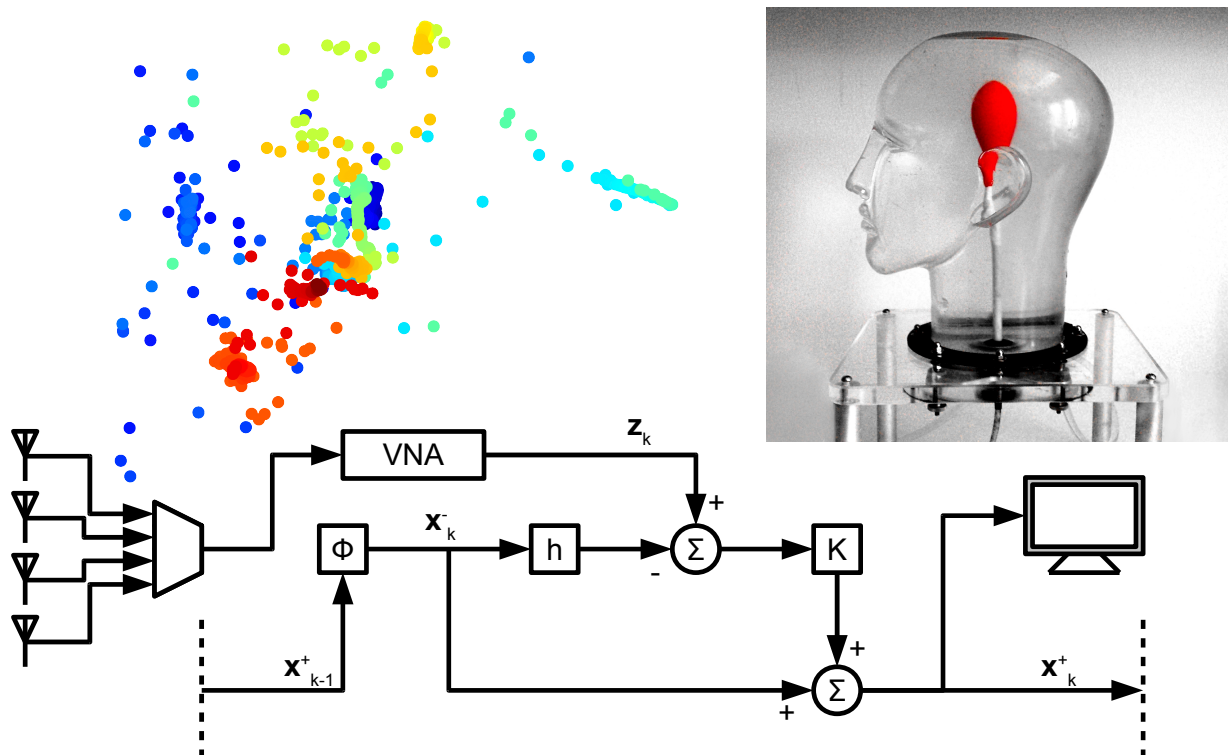




Design av Kalmanfilter för signalbehandling av antennsvar  
från riktade mikrovågsantennar

Utveckling av demonstrationsuppställning för realtidspositionering  
av en simulerad stroke

JOHAN KLINGSTEDT  
GUSTAV MÅRTENSSON

Institutionen för Signaler och System  
*Avdelningen för Medicinsk Teknik*  
CHALMERS TEKNISKA HÖGSKOLA  
Göteborg, Sverige 2012  
Kandidatarbete 2012:19



Design av Kalmanfilter för signalbehandling av antennsvar från riktade mikrovågsantenn  
Utveckling av demonstrationsuppställning för realtidspositionering  
av en simulerad stroke  
JOHAN KLINGSTEDT  
GUSTAV MÅRTENSSON

© JOHAN KLINGSTEDT , GUSTAV MÅRTENSSON, 2012

Kandidatarbete 2012:19  
ISSN 1654-4676  
Institutionen för Signaler och System  
Avdelningen för Medicinsk Teknik  
Chalmers tekniska högskola  
SE-412 96 Göteborg  
Sverige  
Telefon: +46 (0)31-772 1000

Omslag:  
Vänster: Tidig version av Kalmanfiltrerad data.  
Höger: Experimentuppställning utan antenner.  
Under: Flödesschema med blockschema över Kalmanfiltret

Chalmers Reproservice  
Göteborg, Sverige 2012



# Design av Kalmanfilter för signalbehandling av antennsvar från riktade mikrovågsantenn

av

Johan Klingstedt & Gustav Mårtensson

johankl@student.chalmers.se   gusmart@student.chalmers.se

Examinator: Andreas Fhager

## **Sammanfattning**

Under detta projekt togs en demonstrationsmodell fram för företaget Medfield Diagnostics AB som arbetar med stroke-diagnostik. Med hjälp av mikrovågsantennerna var målsättningen att kunna följa en ballongs rörelser i ett plasthuvud i realtid utifrån att dess dielektriska egenskaper skiljde sig från det omgivande mediets. Ett Extenderat Kalmanfilter utvecklades för detta ändamål som både brusreducerade mätdata och gav ballongens position. Upplösningen begränsades till att ballongen kunde positioneras med liten osäkerhet nära antennerna samt mittemellan dem. En tillgång på fler antenner hade inneburit ett större område som ballongen kunnat positioneras i.

NYCKELORD: Kalman Filter, Extended Kalman Filter, Positionering, Positionsbestämning, Mikrovågsantenn, Stroke

## **Abstract**

During this project a demonstration setup was developed for Medfield Diagnostics AB, a company researching stroke diagnosing methods. Using microwave-antennas the aim of the project was to be able to track the movement of a balloon inside a phantom head in real-time. An Extended Kalman Filter was developed for this purpose, handling both the positioning of the balloon and the signal processing of the measurement data. The positioning of the balloon worked well near one antenna and in between many antennas where multiple strong signals were acquired. More antennas would increase the detection area.

KEYWORDS: Kalman Filter, Extended Kalman Filter, Tracking, Microwave antenna, Stroke

---

## Förord

Författarna önskar att tacka Medfield Diagnostics AB för möjligheten att få utföra detta kandidatarbete hos företaget. Ett särskilt stort tack riktas till Stefan Kidborg som handlett projektet.

---

## Nomenklatur

|                             |                                                                                                                                       |
|-----------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| $a priori$                  | Innebär att uppskattningen gjorts <i>innan</i> mätningen.                                                                             |
| $a posteriori$              | Innebär att uppskattningen gjorts <i>efter</i> mätningen.                                                                             |
| $C_0^\Lambda$               | Konstant som ska motsvara signalbortfallet relativt referensen på grund av ballongens position, se Avs. 3.2.                          |
| $EKF$                       | <i>Extended Kalman Filter</i> .                                                                                                       |
| <i>Fysikaliska modellen</i> | Funktionerna som beskriver det förväntade antennsvaret utifrån ballongens position. Dessa funktioner blir element i $h(\mathbf{x}_k)$ |
| $G_k$                       | Kopplingsmatris mellan tillståndet och avvikelser från tillståndsmodellen                                                             |
| $H_k$                       | Observationsmatris som kopplar det estimerade tillståndet $\mathbf{x}_k$ med mät-datan $\mathbf{z}_k$                                 |
| $h(\mathbf{x}_k)$           | Motsvarigheten inom EKF till $H_k$ i det ordinära Kalmanfiltret. Till skillnad från $H_k$ innehåller $h(\mathbf{x}_k)$ funktioner.    |
| $\bar{K}$                   | Kalmanförstärkningsmatris: styr hur trovärdig mätdatan är.                                                                            |
| <i>Origo</i>                | Huvudets mitt: där frontal- och och medianplan skär varandra.                                                                         |
| $P_k$                       | Kovariansmatris av uppskattningsosäkerheten.                                                                                          |
| $Q_k$                       | Kovariansmatris av fluktuationer i det dynamiska systemet.                                                                            |
| $R_k$                       | Kovariansmatris av mätosäkerheter.                                                                                                    |
| $R_k^\Lambda$               | Avståndsvektor mellan antenn $\Lambda$ s mittpunkt till ballongens mittpunkt vid mätning $k$ .                                        |
| $\Delta t$                  | Tid mellan varje mätning.                                                                                                             |
| $\mathbf{v}_k$              | Mätbrus.                                                                                                                              |
| $\mathbf{w}_k$              | Brus i form differens mellan a priori- och a posteriori-estimeringen av tillståndet.                                                  |
| $\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}$ | Pricknotationen betecknar tidsderivatan av respektive variabel.                                                                       |
| $\mathbf{x}_k$              | Tillståndsvektor vid mätning $k$ .                                                                                                    |
| $\mathbf{z}_k$              | Mätvektor, där varje element är mätdata från en antenn vid mätning $k$ .                                                              |
| $\alpha$                    | Dämpningskonstant: styr hur mycket signalsvaret avtar med avståndet $R_k^\Lambda$ i modellen.                                         |
| $\gamma$                    | Konstant som styr hur antennsvaret avtar med vinkeln $\theta$ .                                                                       |
| $\theta$                    | Vinkeln mellan riktningen till ballongens mittpunkt och antennens normalriktning.                                                     |
| $\Lambda$                   | Betecknar en godtycklig antenn {HT, VT, D, F}.                                                                                        |
| $HT, VT, D, F$              | Betecknar antennplacering: <i>Höger Tinning; Vänster Tinning; Dorsalt; Frontalt</i> .                                                 |
| $\nu$                       | Frekvensen hos den mätdata som går in i Kalmanfiltret.                                                                                |
| $\sigma$                    | Konduktivitet.                                                                                                                        |
| $\Phi_k$                    | Tillståndsförändringsmatris i för diskreta lineära system.                                                                            |

# Innehåll

|          |                                                             |           |
|----------|-------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>1</b> | <b>Inledning</b>                                            | <b>1</b>  |
| 1.1      | Bakgrund . . . . .                                          | 1         |
| 1.2      | Syfte och problemformulering . . . . .                      | 1         |
| 1.3      | Disposition . . . . .                                       | 2         |
| <b>2</b> | <b>Teori</b>                                                | <b>3</b>  |
| 2.1      | Elektromagnetism . . . . .                                  | 3         |
| 2.1.1    | Notation . . . . .                                          | 3         |
| 2.1.2    | Plana vågor i material med förluster . . . . .              | 3         |
| 2.1.3    | Impedans . . . . .                                          | 4         |
| 2.1.4    | Patchantenner . . . . .                                     | 4         |
| 2.2      | Kalmanfilter . . . . .                                      | 6         |
| 2.2.1    | Algoritmer . . . . .                                        | 6         |
| 2.2.2    | Det lineära Kalmanfiltret . . . . .                         | 6         |
| 2.2.3    | Extended Kalman Filter . . . . .                            | 9         |
| <b>3</b> | <b>Modell</b>                                               | <b>10</b> |
| 3.1      | Fysikalisk modell . . . . .                                 | 10        |
| 3.2      | Kalmanfiltret i uppställningen . . . . .                    | 11        |
| <b>4</b> | <b>Metod</b>                                                | <b>16</b> |
| 4.1      | Experimentuppställning . . . . .                            | 16        |
| 4.1.1    | Vad som mäts . . . . .                                      | 16        |
| 4.1.2    | Antenn-placering . . . . .                                  | 17        |
| 4.2      | Datastudie . . . . .                                        | 17        |
| 4.2.1    | Hantering av rådata . . . . .                               | 19        |
| 4.2.2    | Uppskattning av påverkan från ballongens material . . . . . | 19        |
| 4.2.3    | Frekvensområde . . . . .                                    | 20        |
| 4.2.4    | Val av Kalmanfilter som signalbehandlingsmetod . . . . .    | 21        |
| 4.2.5    | Standardmätning . . . . .                                   | 22        |
| 4.2.6    | Reflektion, transmission och fasförskjutning . . . . .      | 23        |
| 4.2.7    | Framtagning av konstanter . . . . .                         | 24        |
| 4.3      | Programmering . . . . .                                     | 26        |
| 4.3.1    | Utvecklingen av EKF i MATLAB . . . . .                      | 26        |
| 4.3.2    | Spärrar och skalningar i Kalmanfiltret . . . . .            | 28        |
| 4.3.3    | LABVIEW-programmet . . . . .                                | 28        |

---

|          |                                                   |           |
|----------|---------------------------------------------------|-----------|
| <b>5</b> | <b>Resultat</b>                                   | <b>30</b> |
| 5.1      | MATLAB-simuleringar . . . . .                     | 30        |
| 5.2      | Demonstrationsuppställningen . . . . .            | 30        |
| <b>6</b> | <b>Diskussion</b>                                 | <b>31</b> |
| 6.1      | Demonstrationsuppställningen . . . . .            | 32        |
| 6.1.1    | Detektionsområde . . . . .                        | 34        |
| 6.2      | Kalmanfiltret . . . . .                           | 37        |
| 6.2.1    | MATLAB-simuleringar . . . . .                     | 37        |
| 6.2.2    | Utvärdering av den fysikaliska modellen . . . . . | 37        |
| 6.3      | Syfte . . . . .                                   | 38        |
| 6.4      | Framtida arbete . . . . .                         | 38        |
| <b>7</b> | <b>Slutsats</b>                                   | <b>39</b> |
| <b>A</b> | <b>Manual för LabVIEW-programmet</b>              | <b>41</b> |
| A.1      | Variabler . . . . .                               | 41        |
| A.2      | Användargränssnitt . . . . .                      | 41        |
| A.3      | Användningsstruktur . . . . .                     | 41        |

# 1 Inledning

Texten i denna sektion förklarar problematiken inom stroke-diagnostik. Projektet presenteras övergripande och ett syfte samt en problemformulering anges.

## 1.1 Bakgrund

Var 17:e minut drabbas någon i Sverige av en stroke. Utgången för den drabbade beror till stor del på hur snabbt behandling kan sättas in från det att första symptom utbryter. Vilken form av insats som ska användas beror emellertid på vilken typ av stroke patienten drabbats av: en blödning eller en propp. Felaktig medicinering leder till att skadan förvärras, vilket ställer höga krav på snabb och tillförlitlig diagnostisering. I dagsläget används i regel datortomografi på plats på sjukhuset, men det finns mycket tid att vinna ifall diagnos kan ställas och medicinering inledas redan i ambulansen. Detta hade lett till att antalet drabbade som överlever utan några funktionshinder ökat, vilket hade minskat mänskligt lidande och samhällskostnader avsevärt [1].

Företaget Medfield Diagnostics arbetar tillsammans med Chalmers och Sahlgrenska Universitetssjukhuset med att utveckla en hjälm som snabbt och riskfritt kan diagnostisera stroke med hjälp av mikrovågor. På hjälmen är antenner fästa som skickar och tar emot signaler genom huvudet på försökspersoner, vilket resulterar i stora mängder data för analys. Resultaten från dessa försök är lovande vad gäller känslighet och tillförlitlighet, men för ett företag som drivs av riskkapital är det önskvärt att kunna presentera sin idé för investerare på annat sätt än ren statistik.

## 1.2 Syfte och problemformulering

Syftet med detta projekt var att ta fram en demonstrationsuppställning som Medfield Diagnostics kan ta med sig på mässor och informationstillfällen. Uppställningen består av fyra stycken patchantennerna samt ett ihåligt plasthuvud som kan fyllas med vätska. Inuti i detta finns en anordning som möjliggör att en ballong fylld med luft kan förflyttas inuti huvudet. Med hjälp av antennerna blev uppgiften att detektera och plotta ballongens position och rörelse i realtid, utifrån att luftens dielektriska egenskaper skiljer sig från det omgivande vattnets.

En central del i att ta fram denna demonstrationsuppställning låg i att konstruera matematiska algoritmer för att filtrera signalerna som antennerna tar emot. Detta valdes att göras med ett Kalmanfilter, varför mycket fokus har lagts på att förstå och förklara hur en sådan algoritm verkar. För att genomföra detta krävdes omfattande programmering i både MATLAB och LABVIEW.

### 1.3 Disposition

I rapporten presenteras inledningsvis den övergripande teori som ligger till grund för hur projektet valdes att genomföras, med särskilt fokus på Kalmanfilter i Avsnitt 2.2. Den fysikaliska modellen beskriver det förväntade antennsvaret utifrån ballongens position och redogörs för i Avsnitt 3.1. Modellen har sin grund i ovan nämnda teori, men bygger till stor del på observationer under arbetsgången som förklaras i Avsnitt 4.2.

## 2 Teori

I detta avsnitt presenteras grundläggande elektromagnetisk fältteori i Avsnitt 2.1. För Kalmanfilter redogörs för mer utförligt om i Avsnitt 2.2.

### 2.1 Elektromagnetism

Den centrala teori som ligger till grund för fysiken i projektet var elektromagnetismen. Dess roll var att kunna förklara utseendet på antenssignalerna utifrån ballongens position.

