Davis, California.
- Davis, S N & DeWiest, R J M, 1966, Hydrogeology. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Domenico, P A, 1972, "Concepts and Models in Ground Water Hydrology". McGraw - Hill, Inc., New York.
- Edelman, J H, 1972, Groundwater Hydraulics of Extensive Aquifers. International Institute for Land Reclamation and Improvement (ILRI), Wageningen, The Netherlands.
- Eriksson, E, Gustafsson, Y, Nilsson, K, 1970, Grundvatten . P A Norstedt & Söners förlag, Stockholm.
- Ferris, J G, Knowles, D B, Brown, R H, Stallman, R W, 1962, Theory of Aquifer Tests . US Geological Survey Water - Supply Paper 1536-E.
- France, P W, 1974, Finite Element Analysis of Three-Dimensional Ground Water Flow Problems . J of Hydrology, 21 (1974) 381-398.
- Gupta, S K, Tanji, K K and Luthin, J N, 1975, "A Three- Dimensional Finite Element Ground Water Model". Water Science and Engineering Section, Dept. of Land, Air, and Water Resources, Univ. of California, Davis.
- Gupta, S K, Tanji, K K, 1976, A Three-Dimensional Galerkin Finite Element Solution of Flow Through Multiaquifers in Sutter Basin, California. Water Resources Research, Vol 12, No 2.
- Gureghian, A B, 1975, A Study by the Finite-Element Method of the Influence of Fractures in Confined Aquifers. Society of Petroleum Engineers Journal.

- Gustafson, G, 1976, A Method of Calculating the Hydraulic Properties of Leaky Esker Aquifer Systems. Nordic Hydrological Conference 1976, Reykjavik, Nordisk Hydrologisk Forening.
- Hansbo, S, 1975, Jordmateriallära, AWE/Gebbers, 1975.
- Hantush, M S, 1964, Hydraulics of Wells, in "Advances in Hydroscience", Academic Press Inc., New York.
- Huisman, L, 1972, Ground Water Recovery. Macmillan Press Ltd, London.
- Jacob, C E, 1946, Radial Flow in a Leaky Artesian Aquifer. Trans. Am. Geophys. Union, Vol. 27, No 2.
- Javandel, I, Witherspoon, P A, 1969, A Method of Analyzing Transient Fluid Flow in Multilayered Aquifers. Water Resources Research, Vol 5, No 4.
- Kjaran, S P, 1976, Theoretical and Numerical Models of Ground Water Reservoir Mechanism. Series paper No 13, Inst. of Hydrodynamics and Hydraulic Engineering, Technical University of Denmark, Lyngby.
- Knutsson, G & Morfeldt, C-O, 1973, Vatten i jord och berg. Ingenjörsläroverket, Stockholm.
- Kruseman, G P & DeRidder, N A, 1970, Analysis and Evaluation of Pumping Test Data. Int. Inst. for Land Reclamation and Improvement, Bull. 11, Wageningen.
- Lohman, S W et al, 1972, Definitions of Selected Ground Water Terms - Revisions and Conceptual Refinements. US Geological Survey Water - Supply Paper 1988, US Government Printing Office, Washington.
- Lundberg, A, 1974, Infiltration och perkolation i det översta markskiktet. IHD, rapport nr 35, NFR, Stockholm.