#### 2.1.1 Notation

I rapporten används komplex notation av de elektriska fälten. Det definieras enligt Ekv. (2.1) nedan:

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}, t) &= V_0 \cos(\omega t + \phi_1(\mathbf{r})) \rightarrow \bar{v}(\mathbf{r}) = V_0 e^{j\phi_1(\mathbf{r})} \\ i(\mathbf{r}, t) &= I_0 \cos(\omega t + \phi_2(\mathbf{r})) \rightarrow \bar{i}(\mathbf{r}) = I_0 e^{j\phi_2(\mathbf{r})} \end{aligned} \quad (2.1)$$

där  $j$  är den imaginära enheten enligt konvention inom elektromagnetismen och  $\phi_{1,2}$  betecknar fasförskjutningen. Dessa ekvationer är oberoende av tiden, och för att återfå det tidsberoende uttrycket används formeln nedan:

$$\begin{aligned} v(\mathbf{r}, t) &= \Re[\bar{v}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \\ i(\mathbf{r}, t) &= \Re[\bar{i}(\mathbf{r})e^{j\omega t}] \end{aligned} \quad (2.2)$$

#### 2.1.2 Plana vågor i material med förluster

Maxwells ekvationer skrivs på komplex form enligt:

$$\nabla \times \bar{\mathbf{E}} = j\omega\mu\bar{\mathbf{H}} \quad (2.3a)$$

$$\nabla \times \bar{\mathbf{H}} = \bar{\mathbf{J}} + j\omega\epsilon\bar{\mathbf{E}} = (\sigma + j\omega\epsilon)\bar{\mathbf{E}} \quad (2.3b)$$

$$\nabla \cdot \epsilon\bar{\mathbf{E}} = \bar{\rho} \quad (2.3c)$$

$$\nabla \cdot \mu\bar{\mathbf{H}} = 0 \quad (2.3d)$$

där  $\bar{\mathbf{E}}$  betecknar det elektriska fältet,  $\bar{\mathbf{H}}$  det magnetiska fältet,  $\bar{\mathbf{J}}$  den fria strömtätheten,  $\epsilon$  permitiviteten och  $\mu$  permeabiliteten [2]. Ekvationerna i (2.3) kan kombineras för att erhålla den homogena vågekvationen för  $\bar{\mathbf{E}}$ -fältet. Genom att ta rotationen av Ekv. (2.3a) tillsammans med Ekv. (2.3b) fås:

$$\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{E}} = -\nabla \times j\omega\mu\bar{\mathbf{H}} = -j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)\bar{\mathbf{E}} \quad (2.4)$$

Med hjälp av vektoridentiteter samt Ekv. (2.3c) följer att  $\nabla \times \nabla \times \bar{\mathbf{E}} = \nabla(\nabla \cdot \bar{\mathbf{E}}) - \nabla^2 \bar{\mathbf{E}} = -\nabla^2 \bar{\mathbf{E}}$ . Tillsammans ger ovanstående uttryck den homogena vågekvationen

$$\nabla^2 \bar{\mathbf{E}} - \gamma^2 \bar{\mathbf{E}} = 0 \quad (2.5)$$

med

$$\gamma = \sqrt{j\omega\mu(\sigma + j\omega\epsilon)} = \alpha + j\beta \quad (2.6)$$

där  $\sigma \neq 0$  medför att  $\alpha \neq 0$ . I ett enkelt specialfall med en lineärpolariserad planvåg som propagerar i  $z$ -led ges en lösning till differentialekvationen ovan av

$$\bar{E}_x(z) = E_0 e^{-(\alpha + j\beta)z} \quad (2.7)$$

Här blir  $\alpha$  således en dämpningskonstant som innebär att den elektromagnetiska vågens magnitud avtar med avståndet. Konstanten  $\beta$  kallas faskonstant och styr fäsförskjutningen [3].

### 2.1.3 Impedans

Storheten som mättes och hanterades i uppställningen var impedans. Antag att spänningen och strömmen ges av  $V(t) = V_0 \cos(\omega t - \phi_1)$  respektive  $I(t) = I_0 \cos(\omega t - \phi_2)$ . Dessa skrivs på komplex form enligt Ekv. (2.1) som  $\bar{V} = V_0 e^{j\phi_1(\mathbf{r})}$  och  $\bar{I} = I_0 e^{j\phi_2(\mathbf{r})}$ . Impedansen ges då av:

$$Z = \frac{\bar{V}}{\bar{I}} = \frac{V_0}{I_0} e^{j\phi_1(\mathbf{r}) - \phi_2(\mathbf{r})} \quad (2.8)$$

och är således komplex med information om förhållandet mellan ström och spänning med avseende på amplitud och fas. Impedansens realdel utgör resistansen och imaginärdelen reaktansen [4].

Vid en gränssyta mellan två olika medium kommer en del av det elektriska fältet reflekteras eller transmitteras. Dessa koefficienter ges av

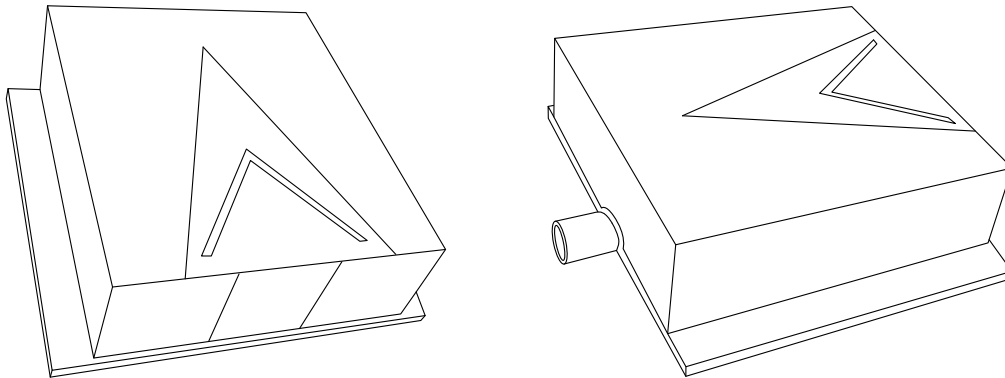
$$r_{12} = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1} \quad t_{12} = \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1} \quad (2.9)$$

där  $Z_1$  och  $Z_2$  är de olika mediumens impedans. Formeln gäller för en vinkelrätt infallande lineärpolariserad planvåg, som alltså tappar styrka med en faktor  $r_{12}$  vid reflektion och en faktor  $t_{12}$  vid transmission [2].

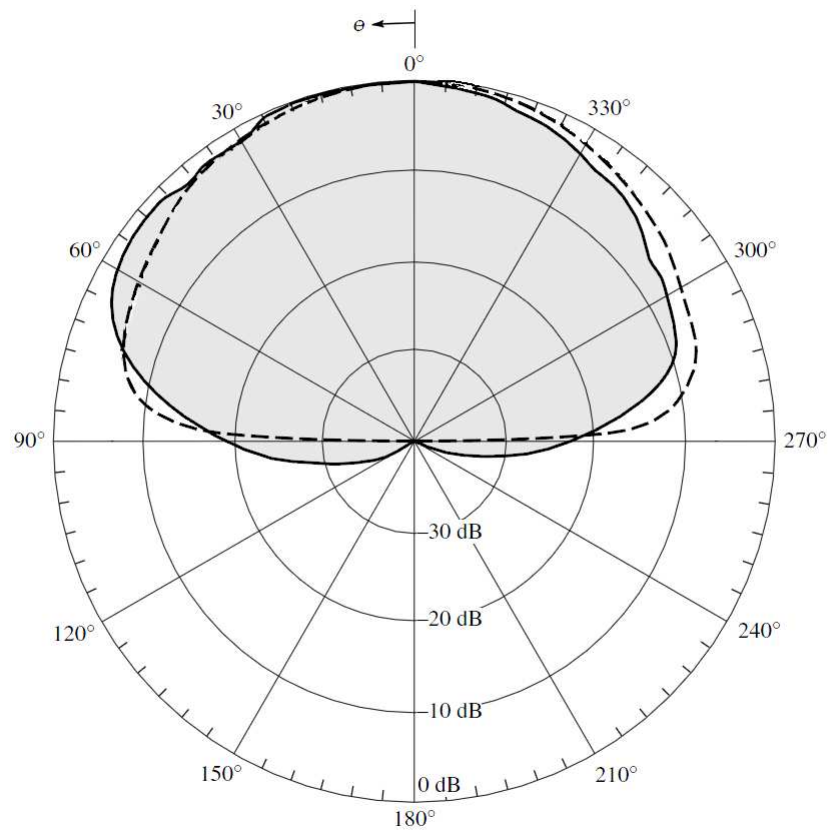
### 2.1.4 Patchantennor

Det finns en rad olika typer av patch-antennor med skiftande form och varierande strålningskaraktistik. Till de vanligaste sorterna hör rektangulära samt cirkulära patch-antennor, men i uppställningen användes antennor med triangulär form för att skapa och mäta det elektriska fältet i plasthuvudet, se Figur 2.1. Dess karakteristik påminner om den hos rektangulära patch-antennor [5], men de triangulära antennor som användes var utformade för att kunna verka över ett större frekvensområde.

Närfält hos antennor kan vara oerhört svåra att beskriva, och beror på hur patch-antennen är dimensionerad. Ingen användbar matematisk modell för ett närfält som funktion av position har påträffats i litteraturen, men fältstyrkans vinkelberoende hos en rektangulär patchantenn kan ses i Figur 2.2.



Figur 2.1: Skiss på de triangulära patch-antennerna som användes i projektet.



Figur 2.2: Ett gainpattern hos en rektangulär patchantenn, vars strålningskaraktäristik påminner om den hos triangulära patchantennerna [5]. Den streckade linjen är teoretiska värden och den heldragna experimentella. Figuren är omarbetad från: [6]

## 2.2 Kalmanfilter

Kalmanfiltret är ett väldigt kraftfullt matematiskt verktyg som utvecklades under 1950-talet av bland andra Rudolf Kalman. Det är en algoritm som estimerar det momentana tillståndet hos ett dynamiskt system stört av brus, och utnyttjar att den vet hur systemet fysikaliskt beter sig. Tillsammans med kunskapen om hur systemet tidigare har uppträtt samt rekursion så uppskattar Kalmanfiltret det nuvarande statistiskt mest sannolika tillståndet hos systemet [7].

Algoritmen används frekvent inom en rad olika områden som till exempel navigation, styrsystem samt signalbehandling [8].

### 2.2.1 Algoritmer

Det finns ett flertal olika varianter av Kalmanfiltret, och i detta projekt utvecklades och användes ett *Extended Kalman Filter* (EKF). Denna algoritm kan - till skillnad från det ursprungliga Kalmanfiltret - hantera icke-lineära tillståndsövergångar. Då de flesta dynamiska fysikaliska system inte är lineära, så är EKF en nödvändig utveckling av filtret. För att ge en överblick av hur algoritmen verkar och dess styrka, så kommer inledningsvis det lineära Kalmanfiltret (KF) att beskrivas.

### 2.2.2 Det lineära Kalmanfiltret

I algoritmen förekommer ett antal olika matriser och vektorer som definieras i Tabell 2.1 och notationen som används är huvudsakligen densamma som i *Kalman Filtering - Theory and Practice Using MATLAB* av Grewal och Andrews.

Filtret utgår från en beskrivning av tillståndet hos ett system enligt Ekv. (2.10)

$$\mathbf{x}_k = \Phi_{k-1}\mathbf{x}_{k-1} + G_{k-1}\mathbf{w}_{k-1} \quad (2.10a)$$

$$\mathbf{z}_k = H_k\mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.10b)$$

Här definieras  $\mathbf{x}_k$  som systemets tillståndsvariabel vid mätning  $k$ ,  $\mathbf{z}_k$  är mätdata,  $\Phi$ ,  $G$  och  $H$  är omvandlingsmatriser som kopplar ihop tillstånden, och  $\mathbf{v}_k$  samt  $\mathbf{w}_k$  är okorrelerat normalfördelat mättingsbrus respektive avvikelser från tillståndssystemet. För att exemplifiera detta kan en rullande kula i en bana begrundas.

Kulans initiala tillstånd är  $\mathbf{x}_0 = [x_0, \dot{x}_0]^T = [0, 0]^T$ , det vill säga den saknar begynnelsehastighet men kan fortfarande utsättas för en acceleration på grund av banans lutning. Med tidssteg om  $\Delta t$  så mäts sedan kulans position, men med en låg noggrannhet vilket medför brusig mätdata. Vid mätning  $(k - 1)$  ges kulans tillstånd av en position  $x_{k-1}$  samt en hastighet  $\dot{x}_{k-1}$  vilket innebär att tillståndssvariabeln blir  $\mathbf{x}_{k-1} = [x_{k-1}, \dot{x}_{k-1}]^T$ .

Tabell 2.1: Definitioner av symboler som används i ett Kalmanfilter. Vektorer betecknas med fetstil, och matriser med versaler.

| Symbol                           | Beskrivning                                                                                                         | Dimension    |
|----------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------|
| $\mathbf{x}_k$                   | Tillståndsvektor vid $k$ :te mätningen                                                                              | $n \times 1$ |
| $\mathbf{w}_k$                   | Gaussiskt brus till följd av fluktuationer i det dynamiska systemet, $N \sim (0, Q_k)$                              | $r \times 1$ |
| $\mathbf{z}_k$                   | Mätvektorn                                                                                                          | $m \times 1$ |
| $\mathbf{v}_k$                   | Gaussiskt brus från mätprocessen, $N \sim (0, R_k)$                                                                 | $m \times 1$ |
| $\Phi_k$                         | Tillståndsförändringsmatris för diskreta lineära system                                                             | $n \times n$ |
| $G_k$                            | Kopplingsmatris mellan tillståndet och avvikelser från tillståndsmodellen                                           | $n \times r$ |
| $H_k$                            | Observationsmatris som kopplar insamlad data till tillståndet                                                       | $m \times n$ |
| $Q_k$                            | Kovariansmatris av fluktuationer i det dynamiska systemet                                                           | $n \times n$ |
| $R_k$                            | Kovariansmatris av mätosäkerheter                                                                                   | $m \times m$ |
| $\bar{K}$                        | Kalmanförstärkningsmatris                                                                                           | $n \times m$ |
| $P_k$                            | Kovariansmatris av uppskattningsosäkerheten                                                                         | $n \times n$ |
| $\mathbf{x}_k^-, \mathbf{x}_k^+$ | $-/+$ indikerar ifall estimeringen gjordes innan ( <i>a priori</i> ) eller efter ( <i>a posteriori</i> ) mätningen. | $n \times 1$ |

En estimering av det  $k$ :te tillståndet ges då av de lineära sambanden

$$x_k = x_{k-1} + \dot{x}_{k-1}\Delta t + \frac{\Delta t^2}{2}\ddot{x}_{k-1} \quad (2.11a)$$

$$\dot{x}_k = \dot{x}_{k-1} + \ddot{x}_{k-1}\Delta t \quad (2.11b)$$

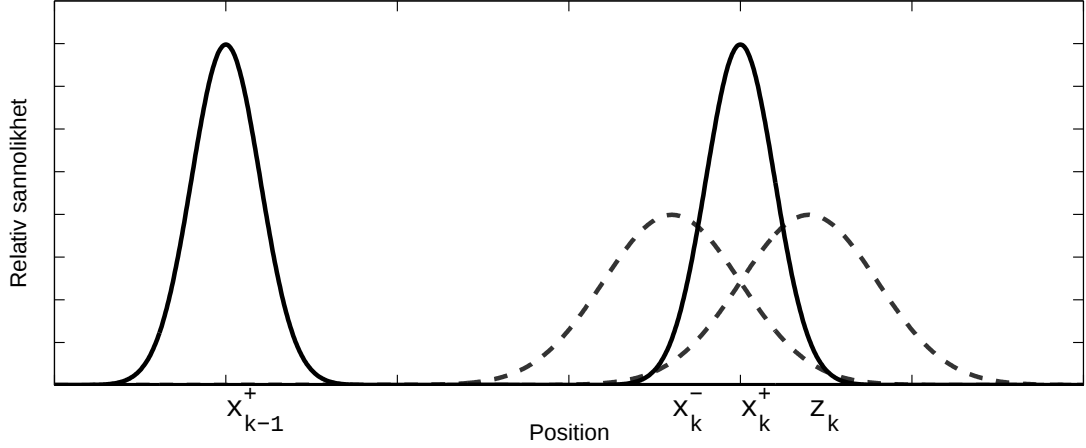
där  $\ddot{x}_k$  är kulans acceleration som antas vara normalfördelat med väntevärde 0. Dessa ekvationer skrivs på matrisform som nedan i Ekv. (2.12).

$$\begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ \dot{x}_{k-1} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{(\Delta t)^2}{2} \\ \Delta t \end{bmatrix} \ddot{x}_{k-1} \quad (2.12)$$

Eftersom endast kulans position mäts, kan tillståndsvektorn  $\mathbf{x}_k$  kopplas ihop med mät-datan  $\mathbf{z}_k$  med observationsmatrisen  $H$  enligt

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} 1 & 0 \end{bmatrix} \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k \quad (2.13)$$

Dessa ekvationer är att jämföra med de i (2.10), där i exemplet  $G\ddot{x}_k = \mathbf{w}_k$ . Med Ekv. (2.12) och mät-datan erhålls två olika förslag på var kulan befinner sig vid  $t_k$  (det  $k$ :te tillståndet). Kalmanfiltrets funktion är att det hittar den optimala estimeringen av tillståndet givet mät-datan och uppskattningen utifrån kulans tidigare tillstånd. Ett försök att illustrera principen av detta ges av Figur 2.3, där  $x_{k-1}^+$  är det tidigare tillståndet



Figur 2.3: En enkel skiss över hur Kalmanfiltret verkar, där de streckade linjerna symboliserar *a priori*-uppskattningen respektive mätdata. Kalmanfiltret värderar dessa två argument och ger den statistiskt optimala positionen  $\mathbf{x}_k^+$ .

medan  $x_k^-$  och  $z_k$  är *a priori*-uppskattningen respektive mätdata. Kalmanfiltret hittar den statistiskt optimala positionen  $x_k^+$ .

$$\mathbf{x}_k^+ = \mathbf{x}_{k-1}^- + \bar{K}_k(\mathbf{z}_k - H\mathbf{x}_k^-) \quad (2.14)$$

där notationen  $^-/+$  indikerar om uppskattningen är gjord före (*a priori*) eller efter (*a posteriori*) mätningen. Kalmanförstärkningen betecknas  $\bar{K}_k$  och styr korrektionstermen i ekvationen ovan. Värdet på matrisen  $\bar{K}_k$  bestämmer därmed vilket av värdena - uppskattningen  $\mathbf{x}_k^-$  eller mätdata  $\mathbf{z}_k$  - som ska viktas högst. (Ekv. (2.14) utgör även en del av Kalmanalgoritmen som ses i Ekv. (2.15).)

Målet är nu att ta fram denna Kalmanförstärkning  $\bar{K}_k$  för exemplet med kulan. Algoritmen som ska göra detta - det vill säga själva Kalmanfiltret - kan ses i Ekv. (2.15) nedan [7].

$$\hat{x}_k^- = \Phi_{k-1}\hat{x}_{k-1}^+ \quad (2.15a)$$

$$P_k^- = \Phi_{k-1}P_{k-1}\Phi_{k-1}^T + Q_{k-1} \quad (2.15b)$$

$$\bar{K}_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R)^{-1} \quad (2.15c)$$

$$\hat{x}_k^+ = \hat{x}_k^- + \bar{K}_k(z_k - H_k \hat{x}_k^-) \quad (2.15d)$$

$$P_k^+ = P_k^- - \bar{K}_k H_k P_k^- \quad (2.15e)$$

Här förekommer en del variabler som ännu inte har definierats.  $P_k$  är kovariansmatris för osäkerheten kring uppskattningen.  $Q_k$  och  $R_k$  är kovariansmatriser för avvikelser från det dynamiska systemet respektive mätdata. I detta fall förändras varken  $\Phi$ ,  $H$

eller  $R$  med tiden, varför indexen inte behövs. Ett element  $ij$  i kovariansmatriserna  $Q_k$  och  $R$  ges av kovariansen mellan element  $i$  och  $j$  i tillstånds- respektive mätvektorn [9]. Matrisen  $P_k$  uppdateras varje gång filtret körs, det vill säga mellan varje mätning. Det räcker därför att ange ett begynnelsevillkor  $P_0$ . Då kulans tillstånd  $\mathbf{x}_0$  antas helt känt vid  $t = 0$  är  $P_0$  en nollmatris av dimension  $2 \times 2$ .

I korta drag så görs i första ekvationen i Kalmanfiltret (2.15a) en initial approximation av kulans nya tillstånd utifrån det föregående. I Ekv. (2.15b) görs en a priori-uppskattning av matrisen  $P_k$ , där värdet på kovariansmatrisen  $Q_k$  adderas. Kalmanförstärkningen tas fram i Ekv. (2.15c) och det är värt att notera att kovariansen av mätbruset  $R$  styr storleken på  $\bar{K}$ . Ett stort  $R$  kommer att medföra att Kalmanförstärkningen blir liten då den förekommer som en term i en invers matris när den multipliceras. I steg (2.15d) kommer då (på grund av ett litet  $\bar{K}$ )  $x_k^-$  att värderas högre vid den slutgiltiga estimeringen  $x_k^+$  än den brusiga mätdatan  $z_k$ . I sista ekvationen (2.15e) erhålls *a posterior* ett värde på matrisen  $P_k$  som sålunda indirekt beror på både  $Q_{k-1}$  och  $R$ .

### 2.2.3 Extended Kalman Filter

Om ett nästkommande tillstånd inte ges lineärt av det föregående eller om tillståndet inte är det som explicit mäts så räcker inte det ordinära Kalmanfiltret till. En variant av algoritmen som hanterar detta kallas *Extended Kalman Filter*. Detta bygger på att lineärt approximera omvandlingsmatriserna  $\Phi$  och  $H$  så att det Kalmanfilter som tidigare har beskrivits kan användas.

Den icke-lineära dynamiska modellen skrivs

$$\mathbf{x}_k = \phi(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{w}_{k-1} \quad (2.16a)$$

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (2.16b)$$

där  $\phi(\mathbf{x}_{k-1})$  och  $h(\mathbf{x}_k)$  är funktioner i en tillståndsförändrings- respektive omvandlingsmatris. Dessa motsvarar  $\Phi$  och  $H$  i KF.

Den lineära approximationen som görs i EKF är att istället för  $\Phi_{k-1}$  och  $H_k$  i (2.15) så används jacobianerna av  $\phi_k$  och  $h_k$  enligt (2.17) nedan [7]. Det lineära Kalmanfiltret är således ett specialfall av EKF.

$$\Phi_{k-1} \approx \left. \frac{\partial \phi_k}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_{k-1}^+} \quad (2.17a)$$

$$\mathbf{H}_k \approx \left. \frac{\partial h_k}{\partial \mathbf{x}} \right|_{\mathbf{x}_k^-} \quad (2.17b)$$

Förutom denna ändring så är algoritmen densamma som för det lineära Kalmanfiltret i (2.15).

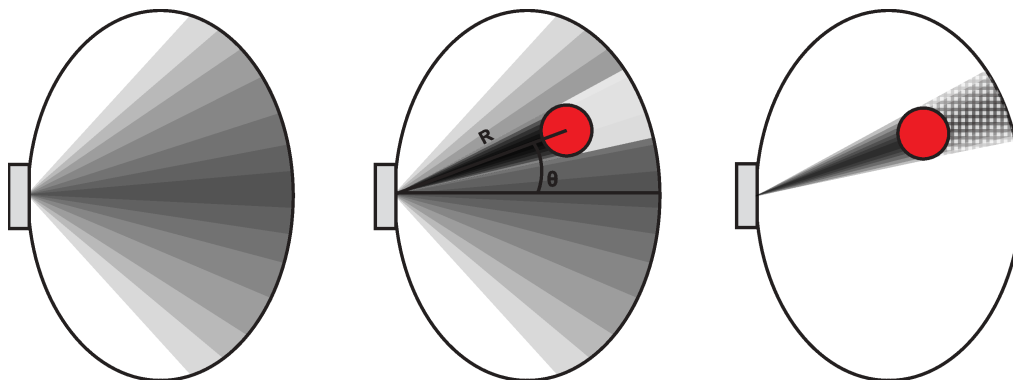
### 3 Modell

Avsnittet beskriver den fysikaliska modellen som beskriver den förväntade antennresponsen utifrån ballongens position. Designen av Kalmanfiltret som implementerades demonstrationsuppställningen förklaras i Avsnitt 3.2, och bygger på den fysikaliska modellen.

#### 3.1 Fysikalisk modell

Istället för att endast nyttja Kalmanfiltret till att rena de brusiga signaler som erhöles från instrumentet, så byggdes filtret upp för att direkt ge den statistiskt optimala positionen hos ballongen utifrån antenssignalerna. Därmed behövdes heller ingen algoritm ställas upp för att erhålla ballongens position utifrån signalerna från de fyra antennerna; en algoritm som hade blivit väldigt komplex och känslig för fel i modellen. Istället räckte det att ta fram modell för det antenssvar som förväntades utifrån ballongens position, vilket var avsevärt mycket enklare och mer elegant.

Tillståndsmodellen togs fram genom att studera hur antenssvaret förändrades utifrån ballongens läge, och byggde till viss del på teorin i Avsnitt 2.1. Den är emellertid på inga sätt en korrekt fysikalisk beskrivning av det elektriska fältet, men överensstämde tillräckligt väl med insamlad mätdata för att Kalmanfiltret skulle kunna hantera dessa avvikelser.



Figur 3.1: Schematisk skiss över den uppmätta signalstyrkan enligt den fysikaliska modellen. Den första bilden visar hur det elektriska fältet antogs se ut utan någon ballong närvarande. Den andra bilden illustrerar hur ballongens närvaro påverkar signalen, och den sista visar skillnaden mellan dessa två tillstånd. Det var denna differens som modellerades. Rutig färg betecknar negativ signaldifferens.

En schematisk skiss över idén till modellen kan ses i Figur 3.1 där den sista bilden i figuren visar det som mättes efter att referensen dragits bort. Det var således differensen mellan den reflekterade signalen från ballongen och den reflektion mot skallen som ballongen skymde som modellerades. Vidare antogs det att signalen betedde sig som en planvåg i ett material med förluster, samt att styrkan avtog med vinkeln  $\theta$  i stil med det gainpattern som åskådliggjordes i Figur 2.2. Experimentella försök att fram vinkelberoendet beskrivs i Avsnitt 4.2.7.

Med hänvisning till Ekv. (2.9) förmodades det att alla reflektioner vid gränssytor kunde läggas in i en konstant  $I_0$ . Utifrån det som skrivits ovan formulerades modellen slutligen enligt Ekv. (3.1) nedan:

$$I(R, \theta) = I_0 e^{-\gamma \theta^2} |e^{-2\alpha R} - e^{-2\alpha \cdot 2R_0}| \quad (3.1)$$

där  $R$  och  $\theta$  definieras i Figur 3.1,  $\alpha$  en dämpningskonstant och där vinkelberoendet antogs följa formen av en gaussklocka.

Då det i första hand var amplituden som var av intresse, så behandlades inte fasförskjutningen av E-fältet.

## 3.2 Kalmanfiltret i uppställningen

För att kunna applicera Kalmanfiltret på antenssignalerna behövdes var och en av de matriser och vektorer som förekommer i Ekv. (2.15) tas fram.

**Vektorerna  $\mathbf{x}_k$ ,  $\mathbf{z}_k$  samt matriserna  $\Phi_k$  och  $h(\mathbf{x}_k)$**

Tillståndsvektorn som användes i projektet var

$$\mathbf{x}_k = \begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \\ y_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

där  $x_k$ ,  $y_k$  är koordinaterna hos ballongens mittpunkt och dess hastighetkomponenter  $\dot{x}_k$ ,  $\dot{y}_k$  vid mätning  $k$ . Koordinatsystemet valdes med  $x$ - och  $y$ -axeln längs frontal- respektive medianplanet (se även Figur 4.2). Kalmanfiltret hanterade både signalbruset och ger koordinaterna av intresse på samma gång.

De uppmätta antenssignalerna vid mätning  $k$  samlas i mätvektorn  $\mathbf{z}_k$  enligt

$$\mathbf{z}_k = \begin{bmatrix} z_k^{HT} \\ \dot{z}_k^{HT} \\ z_k^{VT} \\ \dot{z}_k^{VT} \\ z_k^D \\ \dot{z}_k^D \\ z_k^F \\ \dot{z}_k^F \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

där de upphöjda indexen denoterar vilken antenn som mäter signalen. *HT* och *VT* betecknar ifall antennen är fäst på *höger* eller *vänster tinning* medan *F* respektive *D* säger ifall placeringen är *frontal* eller *dorsal* på huvudet. Antennernas positioner kan även ses i Figur 4.2 i Avsnitt 4.

Signaländringshastigheterna  $\dot{z}_k$  mäts inte explicit av instrumentet, utan beräknas approximativt som

$$\dot{z}_k \approx \frac{z_k - z_{k-1}}{t_k - t_{k-1}} \quad (3.4)$$

Tillståndsförändringsmatrisen  $\Phi$  är linjär samt tidsberoende varpå  $k$ -indexeringen inte behövs. Den tecknas:

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

och är densamma som rörelseekvationerna i Ekv. (2.12) men förlängd till translation i två dimensioner.

Eftersom mätdata inte kan omvandlas linjärt till position får en matris med funktioner  $h(\mathbf{x}_k)$  användas istället för en omvandlingsmatris  $H$ , och följaktligen är filtret som används i projektet ett EKF. Funktionsmatrisen  $h(\mathbf{x}_k)$  utformades från den fysikaliska modellen som diskuterades i Avsnitt 3.1 och kan ses i ekvationen nedan.

$$h(\mathbf{x}_k) = \begin{pmatrix} h_{HT}(\mathbf{x}_k) \\ \dot{h}_{HT}(\mathbf{x}_k) \\ h_{VT}(\mathbf{x}_k) \\ \dot{h}_{VT}(\mathbf{x}_k) \\ h_D(\mathbf{x}_k) \\ \dot{h}_D(\mathbf{x}_k) \\ h_F(\mathbf{x}_k) \\ \dot{h}_F(\mathbf{x}_k) \end{pmatrix} \quad (3.6)$$

där ett element  $h_\Lambda(\mathbf{x}_k)$  i matrisen ges av:

$$h_{\Lambda}(x_k, y_k) = e^{-\gamma\theta^2(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_0^{\Lambda})} \left| e^{-2\alpha(\omega)|\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_0^{\Lambda}|} - C_0^{\Lambda}(\omega) \right| \quad (3.7)$$

Här är  $\mathbf{R}_k$  vektorn från origo till ballongens mitt och  $\mathbf{R}_0^{\Lambda}$  är vektorn från origo till antenn  $\Lambda$ . Funktionen  $\theta(\mathbf{R}_k, \mathbf{R}_0^{\Lambda})$  ger vinkeln mellan  $\mathbf{R}_0^{\Lambda}$  och  $(\mathbf{R}_k - \mathbf{R}_0^{\Lambda})$  vid mätning  $k$ , och  $\gamma$  styr hur signalen avtar med vinkeln.  $C_0^{\Lambda}(\omega)$  är specifik för varje antenn, och är en approximation av signalbortfallet relativt referensmätningen. Prick-notationen betecknar tidsderivatan av funktionen, och beräknas approximativt i Ekv. (3.8) som:

$$\dot{h}_{\Lambda}(\mathbf{x}_k) = \frac{dh_{\Lambda}(\mathbf{x}_k)}{dt} = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{h_{\Lambda}(\mathbf{x}_k + \Delta t \dot{\mathbf{x}}_k) - h_{\Lambda}(\mathbf{x}_k)}{\Delta t} \quad (3.8)$$

Anledningen till att  $I_0$  i Ekv. (3.1) inte förekommer i Ekv. (3.7) ovan är för att mätvektorn  $\mathbf{z}_k$  skalas om för alla  $k$  under mätningen så att  $I_0 = 1$ .

Dessa matriser och vektorer som redogjorts för ovan utgör själva grunden för Kalmanfiltret som nyttjas i uppställningen. Tillsammans formulerar de tillståndsekvationerna nedan enligt

$$\begin{bmatrix} x_k \\ \dot{x}_k \\ y_k \\ \dot{y}_k \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & \Delta t & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \Delta t \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{k-1} \\ \dot{x}_{k-1} \\ y_{k-1} \\ \dot{y}_{k-1} \end{bmatrix} + \mathbf{w}_{k-1} \quad (3.9)$$

samt

$$\mathbf{z}_k = h(\mathbf{x}_k) + \mathbf{v}_k \quad (3.10)$$

och motsvarar Ekv. (2.12) och (2.13) i exemplet med kulan i Avsnitt 2.2.2.