- Neuman, S P & Witherspoon, P A, 1972, Field Determination of the Hydraulic Properties of Leaky Multiple Aquifer Systems. Water Resources Research Vol. 8, No 5.
- Pfannkuch, H-O, 1969, "Elsevier's Dictionary of Hydrogeology". Elsevier, Amsterdam.
- Poland, J F, Lofgren, B E & Riley, F S, 1972, Glossary of Selected Terms Useful in Studies of the Mechanics of Aquifer Systems and Land Subsidence due to Fluid Withdrawal. US Geological Survey Water - Supply Paper 2025, US Government Printing Office, Washington.
- Polubarinova-Kochina, P Ya, 1962, "Theory of Ground Water Movement". Princeton University Press, Princeton, New Jersey.
- Prickett, T A & Lonquist, C G, 1968, Comparison Between Analog and Digital Simulation Techniques for Aquifer Evaluation Use of Analog and Digital Computers in Hydrology, Symp. Tucson, Arizona pp 625-634.
- Prickett, T A, 1975, Modeling Techniques for Ground Water Evaluation in "Advances in Hydroscience", vol 10, Ed. Ven Te Chow, Academic Press, New York.
- Remson, I, Hornberger, G M, Molz, F J, 1971, Numerical Methods in Subsurface Hydrology. John Wiley & Sons, Inc., New York.
- Rushton, K R, Ash, J E, 1974, Ground-Water Modelling Using Interactive Analogue and Digital Computers. Ground Water, Vol 12, No 5.
- Rushton, K R, Tomlinson, L M, 1977, Permissible mesh spacing in aquifer problems solved by finite differences. Journal of Hydrology, Vol 34, 1977.

Tekniska Nomenklaturcentralen, 1970, Vattenordlista 2.

TNC publikation nr 45.

Tekniska Nomenklaturcentralen, 1975, Geoteknisk ordlista.

TNC publikation nr 59.

Theis, C V 1935, The Relation between the Lowering of Piezometric Surface and the Rate and Duration of Discharge of a Well Using Ground Water Storage. Trans. Am. Geophys. Union, 16th Ann. Meeting, pt. 2.

Todd, D K, 1959, Ground Water Hydrology . John Wiley & Sons, Inc., New York.

Trescott, P C, Pinder, G F and Larson, S P, 1976, Finite-Difference Model for Aquifer Simulation in Two Dimensions with Results of Numerical Experiments. Techniques of Water-Resources Investigations of the United States Geological Survey, Book 7, Chapter C1, US Government Printing Office, Washington.

Tyson, H M & Weber, E M, 1964, Ground Water Management for the Nation's Future - Computer Simulation of Ground Water Basins. ASCE 1964, HY4 p 59-77.

Vanderberg, A, 1977, Pump Testing in Heterogeneous Aquifers. Journal of Hydrology, 34:45-62.

Walton, W C, 1970, Ground Water Resource Evaluation. McGraw - Hill, Inc., New York.

Wiberg, N-E, red., 1975, Finita Elementmetoden - en datoranpassad beräkningsmetod för ingenjörsproblem. Liber Läromedel, Lund.

Wiberg, N-E, red., 1976, Finita Elementmetoden - Några tillämpningar . Kompendium till kurs på CTH 22-26 nov 1976, Kurssekretariatet, CTH, Göteborg.

DEFINITIONER AV HYDROGEOLOGISKA TERMER

I denna ordlista har medtagits de inom grundvattenhydrauliken vanligaste termerna, vilka ej är allmänt förekommande inom andra vetenskaper. Flera av dem finns ej tidigare definierade på svenska men följer då i huvudsak den ordlista, som US Geological Survey utgav 1972 (S W Lohman m fl: Definitions of Selected Groundwater Terms). Dessutom har Tekniska Nomenklaturcentralens Vattenordlista 2 (TNC45) och Geoteknisk ordlista (TNC59) utnyttjats.

Svenska	Enhet	Engelska
AKVIFER		AQUIFER
<p>En geologisk bildning, flera bildningar eller en del av en bildning, som innehåller så mycket vattenmättat, permeabelt material att vattenmängder av praktisk betydelse kan avges till brunnar och källor.</p>		
<p>(Det bör observeras, att begreppet akvifer även omfattar den eventuellt icke vattenmättade delen av bildningen).</p>		
-		AQUITARD
<p>Geologisk bildning som innehåller men ej kan avge grundvatten i praktiskt användbara mängder.</p>		
<p>Bör ej användas. Istället: /lågpermeabelt/ tätande lager.</p>		
<p>(Exempel: Lerlager över grus-).</p>		
-		AQUICLUDE
<p>Geologisk bildning som innehåller men ej avger grundvatten.</p>		
<p>Bör ej användas.</p>		
-		AQUIFUGE
<p>Geologisk bildning som varken innehåller eller avger grundvatten.</p>		
<p>Bör ej användas.</p>		
<p>(Exempel: Sprickfritt svenskt urberg).</p>		
ARTESISKT VATTEN		ARTESIAN WATER
<p>Grundvatten, vars tryckhöjd når ovanför markytan.</p>		
<p>(Anm. I engelskspråkig litteratur används "artesian" synonymt med "confined".)</p>		