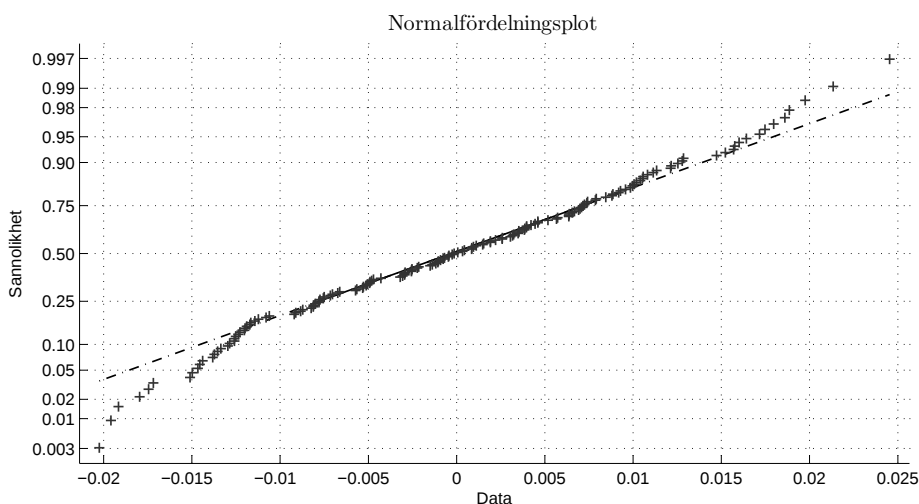
### Kovariansmatriserna $R$ och $Q_k$

Då kovariansen av mätosäkerheten  $R$  antas vara konstant behöver denna matris endast uppskattas en gång under varje mätning. Detta utförs under kalibreringsfasen då ballongen är stillastående i origo, där variansen av de första mätvektorerna tas ut och placeras i en 8x8-diagonalmatris. Anledningen till att variansen och inte kovariansen beräknas är för att mätbruset från antennerna antas vara oberoende av varandra, och således är alla element  $R_{ij} = 0$  för  $i \neq j$ .

Matrisen  $Q_k$  behöver till skillnad mot  $R$  uppdateras mellan varje mätning. Den är ett mått på förändringar i det dynamiska systemet – det vill säga hur mycket tillståndsvektorn  $\mathbf{x}_k$  varierar relativt tidigare mätningar. För att beräkna  $Q_k$  tas kovariansen av de estimerade tillstånden  $\mathbf{x}_i$ ,  $i = k - j$ ,  $k - (j - 1)$ , ...,  $k$ . Ett stort värde på  $j$  ger ett bättre värde på kovarianserna men gör att systemet reagerar trögare. Samplingshastigheten styr därmed storleken på  $j$  och har varierat under databehandlingen i MATLAB

beroende på hur många frekvenser som svepts i mätningen. Matrisen initieras till en enhetsmatris av dimension  $8 \times 8$ .

För att Kalmanfiltret ska fungera optimalt behöver mätbruset vara normalfördelat med väntevärde noll och varians  $R_k$ ,  $\mathbf{v}_k \sim N(0, R_k)$ . Ett  $\chi^2$ -test gav att hypotesen, att bruset är normalfördelat, inte kunde förkastas på en signifikansnivå 0.05. En normalfördelningsplot över mätbruset kan ses i Figur 3.2.



Figur 3.2: Normalfördelningsplot över brus från insamlad mätdata.

### Begynnelsevillkoren $\mathbf{x}_0$ och $P_0$

Ballongen placeras vid mätningens start stillastående i origo (huvudets mitt). Således är ballongens initialstånd:

$$\mathbf{x}_0 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

Då antenssignalerna  $\mathbf{z}_k$  inför varje mätning skalas om för att matcha  $\mathbf{z}_0$  med  $\mathbf{x}_0$  enligt:

$$\mathbf{z}_0 = h(\mathbf{x}_0) \quad (3.12)$$

så innebär det att mätdata initialt är väldigt tillförlitlig. Följaktligen sätts kovariansmatrisen av mätuppskattningens osäkerhetens begynnelsevillkor  $P_0$  till en  $4 \times 4$ -nollmatris.

**Jacobimatrisen  $H_k$  i EKF**

De partiella derivatorna i Jacobimatrisen beräknas enligt (3.13). Gränsvärdena i (3.13a) och (3.13b) approximeras genom att  $\Delta x$  respektive  $\Delta y$  sätts till ett mycket små tal. Då  $h_\Lambda$  ej explicit beror av  $\dot{x}$  eller  $\dot{y}$  blir (3.13c) respektive (3.13d) lika med noll.

$$\left. \frac{\partial h_\Lambda}{\partial x} \right|_{\mathbf{x}_k} = \lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{h_\Lambda(\mathbf{x}_k + [\Delta x, 0, 0, 0]^T) - h_\Lambda(\mathbf{x}_k)}{\Delta x} \quad (3.13a)$$

$$\left. \frac{\partial h_\Lambda}{\partial y} \right|_{\mathbf{x}_k} = \lim_{\Delta y \rightarrow 0} \frac{h_\Lambda(\mathbf{x}_k + [0, 0, \Delta y, 0]^T) - h_\Lambda(\mathbf{x}_k)}{\Delta y} \quad (3.13b)$$

$$\left. \frac{\partial h_\Lambda}{\partial \dot{x}} \right|_{\mathbf{x}_k} = 0 \quad (3.13c)$$

$$\left. \frac{\partial h_\Lambda}{\partial \dot{y}} \right|_{\mathbf{x}_k} = 0 \quad (3.13d)$$

## 4 Metod

Arbetsgången som följdes i projektet var i stora drag:

1. Studerade hur signalamplituderna förändrades utifrån ballongens position genom att använda ett färdigbyggt LABVIEW-program.
2. Konstruerade ett eget LABVIEW-program från grunden som sparade ner rådata i matriser, samt där parametrar som frekvenssvepområde, antal antenner och dyl. enkelt kan ändras vid behov.
3. Gjorde ett flertal mätningar med uppställningen där ballongen flyttades runt i plasthuvudet och datan från antennerna sparades ner. Datatan analyserades i efterhand i MATLAB, och Kalmanfiltret byggdes upp för att kunna rena dessa signaler samt ge ballongens positionförändringar.
4. Kalmanfiltret implementerades i LABVIEW för att kunna använda uppställningen i realtid.

Processen beskrivs mer ingående i detta avsnitt, där val av metoder och algoritmer motiveras utifrån svårigheter och problem som projektet medfört.

### 4.1 Experimentuppställning

Instrumentet som användes för att mäta och analysera antennsignalerna var en *Strokefinder R10*. Förenklat var detta en dator integrerad med en multiplexer och en nätverksanalysator som möjliggjorde att tolv antenner kunde kopplas till datorns panel. Med dessa antenner gjordes sedan mätningarna. Ett fotografi på uppställningen kan ses i Figur 4.1.

Ballongen var fasttejpade på en ihålig pinne som i sin tur var fäst på en kula i bottenplattan på plasthuvudet. Detta fungerade som en kulle, varför ballongen rörde sig på ytan på en sfär och inte i ett plan inuti plasthuvudet. Genom det ihåliga röret kunde luft pumpas in och ut för att blåsa upp och tömma ballongen.

#### 4.1.1 Vad som mäts

Ett virtuellt instrument i LABVIEW kan ställa om hur portarna står på instrumentet, och det är detta som styr vilken antenn som skickar ut signaler och vilken som tar emot. (Dessa kommer framöver i rapporten betecknas som *sändare* respektive *mottagare*) Således är det med instrumentet möjligt att mäta *transmission* mellan sändaren och mottagaren, eller *reflektion* där samma antenn agerar både mottagare och sändare.

Vid varje mätning sveps ett frekvensområde som bestäms av VI:et. Det tillåtna intervallet – som begränsas av patchantennerna – för frekvensen  $\nu$  är 0.1 till 3 GHz. Rådatan



Figur 4.1: Ett fotografi över experimentuppställningen. Instrumentet i mitten är en Strokefinder R10.

som erhålls när instrumentet körs är den komplexa impedansen i kabeln från lyssnaren. Den innehåller två mätbara egenskaper: *amplitud* och *fasföskjutning*, se Avsnitt 2.1.3.

#### 4.1.2 Antenn-placering

Antennerna placerades på plasthuvudet som i Figur 4.2. Här definieras även hur koordinatsystemet i Kalmanfiltret är lagt i förhållande till huvudet.

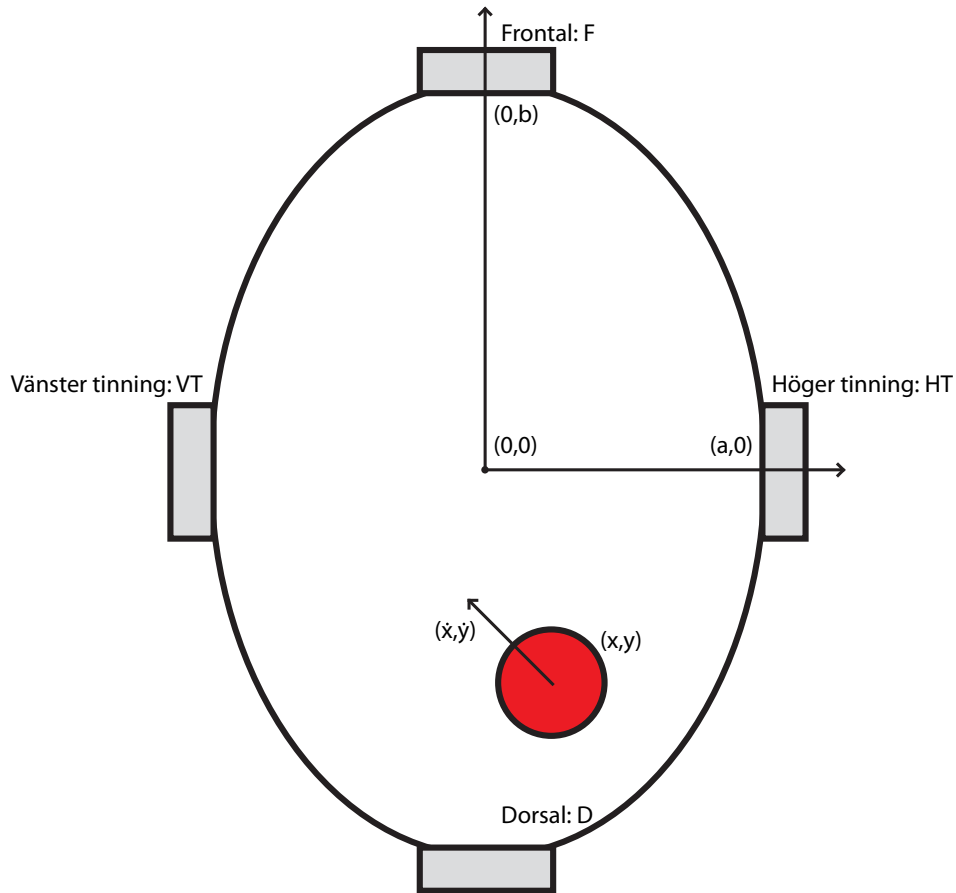
Denna placering av antennerna antogs kunna ge en position inom området som åskådliggörs i Figur 4.3. I de gråa områden säger den fysikaliska modellen att inget antenssvar är högre än 20 % av dess maximala teoretiska utslag, och signal-brusförhållandet skulle göra det svårt för Kalmanfiltret att hitta en specifik position hos ballongen.

Vid förflyttning av ballongen är det lätt att experimentuppställningen rör på sig. För att reducera dessa störningar oljades kulaxeln in som ballongen i förlängningen satt på för att minska friktionen. Antennerna tejpades fast ordentligt på respektive position för att undvika intern rörelse då det förstör den initiala kalibrering som beskrivs i Avsnitt 4.2.

Det var också viktigt att antennerna var fästa på en så plan yta som möjligt, då en konvex yta ger dåligt antenssvar. Detta togs i särskild beaktning vid monteringen av pann-antennen, då den behövde placeras vid näsroten för att sitta i ballongens rörelsesplan.

## 4.2 Datastudie

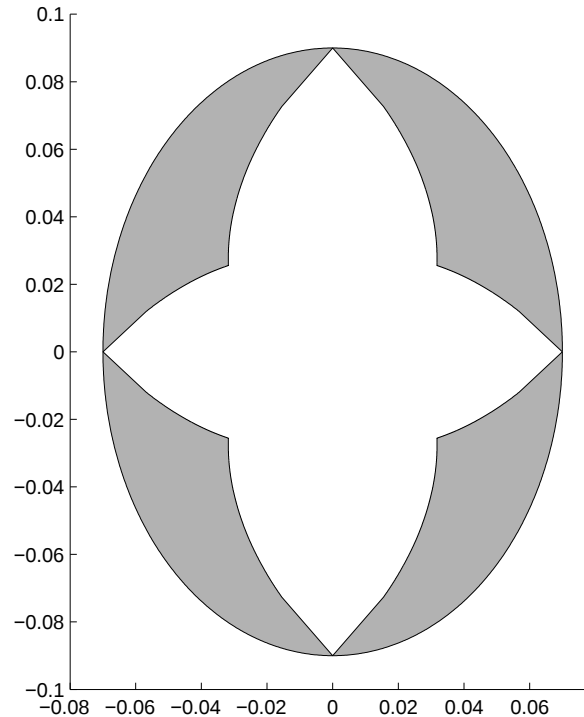
För att skapa en utgångspunkt för problemet så inleddes projektet med att studera hur antenssvaret förändrades när en ballong blåstes upp och tömdes igen. Då användes



Figur 4.2: Enkel illustration över hur antennerna var placerade på plasthuvudet och hur koordinatsystemet definierades.

endast två patch-antennor som var placerade på höger respektive vänster tinning (*HT* resp. *VT*). Vid det här momentet valdes Kalmanfiltret som signalbehandlingsmetod (Avs. 4.2.4), samt att fokusera på den fysikaliska modellen för reflektionsdatan (Avs. 4.2.6).

När antalet antenner utökades till fyra inriktades målet mot att bygga upp ett Extended Kalman Filter i MATLAB av rådatan som samlades in med ett virtuellt instrument i LabVIEW.



Figur 4.3: Om ballongens mittpunkt är positionerad inom det vita området erhålls minst en stark signal (20 % av dess maximala teoretiska utslag) från någon antenn enligt den fysikaliska modellen. Utanför detta område antogs inte ballongen kunna positioneras utifrån den antennplacering som kan ses i Figur 4.2.

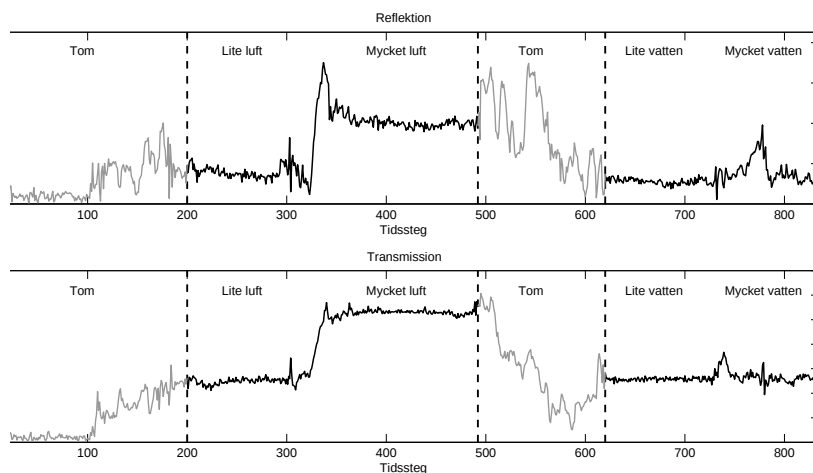
#### 4.2.1 Hantering av rådata

All data som samlades in från instrumentet var på komplex form. Vid starten på varje mätning var ballongen tom och placerad så att den inte påverkade signalerna; detta fungerade som referensmätning. Ett komplext medelvärde av denna referens drogs bort från resten av mätningen, och absolutbeloppet av detta tal togs. Samtlig data som presenteras är behandlad på detta sätt, om inget annat anges.

#### 4.2.2 Uppskattning av påverkan från ballongens material

Eftersom syftet var att kunna plotta ballongens rörelse utifrån att luftens dielektriska egenskaper skiljde sig från vattnets så utfördes först en mätning för att utesluta att det främst var gummit på ballongen som påverkade antennsvaret. Detta illustreras i Figur 4.4 där transmission och reflektion mättes vid en frekvens på 1.45 GHz. Vid tids-

steg 350 och 740 fylldes ballongen på med mer luft respektive vatten vilket till synes endast resulterade i att reflektionen vid luftpåfyllnaden påverkades märkbart. Utifrån den stora skillnaden i signalsvar mellan luft och vatten vid reflektionsmätningen antogs ballonggummits påverkan försumbar.



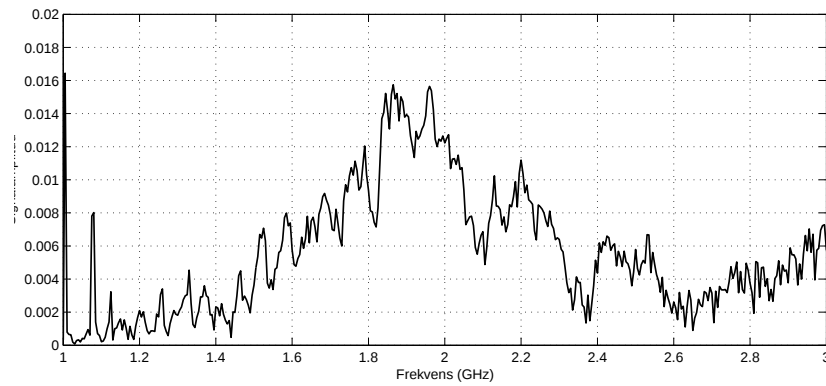
Figur 4.4: Graf över amplitudskillnaden mellan en ballong fylld med luft resp. vatten vid en reflektions- och en transmissionsmätning.

Transmissionsmätningen gav som väntat ingen signalskillnad när mer vatten fylldes på vid tidssteg 740, utan skillnaden berodde endast på att signalen tappade styrka vid transmission genom gummit. Amplituden ökade emellertid när mer luft injicerades, vilket förklaras med att signalen dämpas mindre eftersom dämpningskonstanten  $\alpha = 0$  i luft. Således hade transmissionsmätningarna kunnat tänkas vara användbara vid bestämning av ballongens storlek.

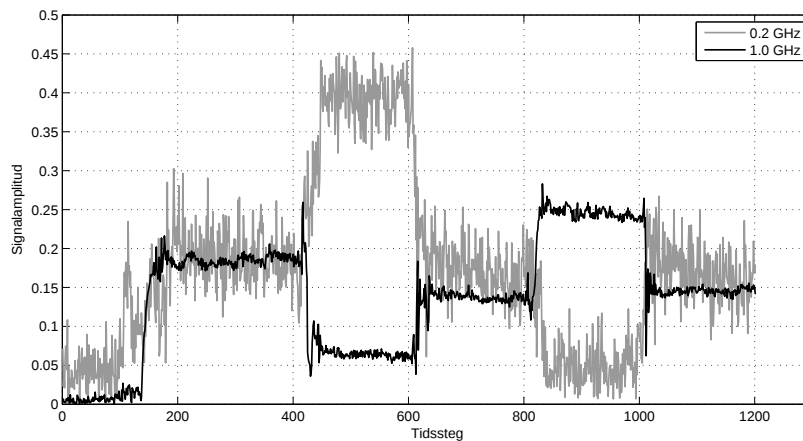
### 4.2.3 Frekvensområde

Vid de första mätningarna med två antenner sveptes ett frekvensområde  $\nu \in [1 \text{ GHz}, 3 \text{ GHz}]$  med 401 ekvidistanta frekvenssteg inom detta intervall. I Figur 4.5 illustreras hur signalvärdet förändras med  $\nu$ , och att amplituden inte var strängt avtagande med ökad frekvens utan snarare periodisk.

Lågre frekvenser (främst  $\nu < 1 \text{ GHz}$ ) gav förvisso starkt signalsvar, men mätbruset ökade väldigt mycket relativt högre frekvenser. En avvägning mellan amplitud och brus gjordes, och frekvensintervallet som sveps i demonstrationsuppställningen valdes slutligen till  $\nu \in [1.37 \text{ GHz}, 1.57 \text{ GHz}]$  med 20 frekvenssteg. En åskådliggöring av detta kan ses i Figur 4.6, där en låg och en hög frekvens från samma antenn och mätning användes. Färförkjutningen blev också tydligare vid låga frekvenser, men valdes i slutändan att inte inkluderas i Kalmanfiltret.



Figur 4.5: Visar hur signalsvaret förändras vid uppblåsning av en tom ballong beroende på frekvens. Nollnivån är lagd för singalstyrkan för en tom ballong.



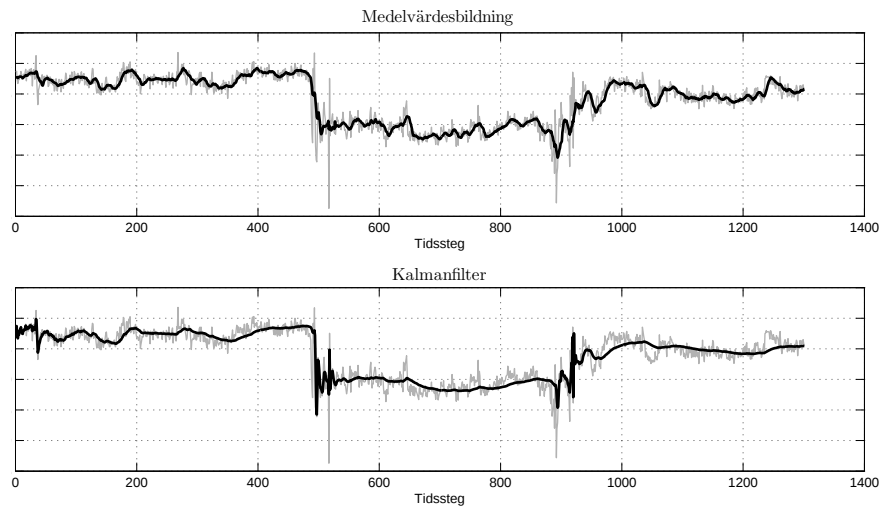
Figur 4.6: Visar skillnaden i brusnivå mellan en låg och en hög frekvens för en reflektionsmätning.

#### 4.2.4 Val av Kalmanfilter som signalbehandlingsmetod

Kalmanalgoritmen är – som beskrivits i Avsnitt 2.2 – ett enormt kraftfullt verktyg inom signalbehandling och visade sig vara väldigt användbart även inom detta projekt. Författarna var obekanta med Kalmanfiltret sedan tidigare, varpå mycket tid lades på att förstå hur det fungerar.

Den ursprungliga tanken var att Kalmanfiltret skulle användas endast till att rensa den brusiga mätdatan, och därefter skulle ballongens position tas fram genom ytterligare metoder. Alternativen till Kalmanfiltret var att konstruera ett lågpassfilter genom FFT eller använda färdigbyggda toolkits som MATLAB och LABVIEW har för att reducera

bruset. Jämförelse av dessa filter applicerade på antenndata visade att Kalmanfiltret gav stabilast resultat. Skillnaden mellan ett enkelt låpassfilter (i form av medelvärdesbildning) och ett Kalmanfilter kan ses i Figur 4.7.



Figur 4.7: Jämförelse mellan två olika signalbehandlingsmetoder: medelvärdesbildning (lågpassfilter) och Kalmanfiltrering. Ingen referens har dragits bort i dessa grafer.

Den största fördelen med Kalmanfiltret var emellertid möjligheten att använda en tillståndsvektor  $\mathbf{x}_k$  vars element inte är av samma storhet som de som mäts i  $\mathbf{z}_k$ . På så sätt hanterades på samma gång både den brusiga datan samt den komplicerade formeln för att kombinera data från alla antenner till en position.

Valet av att endast använda reflektionsdatan samt bestämning av konstanter – det vill säga moment som bygger på analys av experimentell data – redogörs för närmare i avsnitten nedan.

Kalmanfiltret som användes i uppställningen beskrivs närmare i Avsnitt 3.2.

#### 4.2.5 Standardmätning

För att kunna bygga upp ett EKF i MATLAB behövdes data samlas in från instrumentet via LABVIEW. Därför konstruerades ett virtuellt instrument som var kompatibelt med fyra antenner, och den insamlade datan testkördes genom Kalmanalgoritmen under uppbyggnadsfasen i MATLAB.

Mätningarna som huvudsakligen utfördes för ändamålet följde ett specifikt mönster. De inleds med att mäta en referens med en tom ballong, för att sedan fylla upp ballongen och positionera den i tur och ordning enligt:

1. I origo (huvudets mitt), (0,0)

2. Mot antennen vid höger tinning, (6,0).
3. I origo, (0,0)
4. Mot antennen vid vänster tinning, (-6,0).
5. I origo, (0,0)
6. Mot antennen fäst på bakhuvudet (dorsalt), (0,-9)
7. I origo, (0,0)
8. Mot antennen fäst på pannan (frontalt), (0,9)
9. I origo (0,0)

där siffrorna inom parentes är koordinaterna hos varje position angivna i cm.

Anledningen till att dessa positioner valdes var för att antenssvaret var störst vid dessa områden, och det antogs vara en god utgångspunkt. Dessutom var det ett enkelt försök att upprepa.

Att varannan ballongposition valdes till origo var för att se ifall antenssvaret var konstant genom hela mätningen. Det var således en kontroll som visade att antennerna eller dess kablar inte hade stöts till under mätningen, samt för att påvisa eventuell drift i mätdata.

#### 4.2.6 Reflektion, transmission och fasförskjutning

Samtliga mätbara egenskaper som nämns i rubriken innehåller användbar information vid framtagningen av ballongens position. För att kunna utnyttja dessa egenskaper i Kalmanfiltret så ställdes emellertid följande krav upp:

1. Att en fysikalisk modell går att ta fram för att kunna beskriva signalsvaret utifrån ballongens position
2. Att en noterbar ballongförflyttning ger signalsvar som är större än mätbruset.

Utifrån dessa krav bedömdes att endast reflektionsdata kunde utnyttjas i Kalmanfiltret.

Transmissionsmätningarna ansågs inte tillräckligt stabila och var väldigt brusiga, men framförallt var det svårt att hitta en modell som kunde förklara amplitudsvaren vid ballongförflyttningarna. Transmissionen valdes därmed att förkastas utifrån krav 1.

Fasförskjutningsmätningen såg initialt lovande ut, och implementerades även i Kalmanfiltret i MATLAB under en period. Modellen som ställdes upp antog en lineär förändring med avståndet  $R$  till antennen enligt:

$$\phi_k = konst \cdot R_k^\Lambda + 2\pi n \quad n = 0, \pm 1, \pm 2, \dots \quad (4.1)$$

där  $\phi_k$  var fasförskjutningen vid  $k$ :te mätningen för antenn  $\Lambda$ . En så här förenklad modell stämde dock för dåligt överens med mätdata, förutom då ballongen befanns sig i närheten av origo. Detta var emellertid ett område som den fysikaliska modellen för reflektionsdata redan kunde beskriva tillräckligt väl. Således gjorde implementationen av fasförskjutningen i filtret mer skada än nytta – åtminstone med modellen som beskrivs i Ekv. 4.1 – och den beslöts att inte användas i demonstrationsuppställningen.

I Figur 4.8 ses data från en mätning som visar transmissionen, reflektionen samt fasförskjutningen från reflektionsmätningen för olika positioner hos ballongen. Gemensamt för alla grafer är att signalamplituden är lika stor vid alla tillfällen ballongen är positionerad i origo. Detta indikerar på att mätningen gav stabil data. Reflektions- och fasförskjutningsmodellerna säger att signalen ökar med minskat avstånd till antennen. För reflektionskurvan så stämmer det väl, men fasförskjutningen var inte lika bra. Framförallt för den dorsalt placerade antennen, så förväntades position 2 och 4 ge ungefär samma utslag men istället gav position 2, 6 och 8 liknande värden. Ingen förklaring kunde ges till detta, varför fasförskjutningen inte kunde användas i filtret. Transmissionsdata är väldigt brusig, och hade förväntats att ge samma utslag oavsett var ballongen befann sig på en rak linje mellan antennerna. Det hade därför räknats med att position 6 och 8 skulle ge samma signalsvar från båda kurvor, vilket inte skedde. Därav övergavs också idén om att använda transmissionen i Kalmanfiltret.

#### 4.2.7 Framtagning av konstanter

Konstanterna som behövde bestämmas var de som förekommer i Ekv. (3.7), det vill säga  $\alpha(\omega)$ ,  $\gamma$  samt  $C_0^\Lambda(\omega)$ .

Värdena på dessa konstanter togs fram genom analys av mätdata. De har dock justerats något för att i slutändan optimera Kalmanfiltret, men storleksordningarna är de samma.

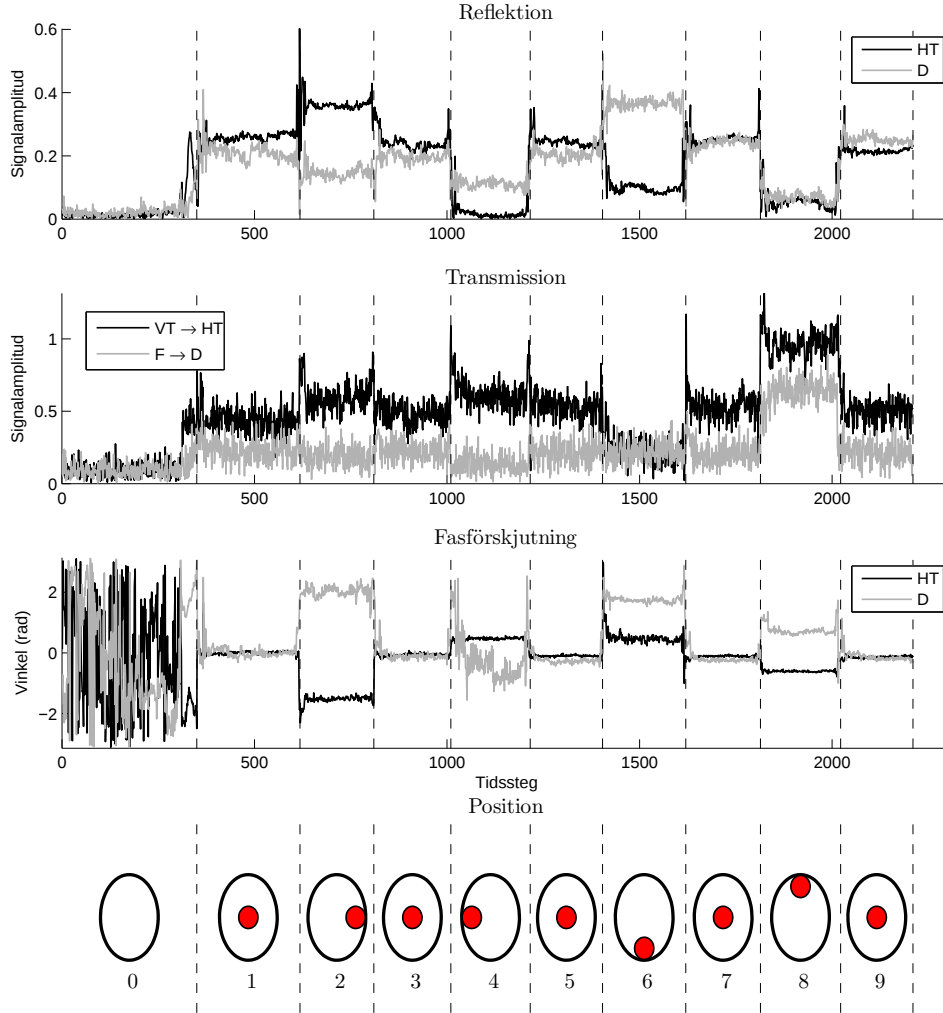
**Konstanterna  $\alpha(\omega)$  och  $C_0^\Lambda(\omega)$ .**

Frekvensberoendet hos dessa konstanter försumrades vid implementeringen av filtret, då förhållandet mellan de använda frekvenserna var litet.

Analytiskt beräknades  $\alpha(\omega)$  enligt Ekv. (2.6) till  $5.4 \text{ m}^{-1}$  för  $\nu = 1.4 \text{ GHz}$  med uppskattad konduktivitet för vattnet på  $\sigma \approx 0.08 \text{ S/m}$  (estimering utifrån angivna värden i *Fundamentals of Engineering Electromagnetics* av D. K. Cheng. Experimentellt bestämdes det genom att jämföra två signalsvar när ballongen låg på olika avstånd  $R$  med  $\theta = 0$  från antennen. Detta gav ett värde på konstanten till  $\alpha = 6.7 \text{ m}^{-1}$ .

De antennspecifika konstanterna  $C_0^\Lambda(\omega)$  var tänkt att motsvara signalbortfallet relativt referensen (se Figur 3.1) och beräknades enligt:

$$C_0^\Lambda = I_n e^{-4\alpha R_0^\Lambda} \quad (4.2)$$



Figur 4.8: Visar reflektions-, transmissions- och fasförskjutningsdata utifrån ballongens position vid en mätning.

där  $R_0^\Lambda$  betecknar avståndet till origo från antenn  $\Lambda$ , och  $I_r$  är en konstant eftersom reflektionskoefficienten för plast inte är densamma som för gummi. Detta  $I_r$  togs fram först när modellen var implementerad i filtret, då det undersöktes vilket värde som gav bäst resultat. Med  $R_0^{HT} = R_0^{VT}$  samt  $R_0^D = R_0^F$  valdes konstanterna som kan ses i Tabell 4.1, och det var dessa värden som användes i filtret.