GRUNDEVATTEN

GROUND WATER

Vatten som helt fyller hålrum i jord och berg och vars hydrostatiska tryck är större än eller lika med atmosfärstrycket.

GRUNDEVATTENMAGASIN

Akvifer eller del av akvifer som kan betraktas som en hydrologisk enhet.

GRUNDEVATTENMAGASIN, SLUTET

CONFINED GROUND
WATER

Ett grundvattenmagasin sägs vara slutet, då det uppåt begränsas av ett tätande lager.

GRUNDEVATTENMAGASIN, ÖPPET

UNCONFINED GROUND
WATER

Ett grundvattenmagasin sägs vara öppet, då överliggande tätande lager saknas.

GRUNDEVATTENYTA

WATER TABLE

Den fria vattenytan i ett öppet grundvattenmagasin.

HYDRAULISK DIFFUSIVITET (m^2/s)HYDRAULIC
DIFFUSIVITY

Kvoten mellan permeabiliteten K och specifika magasin-koefficienten S_s , K/S_s . Kan också uttryckas som T/S .

I ett slutetmagasin är ökningen av effektivspänningen ekvivalent med trycksänkningen, om den överliggande vattenytan förblir oförändrad. Under dessa förhållanden gäller

$$S_s = \rho_w \cdot g (\alpha + n \cdot \beta)$$

varför

$$\frac{K}{S_s} = \frac{K}{\rho_w \cdot g (\alpha + n \cdot \beta)}$$

där ρ_w är vattnets densitet, β är vattnets kompressibilitet, n är porositeten och α är kornskelettets kompressibilitet.

I kompressibla, finkorniga sediment utsatta för spänningar över förkonsolideringsspänningen blir komponenten orsakad av vattnets kompressibilitet försumbar, så med geoteknisk terminologi är

$$\frac{K}{S_s} = \frac{K}{\rho_w \cdot g \cdot m_v} = c_v$$

där c_v är konsolideringskoefficienten och m_v det finkorniga sedimentets kompressibilitet.

HYDRAULISK GRADIENT (dimensionslös) HYDRAULIC GRADIENT

Trycknivåns förändring per längdenhet i en given riktning.

HYDRAULISK KONDUKTIVITET (Se permeabilitet) HYDRAULIC CONDUCTIVITY

INFILTRATION INFILTRATION

Vattnets inträngande i marken.

MAGASINSKOEFFICIENT, S (dimensionslös) STORAGE COEFFICIENT

Magasinskoefficienten är den vattenvolym som en akvifer avger (eller lagrar) per ytenhet vid en enhets förändring av trycknivån.

För ett slutet magasin beror magasinförändringarna på volymändringar hos vätska och kornskelett.

För ett öppet magasin är dessa belopp försumbara jämfört med dräneringen av porvolymen, varför magasin-koefficienten i detta fall är lika med vattenavgivnings-talet (= effektiva porositeten).

MAGASINSKOEFFICIENT, (m⁻¹) SPECIFIC STORAGE
SPECIFIK, S_s

Specifika magasinskoefficienten är den vattenvolym som avges eller lagras per volymsenhet av det porösa mediet vid en enhets förändring av trycknivån.

Motsvaras i geoteknisk terminologi av kompressibiliteten.