Tabell 4.1: Värdena på  $C_0$  som användes i Kalmanfiltret.

| Antenn $\Lambda$ | Konst. $C_0^\Lambda$ |
|------------------|----------------------|
| HT               | 0.09                 |
| VT               | 0.09                 |
| D                | 0.05                 |
| F                | 0.05                 |

### Modellering av vinkelberoendet hos antennernas strålning

Antennerna som används är, som tidigare nämnts, riktade på så sätt att signalstyrkan avtar när objektet förflyttas så att en vinkel uppstår mellan riktningen till ballongen och antennens normalriktning. Detta beroende modelleras enligt  $e^{-\gamma\theta^2}$  för en konstant  $\gamma > 0$ . Denna konstant bestämdes experimentiellt genom att en antenn monterades på så sätt att ett objekt kunde, framför antennen, förflyttas till olika positioner med konstant avstånd. Reflektionen som uppstod av objektet mättes för olika vinklar mot antennens normalriktning. Den logritmerade mätdata som en funktion av vinkel anpassades till ett andragradspolynom. Koefficienterna blev försumbart små förutom för andragrads termen. När värdena för tio frekvenser i det område där mätningarna normalt sker slogs samman kunde konstanten  $\gamma$  bestämmas till  $2.54 \text{ rad}^{-2}$ .

Experimentellt uppmätta värden kan ses tillsammans med det modellerade  $e^{-\gamma\theta^2}$  i Figur 4.9.

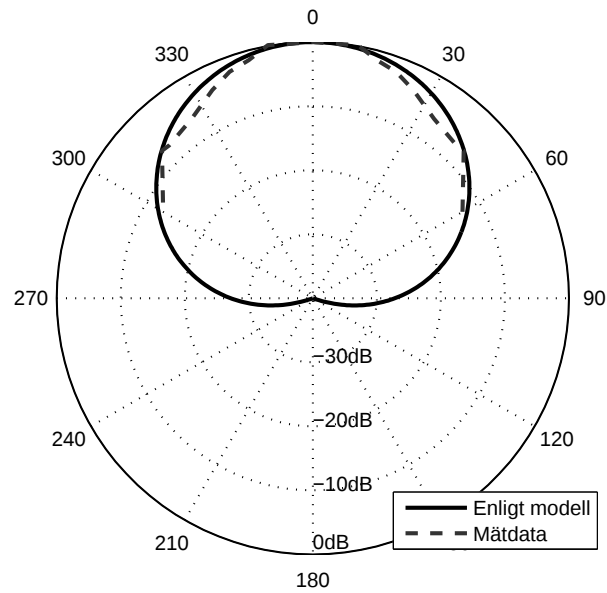
## 4.3 Programmering

Den matematiska programmeringen i projektet utfördes först i MATLAB, eftersom det ansågs smidigast och var den miljö som författarna hade mest erfarenhet av. När Kalmanfiltret hade utvecklats i MATLAB implementerades i LABVIEW.

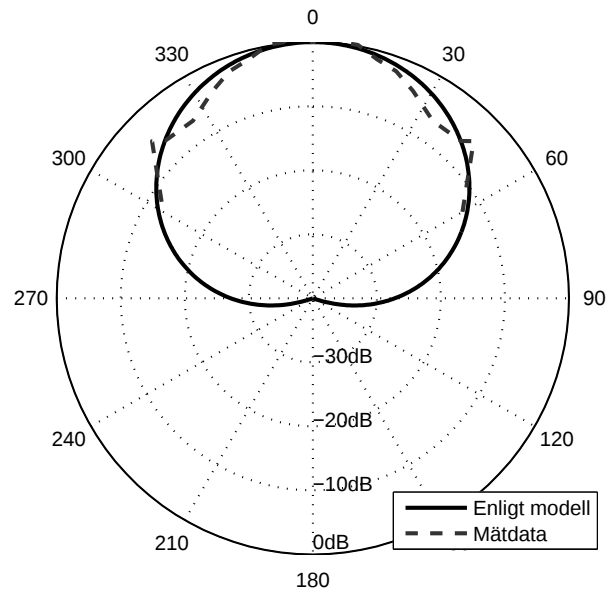
### 4.3.1 Utvecklingen av EKF i MATLAB

Det extenderade Kalmanfiltret konstruerades i samband med att den fysikaliska modellen togs fram som beskrevs i Avsnitt 3.1. Själva algoritmen som användes var densamma som den ordinära Kalmanalgoritmen i Ekv. (2.15), och för att fastställa att metoden fungerade skickades först simulerad data genom filtret. Koordinater skickades genom funktionsmatrisen  $h(\mathbf{x}_k)$  för att simulera mätdata från antennerna, varpå normalfördelat okorrelerat brus lades på varje signal. Detta fungerade bra, och visade även att filtret kunde hantera förhållandevis mycket mätbrus bra så länge modellen  $h(\mathbf{x}_k)$  beskrev mätdata bra.

De enda undantagen från ett ordinärt icke-lineärt Kalmanfilter var de spärrsatser som beskrivs i Avsnitt 4.3.2 nedan. Det var dessa spärrar som till sist gjorde så att systemet upplevdes tillräckligt stabilt för att kunna implementeras i LABVIEW.



(a) Frekvens: 1.48 GHz



(b) Frekvens: 1.5 GHz

Figur 4.9: Gainpattern hos den fysikaliska modellen relativt experimentell data från två olika frekvenser. Experimentet beskrivs i Avsnitt 4.2.7.

### 4.3.2 Spärrar och skalningar i Kalmanfiltret

Den fysikaliska modellen tillåter endast (efter skalning) mätvärden  $< 1$ . Varje gång ballongen förflyttas är det dock stor risk att utövaren stör mätutrustningen, vilket ofta medför så kallade "spikar" i mätddatan. Detta riskerar att Kalmanfiltret anger en otillåten ballongposition (det vill säga utanför plathuvudet) som sedan fortplantar sig genom resten av mätningen.

För att hantera detta krävdes det att kringgå ramarna för ett Extended Kalman Filter. Det implementerades två spärr-funktioner inuti algoritmen: en för mätddatan  $\mathbf{z}_k$  och en för tillståndsvektorn  $\mathbf{x}_k$ .

Eftersom filtret utgår både från mätdata och det föregående tillståndet, så innebär det att så fort  $x_k$  eller  $y_k$  blir för stor så försvinner objektet iväg från origo och lyckas inte komma tillbaka innanför huvudet. För att undvika detta lades en spärr in som förhindrar att en otillåten position ges. Den verkar så att ifall Kalmanfiltret uppskattar en position som ligger utanför huvudet (det vill säga ifall  $|\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{b}\right)| > 1$ , där  $a$  och  $b$  är avstånden från origo till tinningen respektive pannan) så sätts a posteriori-värdet på  $\mathbf{x}_k$  till  $\mathbf{x}_0^T = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$ , och går sedan in i filtret igen.

Spärren för mätddatan medförde att  $\mathbf{z}_k$  endast kunde anta värden som tilläts enligt modellen  $h(\mathbf{x}_k)$  (för en position inuti huvudet). Då ballongen placeras nära en antenn blir signalsvaret ofta något för högt, vilket medför att matriselementen i  $P$  ökar i Kalmanfiltret. Detta innebär att osäkerheten kring estimeringen av ballongens position blir stor, vilket gör att ballongen "hoppas" i plotten när den i verkligheten ligger still. Därför implementerades en spärr som verkade genom att om  $z_k^\Lambda > z_{max}^\Lambda \rightarrow z_k^\Lambda = z_{max}^\Lambda$ . Värdet på  $z_{max}$  beror på konstanterna i filtret, men ligger i storleksordning på  $\sim 0.8$ .

För att kunna påverka resultatet under en körning av demonstrationsuppställningen, så lades även möjligheten att skala värdena i  $R$ - respektive  $Q$ -matrisen in i LABVIEW-programmet i realtid. En nedskalning av  $Q$  medför att positionen inte "hoppas" så mycket, men får som konsekvens att responstiden blir längre vid verkliga förflyttningar av objektet. Värdet på matriselement i kovariansmatrisen  $R$  går att skala upp till och med en faktor 5. Ett högt värde på  $R$  medför att filtret värderar mätvärdena lägre och innebär således att filtret kan hantera inkonsistent mätdata bättre.

### 4.3.3 LABVIEW-programmet

Författarna hade tidigare väldigt liten eller ingen erfarenhet av LABVIEW tidigare, varför en stor del av projektet gick åt till att konstruera det program som samlar in och behandlar mätddatan. Själva implementeringen av Kalmanfiltret i LABVIEW tog dock relativt kort tid att göra då algoritmerna och framtagningen av  $R$  och  $Q$  skedde på samma sätt som tidigare i MATLAB.

Ett enkelt flödesschema för LABVIEW-programmet kan ses nedan:

1. Initialisering av instrumentet; laddning av kalibreringsfil och portadresser.

## 2. Steg 1 av kalibreringen

Programmet samlar in mätdata från ett tomt huvud för att skapa en referens. Antalet kalibreringspunkter ställer användaren själv in i front-panelen.

## 3. Steg 2 av kalibreringen:

Ballongen blåses upp och placeras i origo. Lika många mätpunkter som i första kalibreringssteget samlas in.

## 4. Mätningen startar.

Det komplexa medelvärde från kalibrering 1 dras bort från alla mätdata, och absolutbeloppet av detta tas. Detta värde divideras med absolutbeloppet av det komplexa medelvärde från kalibrering 2.

Den nya mätdata går in i Kalmanfiltrer och ger en position från ballongen.

Under mätningarna så öppnas och stängs portarna flera gånger vilket ger ifrån sig ett hemskt ljud. För att bespara hårdvaran och öronen så skrevs switchlistorna för antennportarna så att så få portbyten skulle behövas göras vid varje mätning.

## 5 Resultat

Som resultat ses i första hand den framtagna demonstrationsuppställningen, men även designen på Kalmanfiltret. Därav inkluderas även simuleringar i MATLAB i denna sektion.

### 5.1 MATLAB-simuleringar

Den simulerade data som användes för att testköra Kalmanfiltret i MATLAB (Avs. 4.3.1) kan ses i Figur 5.1 med standardavvikelse 0.03 på det pålagda mätbruset samt Figur 5.2 med standardavvikelse 0.1. För mätbrus med högre standardavvikelse än 0.12 så klarade inte längre filtret att ange en korrekt position.

### 5.2 Demonstrationsuppställningen

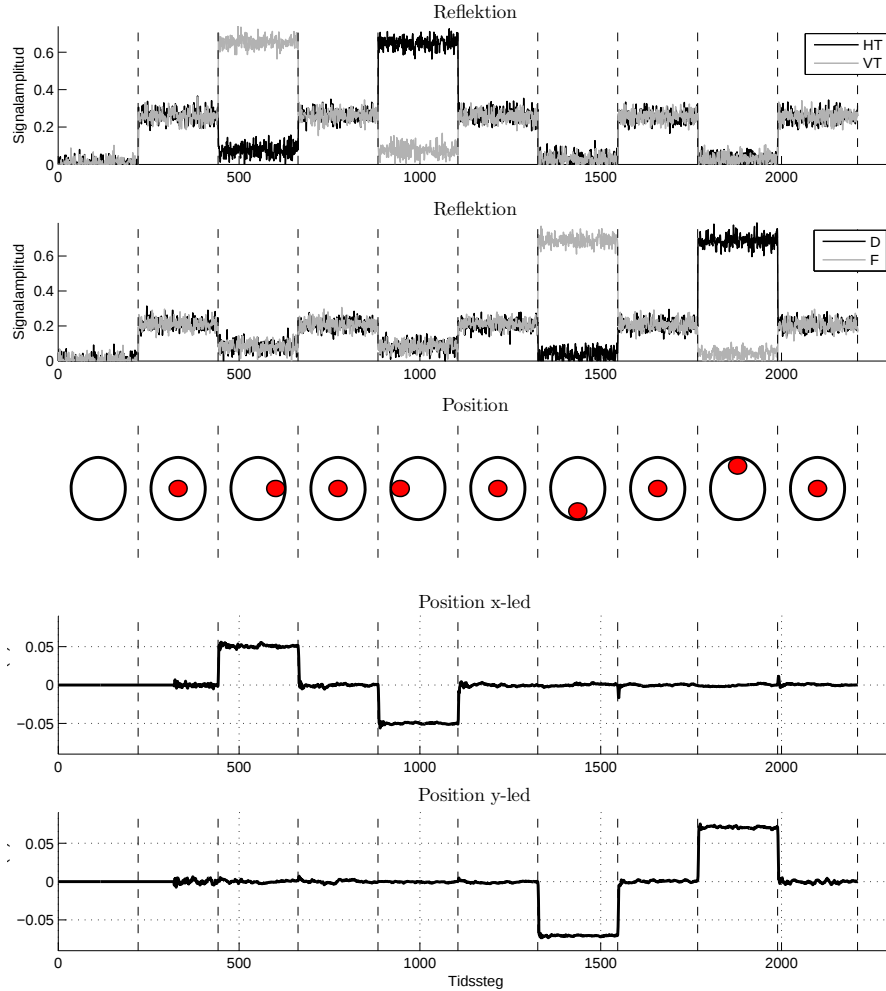
Den slutliga uppställningen fungerar bra inom de områden som ses i Figur 5.3. Då ballongen placeras i ett av de mörkare områdena i figuren (det vill säga i origo eller mot en av antennerna) så kan dess position bestämmas med liten osäkerhet. Inom de helvita områdena i figuren har programmet svårt att ge någon tillförlitlig. Istället ökar elementen i  $P$ -matrisen väldigt mycket, vilket gör att den plottade ballongens inte kan stabiliseras.

Systemet störs varenda gång användaren går fram till experimentuppställningen för att flytta ballongen, vilket medför att den positionsestimeringen blir sämre i det ögonblicket. För de mörkaste områdena i Figur 5.3 kan filtret hantera detta utan problem, men i något ljusare sektioner kan användaren behöva avlägsna sig från uppställningen för att systemet ska stabiliseras. Värdena på  $Q$ - och  $R$ -reglagen är till god hjälp ifall systemet blir instabilt då ett sänkt värde på  $Q$ - respektive ett höjt värde på  $R$ -reglaget medförde stabilisering.

Resultaten från en körning kan ses i Figur 5.4, där de erhållna  $x$ - och  $y$ -koordinaterna för varje tidssteg plottas.

En jämförelse mellan fotografier och resultatet i form av skärmdumpar på programms anänvdargränssnitt kan ses i Figur 5.5.

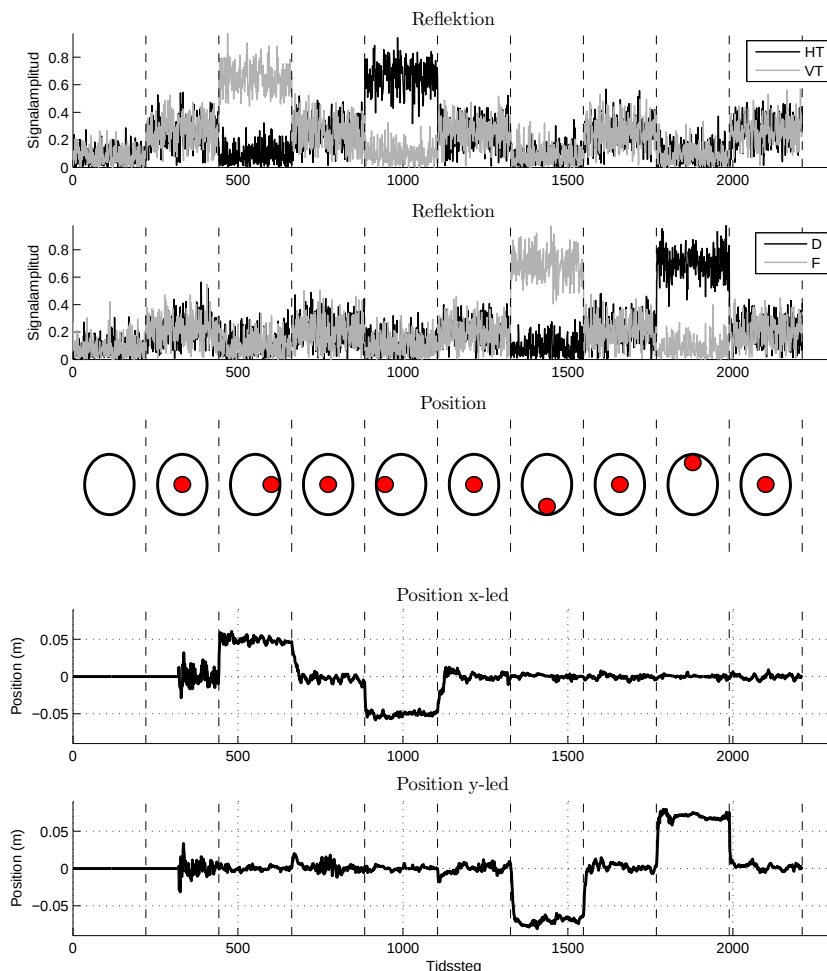
En manual för demonstrationsuppställningen hittas i Appendix A där reglage, grafer och konstanter i LABVIEW-programmet förklaras.