PERKOLATION

PERCOLATION

Vattenrörelse i markens omättade zon, vilken beror av gravitationen och bindningstryckets gradient.

PERMEABILITET, K (m/s)
(HYDRAULISK KONDUKTIVITET)

PERMEABILITY
(HYDRAULIC CON-
DUCTIVITY)

För ett isotropt medium och en homogen vätska är mediets permeabilitet: Den vätskevolym som vid den rådande kinematiska viskositeten passerar en ytenhet vinkelrätt mot flödesriktningen under en tidsenhet när gradienten är 1.

Darcys lag kan skrivas som

$$\frac{Q}{A} = q = -K \cdot \frac{\partial h}{\partial s}$$

Ur detta samband kan K lösas

$$K = \frac{q}{-\partial h / \partial s}$$

I ett anisotropt medium är vanligen inte riktningen hos det specifika flödet parallell med tryckgradienten. I sådana fall används istället permeabilitetens riktningskomponenter som definieras av

$$\begin{aligned} -q_x &= K_{xx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{xy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{xz} \frac{\partial h}{\partial z} \\ -q_y &= K_{yx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{yy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{yz} \frac{\partial h}{\partial z} \\ -q_z &= K_{zx} \frac{\partial h}{\partial x} + K_{zy} \frac{\partial h}{\partial y} + K_{zz} \frac{\partial h}{\partial z} \end{aligned}$$

POROSITET, n (dimensionslös) POROSITY

Porositeten hos berg eller jord anger mängden porer eller hålrum och kan uttryckas som: kvoten mellan porvolymen och hela volymen. Kan anges som ett decimalbråk eller procenttal.

POROSITET, EFFEKTIV, n' (dimensionslös) EFFECTIVE POROSITY

Effektiva porositeten anger mängden sammanhängande porvolym, som är tillgänglig för vätsketransport. Den uttrycks i procent och är kvoten mellan denna porvolym och hela volymen.

PORTRYCK, u (kPa) PORE PRESSURE

Tryck hos vätska eller gas i porer. Med portryck förstås i regel tryck hos vatten i jords porer, porvattentryck.

SPECIFIKT FLÖDE, q (m/s) SPECIFIC DISCHARGE
(SPECIFIC FLUX)

Det specifika flödet för grundvatten är strömningshastigheten mätt vinkelrätt flödesriktningen, dvs

$$q = \frac{Q}{A}$$

där Q är totala flödet genom ytan A .

Specifika flödet är alltså lika med vattnets bruttohastighet i marken.

Vattnets nettohastighet eller partikelhastigheten är emellertid $= q/n'$.

SPECIFIK KAPACITET (m^2/s) SPECIFIC CAPACITY

En brunns specifika kapacitet är brunnskapaciteten dividerad med avsänkningen i brunnen. Den förändras långsamt under pumptiden. Om den specifika kapaciteten är konstant frånsett förändringen med tiden, är den i stort sett proportionell mot akviferens transmissivitet.

STRÖMNING, STATIONÄR

STEADY FLOW

Stationärt flöde råder när storlek och riktning hos det specifika flödet är konstant i tiden i varje punkt.

STRÖMNING, ICKE-STATIONÄR

UNSTEADY FLOW

Icke-stationärt flöde råder, när storleken eller riktningen hos det specifika flödet i någon punkt varierar med tiden.

STRÖMNING, LIKFORMIG

UNIFORM FLOW

En egenskap är likformig om den vid en godtycklig tidpunkt är lika i varje punkt. Likformig strömning innebär då, att det specifika flödet har samma storlek och riktning i varje punkt.

TRANSIENT, (AVKLINGANDE)

TRANSIENT

Används för att beskriva de tidsberoende egenskaperna hos icke-stationär strömning, t ex består det specifika flödet, trycknivån m m av en stationär komponent och en transient.

TRANSMISSIVITET, T (m²/s)

TRANSMISSIVITY

Transmissiviteten är den hastighet, med vilken vatten (med rådande kinematiska viskositet) transporteras per enhetsbredd hos akviferen vid hydrauliska gradienten = 1.

Transmissiviteten är lika med integralen av permeabiliteten över den vattenmättade delen av akviferen:

$$T = \int_0^b K(z) dz$$

där b är mäktigheten hos akviferens vattenmättade del. Ofta antas $T = K \cdot b$

TRYCKHÖJD, h (m)

PRESSURE HEAD

Höjd hos den vätskepelare, vars tryck motsvarar i grundvattnet rådande hydrostatiskt tryck.

TÄTANDE LAGER

CONFINING BED

Ett lager med väsentligt lägre permeabilitet än stratigrafiskt angränsande lager. Dess permeabilitet kan variera men är alltid avgjort lägre än akviferens.

VATTENAVGIVNINGSTAL, S_y (dimensionslös) SPECIFIC YIELD

Vattenavgivningstalet är kvoten mellan avgiven mängd vatten vid dränering av en vattenmättad jordvolym och jordvolymen (eller: vattenmättad bergvolym och bergvolymen).

Chalmers tekniska högskola

GEOHYDROLOGISKA FORSKNINGSGRUPPEN

Institutionerna för
Geologi
Geoteknik med grundläggning
Vattenbyggnad
Vattenförsörjnings- och avloppsteknik

Meddelande:

- nr 1 Urbaniseringsprocessens inverkan på ytvattenavrinning och grundvattenbildning. Lägesrapporter (1972-07-01--1973-03-01). 1973. 100 sidor. 20:-. (Utgången).
- nr 2 Leif Carlsson: Grundvattenavsänkning Del 1. Evaluering av avkferers geohydrologiska data med hjälp av provpumpningsdata. 1973. 67 sidor. 20:-.
- nr 3 Leif Carlsson: Grundvattenavsänkning Del 2. Evaluering av lågpermeabla lagers hydrauliska diffusivitet med hjälp av provpumpningsdata. 1973. 17 sidor. 15:-.
- nr 4 Viktor Arnell: Nederbördsrätmätare. En sammanställning av några olika mästartyper. 1973. 39 sidor. 15:- (Utgången).
- nr 5 Viktor Arnell: Intensitets-varaktighetskurvor för häftiga regn i Göteborg under 45-årsperioden 1926 - 1971. 1974. 68 sidor. 20:-.
- nr 6 Urbaniseringsprocessens inverkan på ytvattenavrinning och grundvattenbildning. Lägesrapporter (1973-03-01--1974-02-01). 1974. 167 sidor. 20:-.
- nr 7 Olov Holmstrand, Per O Wedel: Ingenjörsgelogiska kartor - litteraturstudier. 1974. 55 sidor. 15:-.
- nr 8 Anders Sjöberg: Interim Report. Mathematical Models for Gradually Varied Unsteady Free Flow. Development and Discussion of Basic Equations. Preliminary Studies of Methods for Flood Routing in Storm Drains. 1974. 74 sidor. 20:-. (Utgången).
- nr 9 Olov Holmstrand (red.): Seminarium om ingenjörsgelogiska kartor. 1974. 38 sidor. 15:-. (Utgången).
- nr 10 Viktor Arnell, Börje Sjölander: Mätning av nederbördsintensiteter i Göteborgsregionen. Stationsbeskrivning. 1974. 53 sidor. 15:-. (Utgången).
- nr 11 Per-Arne Malmquist, Gilbert Svensson: Rapport från arbetsgruppen "Dagvattnets beskaffenhet och egenskaper". Sammanställning av utförda dagvattenundersökningar i Stockholm och Göteborg 1969-1972. The character and properties of urban storm water results from investigations in Stockholm and Gothenburg 1969-1972. English summary. 1974. 46 sidor. 20:-.
- nr 12 Viktor Arnell, Sven Lyngfelt: Interimrapport. Beräkningsmodell för simulering av dagvattenflöde inom bebyggda om-

råden. Geohydrologiska forskningsgruppen i samarbete med VA-verket i Göteborg, meddelande nr 12, 1975. 50 sidor. 15:-.