Figur 5.1: Simulerad mätdata som visar Kalmanfiltrets brushanteringsförmåga. Mätdata är framtagen genom att låta  $x$ - och  $y$ -koordinater gå igenom omvandlingsmatrisen  $h(x, y)$  och sedan lägga på normalfördelat brus med standardavvikelsen 0.03.

## 6 Diskussion

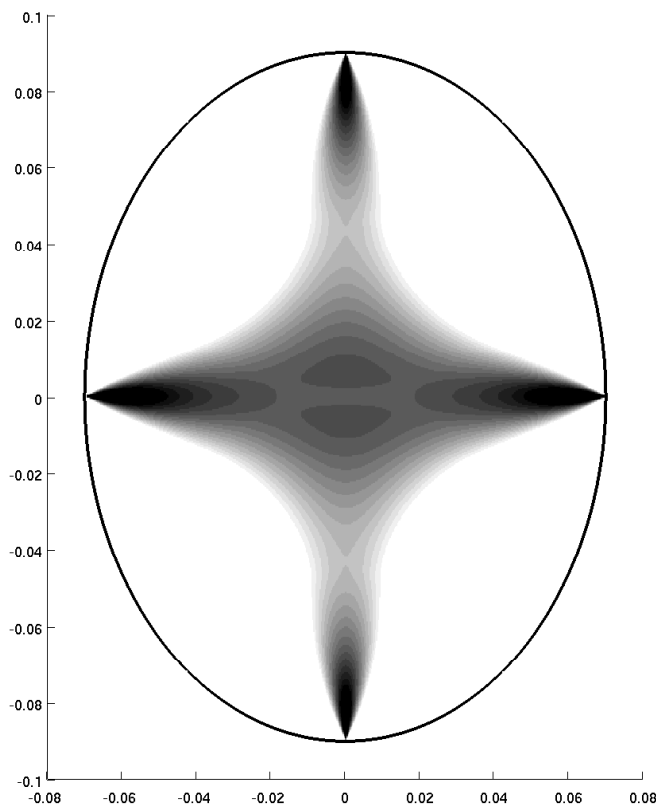
I detta avsnitt diskuteras resultatet med huvudsaklig utgångspunkt från Kalmanfiltret, samt hur väl projektets syfte uppfylldes.



Figur 5.2: Simulerad mätdata som visar Kalmanfiltrets brushanteringsförmåga. Mätdata var framtagen genom att låta  $x$ - och  $y$ -koordinater gå igenom omvandlingsmatrisen  $h(x, y)$  och sedan lägga på normalfördelat brus med standardavvikelsen 0.1.

## 6.1 Demonstrationsuppställningen

För att uppställningen skulle gå att använda krävdes att antennerna satt still under hela mätningen för att inte kalibreringen skulle fallera. Detta medförde att ingen av de hjälmar eller mössor med fästen för antenner gick att använda i detta projekt; inte nödvändigtvis för att de inte höll antennerna stabilt på plats utan för att antennfästena inte var placerade på önskade positioner. Därav användes eltejp för att fästa antennerna



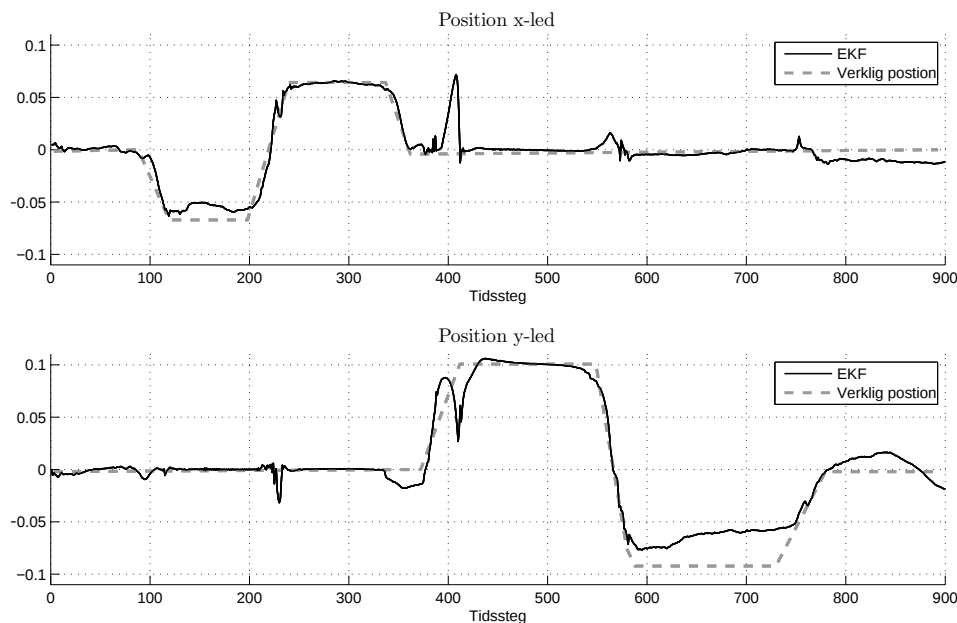
Figur 5.3: Illustrerar det observerade område där uppställningen klarar av att positionsbestämma ballongen. Mörkare områden betecknar bättre noggrannhet, medan i vita områden gick ballongen inte att positionera alls.

på plasthuvudet. Det hade varit smidigt med någon form av specialbyggd mössa för att hålla fast antennerna, då det hade gjort uppställningen enklare att montera vid varje demonstration. Det hade även låst antennerna i de positioner på plasthuvudet som filtret designades för.

Om ballongen flyttas snabbt händer det ibland att det tar lite tid för systemet att reagera eftersom filtret måste urskilja en rörelse från mätbrus. Att ballongen “fastnar” beror på att när filtret väl reagerat står den verkliga ballongen redan still igen. Det innebär att

$$\dot{z}_k^\Lambda \approx \dot{h}_\Lambda(\mathbf{x}_k) \approx 0$$

vilket lurar filtret till att tro att den redan anger rätt position. Att mätdatahastigheten  $\dot{z}_k^\Lambda$  ändå är implementerat i filtret beror på att den – med samma resonemang som ovan



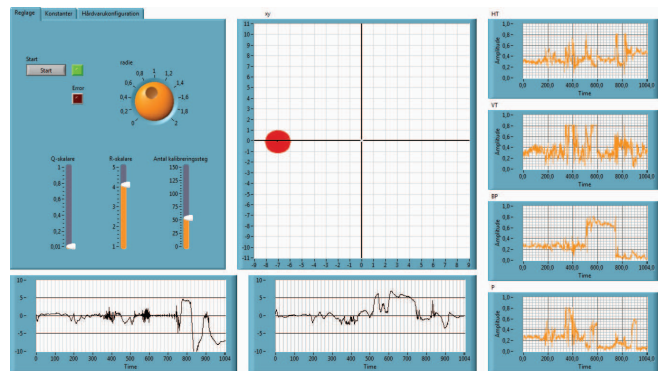
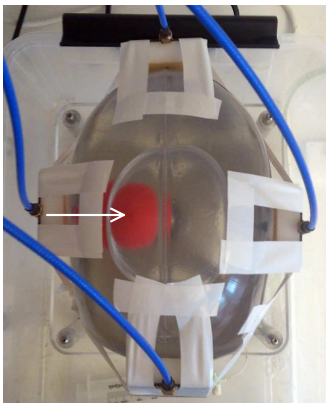
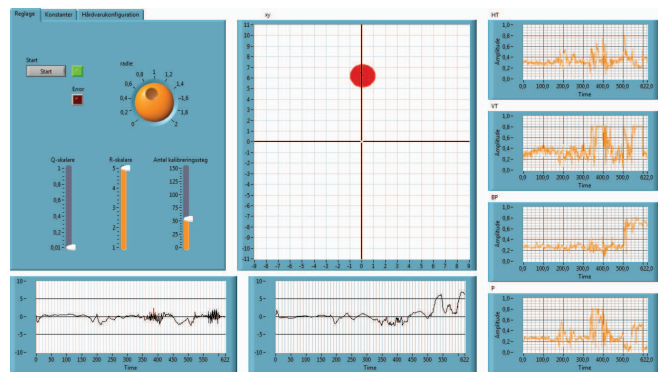
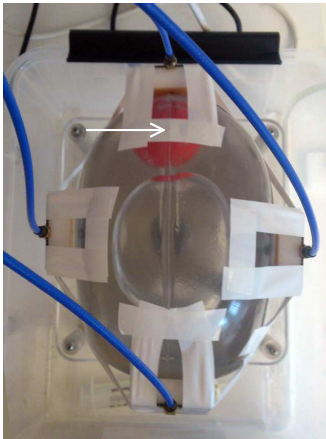
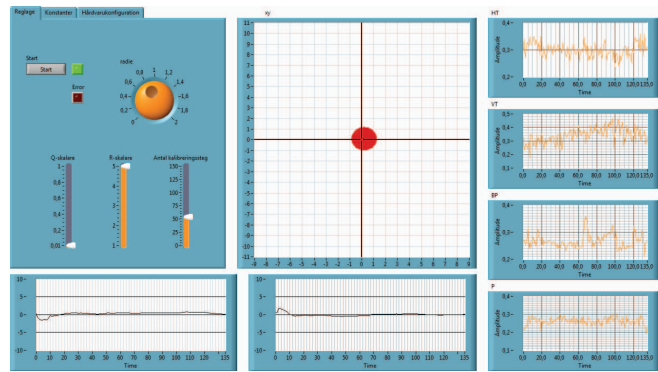
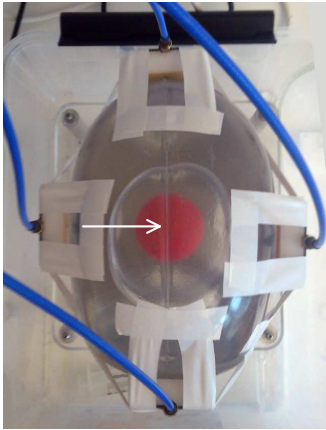
Figur 5.4: Koordinater insamlade från en körning med demonstrationsuppställningen. Den streckade linjen svarar mot positionen hos den riktiga ballongen.

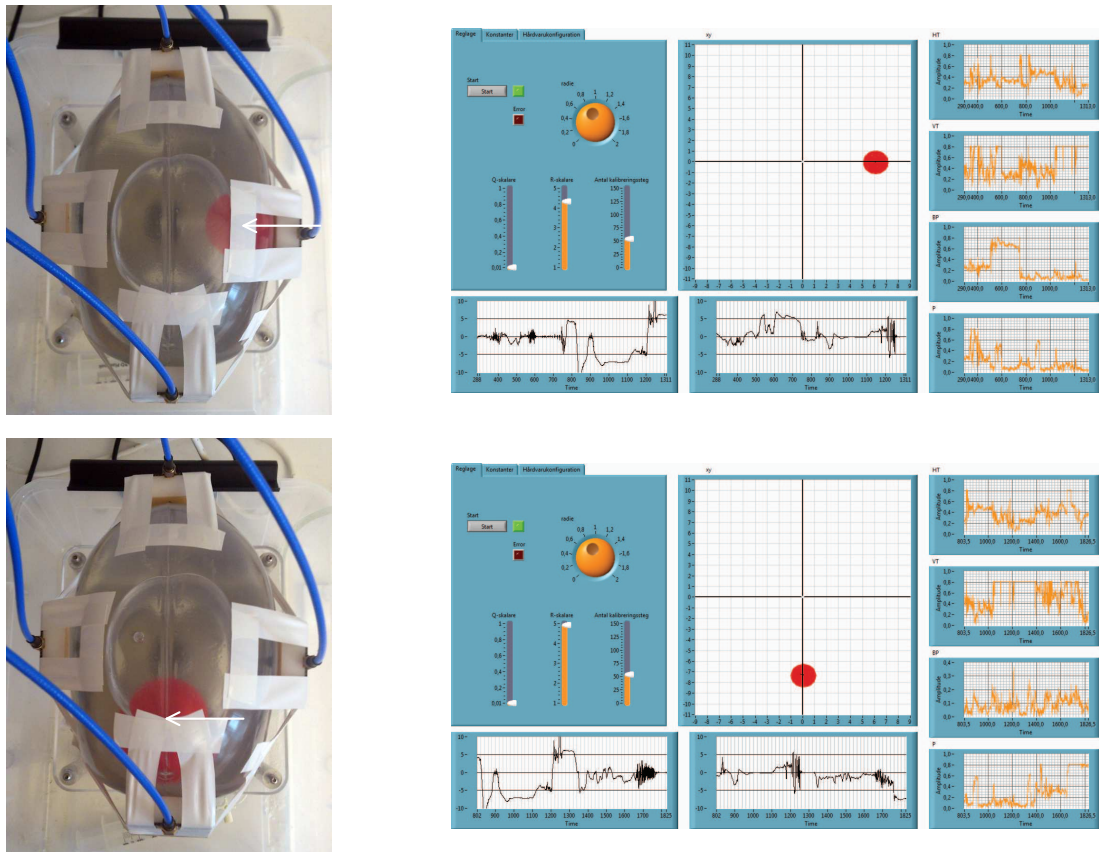
– bidrar till att stabilisera positionen.

Då människor rör sig i en nära omgivning till antennerna och dess kablar uppstår stora störningar av mätdatan. Filtret kunde hantera dessa störningar väl, men om ballongen flyttades oförsiktigt kunde dessa båda faktorer tillsammans göra så att filtret inte längre lyckades bestämma sig för en position. Detta är ett problem då utrustningen är tänkt att användas på mässor bland folk, och författarna rekommenderar att en person med lite användarvana manövrerar ballongen.

### 6.1.1 Detektionsområde

Området som objektet kunde positionsbestämmas i var begränsat till den som sektion som målades upp i Figur 5.3. Det var något snävare än det teoretiska område som illustrerades i Figur 4.3, som baserades på att det krävdes minst en relativt stark registrerad antennsignal för Kalmanfiltret att fungera. Förklaringen till skillnaden antas ligga i att modellerandet av vinkelberoendet inte stämde tillräckligt bra med verkligheten, samt att signalen behövde vara något starkare än 20 % av maximaltutslag som antogs. Att positioneringen fungerade väl i origo berodde på att kalibreringen utgick från denna punkt. Filtret fungerar med andra ord för samma område som det utvecklades utifrån i MATLAB.





Figur 5.5: Jämförelser mellan skärmdumpar från LABVIEW-programmet och fotografier under en körning av demonstrationsuppställningen.

Antalet antenner som fanns att tillgå var dessvärre begränsat till fyra stycken, varför det teoretiska detektionsområdet inte kunde göras större. Ett Kalmanfilter för att hantera fem antenner utformades i MATLAB – med två antenner på varje tinning och en dorsalt placerad – men fick tyvärr aldrig testas på riktig data. Anledningen till att antennen placerad på pannan plockades bort var för att signalsvaret upplevdes som svagt vid många mätningar, medan det var betydligt enklare att fästa antenner på tinningarna. Tillägg av fler antenner hade teoretiskt gett ett större detektionsområde samt bättre noggrannhet. Det hade varit väldigt intressant att få se vilket resultat en extra antenn hade gett.

## 6.2 Kalmanfiltret

Fördelen med att använda Kalmanfiltrering som signalbehandlingsmetod låg definitivt i möjligheten att filtret direkt kunde omvandla brusig antenndata till en ballongposition. Självva mätbruset hade antagligen kunnat reduceras genom kombinationen av att ställa ner instrumentets samplingsfrekvens samt ett lågpasfilter. För att erhålla en position hade dock ändå ett överbestämt system behövt lösas efter varje mätning. Kalmanfiltret gör allt detta och tar samtidigt hänsyn till den föregående positionen samt ballongens dåvarande hastighet.

Uppbyggnaden av Kalmanfiltret i MATLAB var den del av projektet som tog avsevärt mest tid. Framförallt var framtagningen av konstanterna och val av frekvens mödosamt, då små förändringar i dessa kunde medföra stora skillnader i noggrannheten av positionsbestämningen.

### 6.2.1 MATLAB-simuleringar

Testerna av det icke-lineära Kalmanfiltret i MATLAB med den simulerade mätdata visade att filtret hanterade brus väldigt bra. Även med det svaga signal-brusförhållandet i Figur 5.2 så kunde filtret återge en position med god noggrannhet.