- nr 13 Viktor Arnell, Sven Lyngfelt: Nederbörds-avrinningsmätningar i Bergsjön, Göteborg 1973-1974. 1975. 92 sidor. 20:-.
- nr 14 Per-Arne Malmquist, Gilbert Svensson: Delrapport. Dagvattnets sammansättning i Göteborg. Urban storm water quality. Interim report from a study in Gothenburg. English summary. 1975. 73 sidor. 20:-. (Utgången).
- nr 15 Viktor Arnell, Sven Lyngfelt, Anders Sjöberg och Gilbert Svensson: Dagvatten, Uppsatser presenterade vid konferens om urban hydrologi i Sarpsborg, Norge, 1975. 1976. 33 sidor. 15:-.
- nr 16 Leif Andréasson, Leif Carlsson, Klas Cederwall, Bengt-Arne Torstensson och Per Wedel: Grundvatten. Uppsatser presenterade vid konferens om urban hydrologi i Sarpsborg, Norge, 1975. 1976. 43 sidor. 15:-.
- nr 17 Olov Holmstrand: Markvattenundersökningar i ett urban område. 1976. 127 sidor. 25:-.
- nr 18 Göran Ejdeling: Beräkningsmodeller för prognos av grundvattenförhållanden. 130 sidor. 25:-.
- nr 19 Viktor Arnell, Jan Falk, Per-Arne Malmquist: Urban Storm Water Research in Sweden. In English. 1977. 30 sidor. 15:-.
- nr 20 Viktor Arnell: Studier av amerikansk dagvattenteknik. Resa i december 1976. 1977. 64 sidor. 15:-.
- nr 21 Leif Carlsson: Reserapport från studieresa i USA samt deltagande i 2nd International Symposium on Land Subsidence in Anaheim, USA. 29 nov - 17 dec 1976. 1977. 61 sidor. 15:-.
- nr 22 Per O Wedel: Grundvattenbildning, samspelet jordlager och berggrund. Exemplifierat från ett försöksområde i Angered. 1978. 130 sidor. 25:-.
- nr 23 Viktor Arnell: Nederbördsdata vid dimensionering av dagvattensystem med hjälp av detaljerade beräkningsmodeller. En inledande studie. 1977. 1977. 29 sidor. 20:-.
- nr 24 Leif Carlsson, Klas Cederwall: Urbaniseringsprocessens inverkan på ytvattenavrinning och grundvattenbildning. Geohydrologisk forskning vid CTH, Sektion V, under perioden 1972-75. 1977. 17 sidor. 15:-.
- nr 25 Lars O Ericsson (red.): Lokalt omhändertagande av dagvatten. Delrapport från första verksamhetsåret 1976-02-01--1977-01-31. 1977. 120 sidor. 25:-.
- nr 26 Ann-Carin Andersson, Jan Berntson: Kontrollerad grundvattenbalans genom djupinfiltration. En invertering av djupinfiltrationsprojekt. 1978. (Under utskrift).

- nr 27 Anders Eriksson, Per Lindvall: Lokalt omhändertagande av dagvatten. Resultatredovisning av enkät rörande drift och konstruktion av perkolationsanläggningar. 1978. 126 sidor. 25:-.
- nr 28 Olov Holmstrand (red.): Lokalt omhändertagande av dagvatten. Delrapport nr 2 från perioden 1977-02-01--1977-11-30. 1978. 69 sidor. 20:-.
- nr 30 Lars O Ericsson: Infiltrationsprocessen i en dagvattenmodell. Teori, Undersökning, Mätning och Utvärdering. 1978. 45 sidor. 20:-.
- nr 31 Lars O Ericsson: Permeabilitetsbestämning i fält vid perkolationsmagasin. Dimensionering. 1978. 15 sidor. 15:-.