Att filtret fungerade så väl berodde emellertid till stor del på att den simulerade datan skapades genom  $h(\mathbf{x})$ . Detta innebar att den fysikaliska modellen  $h(\mathbf{x})$  var perfekt utformad för mätdata, vilken i verkliga fall kan vara väldigt svår att ta fram. Anledningen till att filtret inte klarade av data med högre standardavvikelse än 0.12 för det pålagda normalfördelade bruset härrörde antagligen från att antenn-mätdata  $z_k^\Lambda$  kunde bli väldigt låg och närma sig 0. Den fysikaliska modellen medförde då att:

$$z_k^\Lambda \rightarrow 0 \Rightarrow |(x_k, y_k)| \rightarrow \infty \quad (6.1)$$

vilket fick diagonalelementen i  $P$  (det vill säga osäkerheten i estimeringen av tillståndsvektorn  $\mathbf{x}$ ) att öka okontrollerat; något Kalmanfiltret inte kunde återhämta sig från.

Utifrån Ekv. (6.1) borde eventuellt en undre spärr för ett element  $z_k^\Lambda$  i mätvektorn läggas in, som inte tillåter för låga värden på  $z_k^\Lambda$ .

### 6.2.2 Utvärdering av den fysikaliska modellen

En jämförelse mellan riktig data i Figur 4.8 och simulerad i Figur 5.1 visar på att  $h(\mathbf{x}_k)$  var långt ifrån en perfekt beskrivning av antennsvaret. Särskilt vinkelberoende var svårt att modellera då samtliga frekvenser gav väldigt olika resultat i experimenten som beskrevs i Avsnitt 4.2.7.

Det utgicks från att alla antenner hade samma egenskaper i modellen, vilket nog var ett lite för stort antagande. Eventuellt borde fler kalibreringssteg gjorts i uppstartsfasen av LABVIEW-programmet, där även konstanterna  $\alpha$  och  $\gamma$  bestämdes specifikt för varje

antenn och frekvens. Här hade dock en avvägning behövts göras; fler kalibreringssteg hade eventuellt gjort programmet bättre, men det hade tagit betydligt längre tid att genomföra. Eftersom det är förhållandevis stor risk att förstöra kalibreringen genom att antennerna rör på sig när ballongen förflyttas ska det helst vara snabbt och enkelt att starta om programmet och omkalibrera.

Den största faktorn i problemet att hitta en bra fysikalisk modell låg i att mätdata kunde skilja sig åt avsevärt från mätning till mätning på samma frekvens. Signalsvaret då ballongen låg alldeles intill antennen kunde variera kraftigt mot det förväntade värdet på  $\sim 0.6\text{--}0.7$ . Ingen riktigt bra förklaring hittades för detta, utan istället lades spärrarna som beskrivs i Avsnitt 4.3.2 in för att hantera för höga värden. Ingenting gjordes åt för låga värden på mätdata.

Den bristfälliga fysikaliska modellen bedöms, tillsammans med begränsningen att endast fyra antenner fanns att tillgå, som de faktorer som hade störst negativ inverkan på resultatet.

### 6.3 Syfte

Den framtagna demonstrationsuppställningen uppfyllde syftet på så sätt att den kunde ta fram ballongens position med hjälp av mikrovågsantenn, om än inte i hela huvudet. Författarna bedömer att den går att nyttja som demonstrationsmodell på mässor, men med den begränsning att endast en representant från Medfield Diagnostics får förflytta ballongen. Detta då alltför oförsiktig hantering av uppställningen ofta ledde till störningar som omöjliggjorde positioneringen av ballongen.

### 6.4 Framtida arbete

För att utveckla demonstrationsuppställningen ytterligare hade fokus lagts på att försöka utnyttja mätdata från samtliga frekvenser från varje antenn. I nuläget används endast en frekvens från varje antenn, vilket fungerar acceptabelt med den fysikaliska modellen  $h(\mathbf{x}_k)$ . För att kunna nyttja fler frekvenser hade modellen behövts byggas om från grunden, men hade i slutändan gett ett stabilare system än det nuvarande.

## 7 Slutsats

Projekt har innehållit element från en del kurser under kandidatprogrammet såsom elektromagnetisk fältteori, reglerteknik, matematisk statistik och flervariabelanalys. Förutom att friska upp kunskaper inom dessa områden, har även färdigheter inom programmering i MATLAB och LABVIEW förbättrats avsvärt. Den största behållningen var dock att få lära sig om Kalmanfiltret och dess potential. Det är ett verktyg som kan vara oerhört användbart i framtida studier.

## Referenser

- [1] Nordin E, *Framtidens Strokevård*, Göteborg: Zetterqvist Tryckeri, 2011
- [2] Palmberg E, *Elektromagnetiska Fält i Sammandrag*, Institutionen för Signaler och System: Chalmers University of Technology, Göteborg, 2011
- [3] Cheng D. K, *Fundamentals of Engineering Electromagnetics - International Edition*, 1:a upplagan, Upper Saddle River NJ: Addison-Wesley, 1993
- [4] Scanlan. J. O, *Electrical impedance*, in *AccessScience*, ©McGraw-Hill Companies, 2008, <http://www.accessscience.com.proxy.lib.chalmers.se>, Använd: 2012-04-04
- [5] Hermine N. Akouemo Kengmo Kenfack, B.S. *Analysis of an Air-Spaced Patch Antenna Near 1800 MHz*, Mastersarbete, Marquette University, Milwaukee, WI, 2011
- [6] Balanis C. A, *Antenna Theory: Analysis Design*, 3:e upplagan, Hoboken, NJ: John Wiley & Sons, 2005
- [7] Grewal M, Andrews A,, *Kalman Filtering - Theory and Practice Using MATLAB*, 3:e upplagan, New Jersey: Wiley, 2008
- [8] Catlin D. E , *Estimation, Control, and the Discrete Kalman Filter*, Springer-Verlag, 1:a upplagan, New York, 1989
- [9] Rice J. A, *Mathematical Statistics and Data Analysis, IE*, 3:e Upplagan, Belmont CA: Brooks/Cole, 2007

## A Manual för LabVIEW-programmet

En enkel manual över hur uppställingen fungerar.

### A.1 Variabler

- **Konstant: Förklaring (default-värde)**
- alpha: Dämpningskonstant för vattenfyllt huvud ( $6.5 \text{ m}^{-1}$ )
- gamma: Hur signalen avtar med vinkeln enligt  $e^{-\gamma\theta^2}$  ( $2.5364 \text{ rad}^{-2}$ )
- a: avståndet mellan origo och tinningen (0.07 m)
- b: avståndet mellan origo och pannan (0.09 m)
- Frekvenslista: Väljer vilket frekvenssteg som behandlas för respektive antenn: (HT: 11, VT:11, D: 11, F:11)
- R-skalare: Större värde på R innebär att filtret värderar mätdata lägre (3)
- Q-skalare: Större värde på Q innebär att plotten svarar snabbare, men medför att systemet blir mindre stabilt (0.01)
- Kalibreringssteg: Ställer in hur många mätpunkter som referensmätningarna baseras på (50 st)

### A.2 Användargränssnitt

I Figur A.1 ses gränssnittet för LABVIEW-programmet.

Figur A.1: *Användargränssnittet för LABVIEW-programmet. De fyra plottarna visar rådata från respektive antenn, och de två plottarna längst ner visar x- respektive y-koordinaten för varje tidssteg som Kalmanfiltret estimerar. Error: Lyser ifall programmet vill ange en position utanför plathuvudet.*

### A.3 Användningsstruktur

#### 1. Innan mätning

Placera ut antennerna på rätt port enligt

Tejpa ordentligt. Antennerna måste sitta tätt mot plathuvudet, och kablarna måste tejpas fast så att de ligger still. Varje rörelse på dessa under mätningen innebär antagligen att referensmätningen måste göras om.

Tabell A.1: Vilken port som ska vara kopplad till respektive antenn.

| Antenn               | Port |
|----------------------|------|
| Höger Tinning (HT)   | 1    |
| Vänster Tinning (VT) | 2    |
| Dorsalt (D)          | 3    |
| Frontalt (F)         | 4    |

## 2. Referensmätning.

Töm ballongen och placera den åt sidan så att den stör antennerna så lite som möjligt.

Starta LABVIEW-programmet och försök hålla lite avstånd till antennerna ( $\sim 1$  m) och kablarna ( $\sim 0.5$  m) för att inte störa kalibreringen.

När dialogrutan kommer upp: Fyll ballongen med  $\sim 70$  cc luft och placera den mitt i huvudet.

## 3. Tryck "OK". Nu är körningen igång.

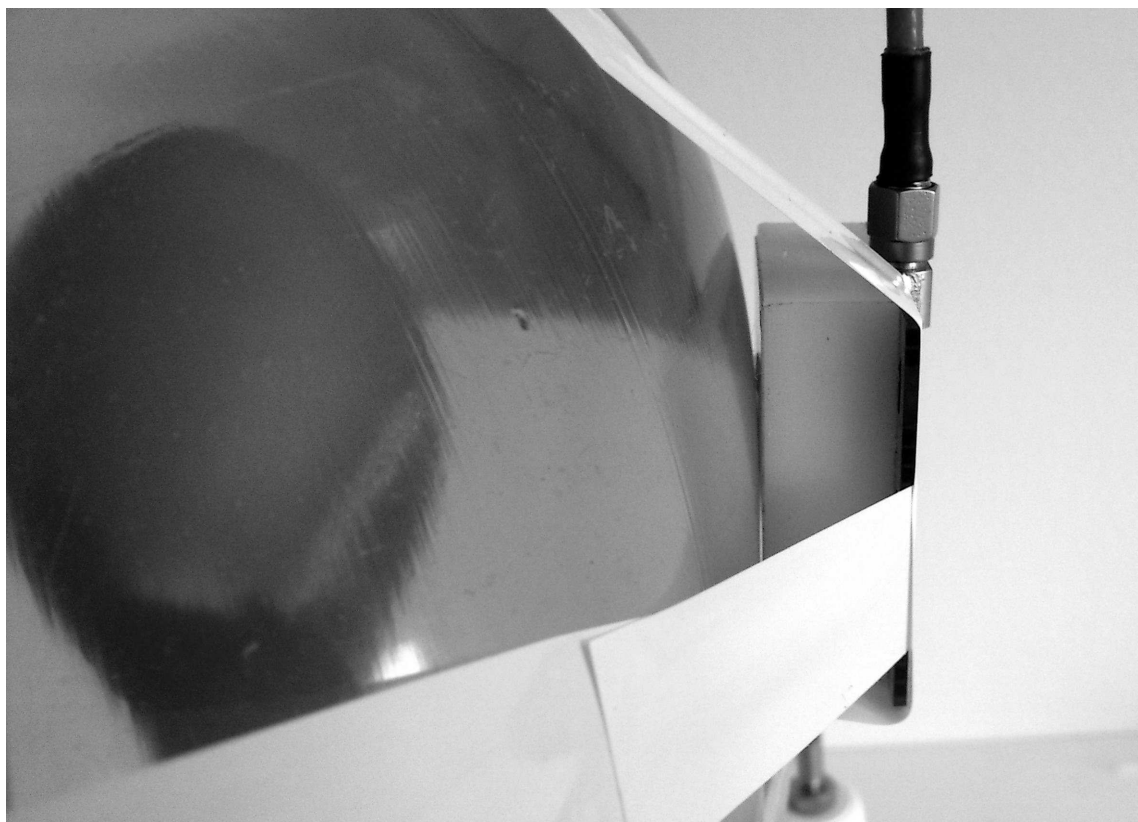
Användaren bör vara väldigt varsam vid förflyttning av ballongen, för att förstöra kalibreringen genom att antennerna flyttar på sig under mätningen. Ballongen bör flyttas långsamt för att den plottade ballongen säkert ska följa med i rörelsen. Ta gärna ett steg bort från uppställningen för att reducera bruset medan LABVIEW-programmet försöker hitta ballongens nya position.

Ballongen bör placeras på linjerna mellan de fyra antennerna för att programmet skall ha en rimlig chans att hitta den. Ifall den plottade ballongen börjar studsas runt okontrollerat på skärmen, så kan reglaget för  $R$  dras upp något medan  $Q$ -reglaget dras ner till sitt lägsta värde. När positionen har stabiliserats kan  $R$ -reglaget dras ner något igen.

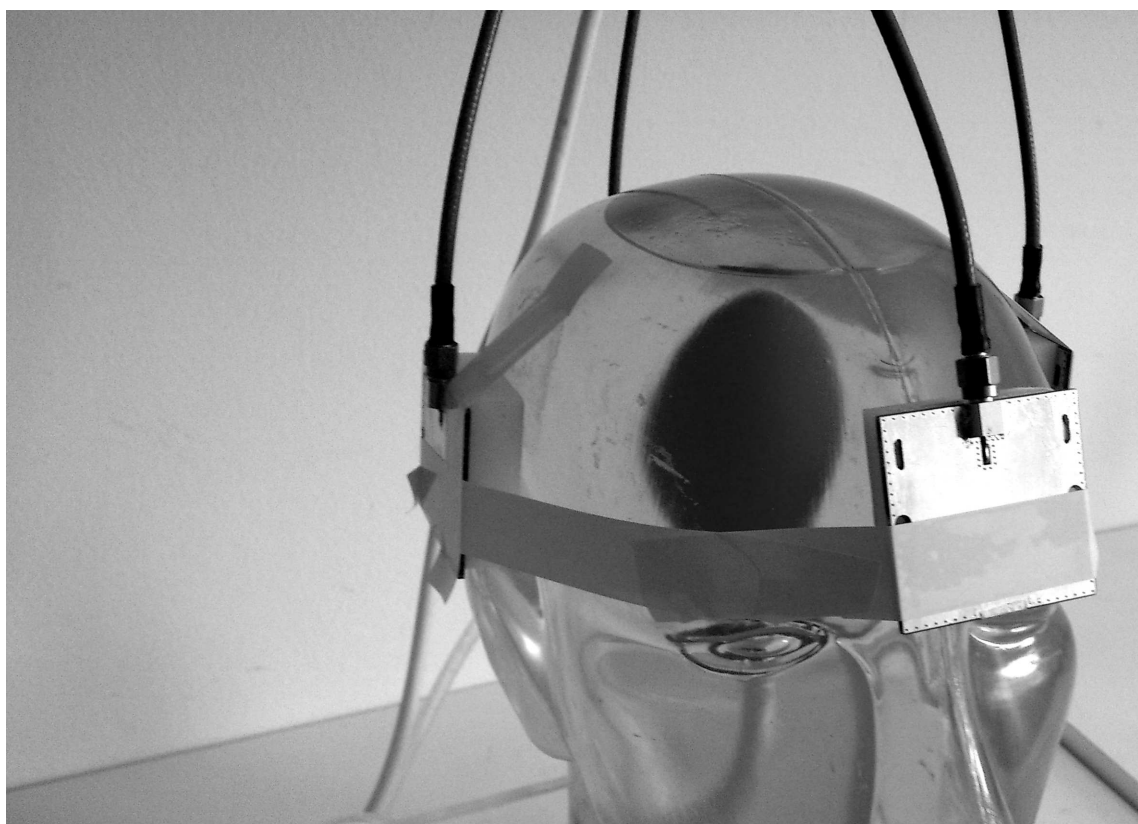
Om ballongen rör sig väldigt trögt på skärmen, kan  $Q$ -reglaget ökas något. Skulle den fastna helt i en position, så dra upp  $Q$ -reglaget till max en stund tills ballongen börjar röra på sig igen.

Ifall inget av reglagen tycks hjälpa mot eventuella problem: stoppa programmet och starta om kalibreringen. Hjälper inte heller detta så undersök att antennerna verkligen sitter ordentligt tejpade mot plasthuvudet och att signalsvaret ser rimligt ut för varje antenn (de fyra graferna till höger i GUI:et som visar rådatan).

För bilder över hur antennerna var tejpade se Figur A.2 och Figur A.3.



Figur A.2: *Illustrerar hur en antenn tejpades upp.*



Figur A.3: *Antennplacering i demonstrationsuppställningen.*

**Byte av frekvensintervall som sveps**

Svepintervall och antalet frekvenssteg ställs in genom att göra en ny kalibreringsfil. Denna laddas i kalibreringsfasen i LABVIEW-programmet, och det räcker att byta ut den gamla adressen mot den nya.

**Byta medium i huvudet/ballongen**

Konstanterna är framtagna för att huvudet är fyllt med vatten. Ifall huvudet fylls med någon annan vätska behöver ett nytt  $\alpha$  tas fram, då signalen dämpas annorlunda än i vattnet. Ballongens medium påverkar inte några konstanter, men större skillnader mellan de olika medierna medför bättre signal-brusförhållande och borde göra uppställningen bättre.